NOTULE HYDRAULIQUE
HYDRAULIC BRIEFS

L'écoulement critique dans les canaux à surface libre géométriquement semblables

Critical flow regime in geometrically similar canals

Etant donné une série de canaux géométriquement semblables, détermination graphique de l'échelle à adopter pour passer, en régime critique, un débit déterminé
1° en se donnant la profondeur critique correspondante;
2° en se donnant la charge spécifique disponible.

Given a group of geometrically similar canals, the graphical determination of the scale to be used in order to cause a determined discharge to flow in a critical regime
1° with a given corresponding critical depth;
2° with a given specific head available.

Reprenant le thème déjà développé dans cette revue par MM. RAYTCHINE et CHATELAIN d'abord (n° 3/1950), par M. F. F. ESCOFFIER ensuite (n° 3/1951), nous nous proposons de présenter deux applications intéressantes de la détermination graphique des conditions de fonctionnement des canaux à surface libre.

Nous utiliserons deux des fonctions caractéristiques de la section, à savoir :

$$\varphi(Y) = \frac{F^3}{B} \qquad (1)$$

et :

$$f(Y) = \frac{1}{2\,g\,F^2} \qquad (2)$$

en désignant par :

Y la profondeur d'eau,

F la section mouillée correspondante,

B la largeur du plan d'eau.

Ces deux courbes permettent une solution directe des problèmes suivants :

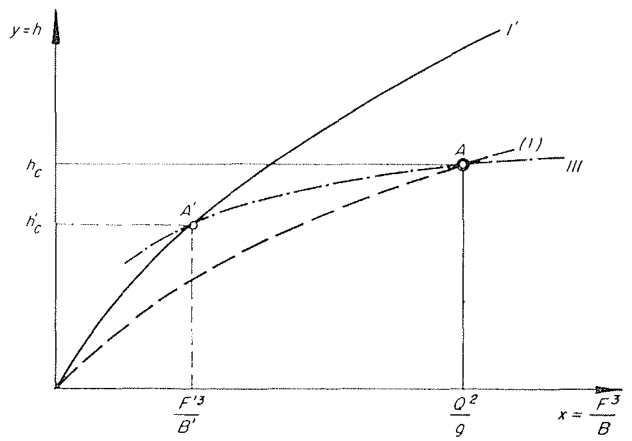

FIG. 1.

Détermination de la section pour le débit Q en régime critique, étant donné :

a) la profondeur critique h_c

ou bien :

b) la charge H.

Le premier problème peut être résolu par l'emploi de la courbe (I), sur laquelle le régime critique correspond à la condition :

$$\frac{F^3}{B} = \frac{Q^2}{g}$$

Les sections géométriquement semblables donnent une famille de courbes (I), dont deux points homologues ont des coordonnées $(X_1 Y_1)$ et $(X_2 Y_2)$ (fig. 1).

Selon la loi de la similitude hydrodynamique de REECH-FROUDE, on aura, avec :

$$\frac{Y_1}{Y_2} = \lambda$$

la relation :

$$\frac{X_1}{X_2} = \lambda^5$$

Cela donne :

$$Y_2 = \frac{Y_1}{\sqrt[5]{X_1}} \sqrt[5]{X_2}$$

$$Y_2 = k \sqrt[5]{X_2}$$

Dans le cas traité, nous aurons :

$$Y_1 = h_c$$

$$X_1 = \frac{Q^2}{g}$$

d'où résulte :

$$k = \frac{h_c}{\sqrt[5]{Q^2/g}}$$

Les points homologues du régime critique forment la courbe :

$$Y = k \sqrt[5]{X} \qquad (3)$$

qui passe par le point A de coordonnées $(h_c, Q^2/g)$.

L'intersection A' des courbes (I') et (III) donnera la profondeur critique h'_c et $\frac{F'^3}{B'}$. Et puisqu'on a :

$$\frac{h_c}{h'_c} = \lambda,$$

la section cherchée est :

$$F = F' . \lambda^2$$

Le procédé peut être simplifié, si on trace la courbe (III) avec $k = 1$, et si on la réduit ensuite graphiquement (fig. 2) pour avoir :

$$k = \frac{h_c}{\sqrt[5]{Q^2/g}}$$

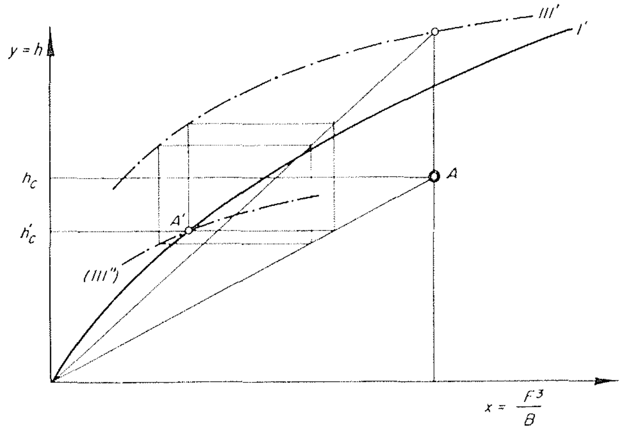

FIG. 2.

Pour le second problème, on peut se servir de la courbe [1] :

$$f(Y) = \frac{1}{2\,g\,F^2} \qquad (2)$$

Rappelons (fig. 3) que la droite de pente $\operatorname{tg} \alpha = Q^2$ coupe cette courbe en deux points correspondant aux deux régimes conjugués pour la charge H. Une tangente à la courbe correspond au régime critique $(Y_c\, H_c)$.

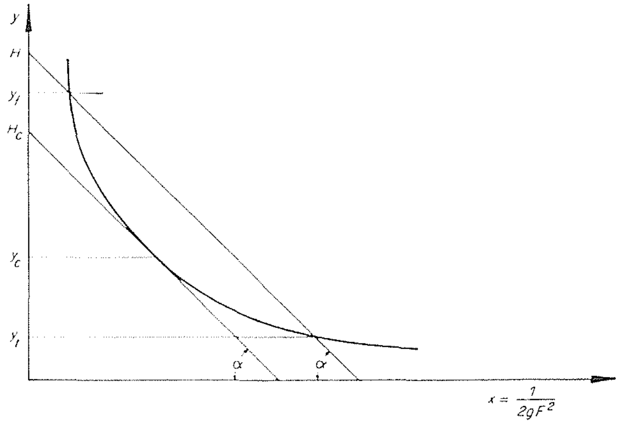

FIG. 3.

D'après les conditions de la similitude hydrodynamique, et si :

$$\frac{H}{H'} = \lambda$$

1. *La Houille Blanche*, n° 3, 1951.

on aura :

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{1}{\lambda^5 \operatorname{tg} \alpha}$$

avec :

$$\operatorname{tg} \alpha = Q^2$$

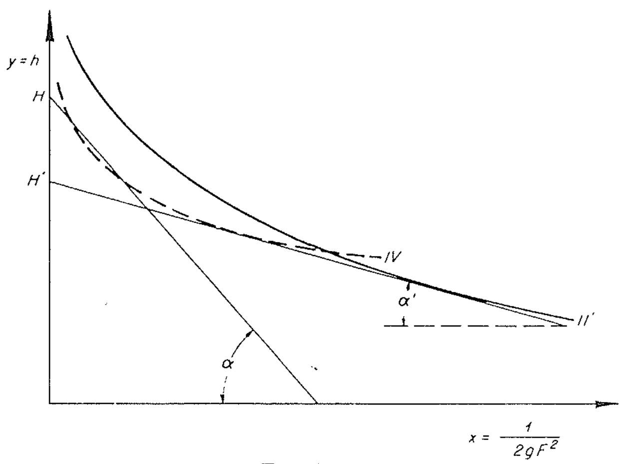

FIG. 4.

On démontre aisément que toutes les tangentes homologues, en variant λ, forment une courbe enveloppe, dont l'expression s'écrit :

$$Y = \frac{k}{\sqrt[4]{X}} \qquad (4)$$

où :

$$k = \frac{4}{5} H \sqrt[4]{\frac{H}{5 Q^2}}$$

La tangente commune aux courbes (II) et (IV) détermine, sur l'axe vertical, la charge H' (fig. 4). On peut en tirer :

$$\lambda = \frac{H'}{H}$$

et :

$$F = F'.\lambda^2$$

Il est inutile de signaler que la méthode analytique s'avère plus simple pour les sections, où le rapport $\frac{H}{h_c} = \text{const.}$

Emil KOVACIC,
Ljubljana.