

# Amortissement de la rotation et pertes de charge des écoulements giratoires dans les canalisations cylindriques de section circulaire

## Damping out the rotation and head losses of giratory flows in straight pipelines of circular section

PAR A. FORTIER

PROFESSEUR A LA SORBONNE

*Les résultats des expériences de M. Ozgur sur la répartition de l'inclinaison des vitesses dans un mouvement giratoire, que résume M. Fortier, permettent d'établir, sous certaines hypothèses simplificatrices et à partir du théorème des moments cinétiques, une formule générale montrant que l'angle d'inclinaison de la vitesse décroît exponentiellement en fonction du coefficient de perte de charge de l'écoulement axial et de la longueur de la canalisation comptée en diamètres de la conduite à partir de la section perturbée.*

*D'autre part, en appliquant le théorème des quantités de mouvement sous les mêmes hypothèses que ci-dessus, l'auteur définit un coefficient de perte de charge en mouvement giratoire  $\lambda'$ , fonction de  $\lambda$  coefficient homologue en écoulement axial et de l'angle d'inclinaison des vitesses.*

*The results of experiments by Mr. Ozgur on the distribution of velocity inclination in a giratory movement are summarised by Mr. Fortier; after a number of simplifying hypotheses are made these results enable a general formula to be established, from the theorem of angular momentum, showing that the angle of inclination of the velocity decreases exponentially as a function of the head loss coefficient for axial flow and of the length of pipeline, expressed in diameters, from the disturbed section.*

*Then by applying the continuity equation with the same simplifying assumptions as above, the author defines a coefficient of head loss  $\lambda'$  in giratory motion as a function of  $\lambda$  the coefficient for axial flow, and of the angle of inclination of the velocities.*

L'amortissement de la rotation et les pertes de charge des écoulements giratoires ont été peu étudiés jusqu'ici. Ces problèmes ont pourtant une grande importance pratique car les écoulements giratoires s'observent couramment soit à l'aval des machines hydrauliques ou pneumatiques rotatives, soit à l'aval de certaines singularités.

Les résultats des expériences de M. OZGUR, que je vais résumer, permettent d'établir des formules générales à partir desquelles on peut calculer la longueur de canalisation nécessaire pour amortir une rotation donnée et l'accroissement de perte de charge dû à cette rotation.

L'installation utilisée par M. OZGUR comprenait : une canalisation cylindrique de section circulaire constituée par 20 tronçons de tuyau en tôle de 40 cm de diamètre et de 2 m de longueur assemblés par des brides et un ventilateur hélicoïde à pales orientables qui refoulait l'air dans la canalisation.

Pour modifier la rotation à l'aval du ventilateur, c'est-à-dire à l'entrée de la canalisation, on pouvait agir soit sur l'orientation des pales du ventilateur, soit sur le braquage des pales d'un inclineur placé à l'amont de la roue du ventilateur.

Il était possible ainsi de modifier non seule-

ment l'inclinaison de la vitesse en un point par rapport à l'axe de la canalisation, mais aussi la répartition de cette inclinaison le long d'un rayon.

Pour une rotation et un débit donnés on mesurait, dans une série de sections également réparties tout le long de la canalisation et en 20 points de chaque section, l'inclinaison  $\theta$  de la vitesse par rapport à l'axe, la pression totale et la pression statique.

L'inclinaison de la vitesse et la pression totale étaient mesurées à l'aide d'une sonde d'un type classique comprenant trois petits tubes de prise de pression disposés comme l'indique la figure 1.

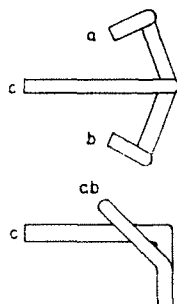


Fig. 1

Les deux prises *a* et *b*, reliées à un manomètre différentiel, permettent de déterminer l'inclinaison de la vitesse et la prise *c* la pression totale.

La pression statique était mesurée séparément à l'aide d'un petit Pitot statique orienté d'après les indications de la sonde de direction. La différence entre la pression totale et la pression statique donne la pression dynamique en chaque point et par conséquent la vitesse *V*, l'inclinaison  $\theta$  permet ensuite de calculer la composante axiale de la vitesse  $V_x = V \cos \theta$  et la composante tangentielle  $V_T = V \sin \theta$ .

Enfin une intégration graphique dans chaque section donne la pression totale moyenne dans la section définie par l'égalité :

$$P_t = \frac{1}{Q} \iint_S \left( p + \rho \frac{V^2}{2} \right) V_x d\sigma$$

*Q* désignant le débit,  $\rho$  la masse spécifique de l'air, *p* la pression statique, *V* la vitesse et  $V_x$  la composante axiale de la vitesse au centre de l'élément de surface *dσ* de la section de surface *S*.

PROPRIÉTÉS FONDAMENTALES  
DES ÉCOULEMENTS GIRATOIRES  
DANS LES CANALISATIONS CYLINDRIQUES  
DE SECTION CIRCULAIRE

L'examen des résultats du dépouillement de plusieurs milliers de mesures effectuées en fai-

sant varier le débit et la rotation à l'entrée de la canalisation, conduit à l'énoncé des propriétés fondamentales suivantes valables pour des nombres de REYNOLDS supérieurs à 500.000 :

1° Au-delà d'une section située à environ 5 diamètres à l'aval du ventilateur, la structure de l'écoulement giratoire ne dépend plus des conditions amont;

2° A partir de cette section, la vitesse moyenne en un point *M* à la distance *r* de l'axe est dans le plan tangent au cylindre de rayon *r*, et la loi de variation de  $V_T/V_x$  en fonction de  $r/r_0$  ( $r_0$  désignant le rayon de la canalisation) ne dépend plus que d'un seul paramètre, l'angle  $\theta$  de la direction de la vitesse avec l'axe en un point *M*, choisi arbitrairement comme point de référence;

3° L'évolution de la loi de variation de  $V_T/V_x$  en fonction de  $r/r_0$ , lorsque  $\theta$  varie, peut être schématisée de la façon suivante :

Le point de référence *M*, étant pris près de la paroi (en dehors du film laminaire), on désigne par  $\theta_0$  la valeur de  $\theta$  en *M* :

a) Pour des valeurs de  $\theta_0$  inférieures à 10°, la loi de variation de  $V_T$  en fonction de *r* est de la forme  $V_T/r = C^{te}$  depuis l'axe jusqu'au voisinage de la paroi; on peut donc considérer que le fluide tourne en bloc dans toute la canalisation;

b) Pour des valeurs de  $\theta_0$  supérieures à 25°, la loi de variation de  $V_T$  en fonction de *r* est de la forme  $V_T/r = C^{te}$  de  $(r/r_0) = 0$  à  $(r/r_0) = 0,15$ ; de  $(r/r_0) = 0,15$  à  $(r/r_0) = 0,4$ ,  $V_T$  passe par un maximum; puis, de  $(r/r_0) = 0,4$  à  $(r/r_0) = 1$ ,  $V_T$  varie suivant la loi  $V_T \times r = C^{te}$ .

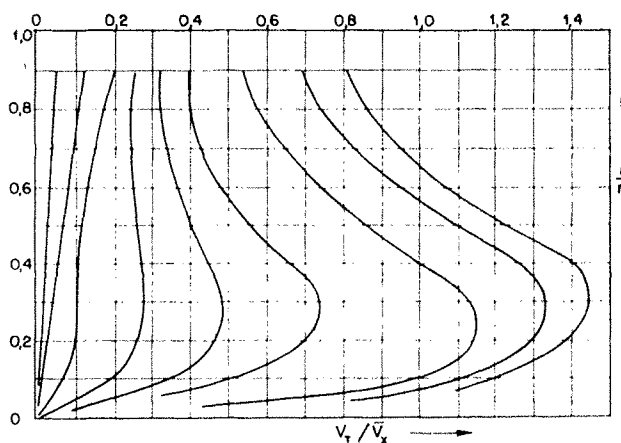


Fig. 2

On peut donc admettre que le fluide continue à tourner en bloc dans la partie centrale de la canalisation mais que l'écoulement est du type vortex près de la paroi;

c) Pour les valeurs de  $\theta_0$  comprises entre  $10^\circ$  et  $25^\circ$ , l'écoulement évolue progressivement du type *a)* au type *b)*.

Les courbes de la figure 2 résument les résultats.

#### AMORTISSEMENT DE LA ROTATION

A partir des propriétés fondamentales que nous venons d'énoncer, il est possible d'établir une formule permettant de calculer les variations de  $\theta_0$  en fonction de  $x$  (abscisse d'une section).

Soient  $\tau_{X_0}$  et  $\tau_{T_0}$  les composantes de la force de frottement  $\tau_0$  par unité de surface sur la paroi ( $\tau_{X_0}$  et  $\tau_{T_0}$  sont les projections de  $\tau_0$  sur la direction de l'axe et sur une perpendiculaire à l'axe dans le plan tangent à la paroi). L'application du théorème des moments cinétiques conduit à la formule :

$$\tau_{T_0} = - \frac{\rho}{r_0^2} \frac{d}{dx} \int_0^{r_0} r^2 V_X V_T dr \quad (1)$$

Si on admet, ce qui est très voisin de la réalité, que la composante  $V_x$  est indépendante de  $r$  et par conséquent de  $x$  (d'après l'équation de continuité), l'équation (1) s'écrit :

$$\tau_{T_0} = - \frac{\rho V_X}{r_0^2} \frac{d}{dx} \int_0^{r_0} r^2 V_T dr \quad (2)$$

Or, pour les angles  $\theta_0$  supérieurs à  $25^\circ$ , on peut admettre que  $(V_T/r) = C^{te}$  de  $r=0$  à  $r=r_1$  et  $V_T \times r = C^{te}$  de  $r_1$  à  $r_0$ . En posant  $m = (r_1/r_0)$ , on trouve alors :

$$\tau_{T_0} = - \frac{\rho V_X^2}{2} r_0 \frac{d(V_T/V_X)}{dx} \left[ 1 - (m^2/2) \right] \quad (3)$$

Mais  $(V_{T_0}/V_X) = \text{tg } \theta_0$  et  $m^2/2$  varie peu avec  $x$  et est négligeable devant 1, nous obtenons finalement :

$$\tau_{T_0} = - \frac{\rho V_X^2}{2} r_0 \frac{d \text{tg } \theta_0}{dx} \quad (4)$$

Admettons que  $\tau_0$  ait la direction de la vitesse  $V$  au voisinage de la paroi et posons  $\tau_0 = C_f \rho (V^2/2)$ ,  $C_f$  désignant un coefficient de frottement, la formule (4) devient :

$$C_f \rho \frac{V^2}{2} \sin \theta_0 = \frac{\rho V_X^2}{2} r_0 \frac{d \text{tg } \theta_0}{dx}$$

Or :

$$V^2 = V_X^2 + V_{T_0}^2$$

nous obtenons finalement :

$$C_f \frac{\sin \theta_0}{\cos^2 \theta_0} = r_0 \frac{d \text{tg } \theta_0}{dx}$$

Ce qui peut s'écrire, en faisant intervenir l'abscisse sans dimension  $x' = (x/D)$  ( $D = 2r_0$ ) :

$$2 C_f \frac{\text{tg } \theta_0}{\cos \theta_0} = \frac{d \text{tg } \theta_0}{dx'} \quad (5)$$

Pour les angles  $\theta_0$  inférieurs à  $10^\circ$ , il suffit, dans les formules précédentes, de faire  $m = 1$ , ce qui donne :

$$4 C_f \frac{\text{tg } \theta_0}{\cos \theta_0} = \frac{d \text{tg } \theta_0}{dx'} \quad (6)$$

Lorsque  $\theta_0$  est petit,  $\cos \theta_0$  est très voisin de 1 et on peut poser  $4 C_f = \lambda$ ,  $\lambda$  désignant le coefficient de perte de charge de l'écoulement axial. On a alors :

$$\lambda \text{tg } \theta_0 = \frac{d \text{tg } \theta_0}{dx'} \quad (7)$$

D'après les formules (5), (6) et (7), nous voyons qu'on peut poser, quel que soit  $\theta_0$  :

$$k \cdot \lambda \cdot \text{tg } \theta_0 = \frac{d \text{tg } \theta_0}{dx'} \quad (8)$$

$k$  étant un nombre fonction de  $\text{tg } \theta_0$  et  $\lambda$  le coefficient de perte de charge de l'écoulement axial de même débit.

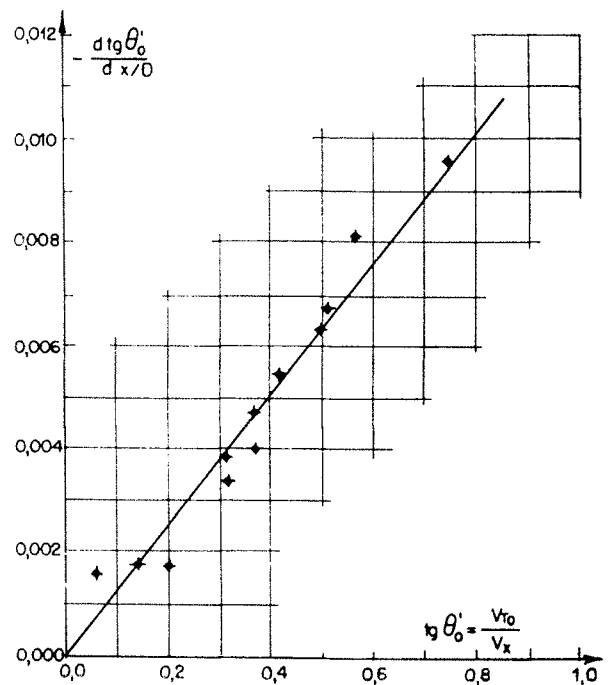


FIG. 3

La formule (8) suggère de représenter les résultats expérimentaux en portant en abscisse  $\text{tg } \theta_0$  et en ordonnée  $-(d \text{tg } \theta_0)/dx'$ . Les points expérimentaux se groupent autour d'une droite (fig. 3) de pente 0,0128. Or, le coefficient de perte de charge  $\lambda$  de l'écoulement axial mesuré directement pour le même nombre de REYNOLDS est  $\lambda = 0,0130$  et la formule de BLASIUS donne  $\lambda = 0,0117$ . La formule (7) paraît donc être vérifiée quel que soit  $\theta_0$  et le facteur  $k$  de la formule (8) doit rester voisin de 1.

Si on pose  $z = \text{tg } \theta_0$ , l'intégration de la formule (7) donne :

$$z = z_0 e^{-\lambda x'}$$

Le rapport  $V_{T_0}/V_x$  décroît donc exponentiellement en fonction de  $x'$ , et pour réduire  $\text{tg } \theta_0$  dans le rapport de 2,7 à 1, il faut une longueur de canalisation égale à  $(1/\lambda) D$ , soit pour  $\lambda = 0,0128$ , environ 80 diamètres.

PERTES DE CHARGE DES ÉCOULEMENTS GIRATOIRES

Les propriétés fondamentales des écoulements giratoires dans les canalisations cylindriques de section circulaire permettent aussi d'établir une formule de perte de charge.

La pression totale dans une section est :

$$P_t = \frac{1}{Q} \int_0^{r_0} 2 \pi \left( p + \varphi \frac{V^2}{2} \right) V_x r . dr$$

or :

$$V^2 = V_T^2 + V_x^2$$

d'où :

$$P_t = \frac{1}{Q} \int_0^{r_0} 2 \pi \left( p + \varphi \frac{V_T^2}{2} + \varphi \frac{V_x^2}{2} \right) V_x r . dr$$

La perte de charge par unité de longueur au voisinage de la section d'abscisse  $x$  est donc :

$$\frac{d P_t}{dx} = \frac{d}{dx} \frac{1}{Q} \int_0^{r_0} 2 \pi \left( p + \varphi \frac{V_T^2}{2} + \varphi \frac{V_x^2}{2} \right) V_x r . dr$$

En admettant, comme nous l'avons fait pour le calcul de l'amortissement, que  $V_x$  ne dépend pas de  $r$  et par suite ne dépend pas non plus de  $x$ , nous pouvons écrire :

$$\frac{d P_t}{dx} = \frac{d}{dx} \int_0^{r_0} \frac{2 p r dr}{r_0^2} + \frac{d}{dx} \int_0^{r_0} \varphi \frac{V_T^2 r . dr}{r_0^2}$$

Or, si  $V_x$  ne dépend ni de  $r$  ni de  $x$ , l'application du théorème des quantités de mouvement en projection sur l'axe des  $x$  nous donne :

$$\tau_{x_0} = - \frac{1}{r_0} \int_0^{r_0} \frac{\partial p}{\partial x} r . dr$$

et par suite :

$$\begin{aligned} \frac{d P_t}{dx} &= - \frac{2 \tau_{x_0}}{r_0} + \frac{d}{dx} \int_0^{r_0} \varphi \frac{V_T^2 r . dr}{r_0^2} \\ \frac{d P_t}{dx} &= - 2 \frac{\tau_{x_0}}{r_0} + \frac{d}{dx} \int_0^1 \varphi V_T^2 r' . dr' \end{aligned} \tag{9}$$

en posant  $r' = (r/r_0)$ .

Pour les angles  $\theta_0$  supérieurs à 25°, on peut admettre que :

$$V_T = \frac{V_{T_0}}{m^2} r' \text{ pour } 0 < r' < m \text{ et}$$

$$V_T = \frac{V_{T_0}}{r'} \text{ pour } m < r' < 1$$

La formule (9) peut donc s'écrire :

$$\frac{d P_t}{dx} = - \frac{2 \tau_{x_0}}{r_0} + \frac{d}{dx} \varphi V_{T_0}^2 \left( \frac{1}{4} + \text{Log } \frac{1}{m} \right)$$

c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} \frac{d P_t}{dx} &= - \frac{2 \tau_{x_0}}{r_0} + \varphi V_x^2 \frac{d \text{tg}^2 \theta_0 \left[ (1/4) + \text{Log } (1/m) \right]}{dx} \\ \frac{d P_t}{dx} &= - \frac{2 \tau_{x_0}}{r_0} + \varphi V_x^2 \left( \frac{1}{4} + \text{Log } \frac{1}{m} \right) \frac{d \text{tg}^2 \theta_0}{dx} \\ &\quad + \varphi V_x^2 \text{tg}^2 \theta_0 \frac{d \left[ (1/4) + \text{Log } (1/m) \right]}{dx} \end{aligned}$$

Or, d'après la formule d'amortissement :

$$\begin{aligned} \frac{d \text{tg}^2 \theta_0}{dx} &= 2 \text{tg } \theta_0 \frac{d \text{tg } \theta_0}{dx} = \frac{\text{tg } \theta_0}{r_0} \frac{d \text{tg } \theta_0}{dx'} \\ &= \frac{\lambda \text{tg}^2 \theta_0}{r_0} \end{aligned}$$

d'autre part :

$$\tau_{x_0} = \tau_0 \cos \theta_0 = C_f \varphi \frac{V^2}{2} \cos \theta_0 = C_f \varphi \frac{V_x^2}{2} \frac{1}{\cos \theta_0}$$

La formule (9) devient finalement :

$$\frac{d P_t}{dx} = - \frac{4 C_f}{\cos \theta_0} \cdot \frac{1}{D} \varphi \frac{V_x^2}{2}$$

$$+ \varphi \frac{V_x^2}{r_0} \text{tg}^2 \theta_0 \left[ \lambda \left( \frac{1}{4} + \text{Log } \frac{1}{m} \right) + \frac{1}{2m} \frac{dm}{dx'} \right]$$

en posant  $D = 2 r_0$ ,  $x' = (x/D)$ .

Introduisons un coefficient de perte de charge  $\lambda'$  tel que :

$$\frac{dP_t}{dx} = -\lambda' \frac{1}{D} \cdot \frac{V_x^2}{2}$$

l'expression de  $\lambda'$  est la suivante :

$$\lambda' = \frac{\lambda}{\cos \theta_0} + 4 \operatorname{tg}^2 \theta_0 \left[ \lambda \left( \frac{1}{4} + \operatorname{Log} \frac{1}{m} \right) + \frac{1}{2m} \frac{dm}{dx'} \right] \quad (10)$$

Pour  $\theta_0 < 10^\circ$ , il faut prendre  $m = 1$  dans la formule précédente; nous trouvons :

$$\lambda' = \lambda \left( \frac{1}{\cos \theta_0} + \operatorname{tg}^2 \theta_0 \right) \quad (11)$$

ce qui peut s'écrire, pour les petites valeurs de  $\theta_0$ :

$$\lambda' = \lambda \left( 1 + \frac{3 \theta_0^2}{2} \right)$$

Les formules (10) et (11) suggèrent de représenter les résultats expérimentaux en portant en ordonnée  $\lambda'$  et en abscisse  $\operatorname{tg} \theta_0$ . On obtient la courbe de la figure 4 qui peut être représentée

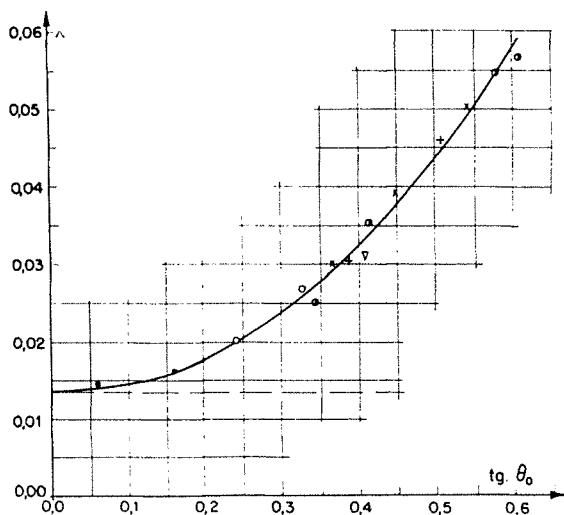


FIG. 4

par une équation de la forme :

$$\lambda' = \lambda \left( \frac{1}{\cos \theta_0} + 8,8 \operatorname{tg}^2 \theta_0 \right)$$

Cette formule est bien identique à la formule (10) si on néglige le terme  $1/2 m \frac{dm}{dx'}$ , et si l'on prend  $m = (1/7)$ .

## CONCLUSION

Dans les calculs précédents, nous avons supposé que la répartition des vitesses axiales était uniforme.

En réalité, la vitesse axiale est nulle sur la paroi, elle croît très vite dans le film laminaire puis reste sensiblement constante dans la plus grande partie de la section; elle décroît enfin près de l'axe et pour les fortes rotations elle peut même s'annuler et changer de signe sur l'axe.

Cette variation de la vitesse axiale ne modifie pratiquement pas les résultats des calculs précédents car dans ces calculs on intègre de 0 à  $r_0$  des quantités de la forme  $Ar dr$ ; or, dans ces intégrations, la contribution des régions voisines de l'axe est très petite et peut être négligé.

Par ailleurs, aux grands nombres de REYNOLDS, l'épaisseur du film laminaire est très petite devant le rayon et la contribution dans l'intégrale  $\int_0^{r_0} Ar dr$  de la couronne annulaire dont l'épaisseur est égale à l'épaisseur du film laminaire, peut aussi être négligée.

L'existence d'un courant de retour près de l'axe pour les fortes rotations doit entraîner l'existence de composantes radiales de la vitesse. Mais ces composantes sont toujours très petites devant les composantes axiales et tangentielles de telle sorte que les termes supplémentaires qu'il faut ajouter dans les équations générales, pour tenir compte des composantes radiales de la vitesse, sont négligeables devant les termes que nous avons conservés.

Il faudrait examiner enfin l'influence du nombre de REYNOLDS. Dans les expériences de M. OZGUR, le nombre de REYNOLDS  $\mathcal{R} = (V_x D/\nu)$  a varié entre 500.000 et 600.000. Cet intervalle de variation n'est donc pas suffisamment étendu pour permettre en toute rigueur de préciser cette influence. Mais il est probable que la forme des courbes représentant les variations de  $V_T/V_x$  en fonction de  $r/r_0$  ne doit plus se modifier lorsque le nombre de REYNOLDS dépasse 500.000. S'il en est ainsi, seul le coefficient de frottement  $C_f$  peut être fonction du nombre de REYNOLDS. Or, nous avons montré que la valeur expérimentale trouvée par le coefficient  $C_f$  (ou pour le coefficient  $\lambda = 4 C_f$ ) est très voisine de la valeur calculée par les formules usuelles applicables aux écoulements purement axiaux; les formules que nous avons établies pour le calcul de l'amortissement et du coefficient de perte de charge des écoulements giratoires doivent donc être applicables à tout le domaine des grands nombres de REYNOLDS à condition de prendre comme valeur de  $\lambda$  la valeur calculée pour l'écoulement axial de même nombre de REYNOLDS que l'écoulement giratoire donné.

## DISCUSSION

M. le Président BARRILLON remercie M. FORTIER et ses collaborateurs.

M. HUPNER remarque que l'une des conclusions pratiques de l'exposé de M. FORTIER est que l'on doit éviter les mouvements de rotation dans une conduite cylindrique longue, car ces mouvements causent une perte de charge notablement accrue par rapport à celle des écoulements axiaux.

M. FORTIER confirme la remarque de M. HUPNER et, répondant à diverses questions de celui-ci, précise que les résultats exposés, qu'il a obtenus expérimentalement avec de l'air, sont rigoureusement applicables aux écoulements liquides. Il rappelle que des rotations se produisent toujours à l'aval des machines hydrauliques ou pneumatiques axiales (pompe à hélice ou ventilateur hélicoïde) sans distributeur et à la sortie des singularités (coude, par exemple). La valeur et les conditions d'amortissement des pertes de charge dans ces écoulements étaient jusqu'à présent inconnues.

M. HUPNER ajoute que la question de la perte de charge ne doit pas se poser pratiquement dans le transport d'un fluide à grande distance, par exemple du gaz, puisque la rotation est réduite à peu près au tiers de sa valeur initiale après un parcours de 80 diamètres.

Cet avis est confirmé par M. FORTIER.

Par contre, comme le remarque M. HUPNER, il serait très intéressant de voir s'il n'y a pas de rotation dans les divergents et notamment entre la sortie d'une turbine et le bief aval, zone dans laquelle quelques décimètres de perte de charge se traduisent par une baisse sensible du rendement en basse chute.

M. FORTIER fait savoir qu'il étudie actuellement cette question de la perte de charge dans les diffuseurs de turbine : les expériences sont très délicates par suite de l'instabilité des écoulements dans les diffuseurs et de la difficulté que l'on éprouve à y mesurer les directions de vitesse et les pressions ponctuelles par sondages locaux en vue du calcul des pressions totales moyennes.

M. HUPNER signale encore un cas de transport de fluide à courte distance où les pertes de charge peuvent être assez fortes : les transports de vapeur entre les générateurs de vapeur et les groupes turbo-alternateurs dans les centrales thermiques.

M. FORTIER répond que des rotations importantes (30° ou 40°) ne peuvent se produire dans ces transports que s'ils comportent des organes rotatifs du type axial véhiculant le fluide ; les coudes ne créent que des rotations assez faibles (généralement inférieures à une dizaine de degrés).

M. HUPNER remercie vivement M. FORTIER.

M. REMENIERAS remarque que l'exposé de M. FORTIER montre l'erreur faite par les Ingénieurs qui, suivant les anciens traités, utilisaient pour réduire les pertes de charge des tuyaux rayés, comme des canons pour les pipe-lines à pétrole. On peut penser, il est vrai, qu'ils ajoutaient systématiquement ou non au pétrole de l'eau qui, par centrifugation formait une pellicule à la paroi. Ceci conduit à l'étude de la perte de charge dans un écoulement comportant deux couches de fluides diffé-

rentes superposées. Dans le cas d'un écoulement à surface libre on constate une majoration de la perte de charge par rapport à un écoulement à fluide unique. Il serait intéressant de reprendre le problème dans le cas des écoulements en charge avec rotation.

Très intéressé par le travail de M. FORTIER, M. BERGERON estime, toutefois, que le coefficient de perte de charge  $\lambda'$  qui tient compte également de la perte dans le plan perpendiculaire à l'écoulement, perte qui correspond au freinage de l'énergie de rotation, ne permet pas de mettre en évidence l'influence de la rotation sur la perte de charge longitudinale qui, à son avis, est seule intéressante dans la pratique.

M. FORTIER répond que son calcul est basé sur une définition claire de la perte de charge à partir du théorème de Bernoulli généralisé et qu'il ne fait intervenir que des quantités mesurables expérimentalement. Si, au contraire, on essaye de distinguer par un raisonnement purement énergétique les énergies de différentes natures, on risque d'aboutir à une confusion surtout lorsqu'on raisonne sur des écoulements turbulents.

M. BERGERON suit parfaitement ce raisonnement, toutefois il pense que l'énergie de rotation de forme  $V_r^2$  doit être de toute manière considérée comme perdue, dès qu'elle a été créée, puisque irrécupérable, tout au moins dans la limite où il n'y a pas d'aubes fixes pour redresser la vitesse de rotation ou de divergent pour en réduire la valeur, ce qui est par exemple le cas lorsque la rotation est due à la présence de coudes à l'amont de l'écoulement.

Il serait dès lors intéressant de savoir si la rotation introduit au total une perte supérieure à celle obtenue en faisant la somme de l'énergie de rotation et de la perte par frottement d'un écoulement axial.

M. FORTIER confirme que le coefficient  $\lambda'$  est formé d'un premier terme qui est en réalité, pratiquement, le coefficient  $\lambda$ , correspondant à la perte d'énergie due à l'écoulement axial, et d'un deuxième terme correspondant à la rotation.

M. LABAYE remarque que, dans l'exemple donné par M. FORTIER, le coefficient  $\lambda'$  est au départ égal à 3 fois le coefficient  $\lambda$  pour une énergie totale supérieure de 50 % à l'énergie moyenne. Ceci pourrait indiquer, compte tenu de la décroissance de  $\lambda'$  avec  $x$ , qu'on peut perdre la quasi-totalité de l'énergie de rotation.

M. FORTIER dit que cette perte supplémentaire s'explique par l'augmentation des frottements sur la paroi, due au fait que la vitesse vraie qui produit ces frottements est plus grande dans le cas de l'écoulement de rotation que pour un écoulement axial.

En réponse à une observation de M. le Président sur la difficulté de déterminer la direction des vitesses en passant par un maximum, M. FORTIER indique que les prises de pression spéciales qu'il a utilisées permettent de déterminer la direction des vitesses avec une sensibilité de l'ordre du quart de degré. La seule difficulté vient de la turbulence de l'écoulement qui produit une oscillation des niveaux manométriques.

(Applaudissements.)