Etude théorique et expérimentale du fonctionnement en charge des canaux de fuite en l'absence de cheminée d'équilibre*

Theoretical and experimental investigations of full-flowing tail-race tunnel behaviour in the absence of a surge-tank

PAR

L. ESCANDE

ET

J. NOUGARO

CORRESPONDANT DE L'INSTITUT
INGÉNIEUR I.E.T.PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE TOULOUSE
DIRECTEUR DE L'E.N.S.E.H.T.INGÉNIEUR I.E.T.
DOCTEUR ÈS SCIENCES
PROFESSEUR A L'E.N.S.E.H.T.

Etude théorique du fonctionnement d'un canal de fuite en charge lors d'une fermeture instantanée des turbines. — Comparaison des résultats (surpression, volume de la poche d'air, volume d'eau déversée) obtenus soit par le calcul, soit par la méthode graphique BERGERON, dans les trois cas suivants : le canal de fuite ne comporte aucun dispositif d'aération; il comporte un clapet d'entrée d'air, système CAQUOT; il comporte un puits d'aération. — Les résultats concordent et montrent que, si des surpressions importantes risquent de prendre naissance, clapet ou puits sont à même de les atténuer dans une large mesure, le choix entre ces deux dispositifs étant affaire de circonstances. — Les pertes de charge ne diminuent que légèrement la surpression; cette dernière, par contre, diminue assez rapidement au fur et à mesure que la durée de fermeture des turbines augmente.

Ces diverses études théoriques ont été soumises à un contrôle expérimental minutieux sur modèle réduit : la concordance est très satisfaisante dans les deux cas, canal non aéré et canal avec clapet; le cas du puits donne lieu à de petits écarts croissant avec les débits. — Essais de visualisation du phénomène et observations sur un film à 1.700 images par seconde.

Theoretical study of full-flowing tail-race tunnel behaviour when turbines are closed instantaneously. — Comparison of the results (excess pressure, volumes of the air pocket and the water discharged) obtained in the following three cases either by calculation or by BERGERON's graphical method: the tail-race, without any aeration device; with a CAQUOT type, air-intake valve; with an aeration shaft. The results conform and show that if there is a risk of considerable excess pressures appearing, the valve and shaft will, to a large extent, counteract this pressure; the choice between the two devices depends on the circumstances. Head losses will only slightly reduce the excess pressure; the latter will, to the contrary, diminish fairly rapidly with an increase of the period during which the turbines are closed. These various theoretical studies have been carefully checked by experiment on a scale model. The conformity is very satisfactory in the two cases of a canal without aeration and with a valve; the case of the shaft gives rise to small differences which increase with the discharge. Tests for observation of the phenomenon and observations with a 1,700 images per second film were made.

INTRODUCTION

Les progrès de la Technique des Travaux Souterrains et ceux de la Mécanique des Sols ont eu

une incidence très nette sur l'évolution de certaines tendances relatives à la conception des usi-

(*) Cette étude, dont une partie a déjà été publiée dans le *Bulletin de la Société Française des Mécaniciens*, a fait l'objet de deux communications à la Société Hydrotechnique de France, en juin 1952 et juin 1953.

nes hydro-électriques et de leurs ouvrages.

Aujourd'hui, on adopte, chaque fois que la chose est possible, un canal d'aménée fonctionnant en charge, de préférence à un canal à ciel ouvert.

La salle des machines, elle-même, est très souvent souterraine, solution qui, en dehors des avantages évidents qu'elle présente en cas de guerre, correspond souvent à une solution économique.

Les Centrales souterraines comportent un canal de fuite, de longueur plus ou moins grande, qui, dans la plupart des cas, fonctionne en charge, en permanence, ou, tout au moins, lors des crues provoquant une montée importante du plan d'eau dans la rivière au droit de la restitution.

En France, la Centrale de Brommat a été la première grande usine souterraine.

A titre d'exemple, nous citerons encore Paolo Afonso (300.000 kW au Brésil), et Jablanica (175.000 kW en Yougoslavie), parmi les Centrales pour lesquelles nous avons eu à effectuer des études, à l'étranger.

Dans la solution classique, on place, en tête du canal d'aménée en charge, une cheminée d'équilibre, afin d'éviter la formation des coups de béliet d'onde.

Dans une étude antérieure, nous avons traité le cas où cette cheminée d'équilibre n'existe pas et montré comment une application judicieuse de la méthode graphique de SCHNYDER-BERGERON permet de déterminer simultanément les surpressions dans la conduite forcée et dans le canal de fuite.

Nous avons laissé toutefois de côté, dans cette étude, le cas des grandes dépressions susceptibles de provoquer une cavitation dans le canal de fuite.

Nous avons tout récemment repris notre étude en envisageant tout spécialement l'hypothèse que nous avons ainsi laissée primitivement de côté et nous résumons les résultats que nous avons obtenus dans la présente étude.

Nous divisons notre exposé en trois parties : dans la première, qui fait l'objet du chapitre I, nous effectuons l'étude théorique du fonctionnement, en l'absence de cheminée d'équilibre, en négligeant les pertes de charge; dans la seconde partie (chapitre II), nous montrons comment il convient de tenir compte des pertes d'énergie; la dernière partie (chapitre III) est réservée à l'exposé des résultats expérimentaux qui confirme pleinement les prévisions théoriques.

CHAPITRE I

ÉTUDE THÉORIQUE DU FONCTIONNEMENT EN CHARGE DES CANAUX DE FUITE EN L'ABSENCE DE CHEMINÉE D'ÉQUILIBRE

(CAS OÙ L'ON NÉGLIGE LES PERTES DE CHARGE)

INTRODUCTION

Comme il vient d'être dit, nous allons, dans le présent chapitre, examiner le cas d'un canal de fuite parcouru par l'eau à une vitesse assez grande pour que la dépression engendrée par le déclenchement provoque, soit une cavitation franche, en l'absence de dispositif d'aération, soit une entrée d'air importante dans le cas où celle-ci soit rendue possible.

Nous appliquerons les formules obtenues à un

cas concret correspondant à une étude faite pour les Entreprises Métropolitaines et Coloniales :

- Longueur du canal de fuite. $L = 750$ m
- Section du canal de fuite. $f = 28,3$ m²
- Débit dans le régime permanent initial. $Q_0 = 70$ m³/s

- Vitesse moyenne en régime permanent $W_0 = 2,48 \text{ m/s}$
- Pression statique, due au bief aval sur l'axe du canal $y_0 = 5 \text{ m}$
- Vitesse de propagation des ondes $a = 1.250 \text{ m/s}$
- Durée d'un aller retour d'onde $\theta = 1,2 \text{ s}$

Le schéma de la figure 1 précise les notations.

Nous envisageons, en premier lieu, le cas où le canal ne possède aucun moyen d'aération.

Nous supposons ensuite que la galerie est munie d'un clapet permettant l'entrée de l'air extérieur dès que la pression tombe à une valeur très légèrement inférieure à la pression atmosphérique.

CANAL DE FUITE NE COMPORTANT AUCUNE POSSIBILITE D'AERATION FERMETURE INSTANTANÉE

Dès l'arrêt des turbines, il apparaît, en tête du canal de fuite, une dépression égale à $-y_a$, y_a désignant la pression atmosphérique : la pression tombe à la valeur du vide et une cavité prend naissance.

Sous l'effet de l'inertie, la masse d'eau en mouvement dans le canal de fuite poursuit, tout d'abord, son déplacement vers l'aval malgré la contrepression et l'accélération négative qui en résulte; la cavité augmente.

Au bout de quelques secondes, le mouvement vers l'aval s'arrête, puis l'eau se remet en vitesse vers l'amont, le volume de la cavité allant en diminuant.

Au moment où le volume atteint la valeur zéro, le mouvement de l'eau se trouve brusquement interrompu et une surpression importante prend naissance.

Le calcul peut être effectué soit à l'aide d'une méthode analytique, soit à l'aide d'une méthode graphique.

MÉTHODE ANALYTIQUE

Elle est basée sur la considération de l'oscillation en masse. Avec les notations précisées par la figure 1, on peut écrire l'équation des forces vives du système :

$$\frac{L}{g} \frac{dW}{dt} + (y_0 + y_a) = 0$$

On en déduit la vitesse de formation de la cavité :

$$W = W_0 - \frac{g}{L} (y_0 + y_a) t$$

que; ce clapet se referme aussitôt que la pression de l'air de la galerie dépasse la pression atmosphérique.

FIG. 1.

Enfin, nous supposons que le canal de fuite comporte un puits d'aération.

Dans les calculs, nous négligeons les pertes de charge, comme il a été indiqué.

Le volume de la cavité se détermine aisément :

$$\Omega = \int_0^t f \cdot W \cdot dt = f W_0 t - \frac{gf}{2L} (y_0 + y_a) t^2$$

Ce volume augmente jusqu'à l'instant t_1 , tel que l'on ait $W = 0$, soit :

$$t_1 = \frac{L W_0}{g (y_0 + y_a)}$$

Le volume de la cavité est alors maximum et a pour valeur :

$$\Omega_1 = f \cdot W_0 \cdot t_1 - \frac{gf}{2L} (y_0 + y_a) t_1^2 = \frac{L f}{y_0 + y_a} \cdot \frac{W_0^2}{2g}$$

On vérifie immédiatement que la cavité se referme entièrement en un temps t_2 égal à t_1 et que la vitesse du courant, à l'instant $t_2 + t_1$, est égale à W_0 , au signe près.

La surpression produite est donnée alors par l'expression :

$$\xi_M = \frac{a \cdot W_0}{g}$$

L'application à l'exemple numérique étudié donne :

$$t_1 = 12,62 \text{ s} = 10,5 \theta$$

$$\Omega_1 = 444 \text{ m}^3$$

$$\xi_M = 315 \text{ m}$$

MÉTHODE GRAPHIQUE

Nous avons appliqué au cas étudié la méthode graphique de BERGERON. La construction est reproduite sur la figure 2.

L'unité de temps utilisée est la durée θ d'un aller et retour d'onde dans le canal.

FIG. 2. — Canal de fuite ne comportant pas de clapet ou de puits d'aération. Etude d'une fermeture instantanée des turbines.

A l'instant initial, le point de fonctionnement se trouve en 0 (pression statique $y_0 = 5$ m, débit $Q_0 = 70$ m³/s).

A partir de la fermeture instantanée, un lieu de tous les points de fonctionnement est fourni par la droite $y = -y_a$. Le premier point se trouve en outre sur la droite de pente a/gf , en 1.

Selon la construction classique, le point de fonctionnement à l'instant 2 se trouve sur le système de droites, φ et Φ , réfléchi sur l'axe des pressions statiques, à partir du point 1. Le deuxième lieu étant toujours la droite de cavitation, leur intersection fournit la position du point 2.

On passe de la même façon de 2 à 3, de 3 à 4 et ainsi de suite. On peut suivre ainsi la formation de la cavité qui s'effectue avec des débits connus, aux instants 1, 2... L'intégration de la courbe de ces débits (fig. 2) fournit le volume maximum Ω_1 de la cavité.

La construction se poursuit avec des valeurs négatives du débit et la cavité se résorbe.

À l'instant $t_1 + t_2$ où elle est entièrement résorbée, on obtient une surpression brusque, le lieu des points de fonctionnement devenant, sur le graphique, la droite $q = 0$.

Avec l'exemple numérique envisagé, la construction est symétrique par rapport à l'axe des surpressions : le point de surpression maximum est en 22.

Il revient ensuite en 0 et la cavité se reforme.

Le phénomène est périodique, dans l'hypothèse où nous nous sommes placés, de pertes de charge nulles. La période est égale à 23θ , soit 27,6 s.

La construction donne :

$$t_1 = 10,5 \theta$$

$$\Omega_1 = 442 \text{ m}^3$$

$$\xi_M = 315 \text{ m}$$

valeurs pratiquement égales à celles qui ont été obtenues avec le calcul d'oscillation en masse.

CANAL DE FUITE COMPORTANT UN CLAPET FERMETURE INSTANTANÉE

Sur la demande de M. le Président CAQUOT, nous avons examiné le cas où le canal de fuite est muni, à la sortie des turbines, d'un clapet dont l'ouverture se produit dès que la pression dans le canal tombe à une valeur inférieure à la pression atmosphérique y_a . Ce clapet se referme à partir du moment où la pression dans le canal devient supérieure à cette même valeur. Pour simplifier le calcul, nous supposons que ce clapet, idéalement sensible, s'ouvre ou se ferme pour des valeurs de la pression infiniment voisines, de part et d'autre de la pression atmosphérique, leur différence avec cette dernière étant négligeable, en première approximation.

Le mécanisme des phénomènes qui interviennent dans le canal de fuite demeure analogue au précédent, dans ses grandes lignes : la masse d'eau en mouvement vers l'aval continue son déplacement; la pression tombe à une valeur égale à y_a , le clapet s'ouvre, l'air pénètre et occupe un volume qui augmente tout d'abord. Au bout de quelques instants, le mouvement vers l'aval s'arrête, l'eau se remet en mouvement vers l'amont et comprime l'air emprisonné par la fermeture du clapet.

La surpression maximum est atteinte au moment où le volume est réduit à sa valeur minimum.

Le calcul peut être effectué, comme précédemment, soit à l'aide d'une méthode analytique, soit à l'aide d'une méthode graphique.

MÉTHODE ANALYTIQUE

L'équation des forces vives s'écrit maintenant :

$$\frac{L}{g} \cdot \frac{dW}{dt} + y_0 = 0$$

On en déduit la vitesse de formation de la bulle d'air :

$$W = W_0 - \frac{g y_0}{L} t$$

Le volume Ω de la cavité est ainsi :

$$\Omega = \int_0^t f \cdot W \cdot dt = f \cdot W_0 t - \frac{g f}{2 L} y_0 t^2$$

Ce volume est maximum jusqu'à l'instant $t_1 = (L W_0) / (g y_0)$ pour lequel la vitesse s'annule.

Le volume de la cavité est alors :

$$\Omega_1 = \frac{L f}{y_0} \cdot \frac{W_0^2}{2 g}$$

A partir de cet instant t_1 , la cavité se referme.

Ecrivons l'équation des forces vives, la loi de MARIOTTE et l'expression de la dérivée du volume Ω de la poche d'air, de pression y :

$$\frac{L}{g} \frac{dW}{dt} = -y_0 + y$$

$$(y + y_a) \Omega = y_a \Omega_1$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = f W$$

On en tire :

$$\frac{L}{g} \cdot \frac{dW}{d\Omega} \cdot \frac{d\Omega}{dt} = \frac{L f}{g} W \frac{dW}{d\Omega} = -y_0 + y$$

et en remplaçant y par sa valeur :

$$-y_0 - y_a + y_a \frac{\Omega_1}{\Omega} = \frac{L f}{g} W \frac{dW}{d\Omega}$$

On en déduit la valeur de la vitesse W :

$$W^2 = \frac{2g}{L f} \left[(y_0 + y_a) (\Omega_1 - \Omega) - y_a \Omega_1 \log \frac{\Omega_1}{\Omega} \right]$$

La vitesse s'annule à l'instant $t_1 + t_2$ pour un volume $\Omega = \Omega_2$ tel que :

$$(y_0 + y_a) (\Omega_1 - \Omega_2) = y_a \Omega_1 \log \frac{\Omega_1}{\Omega_2}$$

équation qui donne Ω_2 ; on en déduit la pression maximum y_2 :

$$y_2 = y_a \left[\frac{\Omega_1}{\Omega_2} - 1 \right]$$

L'application à l'exemple numérique étudié donne :

$$\Omega_1 = 1.332 \text{ m}^3$$

$$\Omega_2 = 551 \text{ m}^3$$

$$y_2 = 14,18 \text{ m}$$

MÉTHODE GRAPHIQUE

La construction graphique est identique, au début, à celle que nous avons indiquée au chapitre précédent. La seule différence réside dans le fait que le lieu des points de fonctionnement n'est plus la droite de cavitation $y = -y_a$, mais la droite $y = -y_0$.

Lorsque le débit change de signe, la poche d'air commence à se refermer. Dès cet instant, le point n se trouve sur le système des droites φ, Φ réfléchies sur l'axe des débits à partir du point $n = 1$, et l'on a, de plus :

$$(y_n + y_a) \Omega_n = y_a \cdot \Omega_1$$

ce qui détermine y_n et donne la position du point n , en opérant par approximations successives.

Dans le cas que nous étudions, la construction graphique est reproduite sur la figure 3.

FIG. 3. — Canal de fuite comportant un clapet. Etude d'une fermeture instantanée des turbines.

On obtient les résultats suivants :

$$\Omega_1 = 1.340 \text{ m}^3$$

$$\Omega_2 = 551 \text{ m}^3$$

$$y_2 = 13,90 \text{ m}$$

valeurs très voisines des résultats obtenus pour le calcul d'oscillations en masse.

CANAL DE FUITE COMPORTANT UN Puits D'AÉRATION FERMETURE INSTANTANÉE

Le canal de fuite est muni, à l'amont, d'un puits d'aération permettant une entrée d'air en cas d'aspiration. Le fonctionnement du système est analogue aux précédents. Dès l'arrêt des turbines, l'eau en mouvement vers l'aval continue son déplacement; dès que la pression tombe à une valeur égale à y_a , pression atmosphérique, l'entrée de l'air se produit par le puits. Une poche se forme, dont le volume augmente. Au bout de quelques secondes, le mouvement vers l'aval s'arrête, l'eau se remet en mouvement vers l'amont et le volume de la poche d'air diminue. Il devient nul à un certain instant et la surpression qui se produit provoque un déversement par le puits d'aération, si la hauteur de ce dernier n'est pas suffisante.

On peut toujours effectuer le calcul soit à l'aide de la méthode analytique, soit à l'aide de la méthode graphique.

MÉTHODE ANALYTIQUE

L'équation des forces vives s'écrit :

$$\frac{L}{g} \frac{dW}{dt} + y_0 = 0$$

Le calcul est donc rigoureusement identique, au début, à celui que nous avons indiqué pour l'étude du canal de fuite muni d'un clapet.

Le volume de la cavité :

$$\Omega = f W_0 t - \frac{gf}{2L} y_0 t^2$$

est maximum à l'instant t_1 :

$$t_1 = \frac{L W_0}{g y_0}$$

et a alors pour valeur :

$$\Omega_1 = \frac{L f}{y_0} \cdot \frac{W_0^2}{2g}$$

On vérifie immédiatement que la poche se ferme en un temps t_2 égal à t_1 et que la vi-

tesse du courant à l'instant $t_1 + t_2$ est égale à W_0 , au signe près.

Le débit qui arrive alors est égal à Q_0 et son passage à travers la cheminée, assimilable à un ajutage, de section utile $m S$, nécessite une pression :

$$y_2 = y_0 + h + \frac{Q_0^2}{2 g m^2 S^2}$$

h désignant la hauteur de la cheminée déversante au-dessus du niveau statique aval (*).

On peut déterminer le volume déversé par le puits. A partir de l'instant $t_1 + t_2$, où s'établit la pression y_2 , l'équation des forces vives s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{L}{g} \frac{dW}{dt} &= -y_0 + y_2 = h + \frac{Q_0^2}{2 g m^2 S^2} \\ &= h + \frac{f^2}{2 g m^2 S^2} W^2 \end{aligned}$$

que l'on peut écrire :

$$dt = \frac{L}{g} \frac{dW}{h + \frac{f^2 W^2}{2 g m^2 S^2}}$$

L'intégration de cette relation conduit à la valeur suivante de la vitesse :

$$W = \frac{m S}{f} \sqrt{2 g h} \operatorname{tg} \left[(t - t') \frac{f}{2 L m S} \sqrt{2 g h} \right]$$

Comme à l'instant $t_0 = t_1 + t_2$, $W = -W_0$,

on en déduit, en posant : $K = \frac{m S}{f} \sqrt{2 g h}$:

$$W = K \operatorname{tg} \left[\frac{g h}{K L} (t - t_0) - \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{W_0}{K} \right]$$

Le débit déversé est, à l'instant t :

$$q = f W = f K \operatorname{tg} \left[\frac{g h}{K L} (t - t_0) - \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{W_0}{K} \right]$$

(*) Le coefficient m peut éventuellement tenir compte de la présence d'un étranglement placé à la base de la cheminée.

Le volume déversé est donc :

$$\Omega' = \int_{t_0}^{t_0+t_3} q \cdot dt$$

en appelant $t_1 + t_2 + t_3$ l'instant où le déversement s'arrête, soit :

$$\Omega' = \frac{K^2 f L}{gh} \cdot \text{Log} \cos \left[\frac{gh}{KL} (t - t_0) - \text{Arc tg} \frac{W_0}{K} \right]_{t_0}^{t_0+t_3}$$

$$t_2 \text{ étant égal à } \frac{KL}{gh} \text{ Arc tg} \frac{W_0}{K}.$$

On obtient ainsi successivement :

$$\Omega' = \frac{K^2 f L}{gh} \text{ Log} \left(\cos \text{Arc tg} \frac{W_0}{K} \right)$$

$$\Omega' = \frac{K^2 f L}{gh} \text{ Log} \left| \frac{\sqrt{K^2 + W_0^2}}{K} \right|$$

ou, en remplaçant K par sa valeur :

$$\Omega' = \frac{L m^2 S^2}{f} \text{ Log} \left[1 + \frac{f^2}{m^2 S^2} \frac{W_0^2}{2gh} \right]$$

L'application de la relation donnant la valeur de q en fonction de t permet de tracer une courbe dont l'intégration graphique fournit également la valeur de Ω .

MÉTHODE GRAPHIQUE

La méthode utilisée est identique à celle que nous avons indiquée pour l'étude du canal de fuite muni d'un clapet.

Le point de fonctionnement à l'instant n se trouve à l'intersection de la droite de pression atmosphérique $y = -y_0$ et du système de droites $\phi \Phi$ réfléchi sur l'axe des pressions statiques, à partir du point $(n-1)$.

Elle se poursuit pour les débits négatifs, jusqu'au moment où la poche d'air se résorbe.

A cet instant, on obtient une surpression brusque, le lieu des points de fonctionnement devenant la parabole :

$$y = y_0 + h + \frac{q^2}{2g m^2 S^2}$$

La figure 4 reproduit la construction graphique correspondant à l'un des cas étudiés (section utile $mS = 6 \text{ m}^2$, hauteur du puits $h = 5 \text{ m}$). Cette construction permet de suivre le volume d'eau déversé, à partir de l'instant où naît la surpression.

FIG. 4. — Canal de fuite comportant un puits d'aération :
 $h = 5 \text{ m}$ $mS = 6 \text{ m}^2$

Etude d'une fermeture instantanée des turbines.

Le tableau suivant résume, en ce qui concerne la surpression maximum, les résultats obtenus par le calcul analytique et la construction graphique.

Section utile mS m^2	$h = 0$		$h = 1 \text{ m}$		$h = 3 \text{ m}$		$h = 5 \text{ m}$	
	Surpression m		Surpression m		Surpression m		Surpression m	
	Graphique	Calculée	Graphique	Calculée	Graphique	Calculée	Graphique	Calculée
2	45	62,4	46,4	63,4	48	65,4	49	67,6
4	14,3	15,6	15,2	16,6	17,2	18,6	18,8	20,6
6	6,6	6,95	7,6	7,95	9,5	9,95	11,4	11,95
8	3,85	3,91	4,8	4,91	6,8	6,91	8,7	8,91

Ces valeurs sont très voisines les unes des autres, le cas du puits de 2 m^2 de section utile présentant néanmoins des différences assez sensibles entre les valeurs déduites des graphiques et calculées. Cette différence peut s'expliquer par le fait que nous admettons que le débit du puits est égal à Q_0 au moment où se produit la surpression maximum. Or, comme le montre la construction graphique, le débit à cet instant est différent de Q_0 , cette différence étant assez élevée pour le cas $mS = 2 \text{ m}^2$, alors qu'elle diminue rapidement quand la section utile du puits augmente, comme le montre le tableau suivant mettant en évidence la valeur maximum du débit du puits :

Section utile $m S$ m^2	$h = 0$		$h = 1 m$		$h = 3 m$		$h = 5 m$	
	Différence entre les surpressions calculées et graphiques m	Débit maximum au puits m^3/s	Différence entre les surpressions calculées et graphiques m	Débit maximum au puits m^3/s	Différence entre les surpressions calculées et graphiques m	Débit maximum au puits m^3/s	Différence entre les surpressions calculées et graphiques m	Débit maximum au puits m^3/s
2	17,4	59,8	17	59,4	17,4	59,2	18,4	59,0
4	1,3	66,8	1,4	66,6	1,4	66,4	1,8	65,8
6	0,35	68,5	0,35	68,0	0,45	67,8	0,55	67,4
8	0,06	68,1	0,11	68,9	0,11	68,4	0,21	68,0

On peut faire également la comparaison entre les volumes déversés, déduits des constructions et du calcul analytique; le tableau suivant résume ces résultats.

En particulier, ceux qui correspondent au cas d'une section utile $m S = 2 m^2$ ne reflètent plus des différences comparables à celles que nous avons trouvées pour les surpressions. Ceci s'ex-

Section utile $m S$ m^2	$h = 1 m$		$h = 3 m$		$h = 5 m$	
	Volume m^3		Volume m^3		Volume m^3	
	Calculée	Graphique	Calculée	Graphique	Calculée	Graphique
2	440	420	326	322	276	280
4	1.190	1.120	778	792	602	592
6	1.970	1.970	1.145	1.112	832	832
8	2.700	2.500	1.450	1.390	989	972

Le cas $h = 0$ n'est pas à envisager, puisque le calcul analytique, aussi bien que la construction graphique, montrent que la durée de déversement et le volume déversé tendent vers l'infini.

Pour les autres cas, les chiffres fournis par les deux méthodes sont en bonne concordance.

Fig. 5. — Courbes du débit déversé pour un puits :
 $h = 3 m$ $m S = 2 m^2$

plique par l'examen de la figure n° 5 qui fournit dans l'un des cas étudiés ($h = 3 m$, $m S = 2 m^2$)

les courbes du débit déduites de la construction et du calcul. Le calcul analytique suppose que le débit au départ est le débit maximum $70 \text{ m}^3/\text{s}$; la construction le donne plus faible, mais la surface correspondant à la différence est très faible et n'influe nullement sur le résultat final.

Cette figure permet de se rendre compte de

INFLUENCE DE LA DURÉE DE FERMETURE DES TURBINES

Dans le cas d'une fermeture d'une certaine durée, le débit varie suivant une loi qui dépend à la fois de la vitesse de fermeture du distributeur et du régime de surpressions qui s'établit dans la conduite forcée et dans le canal de fuite. Le calcul rigoureux pourrait être fait à partir de la méthode rappelée au début de ce chapitre. Pour simplifier, notre but étant seulement de mettre en évidence l'importance du facteur durée de fermeture, nous supposons, dans ce chapitre, que le débit des turbines passe linéairement de Q_0 à 0 en τ secondes.

Pratiquement, tant que la durée τ reste relativement faible, on peut admettre pour le calcul analytique, en première approximation, que le volume de la cavité, ou de la bulle d'air, dans le cas d'aération, diffère seulement de celui que l'on obtient en fermeture instantanée, du volume total d'eau provenant des turbines pendant la durée τ , soit $\tau Q_0/2$.

Pour ce calcul analytique de la surpression, on a alors, t_1 et Ω_1 restant ceux qui ont été déterminés en fermeture instantanée, le même système d'équation, sauf à remplacer Ω_1 par $\Omega_1 - \tau Q_0/2$.

Les constructions graphiques peuvent, par contre, être modifiées, pour suivre exactement la marche du phénomène.

Le lieu des points de fonctionnement est la droite $q = q_n$ représentant à l'instant n la valeur du débit qui sort des turbines. Le système des droites $\varphi \Phi$ rencontre cette droite au point de fonctionnement n , à moins qu'elle coupe, avant cette intersection, la droite de cavitation ou de pression atmosphérique. La pression ne pouvant descendre au-dessous de cette valeur, on obtient ainsi le point de fonctionnement n . Par ailleurs, la droite $q = q_n$ a comme abscisse le débit q_n des turbines à l'instant n .

Nous allons examiner les trois cas que nous avons envisagés pour l'étude des fermetures instantanées.

1. — CANAL DE FUITE NE COMPORTANT AUCUNE POSSIBILITÉ D'AÉRATION

Le calcul analytique de la surpression a été fait, en prenant les mêmes équations que dans

la très bonne concordance entre les deux courbes.

Les résultats obtenus permettent de se rendre compte de l'influence d'un étranglement placé à la base de la cheminée et réduisant la valeur de m : toutes choses égales d'ailleurs, la présence de cet étranglement augmente la surpression mais réduit le volume déversé.

le cas de la fermeture instantanée, sauf à remplacer Ω_1 par $\Omega_1 - \tau Q_0/2$.

En admettant une durée de fermeture τ inférieure à la valeur t_1 , temps au bout duquel la cavité a son volume maximum, on obtient une surpression donnée par l'expression :

$$\xi_M = \frac{a W_2}{g}$$

Seule, la valeur de W_2 est différente de celle obtenue pour une manœuvre instantanée :

$$W_2 = \sqrt{W_0^2 - \frac{Q_0}{2} \tau} \cdot 2g \frac{y_0 + y_a}{fL}$$

Nous avons étudié graphiquement la formation de la cavité dans le canal de fuite, pour des durées de fermeture du distributeur des turbines respectivement égales à 6 0, 10,5 0 et 15 0.

Seul, le cas de durée $\tau = 6 0$ a été étudié par le calcul analytique. L'application des relations précédentes donne une surpression :

$$\xi_M = 212 \text{ m}$$

Les constructions graphiques sont reproduites sur les figures 6, 7, 8. Ces mêmes figures donnent les courbes de débit en fonction du temps et montrent le processus de formation de la cavité.

Le tableau suivant résume les résultats que nous avons déduits du calcul analytique des constructions.

Temps de fermeture τ	Surpression maximum ξ_M m	Volume maximum de la cavité Ω_1 m ³
7,2 s = 6 0	222,5	198,73
12,6 s = 10,5 0	135	17,4
18 s = 15 0	10	0,38

FIG. 6. — Canal de fuite ne comportant pas de clapet ou de puits d'aération. — Etude d'une fermeture linéaire des turbines de durée $\tau = 6 \theta$.

FIG. 7. — Canal de fuite ne comportant pas de clapet ou de puits d'aération. — Etude d'une fermeture linéaire des turbines de durée $\tau = 10,5 \theta$.

FIG. 8. — Canal de fuite ne comportant pas de clapet ou de puits d'aération. — Etude d'une fermeture linéaire des turbines de durée $\tau = 15 \theta$.

Les chiffres obtenus pour la durée de fermeture $\tau = 6 \theta$ montrent, pour une cavitation franche, la bonne concordance entre les valeurs obtenues par la méthode analytique et la méthode graphique.

On voit que le volume de la cavité (fig. 8) diminue très vite quand la durée de fermeture augmente. Pour le dernier cas étudié, le volume est pratiquement négligeable : nous sommes à la limite de la cavitation.

De même, la valeur de la surpression maximum diminue très rapidement quand la durée de fermeture augmente (fig. 9).

FIG. 9. — Canal de fuite ne comportant pas de clapet ou de puits d'aération. Courbe de la surpression maximum en fonction de la durée de fermeture des turbines.

2. — CANAL DE FUITE COMPORTANT UN CLAPET.

Le calcul analytique de la surpression a été fait en prenant, t_1 et Ω_1 restant les mêmes que dans le cas de la fermeture instantanée, le même

FIG. 10. — Canal de fuite comportant un clapet. Etude de fermetures linéaires des turbines de durée τ .

système d'équations, sauf à remplacer Ω_1 par $\Omega_1 - \tau Q_0/2$.

Le calcul et les constructions graphiques ont été effectués pour des valeurs de τ égales à 5 0, 15 0, 25 0 et 30 0.

La figure n° 10 reproduit la partie de la construction relative à ces quatre cas, à partir du moment où le clapet commence à se refermer. La première partie est en effet identique à celle qui correspond à l'étude de la fermeture instantanée du distributeur. Ces calculs et constructions ont donné les résultats suivants :

Durée de fermeture τ	0	5 0	15 0	25 0	30 0
$\Omega_1 - 35 \tau \text{ m}^3$	1.332	1.123	702	282	72
$\Omega_1 \text{ calculé m}^3$	551	463	292	116	29,9
$\xi_M \text{ calculé m}$	9,18	9,30	9,05	9,15	9,10
$\xi_M \text{ graphique m}$	8,90	9,20	9,20	9,20	8,80

Ces chiffres montrent que les valeurs obtenues par la méthode analytique et par la méthode graphique sont très voisines. La surpression est pratiquement constante pour des durées de fermeture allant jusqu'à 30 s (25 0) : elle ne diminue de façon notable que pour des temps de fermeture supérieurs à 30 0.

Le volume de la bulle d'air diminue, au contraire, fortement lorsque la durée de fermeture augmente.

3. — CANAL DE FUITE COMPORTANT UN PUIT D'AÉRATION.

Comme précédemment, nous avons fait un calcul analytique en conservant les mêmes équations que dans le cas de la fermeture instantanée, sauf à remplacer Ω_1 par $\Omega_1 - \tau Q_0/2$.

Le calcul et les constructions graphiques ont été effectués pour des valeurs de la section utile du puits $m S = 2 \text{ m}^2$ et $m S = 6 \text{ m}^2$, avec une hauteur $h = 5 \text{ m}$.

La durée de fermeture a varié de zéro à 31,5 s.

Nous reproduisons sur la figure n° 11 une des constructions graphiques correspondant au cas suivant :

$$m S = 6 \text{ m}^2 \quad h = 5 \text{ m} \quad \tau = 20,6 0$$

FIG. 11. — Canal de fuite comportant un puits d'aération :
 $h = 5 \text{ m}$ $m S = 6 \text{ m}^2$
 Etude d'une fermeture linéaire des turbines de durée $\tau = 20,6 0$.

Les tableaux suivants résument les valeurs obtenues pour la surpression par la méthode graphique et par la méthode analytique.

Durée de fermeture	Section utile : $m S = 2 \text{ m}^2$ $h = 5 \text{ m}$	
	Surpression calculée m	Surpression déduite du graphique m
0	67,60	49
5,7 0 = 6,84 s	56,10	44,40
10,2 0 = 12,20 s	46,00	38,50
15,4 0 = 18,50 s	37,20	31,00
19,4 0 = 23,30 s	26,60	23,40
26,6 0 = 31,90 s	14,80	14,50

Durée de fermeture τ	Section utile : $m S = 6 \text{ m}^2$ $h = 5 \text{ m}$	
	Surpression calculée m	Surpression déduite du graphique m
0	11,95	11,4
5,7 0 = 6,84 s	10,7	10,7
10,7 0 = 12,80 s	9,6	9,6
15,2 0 = 18,20 s	8,6	8,6
19,3 0 = 23,20 s	7,7	7,7
20,6 0 = 24,70 s	7,4	7,4
26,6 0 = 31,90 s	6,0	6,0

Les différences observées dans le cas de la section utile $m S = 2 \text{ m}^2$ s'expliquent comme nous l'avons précisé pour l'étude d'une fermeture instantanée.

FIG. 12. — Courbes de surpression et du volume déversé en fonction du temps de fermeture des turbines :
 $h = 5 \text{ m}$ $m S = 2 \text{ m}^2$

Les courbes des figures 12 et 13 reproduisent les variations de la surpression et du volume d'eau déversé en fonction de la durée de fermeture des turbines.

La surpression varie notablement dans le cas d'une faible section du puits. La valeur de la pression totale y_2 passe de 54 m à 10 m pour une durée de fermeture du distributeur qui croît de zéro à 37,80 s (31,5 0).

La relation permettant le calcul du volume déversé est, dans le cas d'une fermeture linéaire,

FIG. 13. — Courbes de surpression et du volume déversé en fonction du temps de fermeture des turbines :
 $h = 5 \text{ m}$ $m S = 6 \text{ m}^2$

identique à la relation utilisée pour une fermeture instantanée.

$$\Omega' = \frac{L m^2 S^2}{f} \text{Log} \left[1 + \frac{f^2}{2 g h m^2 S^2} W_2^2 \right]$$

Seule, la valeur de W_2 a varié :

$$W_2 = W_0 \sqrt{1 - \frac{g y_0 \tau}{L W_0}}$$

Pour le cas dont la construction graphique est reproduite sur la figure 10, le volume calculé est égal à 377 m³ contre 362 m³ déduit de la courbe de la figure 13 (section utile $m S = 6 \text{ m}^2$ et durée de fermeture $\tau = 20,6 \text{ 0}$).

CONCLUSION

On voit que, dans le cas de fermetures relativement rapides par rapport à la durée d'un aller et retour d'onde dans le canal de fuite, des surpressions notables peuvent prendre naissance dans cet ouvrage.

En l'absence de tout dispositif de protection, le phénomène de cavitation peut donner à ces surpressions une valeur inadmissible.

Par contre, le dispositif de clapet suggéré par M. le Président A. CAQUOT réduit considérablement la surpression.

De même, si on place une cheminée d'aération fonctionnant en cheminée déversante lors du re-

foulement de l'eau, on peut obtenir une action des plus favorables sur les coups de bélier : toutefois, si on est obligé de prévoir l'accumulation de l'eau déversée par la cheminée, on peut être conduit à la constitution d'un réservoir pour lequel les dépenses seraient comparables à la solution chambre d'équilibre.

Donc, dans la mesure où on peut accepter le risque que comporte le fonctionnement de tout appareil mécanique, le clapet constitue la solution la plus économique. Si l'on veut éviter ce risque, l'adoption d'une chambre d'équilibre, conformément aux méthodes classiques, se trouve entièrement justifiée.

CHAPITRE II

ÉTUDE THÉORIQUE DU FONCTIONNEMENT EN CHARGE DES CANAUX DE FUITE EN L'ABSENCE DE CHEMINÉE D'ÉQUILIBRE

(CAS OÙ L'ON TIEN COMPT DES PERTES DE CHARGE)

Nous allons reprendre les calculs exposés au chapitre précédent, mais en tenant compte, maintenant, de la perte de charge dans le canal de fuite, de la forme :

$$P = b^2 W^2$$

en utilisant uniquement la méthode analytique. Nous étudierons, tout d'abord, les manœuvres

de fermeture instantanées, en distinguant successivement les trois cas précédemment envisagés :

- Absence de tout dispositif d'aération.
- Clapet en tête du canal.
- Puis d'aération.

Nous examinerons ensuite le cas des fermetures linéaires.

CANAL DE FUITE NE COMPORTANT AUCUNE POSSIBILITE D'AERATION FERMETURE INSTANTANÉE

L'équation des forces vives s'écrit maintenant :

$$\frac{L}{g} \frac{dW}{dt} + y_0 + y_a + P = 0$$

et nous posons :

$$y_0 + y_a = C^2$$

avec :

$$P = b^2 W^2$$

L'équation précédente devient :

$$\frac{L}{g} \frac{dW}{dt} + C^2 + b^2 W^2 = 0$$

ou :

$$-\frac{g}{L} dt = \frac{dW}{C^2 + b^2 W^2} = \frac{1}{b} \frac{d(bW)}{C^2 + b^2 W^2}$$

d'où :

$$-\frac{g}{L} t = \frac{1}{C} \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \left(\frac{b}{C} W \right) + \lambda$$

ou, compte tenu des conditions initiales :
 $t = 0, W = 0$.

$$t = \frac{L}{g C b} \left[\operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{b}{C} W_0 - \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{b}{C} W \right]$$

On en déduit :

$$W = \frac{C}{b} \times \frac{\frac{b}{C} W_0 - \operatorname{tg} \frac{g C b}{L} t}{1 + \frac{b}{C} W_0 \operatorname{tg} \frac{g C b}{L} t}$$

Le volume de la cavité augmente jusqu'au moment t_1 où W s'annule :

$$t_1 = \frac{L}{g C b} \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \left[\frac{b}{C} W_0 \right]$$

Le volume de la cavité est alors maximum et égal à Ω_1 .

$$\Omega_1 = f \int_0^{t_1} W dt = f \frac{C}{b} \int_0^{t_1} \frac{\frac{b}{C} W_0 - \operatorname{tg} \frac{g C b}{L} t}{1 + \frac{b}{C} W_0 \operatorname{tg} \frac{g C b}{L} t} dt$$

ce qui peut se ramener à une intégrale de fraction rationnelle en posant :

$$\operatorname{tg} \frac{g C b}{L} t = u$$

On peut aussi remarquer que :

$$\int_0^{t_1} W dt = \int_0^{W_0} t dW$$

d'où :

$$\Omega_1 = \frac{f L}{g C b} \int_0^{W_0} \left[\operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{b}{C} W_0 - \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{b}{C} W \right] dW$$

$$\Omega_1 = \frac{f L}{g C b} \left\{ W_0 \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{b}{C} W_0 - W_0 \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{b}{C} W_0 \right.$$

$$\left. + 1/2 \times \frac{C}{b} \operatorname{Log} \left(1 + \frac{b^2}{C^2} W_0^2 \right) \right\}$$

$$\Omega_1 = \frac{f L}{2 g b^2} \operatorname{Log} \left(1 + \frac{b^2}{C^2} W_0^2 \right)$$

La cavité commence alors à se refermer et l'on a, la vitesse W devenant négative :

$$\frac{L}{g} \frac{dW}{dt} + y_0 + y_a - P = 0$$

ou :

$$\frac{L}{g} \frac{dW}{dt} + C^2 - b^2 W^2 = 0$$

d'où :

$$t = -\frac{L}{g b} \int \frac{d(bW)}{C^2 - (bW)^2} + \lambda$$

et :

$$t = \frac{-L}{2 g C b} \operatorname{Log} \frac{C + bW}{C - bW} + \lambda$$

Pour $t = t_1$, on a : $W = 0$, d'où :

$$t = t_1 + \frac{L}{2 g C b} \operatorname{Log} \frac{C - bW}{C + bW}$$

On en déduit :

$$\frac{C - bW}{C + bW} = e^{\frac{2 g C b}{L} (t - t_1)}$$

d'où :

$$W = \frac{C}{b} \frac{1 - e^{\frac{2 g C b}{L} (t - t_1)}}{1 + e^{\frac{2 g C b}{L} (t - t_1)}}$$

La cavité achève de se refermer à l'instant t_2 , tel que :

$$f \int_{t_1}^{t_2} |W| dt = \Omega_1$$

ou :

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{1 - e^{\frac{2 g C b}{L} (t - t_1)}}{1 + e^{\frac{2 g C b}{L} (t - t_1)}} dt = \frac{b}{C f} \Omega_1$$

ce qui peut se ramener à une intégrale de fraction rationnelle en posant :

$$e^{\frac{2 g C b}{L} (t - t_1)} = u$$

On peut aussi écrire :

$$\left| \int_{t_1}^{t_2} W dt \right| = \left| t_2 W_2 - \int_0^{W_2} t dW \right|$$

l'égalité précédente devient alors :

$$\left| t_2 W_2 - \int_0^{W_2} \left[t_1 + \frac{L}{2 g C b} \operatorname{Log} \frac{C - bW}{C + bW} \right] dW \right| = \frac{\Omega_1}{f}$$

Soit encore :

$$\left| (t_2 - t_1) W_2 - \frac{L}{2 g C b^2} \left\{ b W_2 \operatorname{Log} \frac{C - b W_2}{C + b W_2} - a \operatorname{Log} \frac{C^2 - b^2 W_2^2}{C^2} \right\} \right| = \frac{\Omega_1}{f}$$

Mais :

$$t_2 - t_1 = \frac{L}{2 g C b} \operatorname{Log} \frac{C - b W_2}{C + b W_2}$$

On a donc :

$$\left| \operatorname{Log} \frac{C^2 - b^2 W_2^2}{C^2} \right| = \frac{2 g b^2 \Omega_1}{L f}$$

D'où :

$$W_2 = \frac{C}{b} \sqrt{\frac{e^{\frac{2 g b^2 \Omega_1}{L f}} - 1}{e^{\frac{2 g b^2 \Omega_1}{L f}} + 1}}$$

Mais nous avons vu que :

$$\frac{2 g b^2}{L f} \Omega_1 = \operatorname{Log} \left(1 + \frac{b^2}{C^2} W_0^2 \right)$$

Il en résulte que :

$$W_2 = \frac{C}{b} \sqrt{\frac{e \operatorname{Log} [1 + (b^2/C^2) W_0^2] - 1}{e \operatorname{Log} [1 + (b^2/C^2) W_0^2]}}$$

$$= \frac{C}{b} \sqrt{\frac{1 + \frac{b^2}{C^2} W_0^2 - 1}{1 + \frac{b^2}{C^2} W_0^2}} = \sqrt{\frac{W_0^2}{1 + \frac{b^2}{C^2} W_0^2}}$$

Mais :

$$b^2 = \frac{P}{W^2} = \frac{P_0}{W_0^2}$$

P_0 étant la perte de charge correspondant au débit initial, et $C^2 = y_0 + y_a$.

On peut donc écrire :

$$W_2 = \sqrt{\frac{W_0^2}{1 + \frac{P_0}{W_0^2} \times \frac{W_0^2}{y_0 + y_a}}}$$

ou :

$$W_2 = \frac{W_0}{\sqrt{1 + \frac{P_0}{y_0 + y_a}}}$$

On en déduit la surpression dans le canal :

$$\xi_M = \frac{a W_2}{g} = \frac{a W_0}{g} \times \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{P_0}{y_0 + y_a}}}$$

a étant la célérité pour le canal étudié.

Nous avons appliqué les formules précédentes à l'exemple cité dans le chapitre précédent, en considérant deux valeurs différentes de la perte de charge P_0 correspondant au débit maximum :

$$0,52 \text{ m} \quad 0,78 \text{ m}$$

Le tableau suivant, complété par les valeurs déjà obtenues en négligeant la perte de charge, donne les résultats obtenus :

P_0 m	t_1 s	Ω_1 m ³	ξ_M m
0	12,62	444	315
0,52	12,44	436,2	311
0,78	12,43	432,37	308,6

On voit que la perte de charge ne réduit la surpression que dans une proportion infime.

CANAL DE FUITE COMPORTANT UN CLAPET FERMETURE INSTANTANÉE

(ÉTUDE TENANT COMPTE DES PERTES DE CHARGE)

L'équation des forces vives s'écrit maintenant :

$$\frac{L}{g} \frac{dW}{dt} + y_0 + b^2 W^2 = 0$$

Cette équation est rigoureusement identique, sous réserve de la substitution de y_0 à $y_0 + y_a$, à l'équation que nous venons de résoudre dans l'étude de la formation de la cavité, en l'absence de tout dispositif d'aération.

Il en résulte que la poche d'air formée dans le canal atteint son volume maximum Ω_1 , à un instant t_1 , donnés par les expressions suivantes :

$$t_1 = \frac{L}{g C b} \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \left(\frac{b}{C} W_0 \right)$$

$$\Omega_1 = \frac{f L}{2 g b^2} \operatorname{Log} \left[1 + \frac{b^2}{C^2} W_0^2 \right]$$

C ayant maintenant la valeur : $C^2 = y_0$.

La cavité commence alors à se refermer, W devenant négatif, et l'on a :

$$\frac{L}{g} \frac{dW}{dt} + y_0 - y - b^2 W^2 = 0.$$

avec :

$$(y + y_a) \Omega = y_a \Omega_1$$

ou :

$$y = y_a \left(\frac{\Omega_1}{\Omega} - 1 \right)$$

et :

$$\frac{d\Omega}{dt} = f W$$

On en tire :

$$\frac{L f}{g} \frac{dW}{dt} = \frac{L f}{g} W \frac{dW}{d\Omega} = -y_0 + y + b^2 W^2$$

$$= -y_0 + y_a \left(\frac{\Omega_1}{\Omega} - 1 \right) + b^2 W^2$$

Soit :

$$\frac{L f}{g} W \frac{dW}{d\Omega} = -(y_0 + y_a) + y_a \frac{\Omega_1}{\Omega} + b^2 W^2$$

$$\frac{L f}{2 g} \frac{d(W^2)}{d\Omega} = -(y_0 + y_a) + y_a \frac{\Omega_1}{\Omega} + b^2 W^2$$

FIG. 15

FIG. 16

Le tableau ci-dessous permet de comparer les résultats obtenus à celui qu'avait donné l'étude

P_0 m	t_1 s	Ω_1 m ³	Ω_2 m ³	$y_2 = y_0 + \xi_M$ (avec : $y_0 = 5 \text{ m}$)
0	38,4	1.332	551	14,18
0,52	36,7	1.264	533	13,71
3,90	31,1	983	432	12,76

faite au chapitre précédent en l'absence des pertes de charge. Nous reportons les valeurs de t_1 , Ω_1 , ainsi que celles du volume Ω_2 minimum de la poche d'air, en fin de compression, et celles de la pression maximum $y_2 = y_0 + \xi$ correspondante.

On voit que la perte de charge réduit la surpression, dans une proportion d'ailleurs très faible; en effet, cette réduction n'est guère que de l'ordre de 11 % dans le cas de la perte de charge de 3,90 m, qui correspond à une valeur nettement exagérée par rapport aux chiffres usuels.

CANAL DE FUITE COMPORTANT UN PUIT D'AÉRATION FERMETURE INSTANTANÉE

(ÉTUDE TENANT COMPTE DES PERTES DE CHARGE)

L'équation des forces vives est identique à celle qui correspond au cas du clapet, pendant toute la durée de la formation de la poche d'air :

$$\frac{L}{g} \frac{dW}{dt} + y_0 + b^2 W^2 = 0$$

On a donc, avec $y_0 = C^2$:

$$t_1 = \frac{L}{g C b} \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \left(\frac{b}{C} W_0 \right)$$

$$\Omega_1 = \frac{f L}{2 g b^2} \operatorname{Log} \left[1 + \frac{b^2}{C^2} W_0^2 \right]$$

Ces valeurs sont d'ailleurs identiques à celles que l'on obtenait, en l'absence de tout dispositif d'aération, C^2 étant égal maintenant à y_0 au lieu de $y_0 + y_a$, valeur qu'il possédait dans ce cas.

La cavité se referme également suivant une loi identique à celle qui a été obtenue dans le cas de la cavitation, sous la même réserve de prendre $y_0 = C^2$. On obtient donc finalement :

$$W_2 = \frac{W_0}{\sqrt{1 + \frac{P_0}{y_0}}}$$

$$t_2 - t_1 = \frac{L}{2 g C b} \operatorname{Log} \frac{C - b W_2}{C + b W_2}$$

$$y_M = y_0 + \xi_M = y_0 + h + \frac{Q_2^2}{2 g m^2 S^2}$$

$$\xi_M = h + \frac{f^2 W_2^2}{2 g m^2 S^2}$$

A partir de l'instant t_2 où le déversement commence avec un débit $Q_2 = f W_2$, l'équation des forces vives s'écrit :

$$\frac{L}{g} \frac{dW}{dt} - h - b^2 W^2 - \frac{Q_2^2}{2 g m^2 S^2} = 0$$

ou :

$$\frac{L}{g} \frac{dW}{dt} = h + \left[b^2 + \frac{f^2}{2 g m^2 S^2} \right] W^2 = 0$$

On en déduit :

$$dt = \frac{L}{g} \frac{dW}{h + \left[b^2 + \frac{f^2}{2 g m^2 S^2} \right] W^2}$$

d'où :

$$t - t' =$$

$$\frac{L}{g h} \sqrt{b^2 + \frac{f^2}{2 g m^2 S^2}} \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{b^2 + \frac{f^2}{2 g m^2 S^2}}{h}} \times W$$

t' étant une constante d'intégration.

Ceci peut s'écrire, en posant :

$$K = \sqrt{\frac{h}{b^2 + \frac{f^2}{2 g m^2 S^2}}}$$

$$W = K \operatorname{tg} \left[(t - t') \frac{g h}{L K} \right]$$

A l'instant : $t_0 = t_1 + t_2$, la vitesse est W_2 , d'où :

$$t' = \frac{L K}{g h} \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{W_2}{K} + t_0$$

On peut donc écrire :

$$W = K \operatorname{tg} \left[(t - t_0) \frac{g h}{L K} - \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{W_2}{K} \right]$$

Le débit déversé à l'instant t sera :

$$q = |f W| = \left| f K \operatorname{tg} \left[(t - t_0) \frac{g h}{L K} - \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{W_2}{K} \right] \right|$$

On peut calculer le volume total déversé :

$$\Omega' = \int_{t_0}^{t_0 + t_3} |q| dt$$

en appelant : $t_1 + t_2 + t_3$ l'instant où le déversement s'arrête.

Il vient :

$$\Omega' = |f K \int_{t_0}^{t_0 + t_3} \operatorname{tg} \left[(t - t_0) \frac{g h}{L K} - \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{W_2}{K} \right] dt|$$

ou :

$$\Omega' = \frac{f L K^2}{g h} \left| \operatorname{Log} \left\{ \cos \left[(t - t_0) \frac{g h}{L K} - \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{W_2}{K} \right] \right\} \right|_{t_0}^{t_0 + t_3}$$

t_3 s'obtient en écrivant qu'à l'instant $t_0 + t_3$ le débit déversé q devient nul :

$$(t_0 + t_3 - t_0) \frac{g h}{L K} = \text{Arc tg } \frac{W_2}{K}$$

d'où :

$$t_3 = \frac{L K}{g h} \text{Arc tg } \frac{W_2}{K}$$

On a donc :

$$\Omega' = - \frac{f L K^2}{g h} \text{Log} \left[\cos \left(\text{Arc tg } \frac{W_2}{K} \right) \right]$$

$$- \frac{f L K^2}{g h} \text{Log} \left[\frac{K}{\sqrt{W_2^2 + K^2}} \right] = \frac{f L K^2}{2 g h} \text{Log} \left[1 + \frac{W_2^2}{K^2} \right]$$

Il vient alors, en remplaçant K par sa valeur :

$$\Omega' = \frac{f L \text{Log} \left[1 + \left(b^2 + \frac{f^2}{2 g m^2 S^2} \right) \frac{W_2^2}{h} \right]}{2 g \left(b^2 + \frac{f^2}{2 g m^2 S^2} \right)}$$

avec :

$$b^2 = \frac{P_0}{W_0^2}$$

et :

$$W_2^2 = \frac{W_0^2}{1 + \frac{P_0}{y_0}}$$

Nous avons appliqué ces formules à l'exemple du chapitre précédent en considérant deux valeurs différentes de la perte de charge :

0,52 m et 0,78 m

Le tableau suivant donne les valeurs de la surpression ξ_M en fonction de $m S$ et de h , d'après la perte de charge : pour chaque système de valeurs de $m S$ et h , le tableau indique les trois valeurs de la surpression correspondant respectivement, de haut en bas, aux trois valeurs 0 m — 0,52 m — 0,78 m de P_0 .

$m S$ m^2	$h = 0$ ξ_M m	$h = 1$ m ξ_M m	$h = 3$ m ξ_M m	$h = 5$ m ξ_M m
2	62,4 56,6 54	63,4 57,6 55	65,4 59,6 57	67,4 61,6 59
4	15,6 14,15 13,5	16,6 15,15 14,5	18,6 17,15 16,5	20,6 19,15 18,5
6	6,95 6,28 6	7,95 7,28 7	9,95 9,28 9	11,95 11,28 11
8	3,91 3,507 3,38	4,91 4,507 4,38	6,91 6,507 6,38	8,91 8,507 8,38

On voit que la perte de charge réduit légèrement la surpression.

Le tableau suivant donne les valeurs du volume déversé Ω en fonction de $m S$ et de h d'après la perte de charge : pour chaque système de valeurs de $m S$ et de h , le tableau indique les trois valeurs du volume déversé correspondant respectivement, de haut en bas, aux trois valeurs : 0 m — 0,52 m — 0,78 m.

$m S$ m^2	$h = 1$ m $\Omega' m^3$	$h = 3$ m $\Omega' m^3$	$h = 5$ m $\Omega' m^3$
2	440 427,5 425	326 315 314	276 265 264
4	1.190 1.127 1.116,5	778 727 721	602 561 557,7
6	1.970 1.820 1.784,7	1.145 1.049 1.034	832 760,5 752
8	2.700 2.423 2.297	1.450 1.279 1.232	989 888 862

On voit que la perte de charge ne réduit le volume déversé que dans des proportions assez faibles.

INFLUENCE DE LA DURÉE DE FERMETURE DES TURBINES CANAL DE FUITE NE POSSÉDANT PAS DE DISPOSITIF D'AÉRATION

(MISE EN COMPTE DE LA PERTE DE CHARGE)

Nous supposons que l'arrêt du débit, au lieu d'être instantané, s'effectue linéairement en une durée τ : nous allons étudier l'influence de ce facteur, tout d'abord dans le cas où il n'existe aucun dispositif d'aération, ensuite dans le cas du clapet et dans celui du puits d'aération.

Dans les trois cas, nous ferons les mêmes hypothèses que dans le chapitre précédent, lorsque nous étudions le même problème, sans tenir compte de la perte de charge. Autrement dit, nous admettrons, en première approximation, que le volume de la cavité ou de la bulle d'air, dans le cas de l'aération, ne diffère de celui que l'on obtient dans l'hypothèse de la fermeture instantanée que du volume total d'eau provenant des turbines pendant la durée τ , soit $Q_0 \tau/2$.

L'instant t_1 , où le volume de la cavité est maximum, est toujours donné par :

$$t_1 = \frac{L}{g C b} \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \left[\frac{b}{C} W_0 \right]$$

comme dans le cas de la fermeture instantanée.

Le volume maximum de la cavité est toutefois réduit de $Q_0 \tau/2$ par rapport à celui que l'on obtenait dans ce cas et il a donc pour valeur :

$$\Omega_1 = \frac{f L}{2 g b^2} \operatorname{Log} \left[1 + \frac{b^2}{C^2} W_0^2 \right] - \frac{Q_0 \tau}{2}$$

La vitesse avec laquelle la cavité se referme est toujours :

$$W = \frac{C}{b} \frac{1 - e^{-\frac{2 g C b}{L} (t - t_1)}}{1 + e^{-\frac{2 g C b}{L} (t - t_1)}}$$

Au moment où la fermeture est complète, elle prend la valeur W_2 :

$$W_2 = \frac{C}{b} \sqrt{\frac{e^{\frac{2 g b^2 \Omega_1}{L f}} - 1}{e^{\frac{2 g b^2 \Omega_1}{L f}}}}$$

à condition de prendre pour Ω_1 la nouvelle valeur obtenue, tenant compte de la durée de fermeture.

On a donc :

$$\frac{2 g b^2 \Omega_1}{L f} = \operatorname{Log} \left[1 + \frac{b^2}{C^2} W_0^2 \right] - \frac{g b^2 Q_0 \tau}{L f}$$

ou :

$$e^{\frac{2 g b^2 \Omega_1}{L f}} = e^{\operatorname{Log} [1 + (b^2/C^2) W_0^2]} \times e^{-\frac{g b^2 Q_0 \tau}{L f}}$$

$$= \left[1 + \frac{b^2}{C^2} W_0^2 \right] \times e^{-\frac{g b^2 Q_0 \tau}{L f}}$$

d'où :

$$W_2 = \frac{C}{b} \sqrt{\frac{\left[1 + \frac{b^2}{C^2} W_0^2 \right] e^{-\frac{g b^2 Q_0 \tau}{L f}} - 1}{\left[1 + \frac{b^2}{C^2} W_0^2 \right] e^{-\frac{g b^2 Q_0 \tau}{L f}}}}$$

ou :

$$W_2 = \frac{C}{b} \sqrt{\frac{1 + \frac{b^2}{C^2} W_0^2 - e^{-\frac{g b^2 Q_0 \tau}{L f}}}{1 + \frac{b^2}{C^2} W_0^2}}$$

mais :

$$b^2 = \frac{P_0}{W_0^2} \quad C^2 = y_0 + y_a$$

$$\frac{C}{b} = W_0 \sqrt{\frac{y_0 + y_a}{P_0}} \quad b^2 W_0^2 = P_0$$

$$\frac{b^2 W_0^2}{C^2} = \frac{P_0}{y_0 + y_a} \quad \frac{g b^2 Q_0 \tau}{L f} = \frac{g b^2 \tau W_0}{L} = \frac{g P_0 \tau}{L W_0}$$

$$W_2 = W_0 \sqrt{\frac{\frac{y_0 + y_a}{P_0} \left(1 + \frac{P_0}{y_0 + y_a} - e^{-\frac{g P_0 \tau}{L W_0}} \right)}{1 + \frac{P_0}{y_0 + y_a}}}$$

$$= W_0 \sqrt{\frac{\frac{y_0 + y_a}{P_0} (y_0 + y_a) \left(1 - e^{-\frac{g P_0 \tau}{L W_0}} \right) + P_0}{y_0 + y_a + P_0}}$$

On en déduit la surpression dans le canal :

$$\xi_M = \frac{a W_2}{g}$$

$$= \frac{a W_0}{g} \sqrt{\frac{\frac{y_0 + y_a}{P_0} (y_0 + y_a) \left(1 - e^{-\frac{g P_0 \tau}{L W_0}} \right) + P_0}{y_0 + y_a + P_0}}$$

INFLUENCE DE LA DURÉE DE FERMETURE DES TURBINES CANAL DE FUITE MUNI D'UN CLAPET

(MISE EN COMPTE DE LA PERTE DE CHARGE)

Ce calcul est rigoureusement identique à celui qui correspond au cas de la fermeture instantanée, sous réserve de tenir compte du fait que le volume maximum de la poche d'air n'est plus Ω_1 , mais :

$$\Omega_1 = \frac{Q_0 \tau}{2}$$

C'est à partir de cette valeur initiale de Ω_1 que doit être effectuée la construction graphique précédemment exposée, à propos de la fermeture instantanée.

INFLUENCE DE LA DURÉE DE FERMETURE DES TURBINES CANAL DE FUITE AVEC Puits D'AÉRATION

(MISE EN COMPTE DE LA PERTE DE CHARGE)

En se limitant, comme nous l'avons déjà indiqué, aux valeurs de τ relativement faibles qui correspondent aux données pratiques, on a, avec $y_0 = C^2$:

$$t_1 = \frac{L}{g C b} \text{Arc tg} \left[\frac{b}{C} W_0 \right]$$

$$\Omega_1 = \frac{f L}{2 g b^2} \text{Log} \left[1 + \frac{b^2}{C^2} W_0^2 \right] - \frac{Q_0 \tau}{2}$$

La vitesse avec laquelle la cavité se referme est :

$$W = \frac{C}{b} \frac{1 - e^{-\frac{2 g C b}{L} (t - t_1)}}{1 + e^{-\frac{2 g C b}{L} (t - t_1)}}$$

et l'on a, au moment du début du déversement :

$$W_2 = \frac{C}{b} \sqrt{\frac{e^{\frac{2 g b^2 \Omega_1}{L f}} - 1}{e^{\frac{2 g b^2 \Omega_1}{L f}}}}$$

à condition de prendre pour Ω_1 la valeur correspondant au cas actuel; or, on a :

$$\frac{2 g b^2 \Omega_1}{L f} = \text{Log} \left[1 + \frac{b^2}{C^2} W_0^2 \right] - \frac{g b^2 Q_0 \tau}{L f}$$

$$e^{\frac{2 g b^2 \Omega_1}{L f}} = \left[1 + \frac{b^2}{C^2} W_0^2 \right] \times e^{-\frac{g b^2 Q_0 \tau}{L f}}$$

d'où :

$$W_2 = \frac{C}{b} \sqrt{\frac{1 + \frac{b^2}{C^2} W_0^2 - e^{-\frac{g b^2 Q_0 \tau}{L f}}}{1 + \frac{b^2}{C^2} W_0^2}}$$

mais :

$$b^2 W_0^2 = P_0 \quad C^2 = y_0 \quad \frac{C}{b} = W_0 \sqrt{\frac{y_0}{P_0}}$$

$$\frac{b^2 W_0^2}{C^2} = \frac{P_0}{y_0} \quad \frac{g b^2 W_0 \tau}{L} = \frac{g b^2 W_0^2 \tau}{L W_0} = \frac{g P_0 \tau}{L W_0}$$

$$W_2 = W_0 \sqrt{\frac{1 + \frac{P_0}{y_0} - e^{-\frac{g P_0 \tau}{L W_0}}}{1 + \frac{P_0}{y_0}}}$$

Le débit de retour traverse alors la cheminée avec une valeur initiale $f |W_2|$ et crée une contre-pression maximum; la formule générale :

$$y = y_0 + h + \frac{Q^2}{2 g m^2 S^2}$$

donne, pour la pression maximum alors réalisée, la valeur :

$$y_2 = y_0 + h + \frac{f^2 |W_2|^2}{2 g m^2 S^2}$$

$$= y_0 + h + \frac{f^2 W_0^2}{2 g m^2 S^2} \frac{y_0}{P_0} \cdot \frac{y_0 \left(1 - e^{-\frac{g P_0 \tau}{L W_0}} \right) + P_0}{y_0 + P_0}$$

$$= y_0 + h + \frac{Q_0^2}{2 g m^2 S^2} \frac{y_0}{P_0} \frac{y_0 \left(1 - e^{-\frac{g P_0 \tau}{L W_0}} \right) + P_0}{y_0 + P_0}$$

Postérieurement à l'instant $t_0 = t_1 + t_2$, où commence le déversement, l'équation différentielle des forces vives s'écrit exactement de la même façon que dans le cas de la fermeture instantanée, et l'on aboutit aux mêmes relations :

$$W = K \operatorname{tg} \left[(t - t') \frac{g h}{L K} \right]$$

$$t - t' = \frac{L K}{g h} \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{W}{K}$$

en posant :

$$K = \sqrt{\frac{h}{b^2 + \frac{f^2}{2 g m^2 S^2}}}$$

et en appelant : t' une constante d'intégration, égale, puisque $W = -W_2$ à l'instant t_0 , à :

$$t' = \frac{L K}{g h} \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{W_2}{K} + t_0$$

donc :

$$W = K \operatorname{tg} \left[(t - t_0) \frac{g h}{L K} - \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{W_2}{K} \right]$$

On aboutit à la même expression du volume total déversé entre t_0 et $t_0 + t_3$, instant où finit le déversement :

$$\Omega' = \frac{f L K^2}{g h} \left\{ \operatorname{Log} \left\{ \cos (t - t_0) \frac{g h}{L K} - \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{W_2}{K} \right\} \right\} \Big|_{t_0}^{t_0 + t_3}$$

avec :

$$t_3 = \frac{L K}{g h} \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{W_2}{K}$$

et donc :

$$\begin{aligned} \Omega' &= \frac{f L K^2}{2 g h} \operatorname{Log} \left[1 + \frac{W_2^2}{K^2} \right] \\ &= \frac{f L}{2 g \left(b^2 + \frac{f^2}{2 g m^2 S^2} \right)} \operatorname{Log} \left[1 + \left(b^2 + \frac{f^2}{2 g m^2 S^2} \right) \frac{W_2^2}{h} \right] \end{aligned}$$

CHAPITRE III

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

DU FONCTIONNEMENT EN CHARGE DES CANAUX DE FUITE EN L'ABSENCE DE CHEMINÉES D'ÉQUILIBRE

INTRODUCTION

Dans les deux chapitres précédents, nous avons exposé l'étude théorique du fonctionnement en charge des canaux de fuite en l'absence de cheminée d'équilibre, tout d'abord en négligeant les pertes de charge, puis en tenant compte de celles-ci.

Nous allons exposer maintenant les résultats de l'étude expérimentale, étude que nous avons faite en collaboration avec M. Michel DE REYNAL.

Nous avons étudié, d'une part, l'arrêt instantané du débit des turbines, d'autre part, la disparition progressive de celui-ci suivant une loi linéaire.

Ces études ont été faites dans trois hypothèses :

- Canal de fuite sans aucun dispositif d'aération.
- Canal muni d'un clapet (dispositif de M. CAQUOT).
- Canal muni d'un puits d'aération.

Dans nos expériences, nous nous sommes limités au cas des fermetures instantanées avec un système dont les pertes de charge n'étaient pas négligeables, en nous plaçant successivement dans les trois hypothèses ci-dessus rappelées.

CAS DU CANAL DE FUITE SANS AUCUN DISPOSITIF D'AÉRATION

Le modèle étudié dont les dimensions sont indiquées sur le schéma de la figure 17 a et dont la photographie de la figure 17 b donne l'aspect général, est constitué, essentiellement, par une conduite horizontale, en tôle de 2 mm d'épaisseur, d'une longueur de 25 m et d'un diamètre

FIG. 17 a

FIG. 17 b

de 0,20 m : elle est formée de 4 tronçons, assemblés les uns aux autres par brides, avec interposition de joints en caoutchouc.

Cette conduite est alimentée, à son extrémité amont, par un bassin, avec lequel elle communique par l'intermédiaire d'une vanne à guillotine dont la fermeture est normalement réalisée en

une durée voisine du centième de seconde grâce à la chute d'un poids tombant de 3 m de hauteur (fig. 18).

A l'aval, la conduite débouche dans un bassin dans lequel le niveau est maintenu pratiquement constant par un déversoir à grande longueur de seuil (fig. 19) : ce niveau est à une cote supérieure de 0,217 m à l'axe de la conduite.

Le débit correspondant au régime permanent initial est mesuré à l'aide d'un déversoir de BAZIN placé en série avec l'installation.

Les pressions instantanées sont enregistrées par un manomètre comprenant une membrane métallique mince dont les déformations sont détectées par deux extensomètres à fil résistant : le matériel d'amplification et d'enregistrement utilisé est du type NOB-Télec.

La mesure de la perte de charge, en régime permanent, a montré que celle-ci varie, en pre-

mière approximation, suivant une loi pratiquement quadratique, sa valeur étant de 0,038 m pour un débit de 14,2 l/s.

Par ailleurs, la vitesse de propagation des ondes a été déterminée par la méthode classique de la dépression brusque due à M. CAMICHEL.

On a trouvé ainsi $a = 780$ m/s, valeur relative-

FIG. 18

FIG. 19

FIG. 20

TABLEAU I

Q_0 l/s	ξ_M m expérimental	ξ_M m théorique	$(t_1 + t_2)$ s expérimental	$(t_1 + t_2)$ s théorique
11,4	26,5	28,8	0,185	0,178
11,4	27,3	28,8	0,181	0,178
12,1	29,3	30,6	0,183	0,190
14,7	35,6	37,2	0,237	0,234
14,7	36,4	37,2	0,230	0,234
16,4	40,6	41,4	0,257	0,262
16,4	39,3	41,4	0,254	0,262
18,5	46	46,8	0,290	0,296
18,5	48	46,8	0,287	0,296
20,6	51,5	52,2	0,321	0,327
20,6	51,5	52,2	0,310	0,327
20,6	52,5	52,2	0,317	0,327
20,6	51	52,2	0,321	0,327

FIG. 21

vement faible qui s'explique par la présence des joints déformables en caoutchouc.

Naturellement, chaque mesure était précédée d'une purge très soignée de l'air que pouvait renfermer la conduite.

Treize mesures ont été faites, portant sur des valeurs du débit comprises entre 11,4 l/s et 20,6 l/s. La figure 20 donne, à titre d'exemple, un certain nombre d'enregistrements effectués par le manomètre.

Les résultats sont fournis par le tableau I qui donne les valeurs théoriques et les valeurs expérimentales de la durée $t_1 + t_2$ d'existence de la cavité, d'une part, et de la surpression maximum ξ_M , d'autre part.

Une comparaison plus rapide entre théorie et expérience peut être faite par l'examen des courbes de la figure 21 donnant $t_1 + t_2$ et de la figure 22 relative à ξ_M . Ces courbes mettent en évidence une concordance excellente, eu égard aux hypothèses faites pour le calcul.

Il convient de remarquer que l'influence de la perte de charge est pratiquement nulle, dans ces expériences : le terme destiné à en tenir compte :

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{P_0}{\gamma_0 + \gamma_a}}}$$

est égal à l'unité, à moins de 0,5 %.

FIG. 22

CAS DU CANAL DE FUITE MUNI D'UN CLAPET

(DISPOSITIF DE M. CAQUOT)

Les expériences sont faites sur le modèle qui vient d'être décrit après avoir muni l'extrémité amont de celui-ci d'un puits d'aération qui peut être fermé par un robinet à boisseau.

Le robinet est normalement ouvert, dans le régime permanent initial et pendant la période d'aspiration d'air consécutive à la fermeture de la vanne : on observe facilement l'instant précis où s'arrête l'aspiration, le volume de la poche d'air passant par son maximum, et l'on ferme alors le robinet, de telle façon que celui-ci joue dans l'expérience le rôle d'un clapet sensible à tout écart de la pression autour de la pression atmosphérique.

Comme nous l'avons indiqué dans le chapitre précédent, le calcul du temps, t_2 , ne peut pas se faire par voie analytique et la méthode graphique serait très longue.

Aussi, avons-nous fait porter seulement sur la surpression maximum ξ_M la comparaison entre théorie et expérience basée sur les neuf mesures effectuées, le débit variant de 11 l/s à 17,8 l/s.

FIG. 23

La figure 23 donne, à titre d'exemple, un certain nombre d'enregistrements effectués par le manomètre.

Le tableau II et la courbe de la figure 24 montrent les résultats obtenus par le calcul et par l'expérience.

On observe la bonne concordance obtenue.

TABLEAU II

Q_0 l/s	ξ_M m expérimental	ξ_M m théorique
11	0,219	0,227
11	0,198	0,227
11	0,198	0,227
12,8	0,198	0,229
12,8	0,214	0,229
14,8	0,240	0,231
15,65	0,214	0,231
16,7	0,231	0,2305
16,8	0,218	0,2302
16,8	0,242	0,2302
17,3	0,214	0,229
17,7	0,228	0,229
17,8	0,238	0,2285
17,8	0,230	0,2285

FIG. 24

CAS DU CANAL DE FUITE MUNI D'UN PUIT D'AÉRATION

Le puits d'aération, visible sur la figure 25, correspond aux valeurs :

$$h = 0,118 \text{ m} \quad \text{et} \quad mS = 0,00257 \text{ m}^2$$

Cette valeur de m a été déterminée en fermant la vanne amont de la conduite et en ali-

mentant celle-ci par l'aval avec une pression suffisante pour que l'eau puisse s'écouler par l'extrémité supérieure du puits d'aération : eu égard au fait que $S = 0,003125$, la valeur de m correspondante est de 0,825.

Indépendamment des mesures de temps et de surpression analogues à celles des cas précédents, nous avons mesuré également le volume total Ω' provenant du déversement par le puits d'aération.

La figure 26 donne quelques exemples d'enregistrement obtenus avec le manomètre.

Le tableau III donne les valeurs théoriques et

expérimentales de la durée $t_1 + t_2$ et de la surpression maximum ξ_M .

Le tableau III' est relatif au volume déversant Ω' .

Les figures 27, 28, 29, donnent, en fonction du débit initial Q_0 , les valeurs théoriques et expérimentales de la durée $t_1 + t_2$ de la surpression ξ_M , et du volume déversant Ω' .

La coïncidence entre théorie et expérience est

FIG. 25

FIG. 26

TABEAU III

Q_0 l/s	ξ_M m expérimental	ξ_M m théorique	$(t_1 + t_2)$ s expérimental	$(t_1 + t_2)$ s théorique
6,1	0,363	0,397	6,1	6,8
7,9	0,633	0,576	7,6	8,6
10,4	0,753	0,884	9,4	11,2
11,9	1,073	1,094	10,1	12,8
11,9	0,943	1,094	10	12,8
11,9	0,913	1,094	10,1	12,8
14,2	1,343	1,442	11,2	15,1
14,2	1,233	1,442	11,2	15,1
15,4	1,293	1,608	11,75	16,4
15,4	1,613	1,608	11,9	16,4
17,4	1,453	1,973	12,76	16,4
17,4	1,573	1,973	12,8	16,4

TABLEAU III'

Q_0 l/s	Ω' l expérimental	Ω' l théorique
10,8	10	10,4
12,3	11,4	11,6
13,5	11,9	12,5
14,6	13	13,25
15,6	13,05	13,9
16,3	13,5	14,3
17,1	13,7	14,8
18,2	14	15,4

FIG. 29

FIG. 27

FIG. 28

FIG. 30

moins bonne pour les durées que pour les surpressions et les débits déversants.

Les écarts s'accroissent d'ailleurs, même pour ces deux derniers éléments, dans le cas des forts débits pour lesquels, il est vrai, une petite aspi-

ration d'air a pu, dans certains cas, se produire par la cheminée, dans le régime permanent initial.

La figure 30 montre le jaillissement de l'eau par la cheminée au début du déversement.

EXPÉRIENCES DE VISUALISATION

Nous avons voulu observer directement la formation de la cavité liquide consécutive à la fermeture de la vanne.

Dans ce but, nous avons réalisé un modèle de dimensions plus réduites que le précédent :

FIG. 31

les figures 31 et 32 donnent les dimensions de ce modèle et la photographie de l'extrémité amont; celle-ci est constituée par un tube de verre, d'un diamètre intérieur de 46 mm, placé dans une cuve à eau à parois vitrées verticales dans le but d'éviter la déformation des images due à la courbure du tube.

1. — VISUALISATION DES CAVITATIONS.

Dans le cas de la cavitation, en l'absence de tout dispositif d'aération, des photographies ont été prises au 1/1.000^e de seconde : un film a été obtenu avec un cinéma M.G.D. à la cadence de 1.700 vues par seconde. Les planches des figures 33 et 34 montrent divers aspects du phénomène enregistrés par la caméra : chaque tour de l'aiguille de l'horloge correspond à une durée de 1/10^e de seconde.

Le film nous a permis de déceler la formation et la disparition de plusieurs cavitations successives avant que le phénomène soit amorti, alors que l'observation directe ne permettait pas de scinder le phénomène d'ensemble, trop rapide, en ses diverses phases.

De façon plus précise, et grâce à l'enregistrement par l'intermédiaire des photographies de l'horloge, on obtient les valeurs suivantes pour les instants d'apparition et de disparition de cavitations successives :

Apparition de la 1^{re} cavitation $T = 0,0000$ s
Disparition de la 1^{re} cavitation $T = 0,1765$ s

Apparition de la 2^e cavitation $T = 0,1824$ s
Disparition de la 2^e cavitation $T = 0,2878$ s

Apparition de la 3^e cavitation $T = 0,2976$ s
Disparition de la 3^e cavitation $T = 0,3528$ s

Apparition de la 4^e cavitation $T = 0,363$ s
Disparition de la 4^e cavitation $T = 0,393$ s

Apparition de la 5^e cavitation $T = 0,405$ s
Disparition de la 5^e cavitation $T = 0,431$ s

L'amortissement, qui rend déjà imprécises les déterminations relatives à la cinquième cavitation, ne nous a pas permis de pousser plus loin, de façon utile, l'analyse du film.

La figure 33 a montre l'apparition de la première cavitation : il est rappelé que les trois vues successives correspondent à un décalage dans le

FIG. 32

a

b

c

d

e

f

g

h

i

FIG. 33

a

b

c

FIG. 34

a

e

b

f

c

g

d

h

FIG. 35

FIG. 36

temps de $1/1.700$ s : on observe la croissance rapide de la cavitation.

Les figures 33 b, 33 c, 33 d, 33 e, 33 f permettent de suivre les étapes du développement de la cavité qui atteint sensiblement son maximum sur la figure 33 f.

Le phénomène de réduction de la cavité correspond aux photographies des figures successives 33 g, 33 h, 33 i. On remarque, sur la figure 33 i, que les bulles constituant les cavités élémentaires disparaissent brusquement dans toute la masse.

Sur la figure 34 a, on voit apparaître brusquement la deuxième cavitation dont le maximum, correspondant sensiblement à la figure 34 b, est moins accentué que celui de la première. La figure 34 c enregistre la disparition de cette deuxième cavitation.

Les phénomènes se présentent de façon analogue pour les cavitations suivantes, de plus en plus brèves, réduites et diffuses.

Ajoutons que les mesures ainsi effectuées sur le film sont en bonne concordance avec les prévisions théoriques.

2. — VISUALISATION DANS LE CAS DE L'AÉRATION.

L'extrémité amont du canal est munie d'un tube d'aération à sa partie supérieure.

Le phénomène a été photographié, d'une part, et filmé, d'autre part, au moyen d'une caméra ordinaire, à la cadence normale.

Les huit photographies de la figure 35 montrent la formation, le développement, la rétrac-

tation et enfin la disparition de la poche d'air, dans le cas d'un débit relativement faible. On observe que la poche d'air se localise à la voûte du canal dont la section reste en majeure partie occupée par l'eau.

Au contraire, dans le cas d'une grande vitesse initiale, la colonne liquide est entièrement chassée et une longueur plus ou moins importante du canal est occupée entièrement par l'air, conformément aux hypothèses sur lesquelles se basent les calculs théoriques. On voit, sur la fi-

gure 36, les étapes du phénomène correspondant au retour de l'eau revenant vers l'extrémité amont de la conduite : l'onde à front de plus en plus raide, qui remonte ainsi vers l'amont, visible sur les figures 36 *a* à 36 *b*, donne naissance à un jet, jaillissant de la partie supérieure de la cheminée, jet visible sur les figures 36 *f* et 36 *g*, cependant qu'une petite poche résiduelle d'air, d'importance variable suivant les expériences, se forme momentanément pour se résorber ensuite lentement.