

Houle dans un canal présentant un passage en charge

Wave action in a flume containing a submerged culvert

PAR ENZO-OSCAR MACAGNO

PROFESSEUR D'HYDRAULIQUE A LA FACULTÉ DES INGÉNIEURS
DE L'UNIVERSITÉ DE CUYO (SAN JUAN --- ARGENTINE)

L'installation expérimentale : batteur, convergent, canal d'étude (14 m × 0,30 m), filtres, amortisseurs, appareils de mesure. — Un obstacle immergé crée un passage en charge. — Les phénomènes : clapotis partiel à l'amont; houle amortie à l'aval; mouvement oscillatoire en masse dans le passage en charge. — Tentative de calcul théorique de l'amortissement de la houle transmise et de la houle réfléchie par rapport à la houle incidente; déphasages; perte d'énergie. — Résultats expérimentaux; discussion.

Experimental installation; wave machine, convergent, test canal (14 m × 0.30 m), filters, dampers, measuring instruments. An immersed obstacle created a submerged culvert. The phenomena: partial clapotis to the upstream; damped wave to the downstream; general oscillation movement in the submerged culvert. Attempt at theoretical calculation of damping of the transmitted and reflected waves in relation to the incidental wave; difference in phases; loss of energy. Experimental results; discussion.

AVANT-PROPOS

Ces recherches ont été entreprises à la faveur d'un séjour à Grenoble comme boursier du Gouvernement français. J'exprime ici ma vive reconnaissance à M. le Ministre des Affaires Etrangères et aux Représentants diplomatiques de la France en Argentine.

Je dois aussi exprimer ma gratitude à M. KRAVTCHEKOV, Professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble, dont les encouragements m'ont été si précieux et à qui je suis redevable d'indications et d'enseignements très utiles, et à M. SANTON, Professeur et Directeur du Laboratoire d'Hydraulique et d'Aérodynamique de l'Université de Grenoble, pour sa bienveillance et l'aide qu'il m'a prêtée en toute occasion.

La partie expérimentale des recherches a été effectuée au Laboratoire Dauphinois d'Hydraulique. Je remercie la Direction des Etablissements Neyrpic de la cordiale hospitalité qui m'a été offerte et des facilités qui m'ont été accordées. Je dois en particulier remercier M. P. DANIEL, qui m'a suggéré le sujet de la présente étude, et M. F. BRÉSEL, dont l'aide m'a été en tous points si précieuse. Mais ma gratitude va aussi aux membres du Laboratoire auprès desquels j'ai trouvé toujours la meilleure bonne volonté.

Je veux aussi exprimer ma gratitude à Mme MACAGNO qui, proche ou lointaine, a trouvé toujours la façon de me donner son appui et son encouragement.

CHAPITRE I

INTRODUCTION

Presque tous les canaux et les réseaux de canaux sont soumis à des régimes variables soit en permanence, soit transitoirement. Dans les réseaux d'irrigation, on doit faire varier les débits pour faire une distribution de l'eau adaptée aux besoins des usagers, qui varient avec la qualité du terrain, les cultures, les saisons. Les canaux des centrales hydroélectriques ont un régime imposé par la puissance que doit fournir la centrale, qui est, en général, variable avec le temps. Les réseaux des canaux de drainage ont un régime essentiellement variable. Les niveaux dans les canaux de navigation sont soumis à des variations par les bateaux et les éclusées. Il y a des canaux qui sont soumis aux niveaux variables de la marée et de la houle. Le vent peut produire dans les canaux, dans certaines conditions, une houle dont l'amplitude et les effets ne sont pas négligeables.

D'autre part, l'interposition d'une conduite ou d'une galerie en charge entre deux biefs de canal, est fréquente.

Le passage en charge, avec régime variable, pose donc un problème pratique, que l'on a choisi comme sujet d'étude. Parmi les différents types de mouvements variables on a choisi la houle.

Le problème est donc le suivant : la houle dans un canal de fond horizontal séparé en deux parties par un passage en charge.

La réalisation du phénomène a été accomplie sur un canal à houle du Laboratoire Dauphinois d'Hydraulique. Dans une extrémité on a un batteur qui produit la houle et dans l'autre une

plage absorbante pour créer la condition de longueur indéfinie sur ce côté. Dans la partie centrale du canal, on place un obstacle dont l'enfoncement est variable et qui donne lieu au passage en charge (fig. 1, 2, 3).

Il s'agit d'étudier la réflexion de la houle sur l'obstacle et dans le bief qu'on appellera d'amont, et la transmission de la houle dans le bief qu'on désignera d'aval.

Les paramètres dont on étudiera l'influence seront la longueur et l'enfoncement de l'obstacle d'une part; la période et l'amplitude de la houle, d'autre part.

La seule étude expérimentale de notre connaissance, présentant une analogie étroite avec la nôtre, est due à M. SKLÉNARD : *Amortissement de la houle sous une vanne plate* (Rapport 2.375, non publié — Laboratoire Dauphinois d'Hydraulique). Cette étude consistait à mesurer l'amplitude de la houle pure, sous la vanne, puis l'amplitude de la houle transmise à l'aval de la vanne, pour différents enfoncements de celle-ci.

Une étude analogue a été faite aussi par M. CHAPUS, avec une plaque mince, au Laboratoire Dauphinois d'Hydraulique.

Une étude théorique a été publiée par M. URSELL : *The effect of a vertical barrier on waves in deep water* (Admiralty Research Laboratory, Taddington, Middlesex, 1945), qui donne le coefficient de transmission et le coefficient de réflexion. Dans cette étude la profondeur d'eau est supposée infinie, et l'obstacle plan, d'épaisseur nulle.

CHAPITRE II

INSTALLATION ET APPAREILS DE MESURE

I. — Canal à houle

L'étude expérimentale a été réalisée dans un canal à houle du Laboratoire Dauphinois d'Hydraulique. Ce canal a été mis au point pour des études de la physique de la houle. Une description complète de l'installation a déjà été présentée par M. A. WALLET (*la Houille Blanche*, n° 6, 1952, p. 843).

Avec cette installation on a pu obtenir une houle particulièrement pure et constante, comme le montrent les enregistrements photographi-

ques faits au Laboratoire. Parmi les études réalisées sur cette installation nous pouvons citer : l'étude des profils de la houle, des trajectoires internes de la houle et du clapotis, des courants internes de la houle, de la célérité de la houle.

L'installation comprend successivement (fig. 1) :

a) PARTIE LARGE.

Elle est constituée par trois éléments métalliques de section rectangulaire de 75 cm de lar-

FIG. 1.
Schéma de l'installation d'essai.

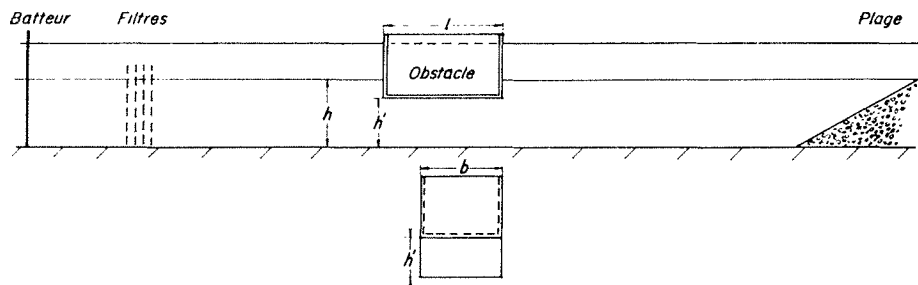
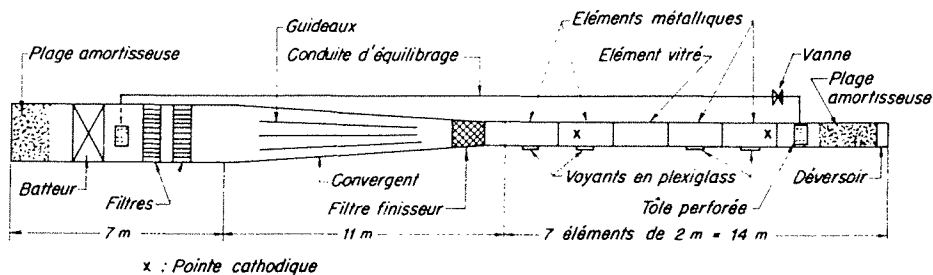


FIG. 2.
Disposition de l'obstacle.

geur et d'une longueur totale de 7 m. Dans cette partie se trouve le batteur qui produit la houle.

b) CONVERGENT.

Il fait le raccordement de la partie large avec le canal de section rectangulaire large de 30 cm. La convergence est faible pour éviter les perturbations qui auraient lieu avec une variation rapide de largeur, comme les balancements transversaux et les réflexions. La variation de la largeur de 45 cm se fait sur une longueur de 11 m, et cela au moyen d'un arc de parabole, un segment de droite et un arc de cubique ayant courbure nulle au point de raccordement.

Le rôle du convergent est de renforcer sans perturbations l'amplitude de la houle produite par le batteur. La convergence a été prévue de manière à compenser la perte d'énergie dans les filtres, ainsi que l'amortissement propre.

c) CANAL D'ÉTUDE.

Il comporte sept éléments métalliques de 2 m de longueur. L'élément central a ses parois vitrées en vue des observations visuelles et de la photographie. Les autres éléments portent dans la partie centrale des hublots en plexiglass.

d) CONDUITE D'ÉQUILIBRAGE.

Cette conduite était destinée à établir l'équilibrage dans les cas d'ouvrages franchissables par la houle qui peuvent créer une accumulation d'eau; on l'a maintenue fermée pendant notre étude.

f) BATTEUR A HOULE.

Le batteur est du type à volet plan oscillant, mais il possède, par rapport aux batteurs classi-

ques, l'avantage du réglage en hauteur de l'axe virtuel de rotation. La figure 4 montre le schéma de fonctionnement du batteur. La manivelle OM est entraînée par un moteur électrique

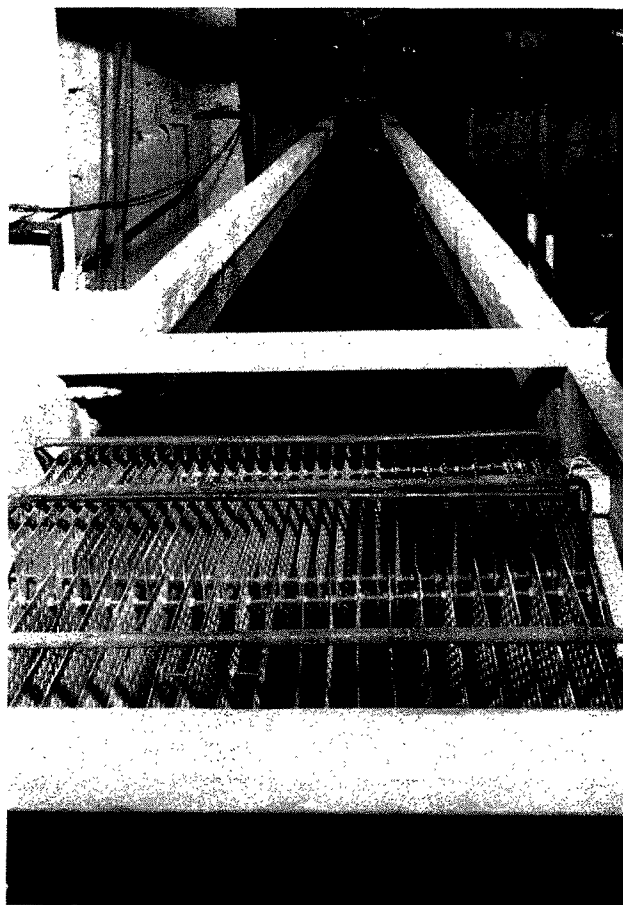


FIG. 3. — Le convergent et les tôles perforées.

par l'intermédiaire d'un variateur de vitesses, et elle entraîne à son tour la bielle ME. L'axe A est fixe, tandis que l'axe D est réglable et peut occuper diverses positions D_1, D_2, D_3, \dots . B et C sont de simples charnières. FG représente le volet.

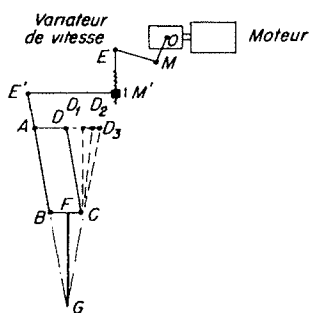


FIG. 4.
Schéma de fonctionnement du batteur.

Le centre instantané de rotation du volet est alors fonction de la position de l'axe D. S'il se trouve dans la position D, le volet subit un mouvement de translation, qui convient à la pro-

duction des houles de grande longueur d'onde par rapport à la profondeur d'eau. Une position du centre de rotation qui se rapproche du fond du canal convient pour les houles courtes.

La période se règle par le variateur de vitesses. L'amplitude est réglable à distance. Pour obtenir cela, on a disposé deux bielles successives ME et ME' entre lesquelles est interposé un levier intermédiaire, qui est attaqué par la première bielle en un point variable grâce à un coulisseau mû par un moteur électrique. En faisant tourner ce moteur dans le sens voulu, l'amplitude du mouvement peut être réglée à distance (fig. 5, 6).

a) AMORTISSEURS. -- GUIDEAUX. -- FILTRES.

À l'amont du batteur est aménagée une plage en enrochements destinée à absorber la houle secondaire émise à l'opposé de la houle principale. La houle émise par le batteur passe à travers un groupe de filtres du type à tôles perforées (fig. 3). Elle est guidée, dans le convergent, par une série de guideaux métalliques longitudinaux, qui empêchent les balancements

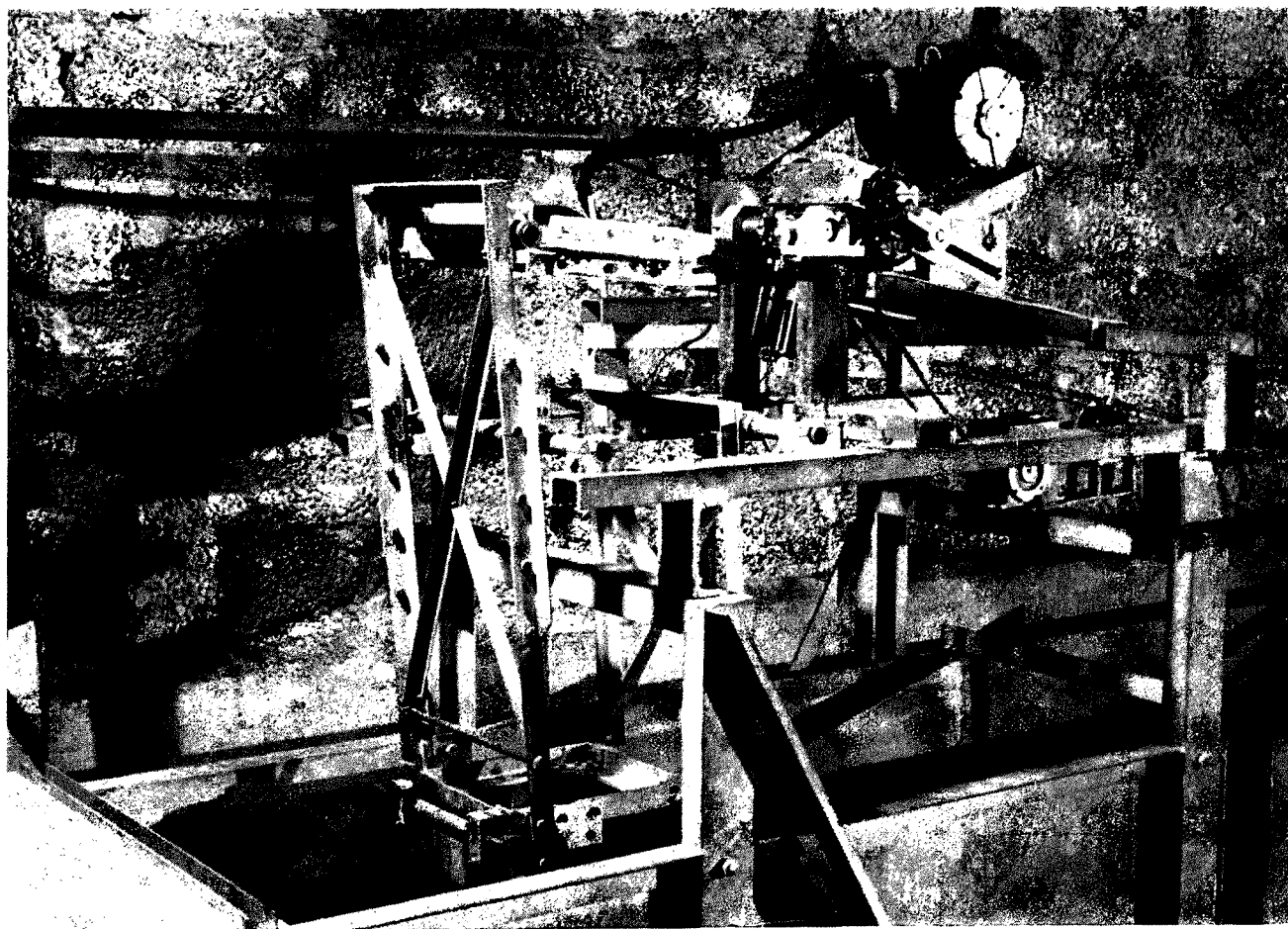


FIG. 5. - Mécanisme de commande du batteur.

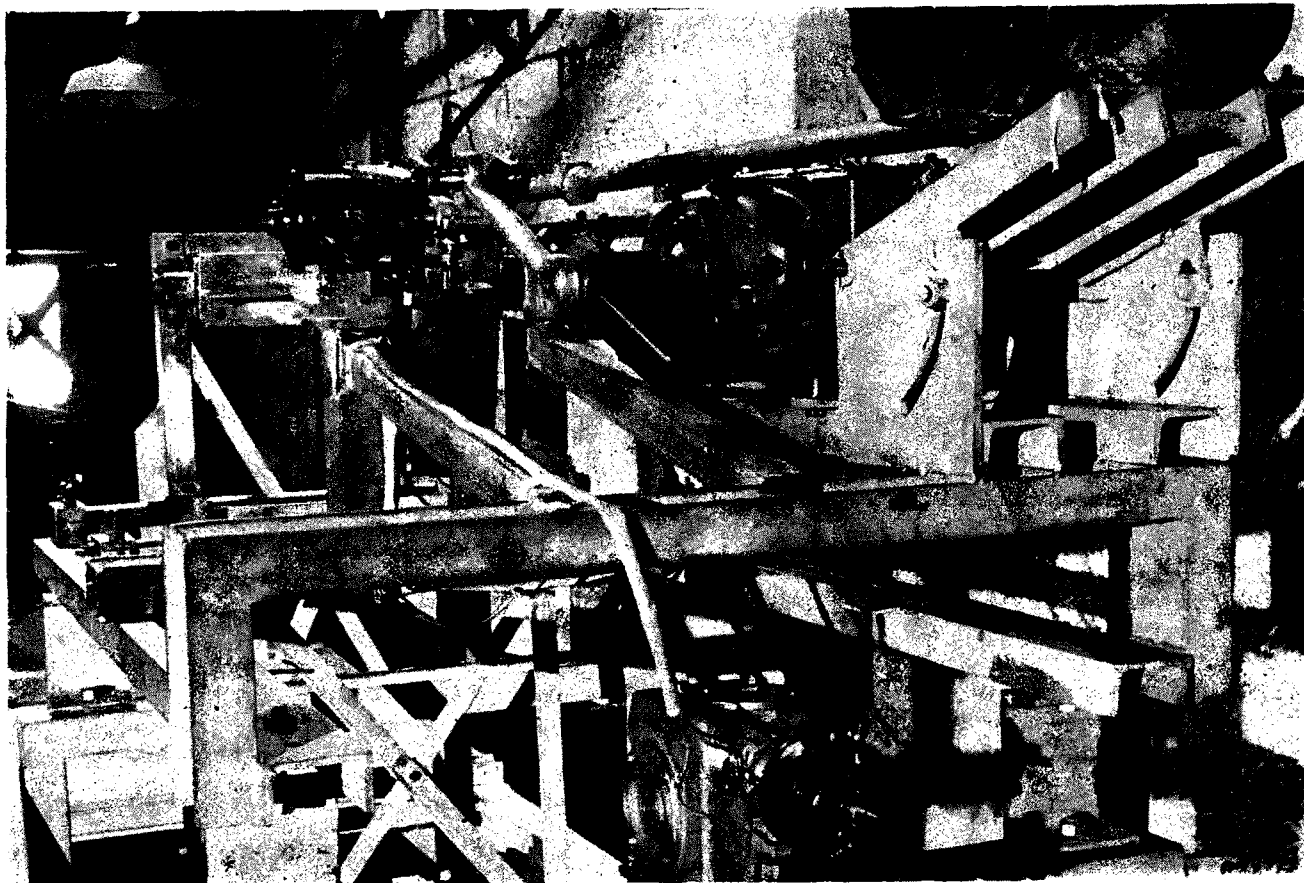


Fig. 6. — Mécanisme de commande du batteur. Détail.

transversaux qui pourraient se produire pour certaines périodes.

Après ces guideaux, la houle traverse encore des filtres constitués par un ensemble de feuilles de grillage à larges mailles, pliées et soudées entre elles.

À l'extrémité aval le canal possède un amortisseur destiné à absorber la houle qui arrive, de façon que la réflexion soit en tout cas négligeable. Cet amortisseur est constitué par une plage perméable de grande longueur précédée de filtres. Les expériences réalisées sur le pouvoir réfléchissant des plages perméables ont permis d'établir le profil et la longueur les plus convenables. Pour une plage curviligne de 5,6 m de longueur, le pouvoir réfléchissant reste, quelle que soit la longueur d'onde, de l'ordre de 7 % (selon A. WALLET).

h) PASSAGE EN CHARGE.

Le passage en charge a été placé dans l'élément vitré du canal à houle, ce qui donne des longueurs convenables pour les deux biefs. On appellera bief amont celui qui est du côté du

batteur. Le tronçon en charge est limité par une sorte de caisse, dont les parois sont assemblées avec un léger jeu. Les trois parois parallèles à la direction générale du canal sont en bois, les deux parois normales à cette direction sont en duralumin. Les parois latérales sont appliquées contre les vitres du canal au moyen de barres filetées avec des écrous. Le tout peut se déplacer en hauteur, rendant le passage plus ou moins important (fig. 2). La longueur du passage en charge a été successivement 58,3 - 116,7 et 175 cm, elle a donc varié dans les rapports 1,2 et 3. La largeur était celle du canal, c'est-à-dire de 0,30 m.

II. — Appareils de mesure

a) MESURE DE LA PÉRIODE.

La période a été mesurée en comptant les tours de la manivelle du batteur pendant un temps contrôlé au moyen d'un chronomètre.

b) MESURE DES AMPLITUDES.

Pour la mesure des amplitudes du mouvement

oscillatoire de la surface libre on a employé des pointes de mesure au 1/10^e de mm, avec indicateur à œil cathodique. Ayant vérifié que la lecture inférieure était affectée d'une erreur due à la tension superficielle, on a ajouté une deuxième pointe recourbée avec laquelle on a fait l'observation directement à l'œil. La comparaison entre les lectures faites directement et avec l'œil cathodique a montré, pour des amplitudes entre 1 et 30 mm, une erreur systématique par défaut pour l'œil cathodique allant de 0,6 à 1 mm (voir tableau I).

c) ENREGISTREMENT DES AMPLITUDES.

On a employé l'enregistreur d'ondes Neyrpic. Cet appareil enregistre les indications de sondes à capacité. La sonde est constituée par un support en acier sur lequel on monte plusieurs spires d'un fil conducteur convenablement isolé. La variation de capacité due à la montée ou descente de l'eau est transmise à un bloc électronique qui agit sur un enregistreur Pékly, où les variations du niveau restent inscrites sur une bande de papier qui se déroule à une certaine vitesse.

CHAPITRE III

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES QUALITATIVES

Nous avons fait, d'abord quelques essais pour avoir une idée des caractéristiques fondamentales du phénomène produit. Au cours de ces essais on a fait varier la période du batteur et l'enfoncement de l'obstacle.

Nous avons constaté ainsi qu'une houle partant du batteur donne lieu à un clapotis partiel à l'amont du passage en charge, à un mouvement oscillatoire en masse dans celui-ci et à une houle dans le bief aval, laquelle est absorbée par la plage amortisseuse. Cette houle présente une amplitude décroissante quand on diminue la période et quand on augmente l'enfoncement de l'obstacle.

Pour mieux connaître les détails du mouvement, nous avons mis en suspension des gouttelettes d'un mélange de benzine et de trichloréthylène, de la même densité que l'eau. De cette façon, on a bien mis en évidence l'oscillation en masse dans le passage en charge. Nous avons projeté sur un papier quadrillé l'ombre de gouttelettes, ce qui nous a permis une estimation de l'amplitude de l'oscillation en masse. Le rapport entre cette amplitude et l'amplitude de la houle transmise (houle à l'aval de l'obstacle) est variable avec la période.

Nous avons constaté aussi un décollement du courant sur les extrémités de l'obstacle, alternant avec le mouvement. Pour établir une comparaison avec le même phénomène en régime permanent, nous avons fait couler un certain débit dans le canal. Les vitesses étaient du même ordre, et même inférieures aux vitesses moyennes du mouvement oscillatoire. La zone affectée par le décollement est plus étendue dans le cas de régime permanent.

L'observation du mouvement des gouttelettes

dans le passage en charge, ainsi que celle des variations des niveaux à l'amont et à l'aval, nous a permis de vérifier l'existence d'un déphasage. Le déphasage entre l'oscillation amont et l'oscillation en masse est variable, en gros, entre $\frac{1}{2}T$ et $\frac{3}{4}T$. L'oscillation à l'aval est à peu près en quadrature avec l'oscillation en masse. Bien entendu, il s'agit d'estimations assez imprécises.

Pour vérifier le déphasage entre l'oscillation de la surface libre à l'amont et à l'aval de l'obstacle, nous avons mis sur les deux côtés les deux pointes de mesure à œil cathodique, branchées l'une à l'autre. Chacune était dans la position de lecture supérieure, de façon à donner les signaux correspondants au maximum. Une différence était bien visible entre les deux signaux. Il est vrai que cette indication ne correspond pas exactement au déphasage entre houle incidente et houle transmise. Un procédé pour la mesure de ce déphasage a été élaboré et se trouve décrit plus loin (chapitre V).

L'examen des trajectoires à l'amont et à l'aval de l'obstacle nous a montré que les zones avec forte perturbation sont relativement réduites. À l'amont, à une distance de quelques centimètres, on peut reconnaître une section où les trajectoires sont pratiquement verticales. Le premier ventre du clapotis partiel se trouve donc un peu à l'amont de la paroi verticale de l'obstacle. Il est vrai que contre celle-ci le mouvement est aussi vertical; mais au-dessous il est plutôt horizontal; dans son ensemble, le mouvement dans cette section correspondrait, donc, à une section intermédiaire entre un ventre et un nœud du clapotis partiel. On peut donc prévoir un déplacement des ventres et des nœuds du clapotis partiel vers l'amont.

SCHEMA DU PHENOMENE.

D'après les observations qualitatives décrites précédemment, nous avons fait le schéma suivant :

- a) A l'amont : houle incidente plus houle réfléchie;
 b) Au passage en charge : mouvement oscillatoire en masse;

c) A l'aval : houle transmise,

d) Au voisinage de l'obstacle : deux zones perturbées dont l'extension est relativement petite.

Ce schéma du phénomène a été à la base de la théorie et du programme des expériences et des mesures.

CHAPITRE IV

CONSIDERATIONS THEORIQUES

NOTATIONS (voir fig. 2).

b largeur du canal.

h profondeur d'eau.

l longueur de l'obstacle S.

h' hauteur du passage en dessous de l'obstacle.

a, θ amplitude et phase du mouvement dans le passage en charge.

a_1, θ_1 amplitude et phase de la houle incidente ($x = 0$).

a_2, θ_2 amplitude et phase de la houle transmise ($x = l$).

a_3, θ_3 amplitude et phase de la houle réfléchie ($x = 0$).

$A_i = a_i e^{i(kt + \theta)}$, ($t = \text{temps}$).

T période du mouvement ($k = 2\pi/T$).

L longueur d'onde ($m = 2\pi/L$).

$\frac{a_2}{a_1} = t$ rapport des amplitudes de la houle transmise et de la houle incidente.

$\frac{a_3}{a_1} = r$ rapport des amplitudes de la houle réfléchie et de la houle incidente.

φ_t déphasage entre houle transmise et houle incidente.

φ_r déphasage entre houle réfléchie et houle incidente.

c coefficient de résistance linéaire.

c_1 coefficient de résistance quadratique.

P pression.

Φ potentiel des vitesses.

ρ masse spécifique superficielle du liquide.

Nous allons tenter de construire une théorie approchée et, d'ailleurs, semi-empirique du phénomène. Elle a pour objet non pas de fournir le potentiel de vitesse de la masse liquide en mouvement, mais seulement de donner des expressions approximatives des rapports t et r pour

une configuration donnée des parois rigides. C'est là d'ailleurs le problème essentiel pour l'ingénieur.

Nous partirons des hypothèses suivantes basées sur l'observation du phénomène dans le canal à houle.

a) Au-dessous de l'obstacle le mouvement du liquide est très voisin d'une oscillation harmonique en masse. Cela nous permet de le représenter au moyen du potentiel :

$$\Phi = -akx \sin(kt + \theta) \quad (1)$$

en admettant que le mouvement est monopériodique sinusoïdal avec des vitesses horizontales :

$$\Phi = A(x, y) \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \theta\right)$$

Donc :

$$\frac{\partial A}{\partial y} = 0; \quad \Delta A = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} = 0$$

$A(x, y)$ est bien une fonction linéaire de x .

b) A l'amont de l'obstacle S, le mouvement semble être de nature très complexe. Dans le voisinage immédiat de S il ne paraît pas possible d'analyser le phénomène, mais la zone affectée par le mouvement désordonné est réduite. La zone de raccordement entre le mouvement dû aux houles et le mouvement en masse est une tranche de faible épaisseur par rapport à la longueur d'onde et à la longueur de l'obstacle. En première approximation, les forces d'inertie correspondantes paraissent pouvoir être négligées. Dans la zone amont de l'obstacle jusqu'aux filtres, le mouvement du liquide semble être représentable par la superposition de deux houles progressives de STOKES, de même longueur d'onde

se propageant en sens contraires, et d'amplitudes respectives a_1 (houle incidente), et $a_3 < a_1$ (houle réfléchie).

c) A l'aval de l'obstacle, à une faible distance de S, on peut admettre qu'il y a déjà une houle progressive de même période que la houle incidente (donc de même longueur d'onde). Cette houle sera appelée houle transmise et nous noterons a_2 son amplitude.

d) Nous admettons que les vitesses et les amplitudes sont faibles, de telle sorte que les équations du problème seront linéarisées.

Il faut noter que les hypothèses faites sont incohérentes du point de vue mathématique. En effet, le potentiel $\Phi(x, y, t)$ de la masse liquide en mouvement est une fonction analytique dans tout le domaine occupé par le liquide. Or, nous attribuons à Φ des formes analytiques fort différentes dans chacune des zones considérées ci-dessus, aucune de ces formes n'étant le prolongement analytique des autres.

Rappelons la formule classique du potentiel des vitesses dans le cas d'une houle de STOKES :

$$\Phi_i(x, y, t) = -a_i \frac{k}{m} \frac{\text{ch } my}{\text{sh } mh} \sin(kt \pm mx + \theta_i) \quad (2)$$

$i = 1, 2, 3$, correspond respectivement à : houle incidente, transmise et réfléchie. On prend le signe $+$ pour $i = 3$ et le signe $-$ pour $i = 1$ et $i = 2$.

L'origine O des coordonnées est prise à l'intersection du fond du canal avec la face amont de S; on est orienté dans le sens de propagation de la houle incidente.

L'équation de la surface libre pour une houle est :

$$y = h + a_i \cos(kt - mx + \theta_i) \quad (3)$$

Compte tenu de l'équation :

$$gy + \frac{P}{\rho} + \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0 \quad (4)$$

et en faisant la pression $P = 0$ à la surface libre, on obtient pour la pression :

$$\frac{P_i}{\rho} = g(h - y) + g a_i \frac{\text{ch } my}{\text{ch } mh} \cos(kt - mx + \theta_i) \quad (5)$$

pour une houle.

Appliquons maintenant les hypothèses faites au § 2; nous pouvons négliger la zone définie

à l'alinéa b, appliquer le théorème du mouvement du centre de gravité à la masse oscillant sous l'obstacle et écrire l'équation de continuité en supposant que les formules du § 4 sont valables jusqu'à l'obstacle. A noter que ceci est faux au point de vue mathématique, car les conditions aux limites ne sont manifestement pas remplies.

A la vérité, nous pourrions raisonner encore de la manière suivante : appelons ϵ' l'épaisseur de la zone de raccordement amont, et ϵ'' l'épaisseur correspondante aval. Les formules ci-après seraient applicables pour les sections d'abscisses $-\epsilon'$ et $(l + \epsilon'')$, les forces d'inertie des deux zones étant négligeables. Il en résulte que les formules ultérieures seraient valables moyennant une modification convenable de la valeur θ_i ($i = 1, 2, 3$).

D'après (5), la poussée subie par le liquide au-dessous de l'obstacle s'écrit (les efforts dus à la pression hydrostatique à l'aval et à l'amont se compensent) :

$$E = \rho g [a_1 \cos(kt + \theta_1) + a_3 \cos(kt + \theta_3) - a_2 \cos(kt + \theta_2)] \int_0^{h'} \frac{\text{ch } my}{\text{ch } mh} dy \quad (6)$$

ou :

$$E = \rho g \frac{l}{m} \frac{\text{sh } mh'}{\text{ch } mh} [a_1 \cos(kt + \theta_1) + a_3 \cos(kt + \theta_3) - a_2 \cos(kt + \theta_2)]$$

Le produit (masse \times accélération), pour la masse oscillant dans le passage en charge, est :

$$-\rho l h' a k^2 \cos(kt + \theta) \quad (7)$$

Les perturbations créées par l'obstacle, principalement au voisinage des coins, sont difficiles à analyser exactement. Nous admettrons que la présence de l'obstacle se traduit par une résistance horizontale proportionnelle à la vitesse de l'oscillation en masse. D'où une résistance du type :

$$-\rho g h' c \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \rho g h' c a k \sin(kt + \theta) \quad (8)$$

le coefficient c étant une fonction inconnue, a priori, des paramètres h, h', l . De telle sorte que l'équation dynamique s'écrit :

$$a_1 \cos(kt + \theta_1) + a_3 \cos(kt + \theta_3) - a_2 \cos(kt + \theta_2) - a m h' f \left[\left(\frac{l k^2}{g} \right) \cos(kt + \theta) + k c \sin(kt + \theta) \right] \quad (9)$$

ayant fait, pour simplifier :

$$f = \frac{\text{ch } mh}{\text{ch } mh'} \quad (10)$$

En passant à la forme complexe, nous avons donc l'expression :

$$A_1 + A_3 = A_2 = A m h' f \left(\frac{U k^2}{g} - k c i \right) \quad (11)$$

Considérons maintenant la zone de raccordement à l'amont. Nous obtiendrons l'équation de continuité en écrivant que les débits à travers les sections d'abscisses $x = -\varepsilon$ et $x = 0$ sont les mêmes. Cela revient à négliger les variations de la masse dues à l'oscillation de la surface libre.

Moyennant les approximations décrites ci-dessus, le débit des houles incidente et réfléchie vaut :

$$\begin{aligned} & [a_1 k \cos(kt + \theta_1) - a_3 k \cos(kt + \theta_3)] \int_0^h \frac{\text{ch } my}{\text{sh } mh} dy \\ &= [a_1 k \cos(kt + \theta_1) - a_3 k \cos(kt + \theta_3)] \frac{l}{m} \end{aligned} \quad (12)$$

Le débit du mouvement en masse vaut :

$$- h' a k \sin(kt + \theta) \quad (13)$$

D'où l'équation de continuité :

$$\begin{aligned} & a_1 k \cos(kt + \theta_1) - a_3 k \cos(kt + \theta_3) \\ &= - m h' a k \sin(kt + \theta) \end{aligned} \quad (14)$$

Un raisonnement tout analogue nous donne, pour le côté aval, la relation :

$$a_2 k \cos(kt + \theta_2) = - m h' a k \sin(kt + \theta) \quad (15)$$

Et, sous la forme complexe :

$$A_1 = A_3 = m h' A i \quad (16)$$

$$A_2 = m h' A i \quad (17)$$

D'où une première relation intéressante :

$$A_1 = A_2 + A_3 \quad (18)$$

Du système des équations (11), (16) et (17), on obtient :

$$A_2 = \frac{1}{1 + \frac{\pi c f}{T} + \frac{2 \pi^2 l f}{g T^2} i} A_1 \quad (19)$$

$$A_3 = \frac{\frac{\pi c f}{T} + \frac{2 \pi^2 l f}{g T^2} i}{1 + \frac{\pi c f}{T} + \frac{2 \pi^2 l f}{g T^2} i} A_1 \quad (20)$$

$$A = \frac{i}{m h' \left(1 + \frac{\pi c f}{T} + \frac{2 \pi^2 l f}{g T^2} i \right)} A_1 \quad (21)$$

Des équations (19) et (20) on peut obtenir les rapports l et r .

$$l = \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{\pi c f}{T} \right)^2 + \left(\frac{2 \pi^2 l f}{g T^2} \right)^2}} \quad (22)$$

$$r = \frac{\sqrt{\left(\frac{\pi c f}{T} \right)^2 + \left(\frac{2 \pi^2 l f}{g T^2} \right)^2}}{\left(1 + \frac{\pi c f}{T} \right)^2 + \left(\frac{2 \pi^2 l f}{g T^2} \right)^2} \quad (23)$$

Pour le déphasage entre la houle transmise et la houle incidente, on a :

$$\varphi_l = \frac{1}{2 \pi} \text{arc } \text{tg} \frac{\frac{2 \pi^2 l f}{g T^2}}{1 + \frac{\pi c f}{T}} \quad (24)$$

et pour le déphasage entre la houle réfléchie et la houle incidente :

$$\varphi_r = \varphi_l = \frac{1}{2 \pi} \text{arc } \text{tg} \frac{2 \pi l}{c g T} \quad (25)$$

Il est intéressant, aussi, de calculer le rapport entre la perte d'énergie et l'énergie de la houle incidente, c'est-à-dire :

$$p = 1 - (t^2 + r^2) = \frac{\frac{2 \pi c f}{T}}{\left(1 + \frac{\pi c f}{T} \right)^2 + \left(\frac{2 \pi^2 l f}{g T^2} \right)^2} \quad (26)$$

Pour une résistance nulle, $c = 0$, on aura (voir figure 7) :

$$l_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2 \pi^2 l f}{g T^2} \right)^2}} \quad (27)$$

$$r_0 = \frac{\frac{2 \pi^2 l f}{g T^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{2 \pi^2 l f}{g T^2} \right)^2}} \quad (28)$$

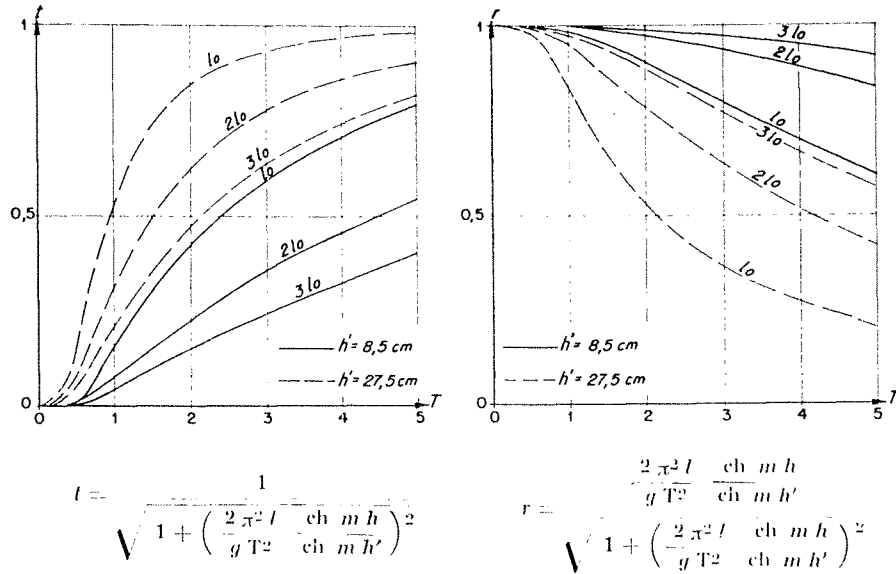


FIG. 7.

La perte relative d'énergie devient alors nulle.

On a, dans ce cas, la relation :

$$1 = l_0^2 + r_0^2 \tag{29}$$

Les formules (24) et (25) pour les déphasages se réduisent à :

$$\varphi_t = \frac{1}{2\pi} \text{arc tg } \frac{2\pi^2 l f}{g T^2} \tag{30}$$

et :

$$\varphi_r = \varphi_t - \frac{1}{4} \tag{31}$$

La fonction φ_t est représentée sur la figure 8.

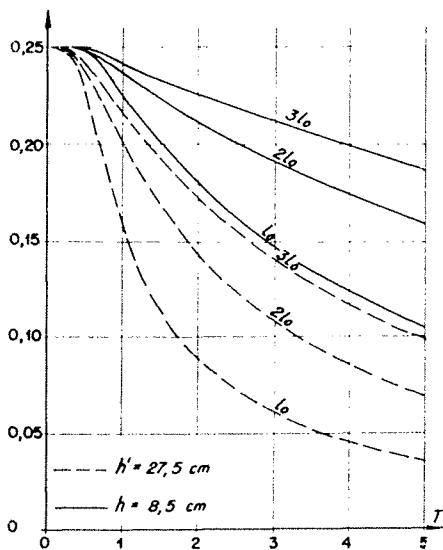


FIG. 8.
Déphasage entre la houle transmise et la houle incidente.

$$\frac{\varphi}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \text{arctg } \frac{2\pi^2 l}{g T^2} \frac{\text{ch } m h}{\text{ch } m h'}$$

RÉSISTANCE QUADRATIQUE.

Toujours dans le cadre d'un calcul théorique approximatif, on peut essayer de former une solution pour les cas d'une résistance dépendant du carré de la vitesse des oscillations en masse. La formule (8) serait à remplacer par :

$$\varphi g h' = \frac{c_1}{2g} a k \sin(k t + \theta) - a k \sin(k t + \theta) \tag{32}$$

Comme cette expression est difficile à manier au point de vue calcul, nous lui substituerons, selon le procédé d'approximation bien classique :

$$= \frac{1}{2} \varphi h' c_1 \frac{\pi}{4} - k^2 a^2 \sin(k t + \theta) \tag{33}$$

cela revient, comme on sait, à remplacer la résistance quadratique par une résistance sinusoïdale de même période que la vitesse, et de même valeur moyenne pour une demi-période.

Si on introduit l'expression (33) dans l'équation dynamique, on obtient, sous la forme complexe :

$$A_1 + A_3 = A_2 = -A m h' f \left(\frac{l k^2}{g} - \frac{\pi c_1 k^2 a}{8 g} i \right) \tag{34}$$

Les équations de continuité restent les mêmes. On obtient alors :

$$l = \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{\pi^2 c_1 f a_2}{4 g m h' T^2}\right)^2 + \left(\frac{2\pi^2 l f}{g T^2}\right)^2}} \tag{35}$$

$$r = \sqrt{\frac{\left(\frac{\pi^3 c_1 f a_2}{4 g m h' T^2}\right)^2 + \left(\frac{2 \pi^2 l f}{g T^2}\right)^2}{\left(1 + \frac{\pi^3 c_1 f a_2}{4 g m h' T^2}\right)^2 + \left(\frac{2 \pi^2 l f}{g T^2}\right)^2}} \quad (36)$$

$$p = \frac{-\frac{\pi^3 c_1 f a_2}{4 g m h' T^2}}{\left(1 + \frac{\pi^3 c_1 f a_2}{4 g m h' T^2}\right)^2 + \left(\frac{2 \pi^2 l f}{g T^2}\right)^2} \quad (37)$$

On voit que, dans l'hypothèse de la résistance quadratique, t et r dépendraient de l'amplitude de la houle transmise, donc de l'amplitude de la houle incidente.

REMARQUE. — En posant :

$$x = \frac{\pi c f}{T} \quad y = \left(\frac{2 \pi^2 l f}{g T^2}\right) \quad (38)$$

Les formules (22), (23) et (26) deviennent :

$$t = [(1+x)^2 + y^2]^{-1/2} \quad (39)$$

$$r = \left[\frac{x^2 + y^2}{(1+x)^2 + y^2} \right]^{1/2} \quad (40)$$

$$p = \frac{2x}{(1+x)^2 + y^2} \quad (41)$$

D'après leur sens physique, les quantités p , r , t sont essentiellement non négatives. Mais c (h , h' , l , T) est une fonction de forme indéterminée à priori. Cherchons quelle devrait être la valeur de c pour un jeu donné de paramètres h , h' , l , T (c'est-à-dire pour une valeur fixée de y), afin que r prenne la plus petite valeur possible et p la plus grande.

On obtient :

$$r_{\min} = \left[\frac{2 \sqrt{y^2 + 1/4} - 1}{2 \sqrt{y^2 + 1/4} + 1} \right]^{1/2} \quad (42)$$

pour :

$$c = \frac{T}{\pi f} (-1/2 + \sqrt{1/4 + y^2}) \quad (43)$$

la valeur correspondante de t est :

$$t_{r_{\min}} = \left[2(1/4 + y^2) + \sqrt{1/4 + y^2} \right]^{-1/2} \quad (44)$$

Si l'hypothèse de la résistance linéaire est correcte, on devra donc trouver des valeurs expérimentales de r comprises entre r_0 et r_{\min} .

La valeur plus grande possible de p serait :

$$p_{\max} = (1 + \sqrt{1 + y^2})^{-1/2} = \frac{1}{1 + t_0} \quad (45)$$

pour :

$$c = \frac{T}{\pi c f} \sqrt{1 + y^2} = \frac{T}{\pi f t_0}$$

La valeur correspondante de t est :

$$t_{p_{\max}} = [(1 + \sqrt{1 + y^2})^2 + y^2]^{-1/2} \quad (46)$$

De même les valeurs de p sont comprises entre $p = 0$ et p_{\max} .

Si on calcule ces quatre fonctions de y : r_{\min} , $t_{r_{\min}}$, p_{\max} et $t_{p_{\max}}$, on peut chercher entre les séries des expériences quelques-unes qui présentent des conditions favorables pour vérifier expérimentalement l'existence de r_{\min} et p_{\max} en faisant varier la résistance au moyen de filtres placés sous l'obstacle.

CHAPITRE V

PARTIE EXPÉRIMENTALE

I. — Mesures

a) PÉRIODE :

La mesure de la période est simple, et nous l'avons faite au moyen d'un chronomètre, plusieurs fois pour chaque essai, soit sur le batteur, soit sur le mouvement même de la surface de l'eau en des points convenables.

b) AMPLITUDES :

Nous avons mesuré les amplitudes au moyen de

pointes de mesure à œil cathodique. Les amplitudes à l'amont, présentant des maxima et des minima, il fallait parcourir le voisinage de chacun de ceux-ci, surtout pour les minima, pour bien les déterminer. Nous avons mesuré aussi les distances des ventres et des nœuds à l'obstacle.

Dans quelques essais, nous avons fait l'enregistrement du mouvement à l'amont grâce à l'enregistreur d'ondes, soit à points fixes, soit en parcourant le canal avec la sonde à capacité transportée par un chariot électrique. Cela nous a montré les détails du mouvement de la surface

TABLEAU I

19-8-52 :

$T = 1,2 \text{ s}$ $l = 58,3 \text{ cm}$ $h = 30 \text{ cm}$ $h' = 27,5 \text{ cm}$

AMONT (*)

		Lecture supérieure — lecture inférieure mm	Amplitude mm	Distance cm
2 V	1 ^{er}		~ 54	0
2 V	2 ^e	280,1 — 224,9	55,2	102,5
2 V	3 ^e	274,5 — 220,4	54,1	187
2 V	4 ^e	279,0 — 224,0	56,0	274
2 N	1 ^{er}	250,4 — 242,3	8,1	56,5
2 N	2 ^e	253,2 — 241,3	11,9	143
2 N	3 ^e	249,2 — 238,0	11,2	229
2 N	4 ^e	261,2 — 241,3	9,9	316

(*) On ne donne, ici, que les valeurs finales.

AVAL

Lecture supérieure — lecture inférieure mm	Amplitude $2 a_2$ mm	Distance cm	Lecture inférieure Pointe directe	Lecture inférieure Pointe recourbée
269,6 — 247,8	21,8	40		214,1
254,9 — 233,7	21,2	105	235,0	200,4
361,0 — 340,4	20,6	150	341,1	307,1
362,8 — 342,0	20,8	170	342,7	308,7
367,8 — 341,5	20,3	190	342,4	308,2
362,2 — 342,4	19,8	230	343,2	309,1
362,4 — 342,4	20,0	250	343,2	309,1
361,6 — 341,2	20,4	270	341,9	307,9
360,0 — 340,3	19,7	290	340,9	307,0
358,5 — 339,2	19,3	330	340,1	305,9
357,0 — 337,7	19,3	370	338,6	304,3
356,1 — 336,1	20,0	410	337,0	302,8

VALEURS MOYENNES :

2 N = 11,0 mm } valeurs corrigées.
2 V = 56,1 mm }

$2 a_2 = 20,2 \text{ mm}$

DÉPHASAGE φ_l

Coïncidence des signaux, 1^{er} pointe sur 3^e nœud :

$d_1 = 229 \text{ cm}$ $d_2 = 272 \text{ cm}$

libre et nous a permis de vérifier si le mouvement était régulier ou non. Les amplitudes des ventres et des nœuds ont été contrôlées avec la pointe à œil cathodique.

L'amplitude de la houle transmise a été mesurée en plusieurs points entre l'obstacle et la plage absorbante. Nous avons fait aussi des enregistrements à points fixes avec l'enregistreur d'ondes, pour vérifier si l'amplitude restait constante et s'il y avait ou non un mouvement de seiche.

Le tableau I, extrait du cahier d'essais, montre les mesures faites à chaque essai.

Les figures 10 à 13 montrent des enregistrements réalisés avec l'enregistreur d'ondes.

Avant chaque essai on fixe la sonde à capacité sur une pointe de mesure. En faisant varier l'enfoncement dans l'eau au repos, on fait l'étalonnage (fig. 9). Cet étalonnage nous permet de fixer l'échelle d'enregistrement et de vérifier la linéarité, et, le cas échéant, d'en déterminer les écarts.

La figure 10 montre les amplitudes dans la zone d'un ventre. En haut on voit les amplitudes enregistrées en parcourant plusieurs fois la zone du ventre, pour déceler des variations avec le temps. En bas on montre l'enregistrement fait dans le même but à point fixe. Des enregistrements du même type ont été faits pour la houle transmise et avec les deux vitesses de déroulement du papier.

La figure 11 montre un enregistrement avec les deux vitesses de déroulement du papier, pour le clapotis partiel à l'amont, pour $T = 0,8 \text{ s}$, $h' = 8,5 \text{ cm}$, $h = 30$, $l = 58,3 \text{ cm}$.

La figure 12 montre pour un autre cas ($T = 0,8 \text{ s}$, $h' = 24,4 \text{ cm}$, $h = 30 \text{ cm}$, $l = 58,3 \text{ cm}$) l'ensemble du phénomène : on y voit, en haut, les ventres et les nœuds dus à la superposition de la houle incidente et de la houle réfléchie, et, en bas la houle transmise. D'autres enregistrements correspondent à $T = 1,8 \text{ s}$.

Sur la figure 13, on a reproduit les enregistrements, en détail, de plusieurs nœuds pour montrer la complexité du mouvement dans ces zones, où apparaît nettement une oscillation secondaire.

c) DÉPHASAGE φ_l :

La mesure du déphasage entre la houle transmise et la houle incidente repose sur le schéma d'un clapotis partiel à l'amont, résultant de la superposition de deux houles sinusoïdales. Au droit d'un nœud, le niveau maximum correspond au passage de la crête de la houle. Il faut remarquer que la position des nœuds est, en général, bien connue. On place la première pointe à œil cathodique sur un nœud, en général, le troisième, de façon qu'elle indique le niveau maximum. On mesure la distance d_1 du nœud à l'obstacle. On

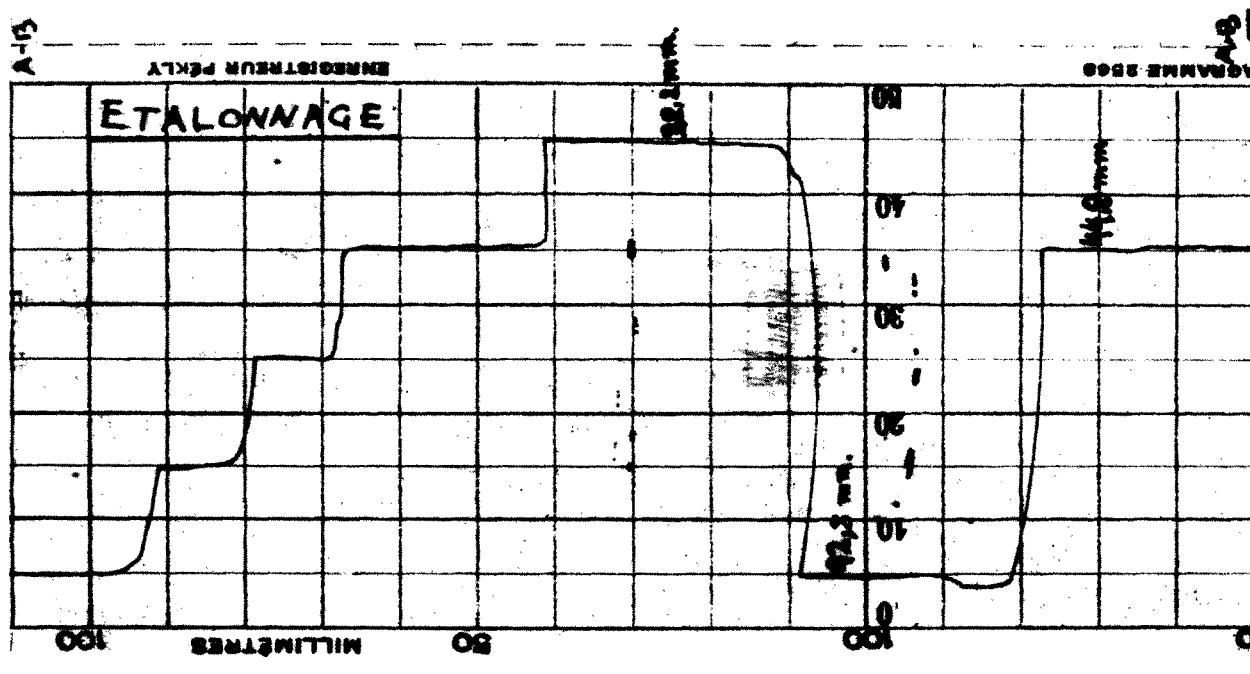


Fig. 9. — Un exemple d'étalonnage.

laisse cette pointe fixe sur le nœud et on la branche avec la deuxième. Avec cette deuxième pointe on détecte le passage de la houle transmise en différents points, jusqu'à ce que les signaux se produisent simultanément. En réalité, cette simultanéité est visible sur un intervalle que l'on détermine. On prend, comme distance d_2 correspondant à la coïncidence des deux signaux, la moyenne des distance des extrémités de l'intervalle à l'obstacle.

Avec ces deux distances d_1 et d_2 on peut calculer le déphasage φ_t , comme nous l'expliquons ci-après.

d) DÉPHASAGE φ_t :

La détermination du déphasage entre la houle incidente et la houle réfléchi est aussi indirecte. Pour obtenir ce déphasage, nous avons mesuré les distances de l'obstacle aux ventres et aux nœuds du clapotis partiel.

II. — Interprétation des mesures

a) AMPLITUDES DE LA HOULE INCIDENTE ET DE LA HOULE RÉFLÉCHIE :

On fait les moyennes des mesures de plusieurs ventres et de plusieurs nœuds. Avec ces deux valeurs, on peut calculer les amplitudes des houles composantes. Nous avons employé un abaque préparé au Laboratoire Dauphinois d'Hydraulique

par M. CARRY, avec les équations du clapotis partiel au deuxième ordre. On obtient de cet abaque l'amplitude de la houle incidente et le rapport r .

Il faut remarquer que les amplitudes des ventres sont assez grandes et peu différentes. Par contre, les nœuds présentent, en général, des amplitudes petites qui, parfois, ont des différences notables. L'amplitude a_1 reste bien déterminée, mais le rapport r est beaucoup moins précis. Des différences de l'ordre du millimètre sur l'amplitude des nœuds donnent des variations importantes du rapport r . Par exemple, avec $2V = 49,4$ mm et $2N = 5,8$ mm, pour $T = 1,8$ s, on a $r = 0,9$ et $2a_1 = 26$ mm. Si $N = 4,6$ mm, on obtient $r = 1,0$ et $2a_1 = 24,8$ mm; les variations sont respectivement de 11 % et 4,5 %.

b) HOULE TRANSMISE :

Cette houle présente, en général, une amplitude assez uniforme en dehors du voisinage de l'obstacle et de la zone de la plage absorbante. On a fait toujours une dizaine au moins de mesures de l'amplitude à différentes distances. Quand les valeurs présentaient des maxima et minima bien définis, on faisait la demi-somme. En cas contraire, on prenait la moyenne de toutes les mesures.

Une fois connues $2a_2$ et $2a_1$, on calcule leur rapport t .

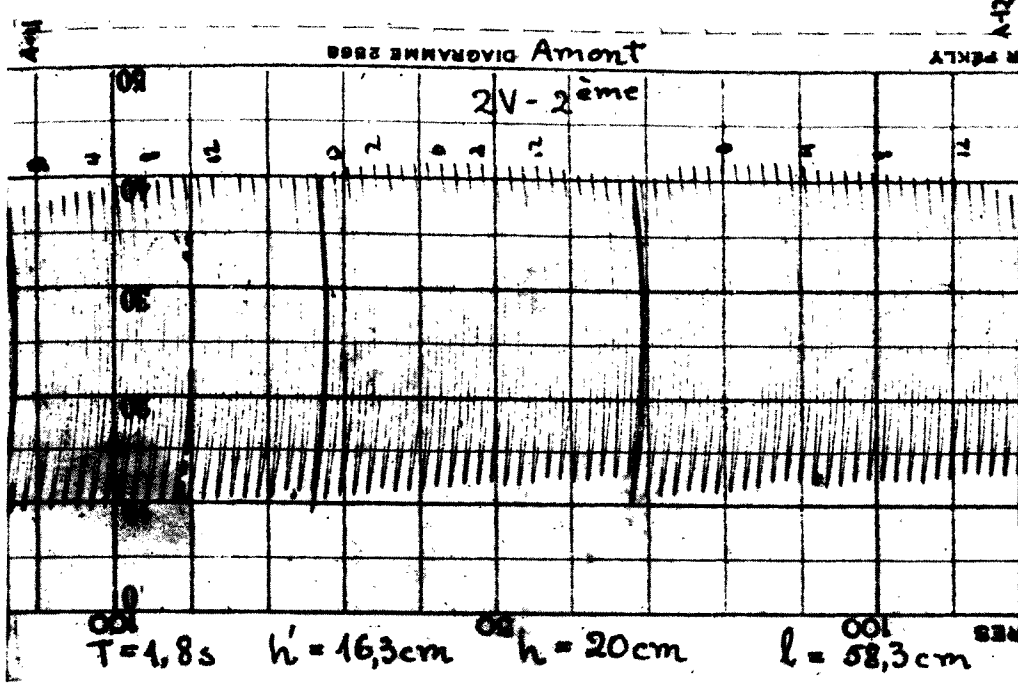
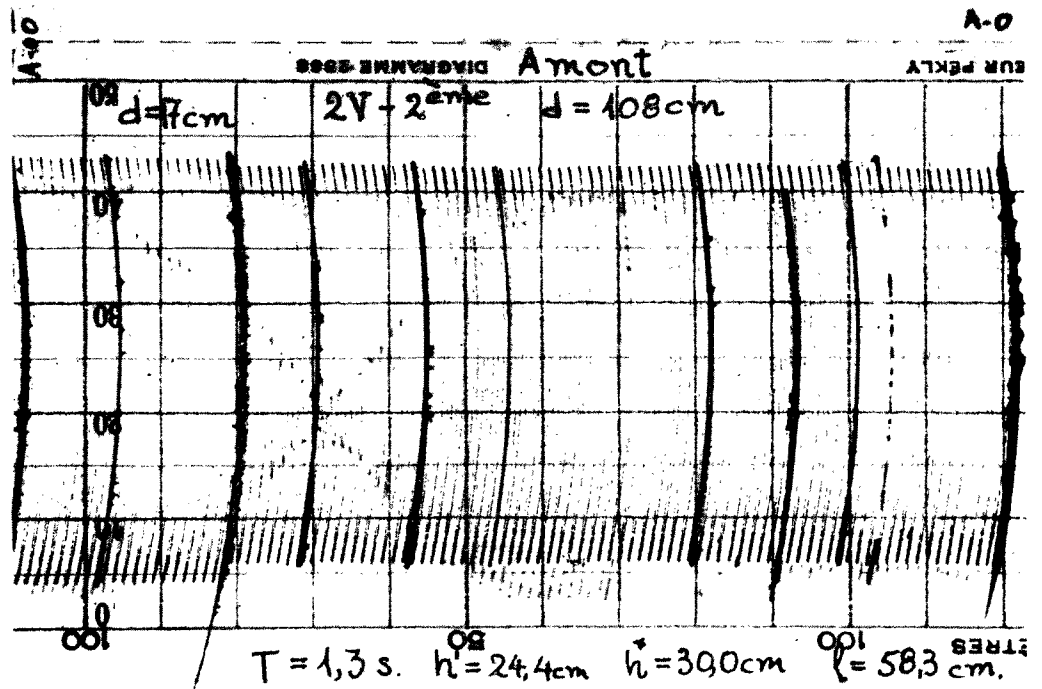
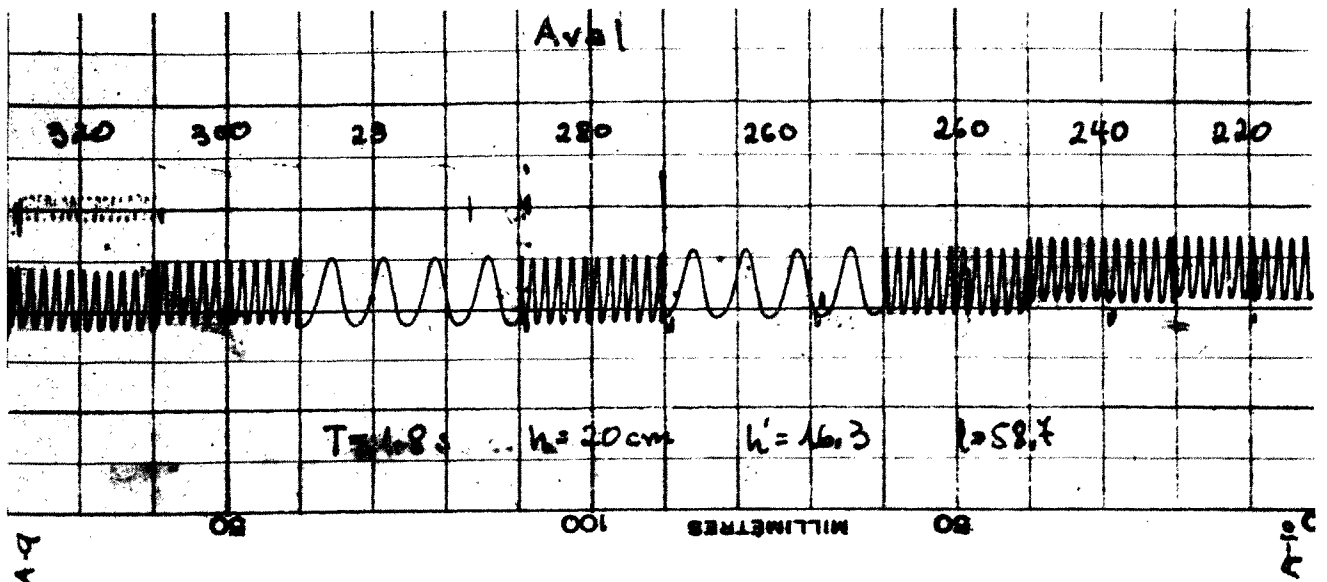


Fig. 10

Enregistrements
sur des ventres
du clapotis partiel
à l'amont.



Ci-dessous :
Enregistrement
de la houle transmise
(2 vitesses
d'enregistrement).



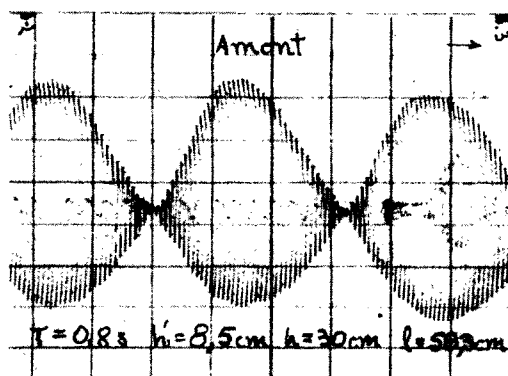
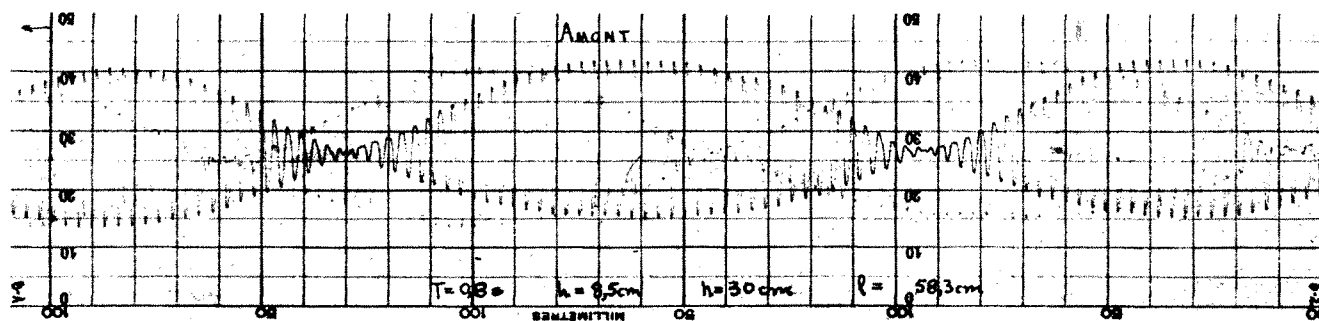


Fig. 11

Enregistrements de clapotis partiel amont
(2 vitesses d'enregistrement).

c) DÉPHASAGE φ_t :

Avec les distances des différents nœuds à l'obstacle, nous avons calculé la longueur d'onde de la houle : L .

Alors, le rapport d_1/L nous donne, en fraction de période, le temps employé par la houle incidente pour arriver à l'obstacle. De même, le rapport d_2/L nous donne le temps qui s'est passé après le départ de la houle transmise. Si la pointe de mesure est placée sur le troisième nœud, le déphasage, en fraction de période, est égal à $2 - (d_1 + d_2)/L$.

d) DÉPHASAGE φ_r :

Pour obtenir ce déphasage, on détermine le déplacement des nœuds par rapport aux distances qui correspondraient dans le cas où il y aurait un ventre sur la paroi amont de l'obstacle. Comme ce déplacement est seulement de quelques centimètres, les erreurs deviennent importantes.

S'il n'y avait pas un déplacement des nœuds, ceux-ci se trouveraient à des distances $(2n - 1)/4 \cdot L$ de l'obstacle. Systématiquement, nous avons trouvé des distances plus grandes. La différence, divisée par la demi-longueur d'onde, nous donne le déphasage φ_r , en fraction de période.

III. — Comparaison avec la théorie

Nous avons dressé des tableaux donnant les valeurs de t , t_0 , r , r_{\min} , r_0 , p , p_{\max} en fonction de T , et pour diverses dispositions (enfoncement, longueur de l'obstacle). t , r , p correspondent à des valeurs expérimentales. Pour mieux comparer les résultats expérimentaux avec la théorie, nous avons représenté des courbes théoriques r_0 , r_{\min} , t_0 , p_{\max} sur les figures 14 à 19. Sur les mêmes figures, on a représenté les valeurs expérimentales. Dans quelques cas, nous avons aussi représenté les courbes pour certaines valeurs du coefficient c de résistance.

Les valeurs expérimentales du rapport t définissent des courbes à peu près parallèles aux courbes théoriques t_0 . Cela nous indique un écart relatif plus important pour les valeurs plus petites de t , c'est-à-dire pour les périodes courtes. D'autre part, les valeurs expérimentales sont plus près des valeurs théoriques pour les grandes longueurs et pour des enfoncements réduits de l'obstacle.

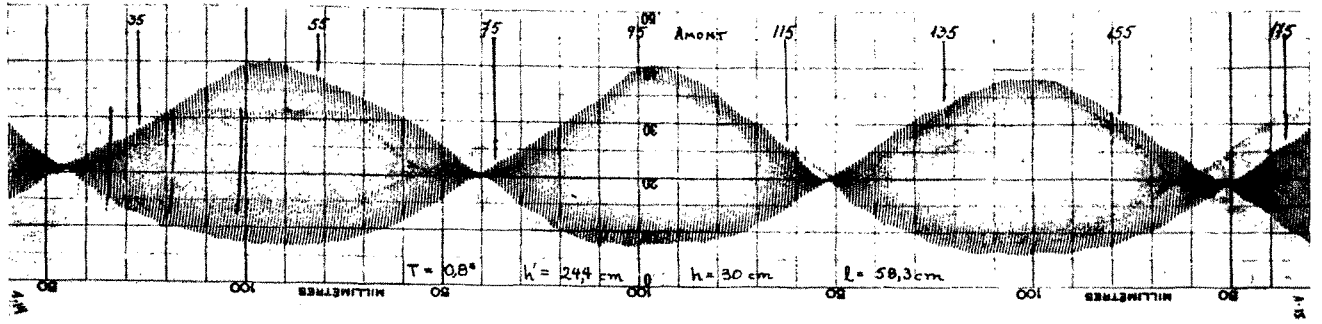
Il y a une déviation des points expérimentaux par rapport aux courbes théoriques avec résistance. Il faudrait introduire un coefficient c différent pour chaque période. Pour $h' = 27,5$ cm, les valeurs de c devraient varier approximativement entre 0,07 et 0,8 pour $l = 175$ cm; entre 0,04 et 0,4 pour $l = 116,7$ cm, et entre 0,03 et 0,3 pour $l = 58,3$ cm.

On a essayé de calculer le coefficient de résistance avec la formule du mouvement laminaire dans une conduite de section rectangulaire, mais les valeurs qu'on obtient sont complètement négligeables par rapport aux résultats expérimentaux.

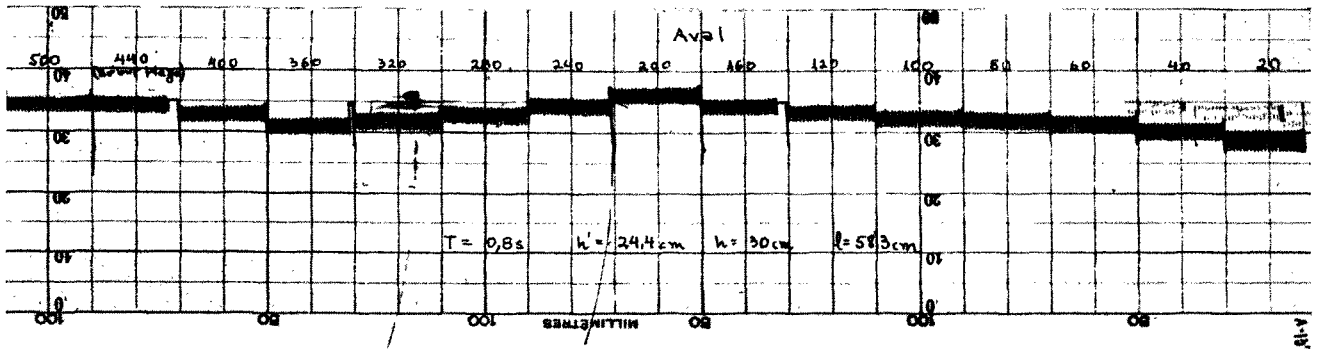
Pour avoir une vue d'ensemble, nous avons représenté sur les figures 20 et 21 les fonctions $t_0 = (1 + y^2)^{-1/2}$ et $r_0 = y(1 + y^2)^{-1/2}$ ainsi que les points expérimentaux correspondants.

Sur la figure 20, les points correspondant à six séries ont été reliés par des courbes. Ces courbes se rapprochent de la courbe théorique du côté gauche, qui correspond à des longues périodes. On y voit aussi que les courbes correspon-

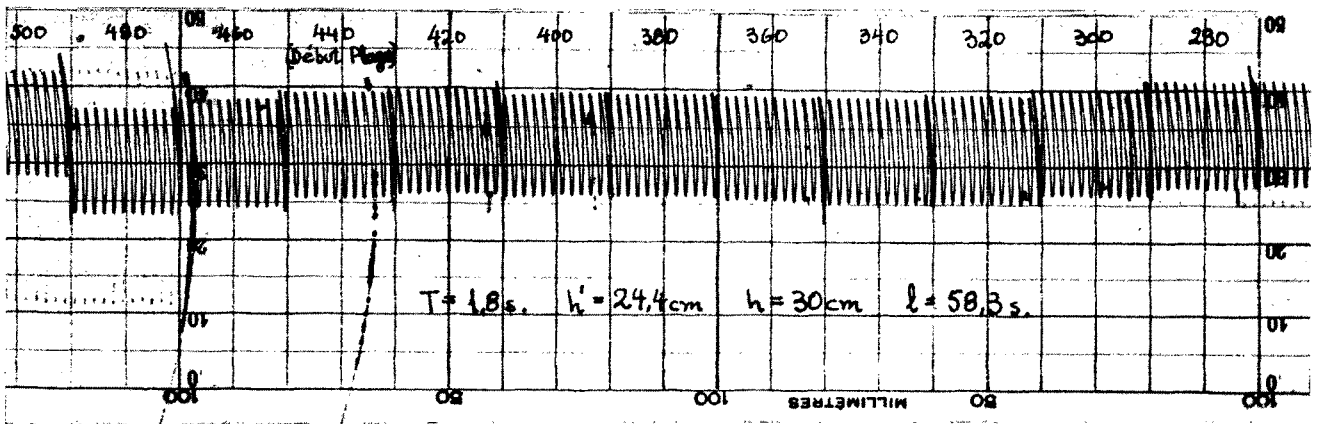
Fig. 12



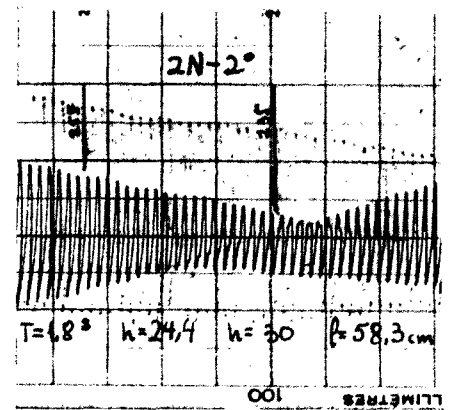
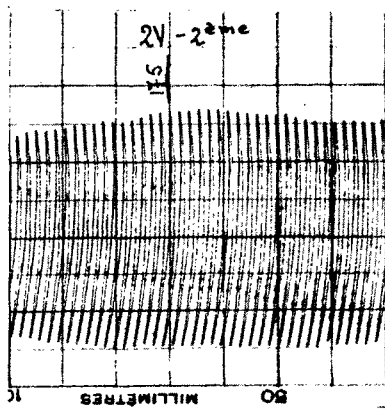
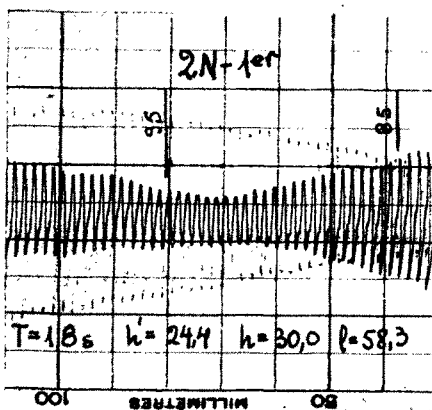
Le clapotis partiel amont.



La houle transmise à l'aval.

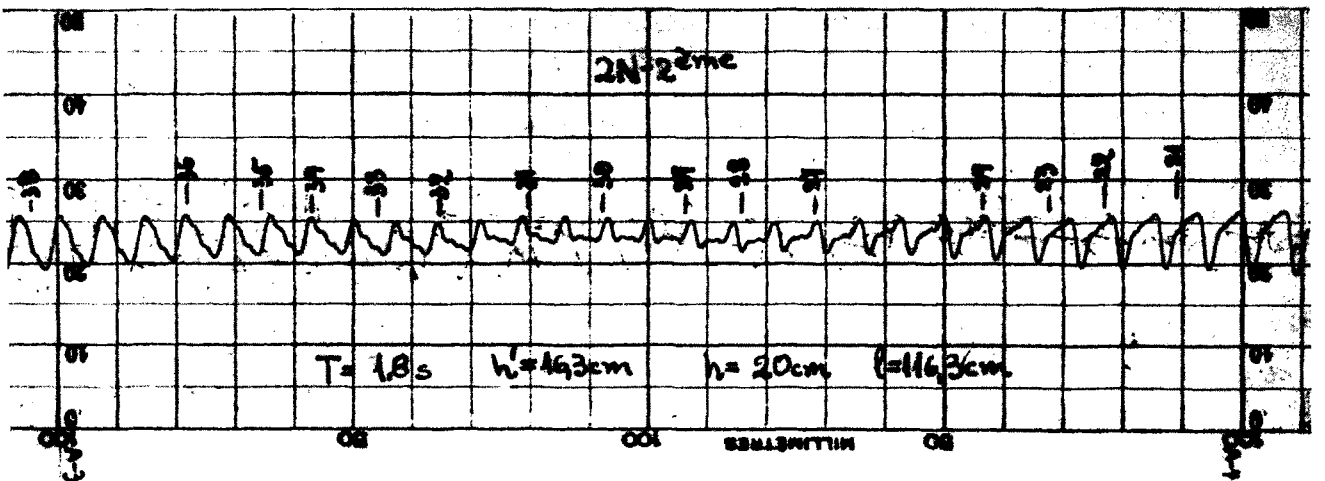
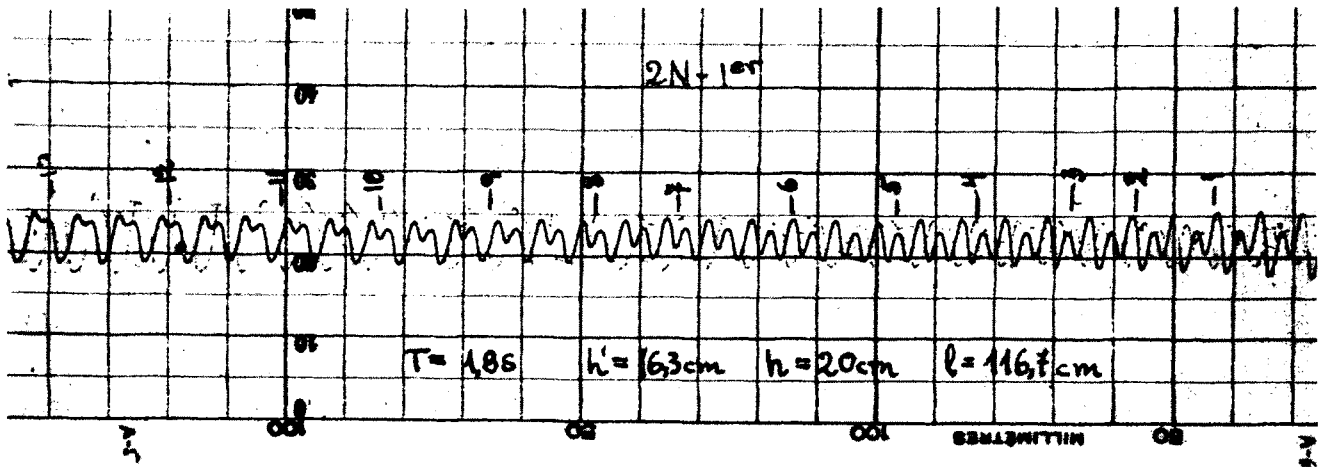
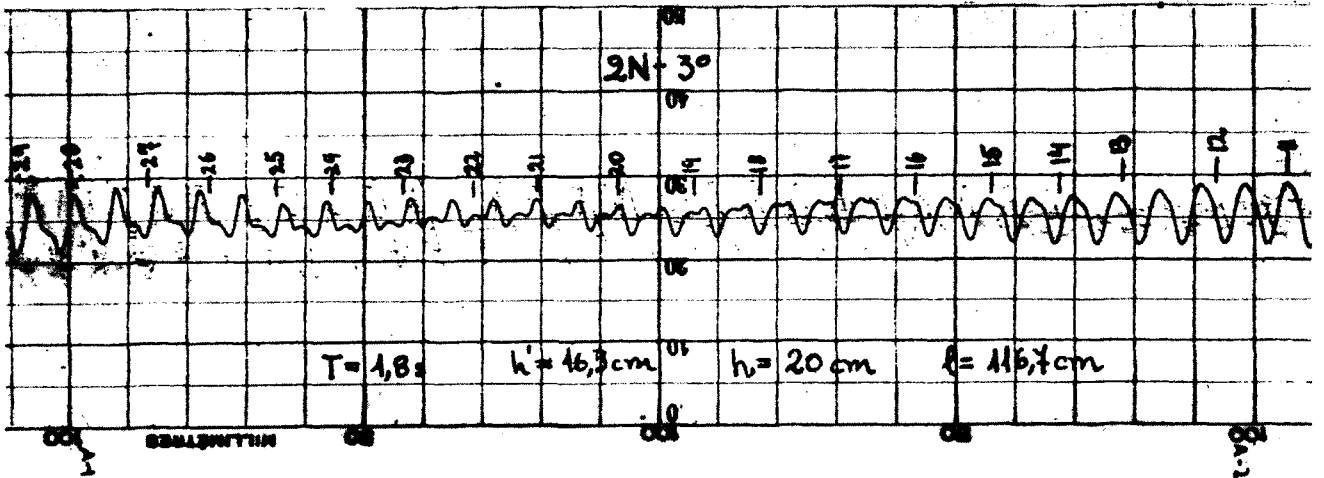


La houle transmise ($T = 1,8$ s)



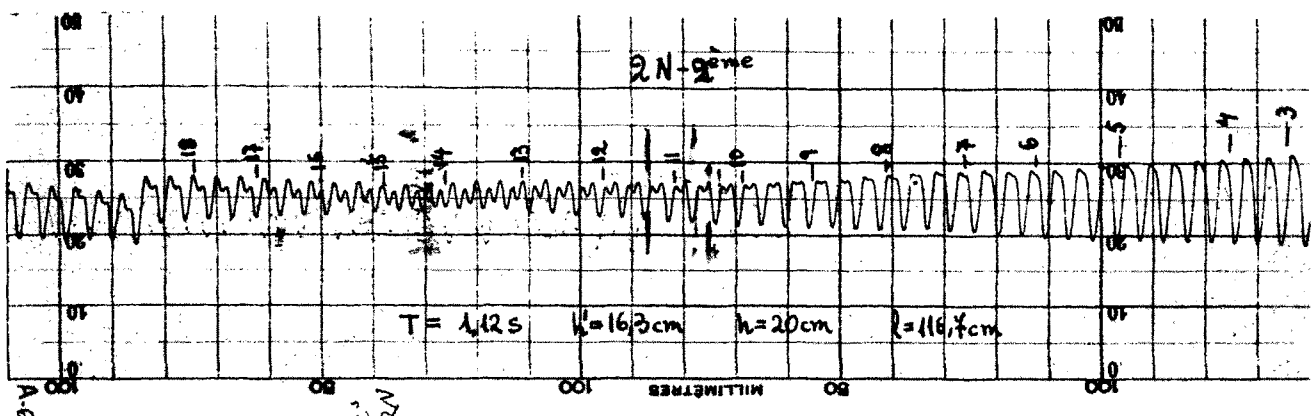
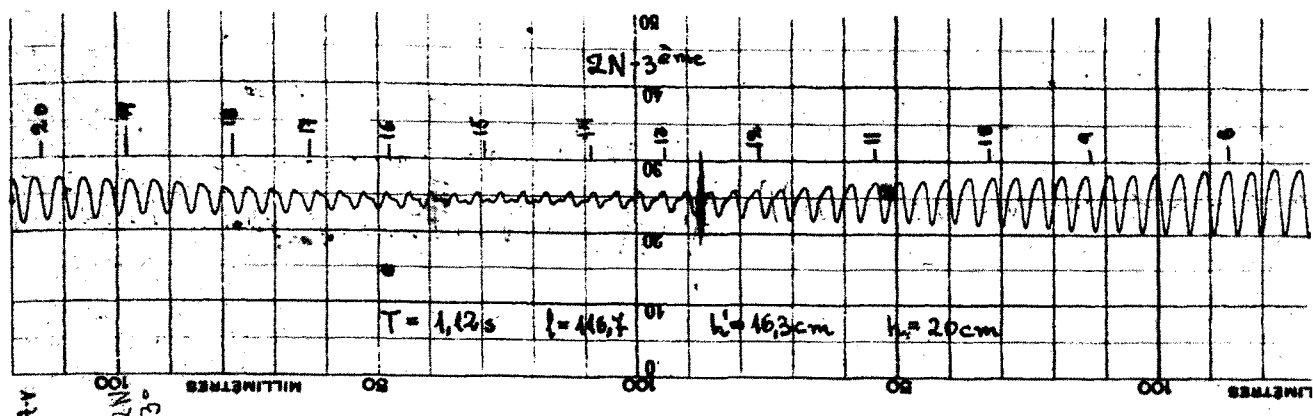
Enregistrements sur les deux premiers nœuds et le deuxième ventre à partir de l'obstacle.

Fig. 13



Quelques exemples d'enregistrement de nœuds.

Fig. 13 (suite)



Quelques exemples d'enregistrement de nœuds.

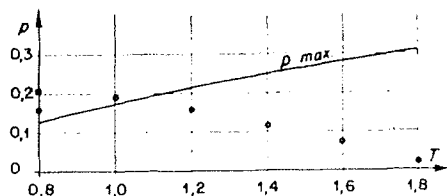
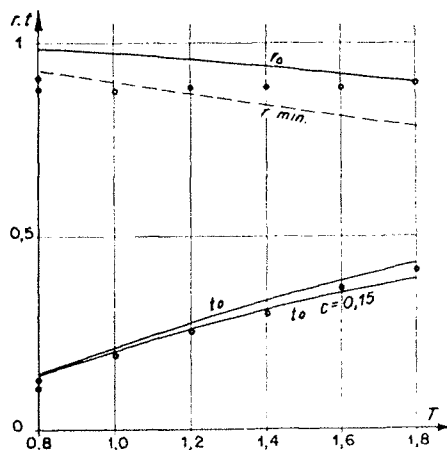


Fig. 14.

Résultats expérimentaux (r , t , p).

$l = 175$ cm; $h = 30$ cm; $h' = 27,5$ cm

tant aux longueurs plus grandes et aux enfoncements plus petits se placent plus près de la courbe théorique.

Les points expérimentaux correspondant au rapport r présentent, en général, une forte dispersion. Ils sortent fréquemment de la bande définie par les courbes r_0 et r_{min} . Cette dispersion est ainsi bien visible sur la figure 21 où nous avons représenté tous les points expérimentaux de r .

La dispersion du rapport r réapparaît quand on représente la perte d'énergie relative :

$$p = 1 - (t^2 + r^2).$$

Dans quelques cas, elle présente une allure régulière, mais on trouve des points qui sortent de la bande définie par l'axe des abscisses ($p = 0$) et la courbe p_{max} , surtout pour les petites périodes.

Sur la figure 15 A, on a représenté les résultats d'une double expérience, au cours de laquelle on a étudié le même cas selon deux échelles. L'application de la similitude de FROUDE nous a permis de la réduire à la même base.

Sur les figures 22-23, on a représenté des courbes théoriques des déphasages φ_{t_0} et φ_{r_0} , ainsi que les valeurs obtenues expérimentalement. Pour φ_t on a, en général, des valeurs inférieures

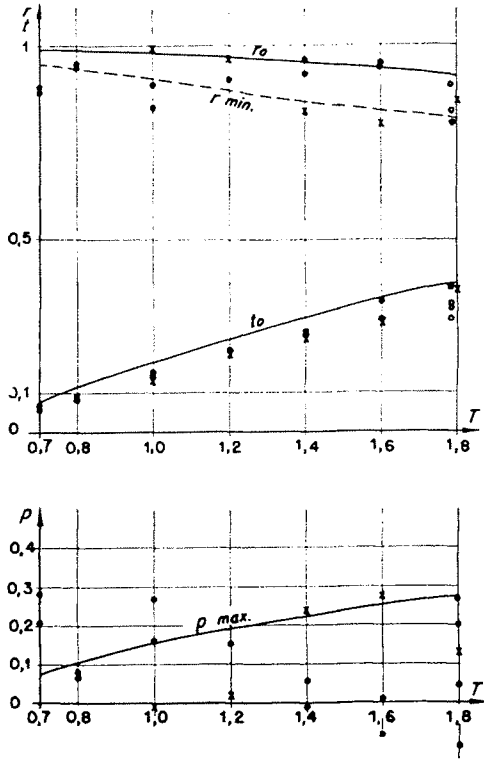


FIG. 15 A.

Résultats expérimentaux (r, t, p).

- $l = 175$ cm; $h = 30$ cm; $h' = 24,4$ cm
- × $l = 116,7$ cm; $h = 20$ cm; $h' = 16,3$ cm

(Ces points ont été obtenus par similitude de FROUDE.)

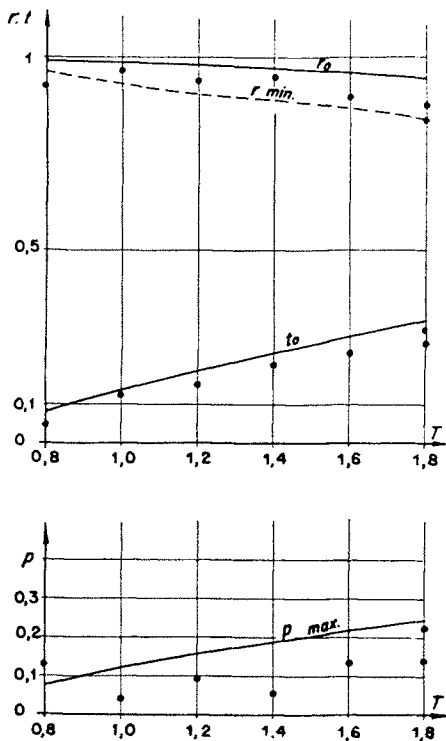


FIG. 15 B.

Résultats expérimentaux (r, t, p).

- $l = 175$ cm; $h = 30$ cm; $h' = 19,7$ cm

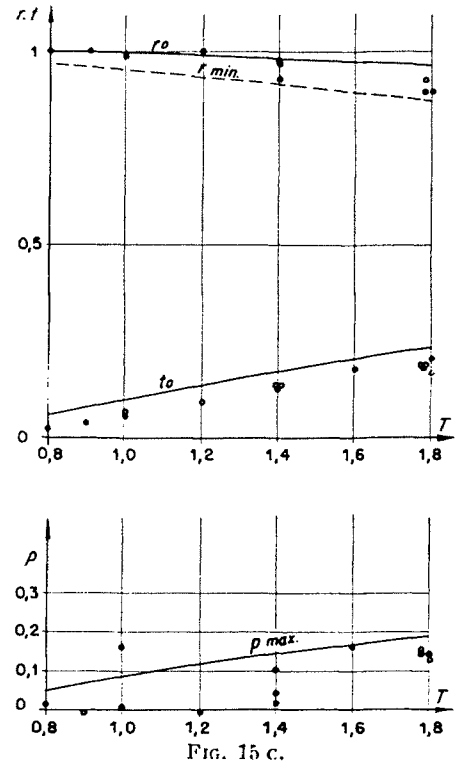


FIG. 15 C.

Résultats expérimentaux (r, t, p).

- $l = 175$ cm; $h = 30$ cm; $h' = 15$ cm

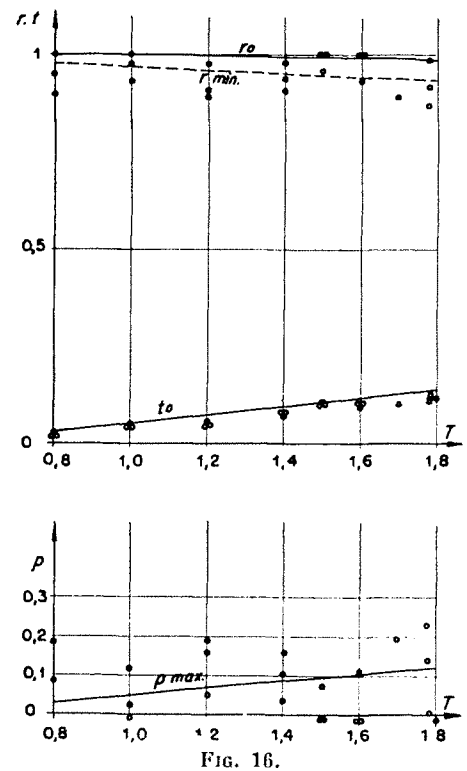


FIG. 16.

Résultats expérimentaux (r, t, p).

- $l = 175$ cm; $h = 30$ cm; $h' = 8,5$ cm

au déphasage théorique φ_{t_0} sans résistance. Pour φ_r , les résultats sont moins bons, il y a une forte dispersion et les points expérimentaux tombent de part et d'autre de la courbe théorique.

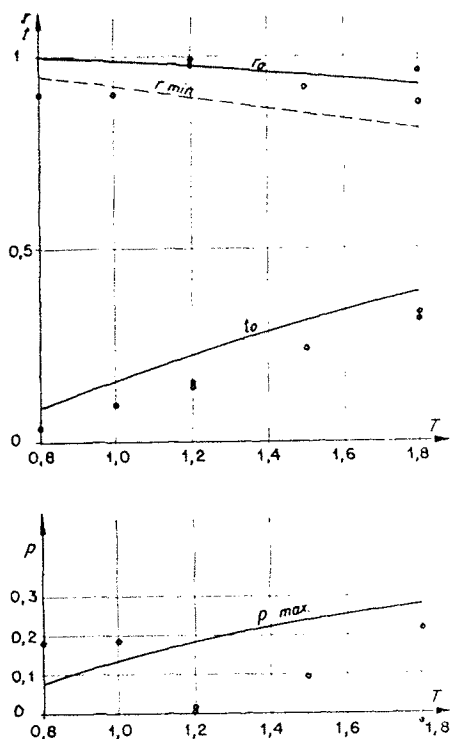


FIG. 19.

Résultats expérimentaux (r , t , p).

$l = 58,3$ cm; $h = 30$ cm; $h' = 8,5$ cm

IV. — Influence de l'amplitude

Pour étudier l'influence de l'amplitude de la houle incidente sur le phénomène, nous avons fait varier cette amplitude entre des limites assez étendues, au cours d'une grande partie des essais. Le mouvement est moins régulier pour les amplitudes plus grandes, mais on doit tenir compte que cela peut provenir aussi du batteur.

Pour le rapport t , l'influence de l'amplitude est assez faible. On trouve des variations tantôt dans un sens tantôt dans l'autre, comme on peut le constater sur le tableau II qui reproduit une partie des mesures faites.

En ce qui concerne le rapport r , les résultats sont trop incertains pour en tirer une conclusion, mais il semble y avoir une augmentation de r avec l'amplitude de la houle incidente. Cette variation est une des causes de la dispersion que présentent les valeurs du rapport r représentées sur les figures.

TABLEAU II

ESSAIS AVEC VARIATION DE L'AMPLITUDE

T s	l cm	h' cm	2 a ₁ mm	2 a ₂ mm	$t = \frac{2 a_2}{2 a_1}$	$r = \frac{2 a_3}{2 a_1}$
1,2	58,3	8,5	25,6	4,0	0,151	0,98
			77,7	11,0	0,143	0,99
1,8	58,3	24,4	20,5	14,4	0,70	0,615
			44,5	30,8	0,69	0,61
1,4	175	8,5	33,0	2,55	0,077	0,91
			31,5	2,7	0,086	0,94
			55,1	4,65	0,084	0,98
1,5	175	8,5	20,1	2,3	0,114	0,96
			36,7	3,9	0,106	1,00
			49,0	5,0	0,102	1,00
1,6	175	8,5	31,0	3,2	0,103	1,00
			31,5	3,45	0,109	0,935
			53,3	5,2	0,98	1,00
1,78	175	8,5	15	1,6	0,106	0,97
			30	3,5	0,117	0,915
			44	5,45	0,127	0,99
1,0	175	15	35,6	2,2	0,062	0,91
			49,4	3,3	0,067	0,995
1,4	175	15	17,9	2,4	0,135	0,98
			36,9	4,9	0,133	0,97
			37,8	5,15	0,135	0,935
1,8	175	15	18,5	3,3	0,178	0,80
			35,4	7,5	0,212	1,00
			65,0	13,2	0,203	1,00
0,8	175	27,5	24,8	2,7	0,108	0,91
			30,7	4,1	0,133	0,88

V. — Variation de la résistance

Afin de vérifier si les formules théoriques qui tiennent compte d'une résistance au mouvement ont une signification, nous avons introduit une résistance additionnelle variable. Pour obtenir cette résistance, on a placé au-dessous de l'obstacle un filtre constitué soit par une plaque perforée, soit par une caisse en métal déployé remplie de paille d'aluminium.

Sur la figure 24, nous avons représenté les valeurs théoriques et les résultats expérimentaux avec un système de coordonnées r , t et p , t . La courbe théorique r , t , a un minimum $r = 0,55$, tandis que le minimum expérimental est de 0,585.

Les valeurs expérimentales pour p suivent assez bien la courbe théorique, et présentent comme celle-ci un maximum.

Fig. 20

Rapport des amplitudes : $t = (2 a_2 / 2 a_1)$

$$t_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + \eta^2}} \quad \eta = \frac{2 \pi^2 l f}{g T^2}$$

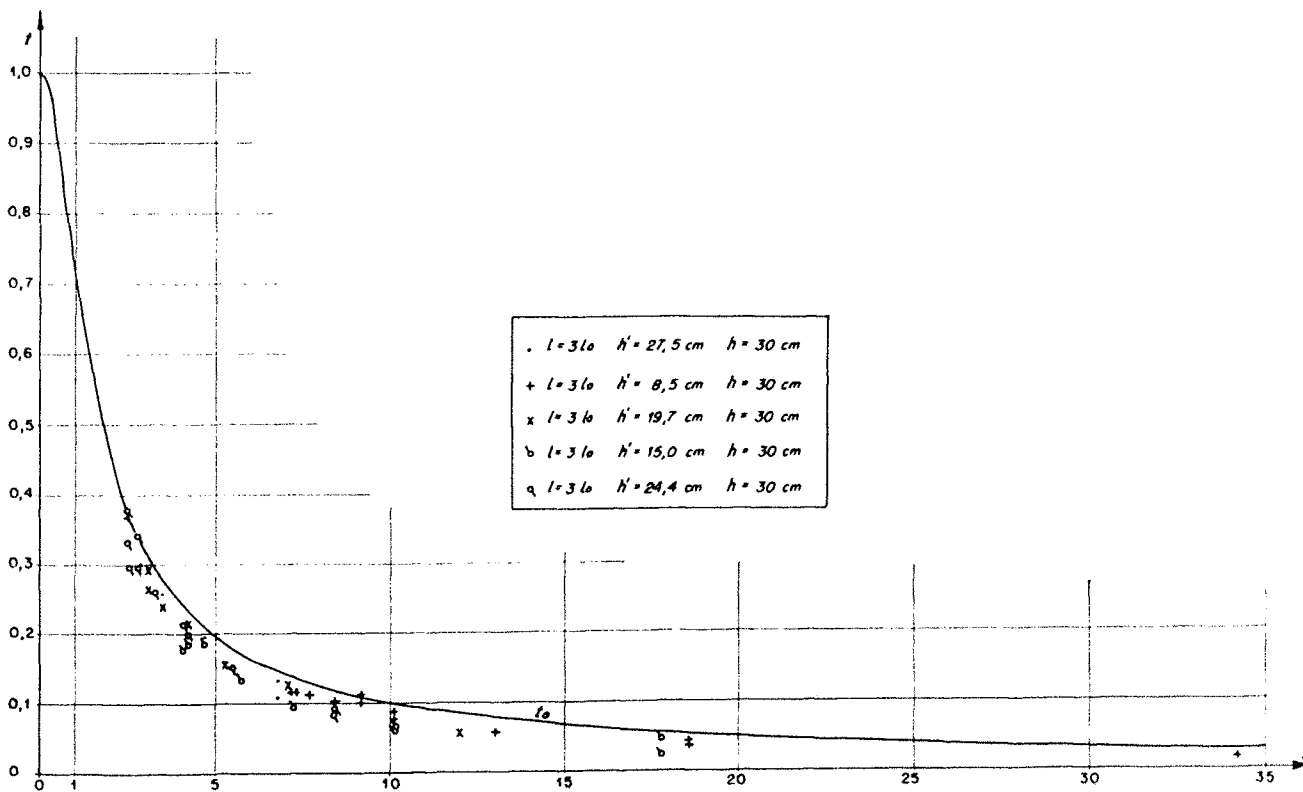
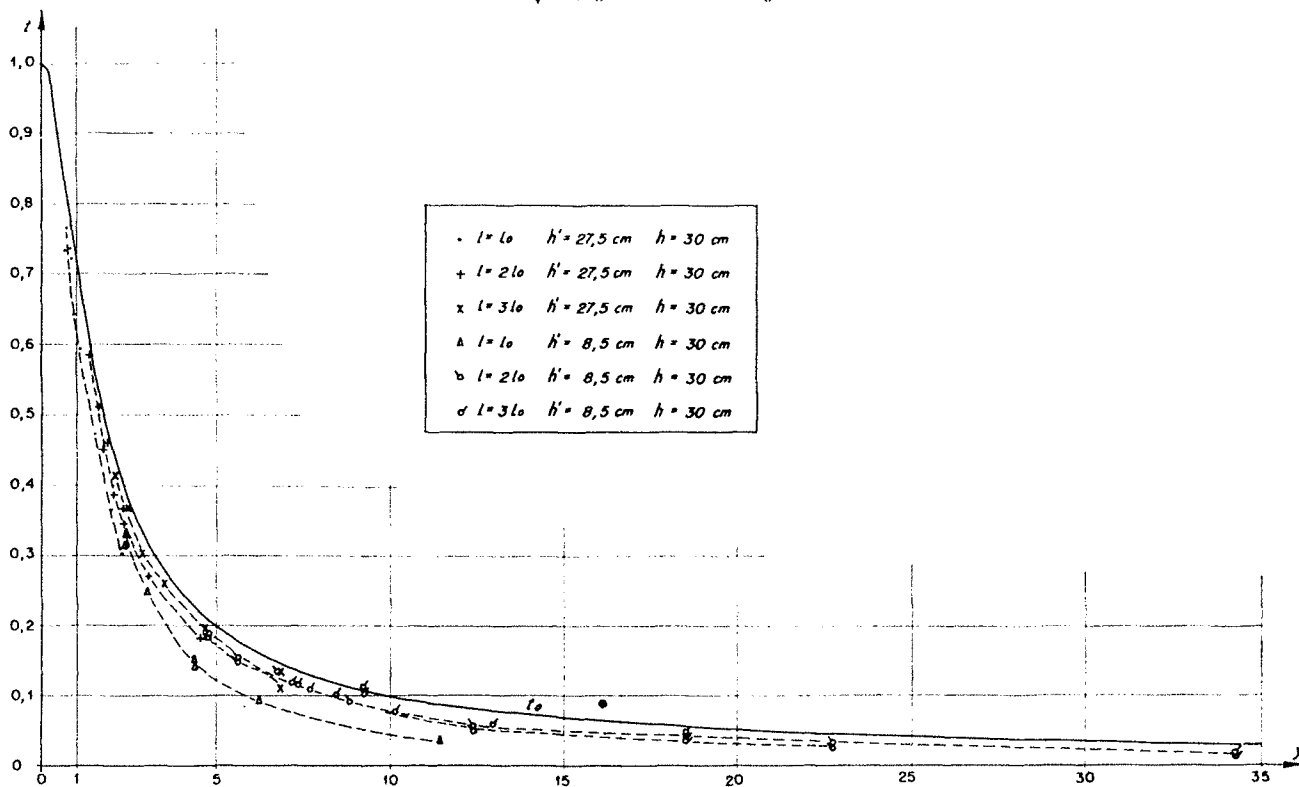
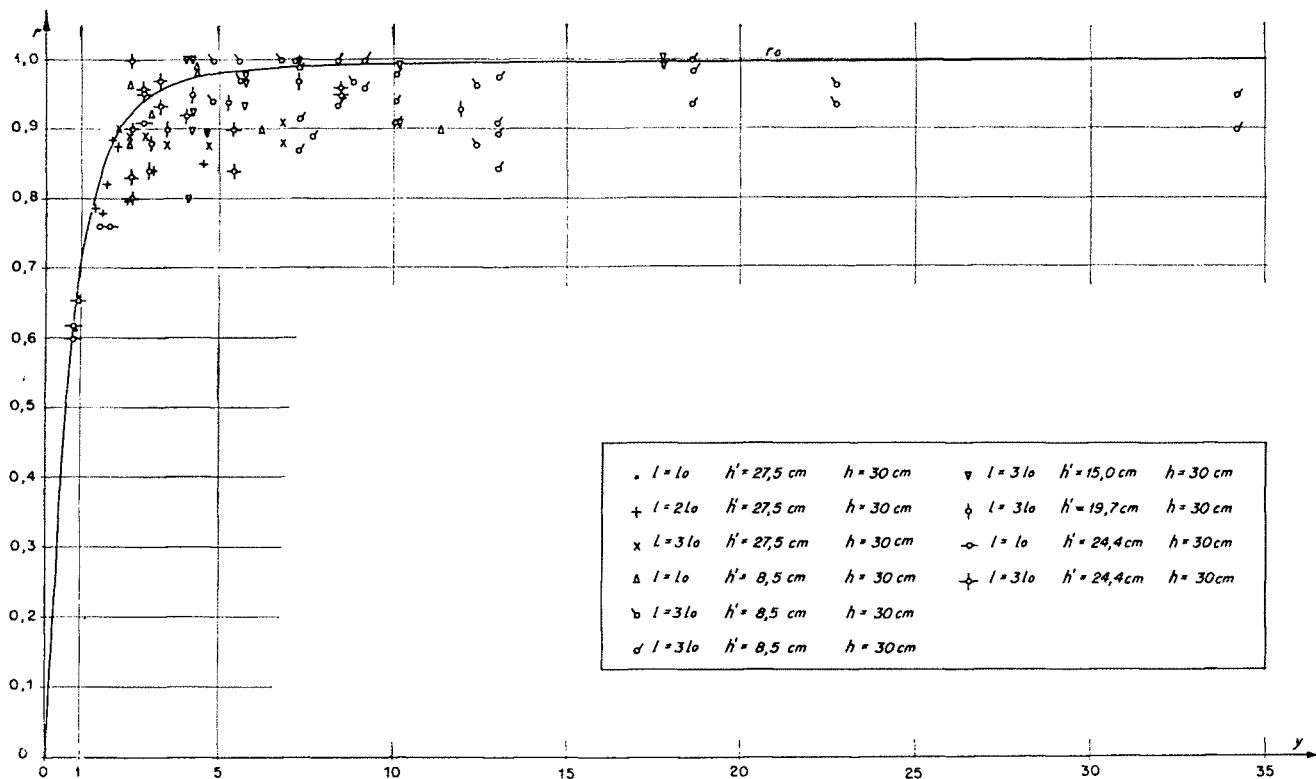


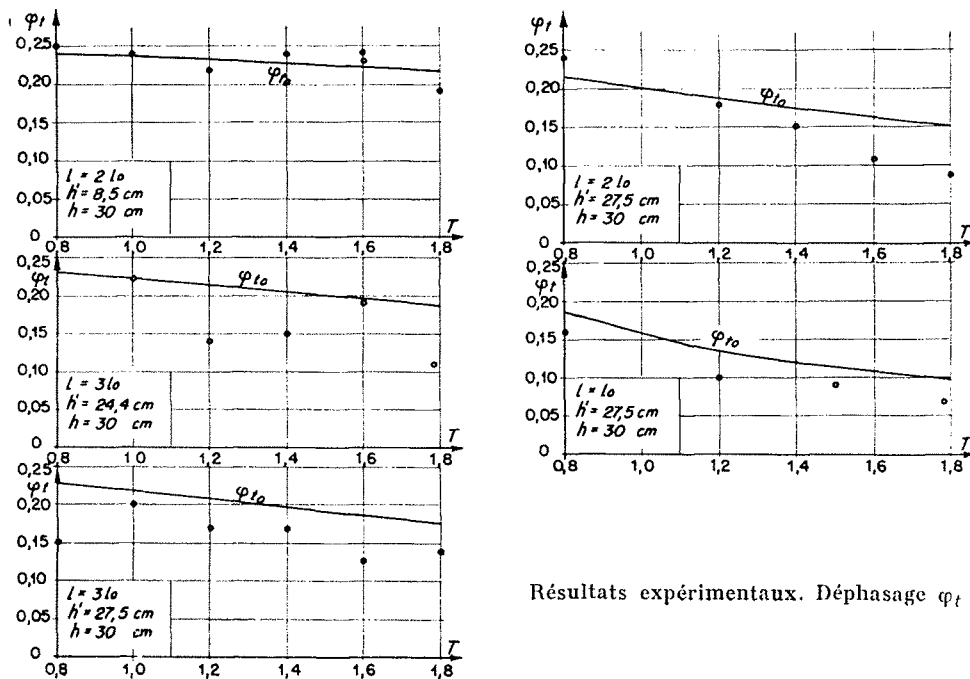
Fig. 21



Rapport des amplitudes : $r = (2 a_3 / 2 a_1)$

$$r_0 = \frac{y}{\sqrt{1+y^2}} \quad y = \frac{2 \pi^2 l f}{g T^2}$$

Fig. 22



Résultats expérimentaux. Déphasage φ_1

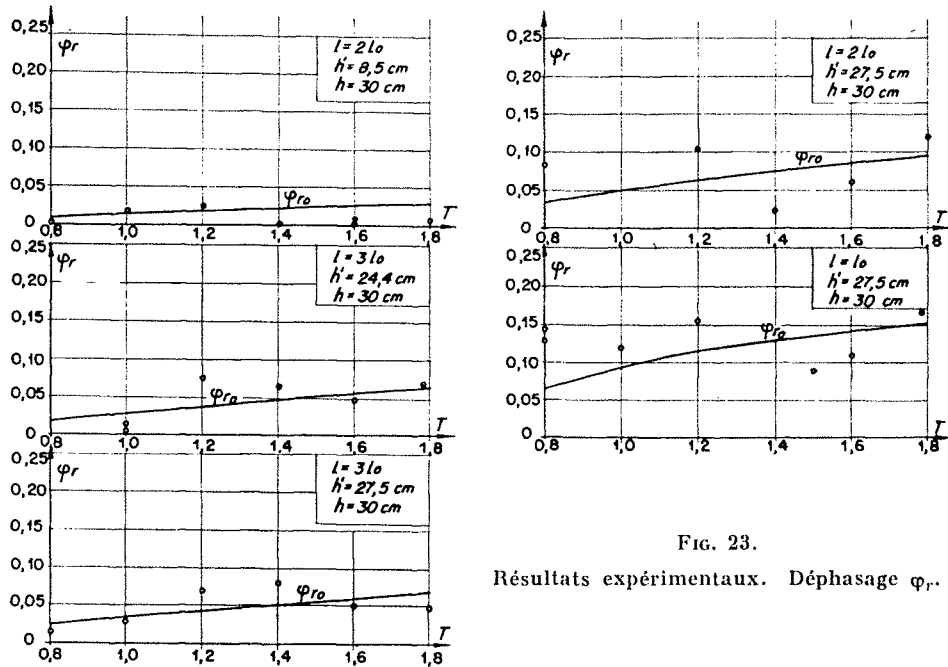


FIG. 23.
Résultats expérimentaux. Déphasage φ_r .

Au cours des expériences, nous avons constaté le déplacement de nœuds et de ventres. Au fur et à mesure qu'on augmentait la résistance, ils se déplaçaient vers l'obstacle.

On a représenté les résultats d'une autre façon sur la figure 25. On y a construit des triangles, avec les segments I, T, R qui ont comme modules, respectivement, l'unité r et t . La théorie établit que $A_1 = A_2 + A_3$, donc que $\vec{T} = \vec{R} + \vec{T}$. l'angle entre I et R donne le déphasage entre la houle transmise et la houle incidente, tandis que l'angle entre I et T donne le déphasage entre la houle réfléchie et la houle incidente. On y voit bien que les deux déphasages diminuent au fur et à mesure que la résistance augmente.

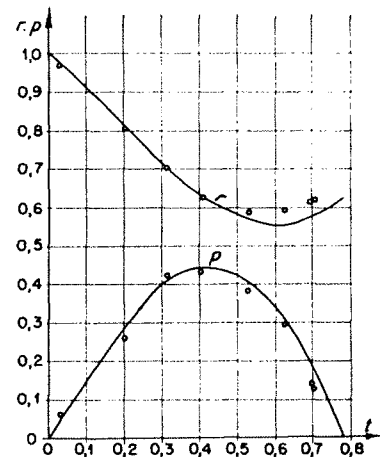


FIG. 24.
Essai avec variation de la résistance.

VI. — Comparaison avec les expériences du passage de la houle sous une vanne plate

M. SKLÉNARD donne une série des courbes qui représentent ses résultats expérimentaux pour différentes hauteurs d'eau et pour les périodes de 0,96 s et 1,45 s. Sur les courbes correspondant à $h = 0,30$ m, nous avons pris les valeurs moyennes du rapport t que l'on reproduit dans le tableau suivant. De nos graphiques des résultats expérimentaux, on a déduit les valeurs correspondantes, pour une longueur de l'obstacle $l = 58,3$ cm, afin de les comparer avec celles de M. SKLÉNARD.

$l = 58,3$ cm $h = 30$ cm $h' = 24,4$ cm

$$r = \frac{1}{\sqrt{(1+x)^2 + y^2}} \quad x = \frac{\pi c f}{T}$$

$$t = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{(1+x)^2 + y^2}} \quad y = \frac{2 \pi^2 l f}{g T^2}$$

$$p = \frac{2x}{(1+x)^2 + y^2} \quad f = \frac{ch m h}{ch m h'}$$

h'/h	0,283	0,815	0,92	1	T
$l \cong 0$	0,725	0,987	0,995	1,00	1,45 s
$l = 58,3 \text{ cm}$	0,23	0,58	0,68	0,75	
$l \cong 0$	0,31	0,953	1	1	0,96 s
$l = 58,3 \text{ cm}$	0,08	0,345	0,44	0,48	

Pour faire la comparaison plus complète, on a réalisé quelques mesures pour $h' = 30 \text{ cm}$ et $l = 58,3 \text{ cm}$ (fig. 26), les essais ont montré que, dans ces conditions, le rapport t reste bien inférieur à l'unité. La mesure dans ce cas est, cependant, imprécise; cette imprécision étant due à l'entrée d'air qui se produit en-dessous de l'obstacle, aux deux extrémités, quand le niveau descend. Quand il monte, l'air s'échappe en produisant une perturbation du mouvement. Pour des grandes amplitudes, il se produit, en plus, un passage de grosses bulles d'air de l'amont vers l'aval, ce qui rend encore plus irrégulier le phénomène. De toute façon, on n'est pas arrivé à avoir une surface libre continue entre l'amont et l'aval, le passage restant toujours en charge.

VII. — Conclusions

L'étude expérimentale de la houle dans un canal présentant un passage en charge, que nous venons d'exposer ici, correspond à une zone très réduite du domaine de variation des divers paramètres du phénomène. L'extrapolation par les lois de la similitude dynamique permettrait, pourtant, de l'agrandir, mais nous préférons ne pas avancer une affirmation dans ce sens-là.

Précisons donc bien les limites entre lesquelles nous avons fait les expériences.

$$\begin{aligned}
 0,8 \text{ s} &\leq T \leq 1,8 \text{ s} \\
 58,3 \text{ cm} &\leq l \leq 175 \text{ cm} \\
 20 \text{ cm} &\leq h \leq 30 \text{ cm} \\
 8,5 \text{ cm} &\leq h' \leq 30 \text{ cm} \\
 0,8 \text{ cm} &\leq 2 a_1 \leq 7,7 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Entre ces limites, une théorie élémentaire nous donne des formules pour les rapports t et r qui limitent supérieurement les valeurs expérimentales. Une limite inférieure est donnée approxi-

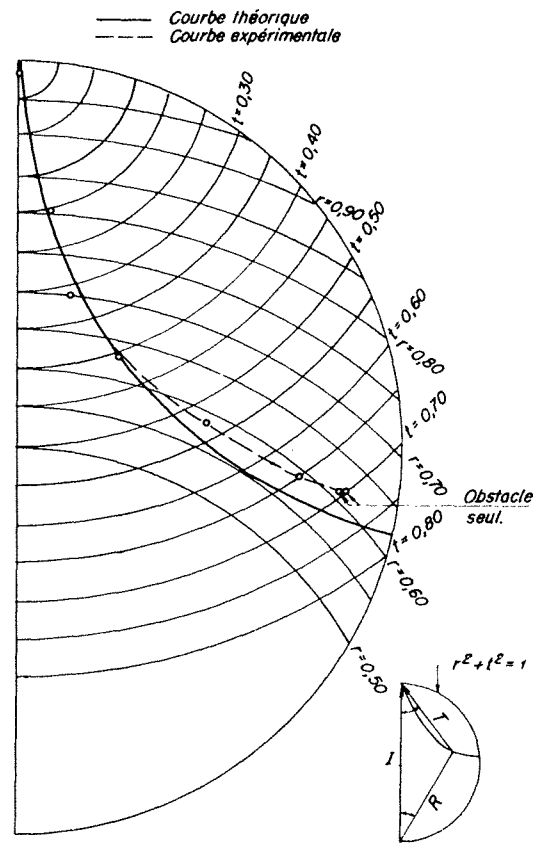


Fig. 25. Essai avec variation de la résistance. $l = 58,3 \text{ cm}$; $h = 30 \text{ cm}$; $h' = 24,4 \text{ cm}$

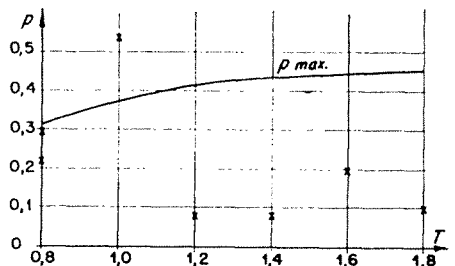
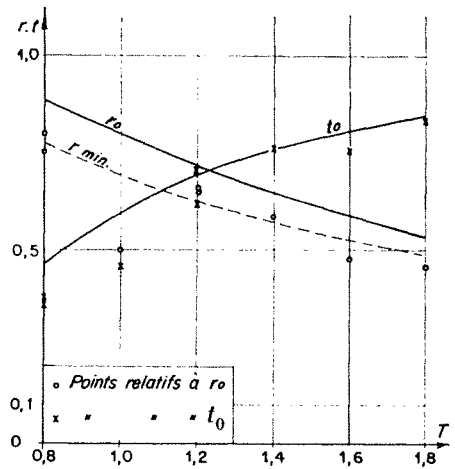


Fig. 26. Résultats expérimentaux (r, t, p). $l = 58,3 \text{ cm}$; $h = 30 \text{ cm}$; $h' = 30 \text{ cm}$

mativement par la formule de r_{min} . De même une limite supérieure pour la perte relative d'énergie est donnée par la formule de p_{max} .

L'accord entre théorie et expérience est meilleur pour les grandes valeurs de T , l , h' .

Du point de vue empirique, on peut fixer assez bien les valeurs du rapport t , mais un calcul avec un coefficient de résistance fixé a priori nous semble aléatoire. Pour r , p et les déphasages φ_l et φ_r on peut fixer des limites approximatives.

ANNEXE I

COMPARAISONS ENTRE VALEURS THÉORIQUES ET EXPÉRIMENTALES

TABLEAU 1

$l = 175 \text{ cm}$		$h = 30 \text{ cm}$			$h' = 27,5 \text{ cm}$		
T s	t	t_0	r_{min}	r	r_0	p	p_{max}
0,8	0,133	0,146	0,93	0,88	0,989	0,208	0,127
0,8	0,108	0,146	0,93	0,91	0,989	0,159	0,127
1	0,195	0,219	0,90	0,875	0,976	0,196	0,180
1,2	0,256	0,276	0,87	0,88	0,961	0,162	0,216
1,4	0,300	0,332	0,84	0,89	0,943	0,116	0,249
1,6	0,367	0,384	0,815	0,89	0,923	0,074	0,277
1,8	0,412	0,431	0,785	0,90	0,902	0,020	0,301

TABLEAU 3

$l = 175 \text{ cm}$		$h = 30 \text{ cm}$			$h = 19,7 \text{ cm}$		
T s	t	t_0	r_{min}	r	r_0	p	p_{max}
0,8	0,055	0,0835	0,96	0,93	0,996	0,132	0,077
1,0	0,122	0,141	0,93	0,97	0,990	0,044	0,124
1,2	0,155	0,187	0,905	0,94	0,982	0,092	0,158
1,4	0,208	0,233	0,89	0,95	0,972	0,054	0,189
1,6	0,238	0,276	0,87	0,90	0,961	0,134	0,217
1,8	0,260	0,315	0,84	0,84	0,948	0,227	0,241
1,8	0,292	0,315	0,84	0,88	0,948	0,140	0,241

TABLEAU 2

$l = 175 \text{ cm}$		$h = 30 \text{ cm}$			$h' = 24,4 \text{ cm}$		
T s	t	t_0	r_{min}	r	r_0	p	p_{max}
0,73	0,061	0,096	0,95	0,845	0,997	0,282	0,087
0,73	0,069	0,096	0,95	0,885	0,997	0,212	0,087
0,8	0,093	0,118	0,94	0,95	0,993	0,089	0,105
0,8	0,086	0,118	0,94	0,96	0,993	0,071	0,105
1,0	0,152	0,181	0,92	0,90	0,983	0,167	0,154
1,0	0,148	0,181	0,92	0,84	0,983	0,272	0,154
1,2	0,218	0,239	0,885	0,92	0,971	0,160	0,193
1,4	0,264	0,292	0,86	0,97	0,956	—0,015	0,226
1,4	0,260	0,292	0,86	0,935	0,956	0,058	0,226
1,6	0,340	0,341	0,83	0,96	0,940	—0,048	0,255
1,6	0,290	0,341	0,83	0,95	0,940	0,012	0,255
1,78	0,333	0,382	0,81	1,00	0,920	—0,110	0,277
1,78	0,380	0,382	0,81	0,90	0,920	0,043	0,277
1,78	0,333	0,382	0,81	0,83	0,920	0,200	0,277
1,78	0,295	0,382	0,81	0,80	0,920	0,273	0,277

TABLEAU 4

$l = 175 \text{ cm}$		$h = 30 \text{ cm}$			$h' = 15 \text{ cm}$		
T s	t	t_0	r_{min}	r	r_0	p	p_{max}
0,8	0,021	0,056	0,975	0,99	0,998	0,02	0,053
0,9	0,0465	0,077	0,966	1,00	0,997	—0,002	0,072
1,0	0,067	0,098	0,956	0,995	0,995	0,006	0,089
1,0	0,062	0,098	0,956	0,91	0,995	0,17	0,089
1,2	0,095	0,137	0,935	1,00	0,99	—0,009	0,120
1,4	0,134	0,173	0,92	0,98	0,985	0,02	0,148
1,4	0,133	0,173	0,92	0,97	0,985	0,04	0,148
1,4	0,136	0,173	0,92	0,935	0,985	0,11	0,148
1,61	0,185	0,214	0,90	0,895	0,978	0,165	0,174
1,78	0,185	0,235	0,88	0,93	0,972	0,161	0,191
1,78	0,189	0,235	0,88	0,90	0,972	0,155	0,191
1,8	0,202	0,239	0,875	0,90	0,97	0,15	0,193
1,8	0,178	0,239	0,875	0,90	0,97	0,16	0,193

TABLEAU 5

$l = 175 \text{ cm}$		$h = 30 \text{ cm}$			$h' = 8,5 \text{ cm}$		
T s	t	t_0	r_{min}	r	r_0	p	P_{max}
0,8	0,0164	0,0295	0,98	0,95	0,999	0,097	0,0287
0,8	0,0136	0,0295	0,98	0,90	0,999	0,190	0,0287
1,0	0,0406	0,0540	0,97	1,00	0,998	— 0,002	0,0512
1,0	0,0362	0,0540	0,97	0,985	0,998	0,029	0,0512
1,0	0,0403	0,0540	0,97	0,935	0,998	0,124	0,0512
1,2	0,0575	0,0775	0,96	0,91	0,997	0,168	0,0719
1,2	0,0560	0,0775	0,96	0,895	0,997	0,196	0,0719
1,2	0,0580	0,0775	0,96	0,975	0,997	0,647	0,0719
1,4	0,0775	0,099	0,95	0,91	0,995	0,166	0,090
1,4	0,0860	0,099	0,95	0,94	0,995	0,108	0,090
1,4	0,0845	0,099	0,95	0,98	0,995	0,033	0,090
1,5	0,114	0,109	0,945	0,96	0,994	0,078	0,098
1,5	0,106	0,109	0,945	1,00	0,994	— 0,011	0,098
1,5	0,102	0,109	0,945	1,00	0,994	— 0,010	0,098
1,6	0,098	0,119	0,94	1,00	0,993	— 0,009	0,106
1,6	0,103	0,119	0,94	1,00	0,993	— 0,011	0,106
1,6	0,109	0,119	0,94	0,935	0,993	0,114	0,106
1,7	0,110	0,129	0,935	0,89	0,9915	0,196	0,114
1,78	0,116	0,137	0,93	0,915	0,990	0,149	0,120
1,78	0,105	0,137	0,93	0,87	0,990	0,232	0,120
1,78	0,126	0,137	0,93	0,99	0,990	0,004	0,120
1,8	0,116	0,138	0,93	1,00	0,990	— 0,013	0,122

TABLEAU 6

$l = 116,7 \text{ cm}$		$h = 30 \text{ cm}$			$h' = 27,5 \text{ cm}$		
T s	t	t_0	r_{min}	r	r_0	p	P_{max}
0,8	0,181	0,216	0,895	0,85	0,975	0,245	0,178
1	0,270	0,312	0,85	0,84	0,95	0,221	0,238
1,2	0,344	0,395	0,81	0,80	0,92	0,242	0,293
1,2	0,367	0,395	0,81	0,80	0,92	0,232	0,293
1,3	0,384	0,431	0,79	0,875	0,90	0,093	0,301
1,4	0,461	0,467	0,775	0,885	0,885	0,005	0,318
1,5	0,450	0,498	0,76	0,82	0,865	0,123	0,332
1,6	0,510	0,530	0,750	0,78	0,85	0,139	0,346
1,8	0,586	0,582	0,705	0,785	0,815	0,041	0,368

TABLEAU 7

$l = 116,7 \text{ cm}$		$h = 30 \text{ cm}$			$h' = 24,4 \text{ cm}$		
T s	t	t_0	r_{min}	r	r_0	p	P_{max}
0,8	0,120	0,175	0,915	0,90	0,985	0,420	0,149
1	0,224	0,267	0,885	0,89	0,965	0,400	0,211
1,3	0,337	0,382	0,82	0,90	0,925	0,370	0,276
1,6	0,392	0,479	0,77	0,84	0,87	0,254	0,324
1,8	0,479	0,531	0,735	0,87	0,845	0,187	0,347
1,8	0,494	0,531	0,735	0,89	0,845	— 0,155	0,347

TABLEAU 8

$l = 116,7 \text{ cm}$		$h = 30 \text{ cm}$			$h' = 8,5 \text{ cm}$		
T s	t	t_0	r_{min}	r	r_0	p	P_{max}
0,8	0,0236	0,044	0,975	0,965	0,999	0,068	0,042
0,8	0,0302	0,044	0,975	0,935	0,999	0,125	0,042
1,0	0,056	0,081	0,96	0,965	0,997	0,065	0,075
1,2	0,093	0,115	0,945	0,97	0,993	0,051	0,103
1,4	0,131	0,147	0,93	1,00	0,989	— 0,018	0,128
1,4	0,136	0,147	0,93	1,00	0,989	— 0,018	0,128
1,6	0,149	0,177	0,92	0,97	0,984	0,037	0,151
1,6	0,153	0,177	0,92	1,00	0,984	— 0,023	0,151
1,8	0,189	0,205	0,905	1,00	0,974	— 0,036	0,170
1,8	0,181	0,205	0,905	0,94	0,974	0,084	0,170

TABLEAU 9

$l = 58,3 \text{ cm}$		$h = 30 \text{ cm}$			$h' = 27,5 \text{ cm}$		
T s	t	t_0	r_{min}	r	r_0	p	P_{max}
0,8	0,307	0,405	0,805	0,80	0,85	0,266	0,288
0,8	0,301	0,405	0,805	0,80	0,85	0,269	0,288
1	0,473	0,549	0,725	0,76	0,835	0,200	0,355
1,2	0,594	0,654	0,66	0,665	0,755	0,205	0,395
1,4	0,641	0,730	0,60	0,66	0,685	0,153	0,422
1,5	0,72	0,755	0,58	0,61	0,655	0,110	0,430
1,5	0,72	0,755	0,58	0,57	0,655	0,156	0,430
1,6	0,735	0,781	0,555	0,615	0,625	0,080	0,439
1,78	0,765	0,817	0,510	0,49	0,575	0,175	0,449
1,8	0,735	0,820	0,515	0,445	0,57	0,261	0,450

TABLEAU 10

$l = 58,3 \text{ cm}$		$h = 30 \text{ cm}$			$h' = 24,4 \text{ cm}$		
T s	t	t_0	r_{min}	r	r_0	p	p_{max}
0,8	0,223	0,335	0,84	0,91	0,94	0,12	0,251
1,0	0,372	0,484	0,765	0,76	0,875	0,28	0,326
1,3	0,476	0,635	0,67	0,74	0,77	0,23	0,388
1,6	0,649	0,737	0,595	0,655	0,675	0,15	0,424
1,8	0,695	0,782	0,550	0,61	0,625	0,16	0,439
1,8	0,70	0,782	0,550	0,615	0,625	0,13	0,439

TABLEAU 11

$l = 58,3 \text{ cm}$		$h = 30 \text{ cm}$			$h' = 8,5 \text{ cm}$		
T s	t	t_0	r_{min}	r	r_0	p	p_{max}
0,8	0,0345	0,087	0,95	0,90	0,995	0,18	0,080
1	0,0935	0,160	0,925	0,90	0,987	0,19	0,138
1,2	0,151	0,226	0,89	0,98	0,974	0,017	0,184
1,2	0,144	0,226	0,89	0,99	0,974	— 0,0007	0,184
1,5	0,243	0,312	0,85	0,92	0,950	0,095	0,237
1,8	0,33	0,386	0,81	0,98	0,922	0,114	0,279
1,8	0,315	0,386	0,81	0,965	0,922	— 0,029	0,279

A SUGGESTION...

You have obtained this number because one of the articles in it coincides with your present activities. The other articles and numbers seem to be of no practical use to you.

But do you know how you will be preoccupied in a few years, or even in a few months? The number which you may now consider as uninteresting can then become an absolutely indispensable adjunct to your work. You will ask us for it and, as occurs every day, we shall reply that it is out of print.

TAKE OUT A SUBSCRIPTION; *glance through each number when you receive it. The articles may perhaps be of no help to you today, but tomorrow you will know that they exist and, when the need arises, you will find them with no difficulty in YOUR own collection.*

TAKE OUT A SUBSCRIPTION; *it is safer, easier and much cheaper.*

LA HOUILLE BLANCHE.