Calcul économique des réseaux de distribution d'eau

Economic computation of water supply nets

PAR SHIRAGGA IRMAY (*),
A. I. Lg.

Professeur associé, directeur de la Division Hydrotechnique, à l'Israel Institute of Technology, Haïfa, Israël,
président de la Section d'Hydrologie, Union Géodésique et Géophysique d'Israël.

Un réseau de distribution d'eau pose un problème indéterminé hydrauliquement, mais soluble univoquement en introduisant la condition d'économie, minimum des capitaux investis ou des dépenses annuelles.

L'analyse des divers éléments permet de les évaluer en fonction des diamètres des conduites et de la hauteur du réservoir sous forme de paraboles d'ordre n . Le problème exige la solution d'un minimum relatif à plusieurs inconnues, parmi lesquelles les distances de l'origine aux points où le diamètre change brusquement. Le diamètre économique de la conduite de refoulement varie à peu près comme la racine carrée du débit, ce qui définit une vitesse économique presque indépendante du débit.

Le diamètre initial de la conduite principale est déterminé à partir de la perte de charge disponible et du débit initial supposé constant le long de la conduite. Les diamètres suivants résultent d'une construction graphique très simple, dite « méthode de la parabole ». La hauteur du réservoir en découle et des corrections sont envisagées. La solution économique exige une ligne d'énergie concave vers le haut, et des vitesses variant à peu près comme les pentes piézométriques ou comme $D^{1.5}$. La hauteur économique varie à peu près linéairement comme la longueur de la conduite.

Diverses dispositions topographiques sont étudiées, ainsi que la situation du réservoir. Le cas de réseaux ramifiés et maillés est envisagé.

Planning of a water supply distribution net is a hydraulically indeterminate problem, yet uniquely solved by introducing the condition of economy, minimum of capital investment or of annual expenditure.

The analysis of the various elements leads to parabolic functions of degree n of pipe diameters and reservoir height. The problem requires the solution of a relative minimum in many unknowns, among which the abscissae of the points of sudden change in pipe diameter. The economical diameter of the delivery pipe varies approximately as the square root of the discharge, which defines an economical velocity almost independent of the rate of flow.

The initial diameter of the main is determined by the available loss of head and the initial discharge assumed constant along the main. The following diameters result from a very simple graphical 'parabolic' method. The reservoir height is deduced therefrom and corrections considered. The economical solution requires an energy line concave upwards, velocities varying approximately as the hydraulic gradient or as $D^{1.5}$. The economical height varies approximately linearly with the length of the main.

Various topographical outlays are considered, as well as a reservoir site on a hillside.

The effect of branching and complex nets is studied.

Afin de rendre service à nos lecteurs, une version anglaise, raccourcie, accompagne en bas de page le texte français. Les formules ne sont pas répétées, mais elles sont remplacées par un numéro (1) correspondant à celui qu'elles portent dans le texte français.

To assist our readers, a condensed English version is given at the foot of the page. Formulae are not repeated but the numbers (1) which replace them correspond to those accompanying each formula in the French text.

LISTE DES SYMBOLES

- A_k : nœud où le diamètre change de D_{k-1} en D_k .
 A_0 : début de la conduite principale.
 A_n : terminaison de la conduite principale.
 a, a_1, a_2 : coefficients de prix (conduites, poste de pompage, réservoir).
 B_k : branchement d'une conduite secondaire; coefficient numérique.
 b, b_1, b_2 : coefficients de prix (conduites, poste de pompage, réservoir).
 C : coefficient de la formule de HAZEN-WILLIAMS.
 C_k : coefficient numérique (débit).
 D, D_1 : diamètre de la conduite principale.
 D_0 : diamètre de la conduite principale, tronçon initial.
 D_k : diamètre de la conduite principale, tronçon $A_{k-1} A_k$.
 $\overline{D}_k = (D_{k-1} + D_k)/2$.
 D', D'' : diamètre d'une conduite secondaire.
 D'_0, D''_0 : diamètre d'une conduite secondaire, tronçon initial (minimum des dépenses annuelles).
 D_r : diamètre de la conduite de refoulement (minimum des capitaux).
 D'_r : diamètre de la conduite de refoulement (minimum des dépenses annuelles).
 e : prix de l'énergie (par kgm).
 F : fonction auxiliaire.
 f : coefficient de frottement (des tuyaux).
 G : fonction auxiliaire.
 G_k : coefficient numérique (débit).
 H, H_0 : hauteur du fond du réservoir au-dessus du sol (minimum de W).
 H' : hauteur du fond du réservoir au-dessus du sol (minimum de U).
 h_o : hauteur de la conduite de refoulement au-dessus du fond de réservoir.
 h_r : hauteur de pompage.
 h_s : hauteur du pied du réservoir au-dessus de la nappe aquifère.
 J : pente de la ligne d'énergie, conduite principale.
 J_0 : pente de la ligne d'énergie, conduite principale (début).
 J_k : pente de la ligne d'énergie, conduite principale (tronçon D_k).
 J'_0 : pente de la ligne d'énergie, conduite principale (début, minimum de U).
 $\overline{J}_k$: pente de la ligne d'énergie, conduite principale (correspond à Q_k).
 J', J'' : pente de la ligne d'énergie, conduite secondaire.
 J_r : pente de la ligne d'énergie, conduite de refoulement.
 J_{cr}, J'_{cr} : pente critique économique (minimum de W, U).
 j : pente moyenne du sol.
 K : coefficient de la perte d'énergie.
 L, L_1 : longueur totale de la conduite principale.
 L', L'' : longueur totale d'une conduite secondaire.
 L_r : longueur totale de la conduite de refoulement.
 L_t : longueur totale d'une boucle.
 l, l_k : longueur d'un tronçon de conduite principale.
 l' : longueur d'un tronçon de conduite secondaire.
 $m=1,852$: indice de puissance de Q (perte d'énergie).
 N : puissance nominale du groupe moto-pompe.
 n : nombre des tronçons de la conduite principale;
 coefficient de puissance (de Q).
 n' : nombre des tronçons d'une conduite secondaire.
 P, P_1 : prix par mètre courant de la conduite principale.
 P', P'' : prix par mètre courant d'une conduite secondaire.
 P_0 : prix par mètre courant de la conduite principale, tronçon initial.
 P_k : prix par mètre courant de la conduite principale, tronçon D_k .
 P_r : prix par mètre courant de la conduite de refoulement.
 p_j : taux annuel (entretien, réparation, assurance).
 Q, Q_1 : débit dans la conduite principale.
 Q_0 : débit dans la conduite principale (début).
 Q_k : débit dans la conduite principale (en A_k).

- Q_{i-} : débit dans la conduite principale (avant le nœud B_i).
 Q_{i+} : débit dans la conduite principale (après le nœud B_i).
 $\overline{Q}_k = (Q_k + Q_{k+1})/2$.
 Q_r : débit dans la conduite de refoulement.
 Q', Q'' : débit dans une conduite secondaire.
 Q'_0, Q''_0 : débit dans une conduite secondaire (début).
 q_i : débit du branchement (en B_i).
 R : coefficient numérique (des débits).
 r : taux d'intérêt de W .
 r_j : taux d'amortissement de W_j .
 T_j : durée de vie d'un élément j .
 t : temps de fonctionnement annuel de la pompe.
 U : dépenses annuelles, totales.
 U_1 : dépenses annuelles, intérêt.
 U_2 : dépenses annuelles, amortissement.
 U_3 : dépenses annuelles, entretien, réparations, assurance.
 U_4 : dépenses annuelles, pompage.
 U_5 : dépenses annuelles, fixes.
 U_6 : dépenses annuelles, annuité (remboursement des capitaux).
 $u = 0,447$ puissance numérique.
 v : vitesse moyenne dans la conduite principale.
 v_r : vitesse économique dans la conduite de refoulement.
 W : capital, total.
 W_1 : capital, poste de pompage.
 W_2 : capital, réservoir d'eau.
 W_3 : capital, conduite de refoulement.
 W_4 : capital, conduite principale.
 W_5 : capital, conduites secondaires.
 W_6 : capital, captage et installations auxiliaires.
 W_7 : capital, dépenses initiales, etc...
 X : abscisse numérique.
 x_k : abscisse du nœud A_k où D_{k-1} change en D_k ($k = 0, 1, \dots, n-1$).
 $x_n = D_r$: diamètre de la conduite de refoulement.
 $x_{n+1} = H$: hauteur du fond de réservoir au-dessus du sol.
 $x_{n+2} = D_0$: diamètre initial de la conduite principale.
 y, y_1 : perte d'énergie dans la conduite principale.
 y', y'' : perte d'énergie dans une conduite secondaire.
 y_r : perte d'énergie dans la conduite de refoulement.
 z : dénivellation du sol le long de la conduite principale, ou ailleurs.
 z', z'' : dénivellation du sol le long d'une conduite secondaire.
 z : coefficient numérique (chute de Q).
 β : coefficient numérique (chute de Q).
 β_w, β'_w : coefficient du diamètre économique de la conduite de refoulement (minimum de W, U).
 $\gamma = 1.000 \text{ kg/m}^3$, poids spécifique de l'eau.
 $\Delta = (D_{k-1} - D_k)/(D_{k-1} + D_k)$.
 $\delta = 4,87$: indice de puissance de D (perte d'énergie).
 $\varepsilon = 1,5$ (parfois 1,0) : indice de puissance de H (prix du réservoir).
 η : rendement du groupe moto-pompe; abscisse numérique.
 Θ : débit numérique.
 θ : nombre d'années de remboursement du capital investi.
 ξ : abscisse numérique; longueur supplémentaire de la conduite principale.
 $\lambda, \lambda_1, \lambda', \lambda''$: paramètres inconnus.
 μ, μ' : paramètres inconnus.
 ρ : taux de remboursement du capital.
 σ : coefficient numérique de la chute du débit.
 φ, φ' : fonctions auxiliaires.
 ψ, ψ' : fonctions auxiliaires.
 Ω : débit numérique.
 $\omega = 1,5$: indice de puissance de D (prix des conduites).

I. — INTRODUCTION

1. — Dans une localité urbaine ou rurale, l'installation d'une distribution d'eau comprend, en général, les éléments suivants (fig. 1) :

FIG. 1. — Schéma d'une distribution d'eau.

a) La prise (cours d'eau, lac, source, puits, forage);

b) La conduite d'adduction amenant l'eau de la prise jusqu'au centre de distribution, soit par gravité (captage surélevé), soit par pompage (captage bas). Une pompe (b') nécessite une conduite d'aspiration (b'') et une conduite de refoulement (b''');

c) Le centre de distribution (réservoir, château d'eau) où l'eau est emmagasinée, soit pour créer la charge requise (incendie, douches, in-

dustrie, arrosage), soit pour parer aux fluctuations de la consommation;

d) Le réseau de distribution dans la localité. Il comprend la conduite principale (d') sur laquelle se branchent en $B_1, \dots, B_n$ des conduites secondaires (d''), sur celles-ci des conduites tertiaires, etc., jusqu'aux conduites amenant l'eau chez le consommateur. On distingue ici le réseau ramifié (fig. 2 a) qui est plus simple à calculer, du réseau maillé (fig. 2 b) qui est plus pratique et sûr.

FIG. 2. — Schémas de réseaux :

a) ramifiés; b) maillés.

2. — L'ingénieur chargé de préparer les plans d'une installation de distribution d'eau doit déterminer :

a) Les éléments topographiques en plan et en hauteur; la prise et son niveau; l'emplacement du réservoir; le type du réseau de distribution et le tracé de toutes les conduites, y compris le sens d'écoulement de l'eau;

b) Les éléments hydrauliques dépendant des besoins des consommateurs : débits maxima Q dans toutes les conduites et pression minimum p (ou hauteur d'eau équivalente h) en chaque point du réseau, déterminés par la densité de la population, des industries et des jardins, et surtout par les dangers d'incendie. Ces grandeurs sont des prédictions basées sur les statistiques du passé et l'état présent, ainsi que sur la comparaison avec des localités semblables. Les débits

I. — INTRODUCTION

1. In an urban or rural community, the water supply net generally comprises the following elements (fig. 1) :

a) Source or intake of water (water course, lake, spring, well, boring).

b) Supply conduit for the transportation of water from the source to the center of distribution, either by gravity or by pumping. A pump (b') requires a suction conduit (b'') and a delivery conduit (b''').

c) Center of distribution (reservoir, water tower) where water is stored, either in order to produce the required head (fire, shower, irrigation, industry) or to obviate fluctuations in water consumption.

d) Distribution network in the community. It comprises the

main (d') with submains of order two, branching at $B_1 \dots B_n$ (d''), submains of order three, etc., up to the conduits leading to the consumer. We may distinguish the simpler branching nets (fig. 2a) and the complex nets (fig. 2b) which are more practical and sure.

2. The designing engineer has to determine :

a) The topographical elements in plan and height; the water intake or source and its level; the reservoir site; the type of the distribution net and the layout of all conduits with the directions of flow.

b) The hydraulic elements depend on the consumer. The maximum discharges Q in all conduits and the minimum pressure p (or equivalent pressure head h) at any point, are determined by the density of population, industry, gardens and fire hazard. These elements are predictions based on past statistics, on present cond-

dépendent encore des fuites le long des conduites, pertes qui peuvent dépasser 10 % [1] (*). Il faut ajouter à ces éléments le volume du réservoir déterminé par le choix de la réserve d'eau minimum requise par les conditions locales. L'étude économique du réservoir permet d'en déterminer le type et les dimensions intérieures :

c) Les *dimensions* des éléments hydrauliques du réseau, la hauteur H du fond du réservoir au-

(*) Les nombres entre crochets se rapportent à la liste bibliographique à la fin du mémoire. Les nombres entre parenthèses se rapportent aux formules du texte.

II. — CONSIDÉRATIONS ÉCONOMIQUES

3. — La définition de la solution économique nécessite des éclaircissements. On pourrait, par exemple, exiger qu'elle corresponde au *minimum de capitaux* W investis dans l'installation. Ce serait la méthode à employer dans le cas d'installations provisoires et militaires, ou dans le cas d'un manque aigu de fonds disponibles. Ces investissements sont les suivants :

- a) Poste de pompage W_1 ,
- b) Réservoir d'eau W_2 ,
- c) Conduite d'adduction W_3 ,
- d) Conduite principale W_4 ,
- e) Conduites secondaires W_5 ,
- f) Captage, installations et bâtiments auxiliaires W_6 ,
- g) Dépenses initiales, intérêt pendant la période de construction, etc., W_7 .

itions, and on comparison with similar localities. The discharges are influenced by leakage which may exceed 10 % [1] (*).

Another element is the reservoir volume determined by local requirements of minimum water storage. The economic study of the reservoir determines its type and size.

c) The *sizes* of the hydraulic elements of the network : height H of the reservoir bottom above ground level; diameter D , of the delivery pipe; diameters D of all mains and submains; rated power N of the pumping units for maximum discharge Q , delivered into the reservoir.

Generally this problem is hydraulically indeterminate, as an infinite number of solutions (c) exist satisfying conditions (a) and (b). The required answer is the *economical solution*, which is unique by definition.

II. — ECONOMIC CONSIDERATIONS

3. The economical solution may correspond, for example, to

(*) Numbers within square brackets refer to the bibliography at the end of the paper. Numbers within ordinary brackets refer to the formulae of the text.

dessus du sol (fig. 1); le diamètre D_r de la conduite de refoulement ou d'adduction; les diamètres D de tous les tronçons du réseau, telles que conduites principales et secondaires; la puissance nominale N , ou installée, du groupe moto-pompe pour le débit maximum Q_r refoulé du puits dans le réservoir.

Dans le cas général, ce problème ne peut être résolu univoquement en termes hydrauliques. En effet, il existe une infinité de solutions (c) satisfaisant aux conditions (a) et (b). La solution à choisir est la solution *économique* qui est unique par définition.

Le total des capitaux investis est donc :

$$W = \sum W_j = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5 + W_6 + W_7 \quad (1)$$

4. — On préfère toutefois, surtout dans le cas d'installations durables, définir la solution économique par le minimum de *dépenses annuelles* U . Ces dépenses comprennent : frais de production jusqu'à la station de pompage; traitement de l'eau (filtrage, chlore); transport de l'eau jusqu'au centre de distribution; réseau de distribution, partie publique et partie privée; administration générale, salaires et impôts; pertes d'eau, soit par les fuites le long des conduites, soit par l'indication erronée de compteurs d'eau usagés. Ces dépenses annuelles rapportées à l'unité de volume (m^3) d'eau fournie aux consommateurs définissent le *prix de l'eau*. La solution économique, c'est la recherche du prix minimum.

the *minimum of capital investment* W in the water supply system. This is recommended for provisional or military installations, or where the necessary funds are not available. These investments comprise : pumping station W_1 ; water reservoir W_2 ; supply (or delivery) conduit W_3 ; main W_4 ; submains W_5 ; water intake, auxiliary buildings and installations W_6 ; initial expenditure, capital interest during construction, etc. W_7 .

The total capital investment is : (1)

4. The economical solution is usually defined, especially for lasting installations, by the *minimum of annual expenditure* U . This expenditure comprises : production cost up to the pumping station; water treatment (filters, chlorination); transportation of water to the center of distribution; distribution network, public and private portions; general administration, wages and taxes; water losses by leakage or defective water meters. This expenditure on the basis of unit volume (m^3) of water supplied to the consumer, defines the *water price*. The economical solution means the minimum price.

5. — Les dépenses annuelles peuvent encore être disséquées autrement :

a) *Intérêt* U_1 sur les capitaux investis W au taux annuel r (par exemple 0,05, soit 5 %) :

$$U_1 = r W \quad (2)$$

b) *Amortissement* U_2 des diverses parties de l'installation dû à leur détérioration progressive. Si la durée de vie d'un élément j est T_j ans au taux d'intérêt r , son taux d'amortissement annuel r_j est (*) :

$$r_j = r / [(1 + r)^{T_j} - 1] \quad (3)$$

$$U_2 = \sum r_j W_j \quad (4)$$

c) *Entretien, réparations et assurance* U_3 rapportés aux capitaux investis, au taux annuel p_j (**) :

$$U_3 = \sum p_j W_j \quad (5)$$

d) *Pompage* U_4 . Dans le cas d'un moteur électrique, la puissance N (kgm/s) est (fig. 1) :

$$N = \gamma Q_r (h_r + y_r) / \eta = \gamma \eta^{-1} Q_r (h_s + h_c + H + y_r) \quad (6)$$

où :

Q_r (m³/s) = débit refoulé maximum;

h_r = hauteur de pompage;

y_r = perte de charge dans la conduite d'aduction;

γ = 1.000 kg/m³, poids spécifique de l'eau;

η = rendement du groupe moto-pompe;

H = hauteur du fond au-dessus du sol;

h_c = hauteur de la conduite de refoulement au-dessus du fond.

(*) Les valeurs usuelles de T_j et r_j pour $r = 0,05$ (soit 5 %) sont données à la fin du mémoire (Appendice A).

(**) Les valeurs usuelles de p_j sont données à la fin du mémoire (Appendice B).

5. Annual expenditure may also be analyzed otherwise :

a) *Interest* U_1 on capital investment W at the annual rate r (e.g. 0.05 or 5 %) : (2)

b) *Amortisation* U_2 of the various parts of the installation due to their progressive deterioration. If the duration of each element j is T_j years at the rate of interest r , its annual rate of amortisation r_j (*) is : (3) (4)

c) *Maintenance, repairs and insurance* U_3 referred to the capital investments, at an annual rate p_j (**) : (5)

d) *Pumping costs* U_4 . In the case of an electric motor of power N (kgm/s) (fig. 1) : (6)

Q_r (m³/s) = maximum discharge; h_r = pumping height; y_r = loss of head in supply conduit; γ = 1 000 kg/m³ = unit weight of water; η = efficiency of pumping unit; H = height of reservoir bottom above ground; h_c = height of delivery conduit above bottom.

(*) Detailed values of T_j , r_j , p_j are given in Appendixes A, B of the French text.

Lorsque le débit et la hauteur de pompage varient pendant l'année, on prend leurs valeurs moyennes annuelles. Si la pompe travaille au cours de l'année pendant un temps t (sec), l'énergie requise est Nt (kgm). Si le prix de l'énergie est e (par kgm, soit 367.000 e par kWh), le coût annuel de pompage est :

$$U_4 = Nte \quad (6')$$

e) *Charges fixes* U_5 , tels salaires, impôts, traitement de l'eau, etc. Les dépenses annuelles totales sont donc :

$$U = \sum U_j = r W + \sum r_j W_j + \sum p_j W_j + Net + U_5 \quad (7)$$

$$= \sum (r + r_j + p_j) W_j + Net + U_5$$

6. — Parfois, il faut rembourser les capitaux W pendant θ années au taux annuel φ ; r étant le taux d'intérêt, on a :

$$\varphi = r / [(1 + r)^\theta - 1] \quad (8)$$

Il faut ajouter, pendant les θ premières années, une annuité :

$$U_6 = \varphi W \quad (9)$$

Les dépenses annuelles deviennent alors :

$$U = \sum (r + \varphi + r_j + p_j) W_j + Net + U_5 \quad (9')$$

7. — *Conduites*. Le prix d'une conduite est proportionnel à sa longueur l ou L . Le prix par mètre courant est une fonction croissante du diamètre intérieur D . On peut le représenter à peu près par une parabole (*) :

$$P = a + b D^\omega \quad (10)$$

(*) Sa justification est donnée à la fin du mémoire (Appendice C).

When the discharge and the pumping head vary during the year, they should be replaced by their annual averages. If the pump works t (seconds) a year, the energy required is Nt (kgm). If the price of energy is e (per kgm, or 367,000 e /kWh), the annual cost is : (6')

e) *Constant expenditure* U_5 , such as wages, taxes, water treatment, etc.

The total annual expenditure U is then : (7)

6. Sometimes it is necessary to refund the capital W during θ years at an annual rate φ ; r being the annual rate of interest. Then : (8)

During the first θ years, we have an annual expenditure : (9)

The total annual expenditures are then : (9')

7. *Conduits*.—The price of a pipe-line is directly proportional to its length l or L . The price per unit length (meter) is an increasing function of the internal diameter D . It may be represented approximately by a parabola (*) : (10)

(*) See Appendixes C, D of the French text.

où a , b , ω , sont des paramètres à déterminer dans chaque cas (**). En général (***) :

$$1 < \omega < 2 \quad (10')$$

Dans ce qui suit, nous adopterons $\omega = 1,5$.

Le coût de la conduite d'adduction de longueur L_r est :

$$W_3 = P_r L_r = (a + b D_r^\omega) L_r \quad (11)$$

Le coût de la conduite principale de longueur totale L , composée de n tronçons l_k de diamètre D_k ($k = 0, 1 \dots n-1$) est :

$$W_4 = \sum P_k l_k = \sum (a + b D_k^\omega) l_k ; L = \sum l_k \quad (12)$$

Le coût des conduites secondaires composées de n' tronçons l'_k de diamètre D'_k ($k = 0, 1 \dots n'-1$) est :

$$W_5 = \sum P'_k l'_k = \sum (a + b D'_k{}^\omega) l'_k \quad (13)$$

8. — *Réservoir d'eau.* Pour un type et un volume donnés, le coût W_2 d'un château d'eau est fonction de la hauteur H du fond au-dessus du sol (fig. 1). On peut le représenter par :

$$W_2 = a_2 + b_2 H^\varepsilon \quad (14)$$

où a_2 , b_2 , ε , sont des paramètres dépendant du volume du réservoir et des prix, à déterminer dans chaque cas. Il semble que $\varepsilon = 1,5$. Lorsqu'on n'a pas assez de données, on peut admettre $\varepsilon = 1$.

(**) Une méthode semi-graphique pour trouver les paramètres est donnée à la fin du mémoire (Appendice D).

(***) D'après DAVIS [4] pour des conduites en fonte avec accessoires et mise en place, $\omega = 1,55$. D'après PARKER [8], $\omega = 1,50$. D'après KIRSANOFF [7], $\omega = 1,7$. D'après l'auteur, pour des conduites de grand diamètre (2 à 5 m) en béton précontraint, $\omega = 1,5$, les frais d'excavation et de remplissage y compris; ω est indépendant de la pression de l'eau et du type de sol [3]. D'après DAVIS, les frais d'excavation et de remplissage sont proportionnels au diamètre D [4].

a , b , ω are parameters to be determined in each case.

In general $1 < \omega < 2$.

In what follows $\omega = 1,5$ is adopted.

The cost of the supply pipe of length L_r is : (11)

The cost of the main of total length L , composed of n sections of length l_k and diameter D_k each ($k = 0, 1, \dots, n-1$) is : (12)

The cost of submains, composed of n' sections l'_k of diameter D'_k each ($k = 0, 1, \dots, n'-1$) is : (13)

8. *Water reservoir.*—For given type and volume, the cost W_2 of a water tower depends on the height H of its bottom above ground (fig. 1). It may be represented by : (14)

a_2 , b_2 , ε are parameters to be determined in each case, depending on the prices and the reservoir volume. It seems that $\varepsilon = 1,5$. When no sufficient data are available $\varepsilon = 1$ may be assumed.

9. *Pumping station.*—The cost W_1 of the pumping unit and station depends on the installed power, therefore also on the rated power N . It seems that : (15)

9. — *Poste de pompage.* Le coût W_1 du groupe moto-pompe avec le poste de pompage est fonction de la puissance installée, donc aussi de la puissance nominale N . Il semble que la relation soit linéaire :

$$W_1 = a_1 + b_1 N \quad (15)$$

où a_1 , b_1 sont des paramètres à déterminer dans chaque cas.

Autres dépenses. Les autres dépenses W_6 , W_7 ou U_5 (traitement de l'eau, administration, salaires, etc.), ne dépendent pas des diamètres, de la hauteur du réservoir ni de la puissance du moteur.

10. — *Perte de charge dans une conduite.* Dans une conduite de diamètre constant D et de longueur l , écoulant un débit constant Q à la vitesse moyenne v , on a la relation de continuité :

$$Q = v \cdot \pi D^2/4 \quad (16)$$

et la pente de la ligne d'énergie est :

$$J = y/l = (f/D) (v^2/2g) \quad (17)$$

où y = perte d'énergie continue; $v^2/2g$ = énergie cinétique; f = coefficient de frottement, sans dimensions [6] (*).

Le coefficient f est donné par des formules empiriques en fonction de D et v (ou Q), le plus souvent exponentielles :

$$J = K Q^m D^{-\delta} \quad (18)$$

où m , δ , sont des nombres constants, bien que différant un peu selon les auteurs; K dépend encore de la rugosité des parois.

(*) Voir : Appendice F, à la fin du mémoire.

a_1 , b_1 parameters to be determined in each case.

Other expenditures W_6 , W_7 , U_5 (water treatment, administration, wages, etc.) do not depend on the diameters, reservoir height or rated power.

10. *Loss of head in a conduit.*—In a conduit of constant diameter D and length l discharging water at a constant rate of flow Q and mean velocity v , continuity requires : (16)

The hydraulic (or energy line) gradient is : (17), where :

y = continuous loss of head; $v^2/2g$ = kinetic energy;

f = dimensionless friction coefficient (*);

f is given by empirical formulae as function of D and v , (or Q), mostly exponential ones : (18), where :

m , δ are constant numbers, differing slightly according to the author. K depends on wall roughness. The most common formulae are :

(*) See Appendix F of the French text.

Les formules les plus répandues sont :

N°	Formule de :	m	δ	Remarques
1	CHÉZY-DUPUIT	2	5	ancienne.
2	MANNING	2	5,33	pays de langue anglaise.
3	FORCHHEIMER	2	5,40	pays de langue allemande.
4	HAZEN-WILLIAMS (*)	1,852	4,87	Etats-Unis
5	BLASIUS-FLAMANT (**)	1,75	4,75	pays de langue française.

La formule de HAZEN-WILLIAMS semble occuper une position moyenne, c'est pourquoi nous la préférons.

La perte d'énergie dans une conduite de diamètre constant D , de longueur l et de débit Q variable le long de la conduite, est :

$$y = \int_{x=0}^l J dx = K D^{-5} \int_{x=0}^l Q^m dx \quad (19)$$

$$K = 10,7 C^{-m} \text{ (unités mètre-seconde).}$$

(*) En unités métriques mixtes : v (m/s), D (mm), Q (m³/h), J (‰), on a :

$$J = 1,131 \times 10^{12} (Q/C)^{1,852} D^{-4,87}$$

$$v = 1,096 \times 10^{-4} C J^{0,54} D^{0,63}$$

où C est un coefficient caractéristique de la rugosité de la paroi. En moyenne $C = 100$ pour des tuyaux en fonte après 10 à 15 ans de service. A la fin du mémoire (Appendice E) se trouve une table donnant v et J pour $25 \leq D \leq 1250$ mm, $0,2 \leq Q \leq 11.000$ m³/h, basée sur les formules précédentes et recalculée par l'auteur en unités métriques pour les besoins de l'enseignement de l'hydraulique à l'Israël Institute of Technology, Haïfa, Israël.

(**) C'est la formule rationnelle semi-empirique de l'écoulement lisse, dite des tuyaux lisses. (Voir : Appendice F, fin du mémoire.)

No	Formula of	m	δ	Notes
1	Chézy-Dupuit	2	5	ancient
2	Manning	2	5.33	in Anglo-Saxon countries
3	Forchheimer	2	5.40	in German speaking countries
4	Hazen-Williams	1.852	4.87	in U.S.A.
5	Blasius-Flamant	1.75	4.75	in French speaking countries

We prefer the Hazen-Williams formula, as it occupies a median position.

The loss of head in a conduit of constant diameter D , length l

($K = 0,00212$ pour $C = 100$).

Pour tenir compte des pertes locales (accessoires, entrée, coudes), il faut multiplier K par un facteur, dont la valeur est 1,15 à 1,20 en moyenne.

11. — La conduite d'adduction a un diamètre D_r et un débit Q_r constants et une longueur L_r .

La conduite principale est formée de n tronçons $A_0 A_1, \dots, A_k A_{k+1}, \dots, A_{n-1} A_n$ de diamètres constants $D_0, \dots, D_k, \dots, D_{n-1}$ et de longueurs $l_0, \dots, l_k, \dots, l_{n-1}$ respectivement. Les abscisses des nœuds $A_0, \dots, A_k, \dots, A_n$ sont $0, \dots, x_k, \dots, x_{n-1}, L$ (fig. 3).

FIG. 3. — Schéma de la conduite principale.

Le débit décroît le long de la conduite de Q_0 en A_0 à Q_n en A_n . Aux nœuds B_i, B_j , des conduites secondaires, il tombe brusquement de Q_{i-} à Q_{i+} , etc., $Q_{i-} - Q_{i+} = q_i$ représentant le débit de la conduite secondaire B_i . Ailleurs, il varie d'une façon continue, en assimilant les consommateurs nombreux mais peu importants, et les fuites à une consommation continue $|dQ/dx|$ par mètre courant. La courbe $Q(x)$ a l'allure d'une courbe à gradins (fig. 4) (*).

(*) Pour la rendre plus accessible à l'analyse mathématique, elle sera remplacée par une courbe continue infiniment proche, ce qui est toujours possible et n'a guère d'effet sur le résultat.

and discharge Q varying along the conduit, is : (19)

$$K = 10,7 C^{-m} \text{ (metric units); } K = 0,00212 \text{ for } C = 100.$$

Minor losses may be taken into account by multiplying by 1.15 to 1.20.

11. The delivery conduit has constant diameter D_r , discharge Q_r , and length L_r .

The main is formed of n sections :

$A_0 A_1, \dots, A_k A_{k+1}, \dots, A_{n-1} A_n$ of constant diameters $D_0, \dots, D_k, \dots, D_{n-1}$ and lengths $l_0, \dots, l_k, \dots, l_{n-1}$ respectively. The abscissae of the branching points $A_0, \dots, A_k, \dots, A_n$ are $0, \dots, x_k, \dots, x_{n-1}, L$ (fig. 3).

The discharge decreases along the conduit from Q_0 at A_0 to Q_n at A_n . At the junctions B_i, B_j of the submains it drops suddenly from Q_{i-} to Q_{i+} , etc., $[Q_{i-} - Q_{i+} = q_i]$ representing the discharge through the submain B_i . Elsewhere it varies continuously, when numerous small consumers and leakage losses are replaced by a continuous consumption $|dQ/dx|$ per unit length. The curve $Q(x)$ is formed of steps (fig. 4).

FIG. 4.

Méthode graphique, dite
« de la parabole économique »
d'une conduite.

12. — La solution économique exige l'alternative :

- { minimum du capital investi W , ou
- { minimum des dépenses annuelles U .

Il faut y joindre la condition que la perte d'énergie y le long de la conduite principale ne peut dépasser une certaine valeur déterminée par la topographie et les besoins locaux (fig. 1).

$$y = \int_{x=0}^L J dx = K \int_{x=0}^L Q^m D^{-\delta} dx \leq z + H - h$$

soit :

$$\psi \equiv y + h - z - H \leq 0 \quad (20')$$

Ici, W (ou U) est fonction de $(n+2)$ variables :

x_k ($k = 1, 2, \dots, k-1, k, k+1, \dots, n-1$) est l'abscisse mesurée le long de la conduite développée, en A_k où D_{k-1} tombe brusquement à D_k ;

$x_n \equiv D_r$ est le diamètre de la conduite d'adduction; (21)

$x_{n+1} \equiv H$ est la hauteur du château d'eau;

$x_{n+2} \equiv D_0$ est le diamètre initial de la conduite principale en A_0 .

(*) Au lieu des x_k on peut choisir comme variables les n longueurs $l_k = x_{k-1} - x_k$ des tronçons $A_{k-1}A_k$ de diamètre constant D_k chacun.

12. The economical solution requires the alternative :
minimum of capital investment W , or
minimum of annual expenditure U .

A further requirement is that the loss of head y along the main cannot exceed a certain value determined by the topography and local needs (fig. 1) : (20) or (20')

Here W (or U) is a function of the $(n+2)$ variables : (21)

The other diameters D_k derive from D_0 by jumps of 10, 20, 25 or 50 mm, according to the producer or availability on the market : (21')

Les autres diamètres D_k ($k = 1, \dots, n-1$) découlent de D_0 par sauts de 10, 20, 25 ou 50 mm, selon la fabrication ou la disponibilité sur le marché local ou international :

$$D_k = D_0 - \text{const.} \quad (21')$$

et ne sont pas des inconnues indépendantes.

13. — La solution économique conduit à la recherche du *minimum relatif* de W (ou U), fonction de $(n+2)$ variables, ces variables étant liées par la relation (20'). La solution est donnée par la méthode des multiplicateurs de LAGRANGE, ce qui revient à rechercher le minimum d'une fonction auxiliaire F (ou G) [5] (*) :

$$\begin{cases} F \equiv W + \lambda \psi \\ G \equiv U + \lambda_1 \psi \end{cases} \quad (22)$$

λ (ou λ_1) est un paramètre constant, mais inconnu. Les $(n+2)$ inconnues x_k (21) et λ sont déterminées par les $(n+3)$ équations :

$$\begin{cases} \partial F / \partial x_k = 0 \\ \psi = 0 \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} \partial G / \partial x_k = 0 \quad (k = 1, \dots, n+2) \\ \psi = 0 \end{cases} \quad (23)$$

(*) L'existence d'un minimum vrai est démontrée à la fin du mémoire (Appendice G).

and are not independent variables.

13. The economical solution leads towards the study of a *relative minimum* of W (or U), function of $(n+2)$ variables, these variables being related by (20'). The solution is given by the method of Lagrangean multipliers, which is equivalent to the research of the minimum of an auxiliary function F (or G) [5] (*) : (22), where λ (or λ_1) is an unknown constant parameter. The $(n+2)$ unknowns x_k (21) and λ are determined by the $(n+3)$ equations : (23)

(*) The proof of the existence of a true minimum is given in Appendix G of the French text.

III. — CALCUL DES CONDUITES ET MINIMUM DU CAPITAL

14. — L'expression explicite de F, en remplaçant W par (1), (11) à (15), devient, en négligeant momentanément les conduites secondaires :

$$F = P_r L_r + W_1 + W_2 + \lambda (h - z - H) + \int_{x=0}^{x_1} (P_0 + \lambda J_0) dx + \dots$$

$$+ \int_{x=x_{k-1}}^{x_k} (P_{k-1} + \lambda J_{k-1}) dx + \int_{x=x_k}^{x_{k+1}} (P_k + \lambda J_k) dx + \dots \quad (24)$$

qui est minimum pour :

$$\partial F / \partial x_k = [P_{k-1} + \lambda J_{k-1}(x_k)] - [P_k + \lambda J_k(x_k)] = 0 \quad (k = 1, \dots, n-1) \quad (25)$$

$$\partial F / \partial x_n = \partial F / \partial D_r = (d P_r / d D_r) L_r + d W_1 / d D_r = (d P_r / d D_r) L_r + (d W_1 / d N) (\partial N / \partial D_r) = 0 \quad (26)$$

$$\partial F / \partial x_{n+1} = \partial F / \partial H = d W_2 / d H - \lambda + (d W_1 / d N) (\partial N / \partial H) = 0 \quad (27)$$

$$\partial F / \partial x_{n+2} = \partial F / \partial D_0 = \sum_{k=0}^n (\partial F / \partial D_k) (d D_k / d D_0) = \sum_{k=0}^n \partial F / \partial D_k \quad (28)$$

$$= \sum_{k=0}^n \int_{x=x_k}^{x_{k+1}} (\partial P_k / \partial D_k + \lambda \cdot \partial J_k / \partial D_k) dx = 0$$

en vertu de (21').

15. — Développons (26); en vertu de (6), (10), (18) :

$$b \omega D_r^{\omega-1} L_r - b_1 \gamma Q_r \eta^{-1} K \delta Q_r^m D_r^{-\delta-1} L_r = 0$$

soit :

$$D_r = \beta_w Q_r^u$$

$$\text{avec : } \begin{cases} u = (m+1)/(\omega+\delta) = 0,447; \\ \beta_w = (\delta \omega^{-1} b_1 b^{-1} \gamma \eta^{-1} K)^{1/(\omega+\delta)} \\ \quad = (3,24 K \gamma / \eta \cdot b_1 / b)^{0,157} \end{cases} \quad (29)$$

Le diamètre économique de la conduite d'aduction est indépendant de sa longueur et dépend surtout du débit Q_r , presque comme $Q_r^{1/2}$. Il dépend un peu de η et du rapport b_1/b presque à la puissance 1/7.

La pente économique J_r :

$$J_r = K Q_r^m D_r^{-\delta}$$

$$= K (\omega \delta^{-1} b b_1^{-1} \gamma \eta^{-1} K)^{\delta/(\omega+\delta)} Q_r^{-(u\delta-m)}$$

$$= K^{1,765} (0,38 \eta / \gamma \cdot b / b_1)^{0,765} Q_r^{-0,328} \quad (29')$$

dépend du débit presque comme $Q_r^{-1/3}$ et de $\eta \cdot b/b_1$ presque à la puissance 3/4.

La vitesse économique :

$$v_r = Q_r / 0,785 D_r^2$$

$$= 1,275 (\omega \delta^{-1} b b_1^{-1} \gamma \eta^{-1} K^{-1})^{2/(\omega+\delta)} Q_r^{1-2u}$$

$$= 0,88 (b/b_1 \cdot \eta / \gamma K)^{0,314} Q_r^{0,106} \quad (29'')$$

dépend de $\eta \cdot b/b_1$ presque à la puissance 1/3 et fort peu du débit, presque comme $Q_r^{1/10}$, elle est donc pratiquement constante. Ceci justifie la notion de *vitesse économique*.

16. — Développons (25); en vertu de (10), (18) :

$$\lambda Q_k^m = (P_{k-1} - P_k) / (J_k - J_{k-1})_{x=x_k}$$

$$= K^{-1} (P_{k-1} - P_k) (D_k^{-\delta} - D_{k-1}^{-\delta}) \quad (30)$$

$$= b K^{-1} (D_{k-1}^\omega - D_k^\omega) / (D_k^{-\delta} - D_{k-1}^{-\delta})$$

soit :

$$\lambda \delta \omega^{-1} K b^{-1} = \text{const} = (B_k \bar{D}_k)^{\delta+\omega} Q_k^{-m} \quad (30')$$

où :

III.—COMPUTATION OF CONDUITS AND MINIMUM OF CAPITAL INVESTMENT

14. Replacing W by (1), (11) to (15), F becomes, when the submains are neglected : (24) which is minimum for : (25) (26) (27) (28) by virtue of (21').

15. Developing (26) and owing to (6), (10), (18) : (29)

The economical diameter of the delivery conduit is independent of its length, and depends mostly on Q_r , almost as $Q_r^{1/2}$. It depends slightly on η and b_1/b .

The economical hydraulic gradient J_r : (29') depends on Q_r almost as $Q_r^{-1/3}$.

The economic velocity v_r : (29'') depends very slightly on Q_r , it is therefore practically constant. This justifies the conception of *economical velocity*.

16. Developing (25) and owing to (10), (18), we obtain : (30) (30') or (31).

(*) B_k and $B_k^{\delta+\omega} = B_k^{0,97}$ as function of Δ are given in the French text (page 145). For $\Delta < 0.25$ we have $B_k = 1.106 \Delta^2$ within 0.001.

$\bar{D}_k = (D_{k-1} + D_k)/2$ est le diamètre moyen en A_k .

$\Delta = (D_{k-1} - D_k)/(D_{k-1} + D_k)$ est l'écart relatif des diamètres.

$$B_k = \frac{[(1 + \Delta)^\omega - (1 - \Delta)^\omega]}{[(1 - \Delta)^{-\delta} - (1 + \Delta)^{-\delta}]} \quad (31)$$

$$(\omega = 1,5; \delta = 4,87) (*)$$

Au voisinage de D_0 (diamètre initial), Δ est petit, $B \approx 1$ et (30') devient :

$$\lambda \delta \omega^{-1} K b^{-1} = \text{const}$$

$$= (B_k \bar{D}_k)^{\delta + \omega} Q_k^{-m} = D_0^{\delta + \omega} Q_0^{-m} \quad (30'')$$

$$= (B_k \bar{D}_k)^{6,37} Q_k^{-1,852} = D_0^{6,37} Q_0^{-1,852}$$

$$\begin{cases} Q_k/Q_0 = (B_k \bar{D}_k/D_0)^{(\delta + \omega)/m} = (B_k \bar{D}_k/D_0)^{3,44} \\ B_k \bar{D}_k/D_0 = (Q_k/Q_0)^{m/(\delta + \omega)} = (Q_k/Q_0)^{0,291} \end{cases} \quad (32)$$

17. — Il en résulte une méthode graphique très simple pour déterminer les abscisses x_k . On trace (fig. 4) à droite la courbe des débits $Q(x)$ éventuellement rendue continue; et l'on trace à gauche une parabole de degré $(\delta + \omega)/m = 3,44$ sur Q_0 et D_0 supposé connu (**).

Admettons, par exemple, D_0 connu (soit 400 mm); on trace les diamètres disponibles D_1 (350 mm), D_2 (300 mm), etc.; puis les diamètres moyens $\bar{D}_1, \bar{D}_2, \dots$, les écarts relatifs Δ et les coefficients B_k . Les valeurs correspondant à notre exemple sont données dans le tableau I ci-contre.

Aux abscisses $(B_k \bar{D}_k)$ on élève des verticales coupant la parabole en $E_1, E_2, \dots$. Des horizontales menées par ces points coupent la courbe des débits en $Q_1, Q_2, \dots$. Leurs abscisses $x_1, x_2, \dots$

(*) B_k et $B_k^{\delta + \omega} = B_k^{6,37}$ en fonction de Δ :

$$\Delta = 0 \quad 0,05 \quad 0,10 \quad 0,15 \quad 0,20 \quad 0,25$$

$$B_k = 1,000 \quad 0,997 \quad 0,990 \quad 0,976 \quad 0,958 \quad 0,935$$

$$B_k^{6,37} = 1,000 \quad 0,983 \quad 0,935 \quad 0,860 \quad 0,762 \quad 0,654$$

Un développement en série donne très sensiblement :

$$B_k = 1 - 1,06\Delta^2 \text{ pour } \Delta < 0,25 \text{ (à } 0,001 \text{ près).}$$

(**) Les ordonnées de cette parabole sont données à la figure 5.

FIG. 5. — Parabole $w^{3,44}$.

TABLEAU I

k	D_k	$\bar{D}_k$	Δ	B_k	$B_k \bar{D}_k$
0	400	(400)		(1,000)	(400)
1	350	375	0,067	0,995	373
2	300	325	0,077	0,993	323
3	250	275	0,091	0,992	273
4	200	225	0,111	0,987	222
5	150	175	0,143	0,980	171
6	125	138	0,091	0,992	137

définissent les points $A_1, A_2, \dots$ où l'on passe de D_0 à D_1 , de D_1 à D_2 , etc.

Il arrive parfois que deux abscisses se confondent (ici $x_4 = x_5$) au niveau d'un branchement important (ici B_3). Le diamètre D_4 ($= 200$ mm) n'est pas à employer, et l'on passe directement de D_3 ($= 250$) à D_5 ($= 150$ mm).

In the neighborhood of D_0 (initial diameter) Δ is small, $B \approx 1$ and (30') becomes : (32)

17. The last formulae lead towards a very simple graphical method for the determination of the abscissae x_k where D_{k-1} drops to D_k . The discharge curve $Q(x)$ (fig. 4) is drawn to the right; to the left a parabola of order $(\delta + \omega)/m = 3.44$ is drawn on Q_0 and D_0 supposed known (**).

Let us assume, for example, that $D_0 = 400$ mm. The available diameters D_1 (350 mm), D_2 (300 mm), etc., are put down; then the mean diameters $\bar{D}_1, \bar{D}_2, \dots$ the relative decrease Δ and the

(**) The ordinates of this parabola are given in fig. 5.

coefficients B_k . In our example : please refer to French text above : Tableau I.

Verticals are drawn at the abscissae $(B_k \bar{D}_k)$ until they meet the parabola at $E_1, E_2, \dots$. Horizontals through these points intersect the discharge curve at $Q_1, Q_2, \dots$. The abscissae $x_1, x_2, \dots$ of the intersections define the points $A_1, A_2, \dots$ where D_0 drops to D_1 , D_1 to D_2 , etc.

Sometimes two abscissae are equal (here $x_4 = x_5$) where an important submain branches off (B_3). Then the diameter D_4 (200 mm) is not used, and D_3 (250 mm) drops to D_5 (150 mm).

A cause de la petitesse de Δ , $B_k \approx 1$, donc $B_k \bar{D}_k \approx \bar{D}_k$ (voir table ci-dessus). On peut sans grande erreur élever les verticales aux abscisses $\bar{D}_k$ (mi-chemin entre D_{k-1} et D_k); (32) devient alors à peu près :

$$\begin{cases} Q_k/Q_0 = (\bar{D}_k/D_0)^{(\delta+\omega)/m} = (\bar{D}_k/D_0)^{3,44} \\ \bar{D}_k/D_0 = (Q_k/Q_0)^{m/(\delta+\omega)} = (Q_k/Q_0)^{0,291} \end{cases} \quad (32')$$

En remplaçant $\bar{D}_k$ par D_k et en vertu de (16), (18), on a d'une façon approchée :

$$\begin{cases} v_k/v_0 = (D_k/D_0)^{1,44} = (Q_k/Q_0)^{0,418} \\ J_k/J_0 = (D_k/D_0)^\omega = (D_k/D_0)^{1,5} = (Q_k/Q_0)^{0,437} \\ = (v_k/v_0)^{1,04} \end{cases} \quad (33)$$

18. — Conclusions.

a) Les vitesses et pentes économiques diminuent le long de la conduite à peu près comme $D^{1,5}$.

b) Les diamètres économiques décroissent à peu près comme $Q^{0,3}$. Ceci confirme les règles bien connues des praticiens : à petite conduite, petite vitesse; à grosse conduite, grande vitesse; et ligne d'énergie concave vers le haut, c'est-à-dire plus escarpée au début, plus étalée vers la fin [9]. Par contre, il faut rejeter comme contraires à l'économie les conduites à vitesse constante ou à pente d'énergie constante (ligne d'énergie droite) en moyenne.

La méthode graphique ci-dessus peut s'appeler *méthode de la parabole économique d'une conduite de distribution d'eau*.

19. — Revenons à (20). Bien que ce soit une inégalité, les solutions précédentes restent valables (*). On obtient :

(*) Il suffit d'écrire $\psi = y + h - H - z = -E_2$ ($E_2 > 0$) pour que l'inégalité devienne une égalité.

(**) La table qui suit donne les valeurs de $C_k(\beta)$ et $G_k(\alpha)$.

$\alpha, \beta =$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$C_k =$	1,000	0,910	0,826	0,746	0,673	0,604	0,541	0,484	0,433	0,386	0,347
$G_k =$	1,000	1,003	1,011	1,024	1,042	1,066	1,095	1,129	1,169	1,213	1,263

En développant les binômes en série, on a :

$$\begin{aligned} C_k &= 1 - 0,926 \beta + 0,263 \beta^2 \text{ à } 1 \% \text{ près} \\ G_k &= 1 + 0,263 \alpha^2 \text{ à } 1 \% \text{ près} \end{aligned}$$

Because of the smallness of Δ , $B_k \approx 1$, so $B_k \bar{D}_k \approx \bar{D}_k$.

Without great error the verticals may be drawn at $\bar{D}_k$, half way between D_{k-1} and D_k . (32) becomes approximately : (32')

Replacing $\bar{D}_k$ by D_k , and because of (16), (18), approximately : (33)

18. Conclusions.

a) The economical velocities and hydraulic gradients decrease along the conduits approximately as $D^{1,5}$.

b) The economical diameters decrease approximately as $Q^{0,3}$.

$$y = \sum_{k=0}^{n-1} J_k(x_k) C_k l_k \leq z + H - h \quad (34)$$

où :

$$J_k(x_k) = K Q_k^m D_k^{-\delta};$$

$$C_k = \int_{X=0}^1 \Omega^m dX; \quad \Omega(X) = Q(x)/Q_k$$

$$X = (x - x_k)/l_k \quad (0 \leq X \leq 1) \quad (34')$$

Le plus souvent, Ω est une fonction linéaire décroissante du type :

$$\Omega(X) = 1 - \beta X; \quad \beta = (Q_{k-1} - Q_k)/Q_k \quad (35)$$

donc :

$$\begin{aligned} C_k &= [1 - (1 - \beta)^{m+1}]/\beta(m+1) \\ &= 0,351/\beta \cdot [1 - (1 - \beta)^{2,852}] \quad (***) \end{aligned} \quad (35')$$

Au lieu de (34), on peut aussi écrire :

$$y = \sum_{k=0}^{n-1} \bar{J}_k G_k l_k \leq z + H - h \quad (36)$$

où :

$$\bar{J}_k = K \bar{Q}_k^{-m} D_k^{-\delta}; \quad \bar{Q}_k = (Q_k + Q_{k+1})/2;$$

$$G_k = \int_{\xi=0}^1 \Theta d\xi; \quad \Theta(\xi) = Q/Q_k; \quad (36')$$

$$\xi = [x - (x_k + 0,5 l_k)]/0,5 l_k; \quad -1 \leq \xi \leq 1$$

Le plus souvent, Θ est une fonction linéaire décroissante telle que $\Theta \geq 0$ selon que $\xi \leq 0$, du type :

$$\Theta = 1 - \alpha \xi; \quad \alpha = (Q_k - Q_{k+1})/(Q_k + Q_{k+1}) \quad (37)$$

This confirms the well-known practice : small velocity in small conduit, great velocity in large conduit. Also the energy line is concave upwards : steeper initially, flatter finally [9]. Conduits of constant velocity or of constant hydraulic gradient (straight energy line) are to be rejected as uneconomical.

The above graphical method may be called *method of the economical parabola of a water supply conduit*.

19. 20. Please refer to the French text.

... D_0 is computed as for a conduit of length L having a constant discharge equal to the initial discharge Q_0 .

This method is simple, quick and sufficiently approximate.

donc :

$$G_k = [(1 + z)^{m+1} - (1 - z)^{m+1}] / 2 z (m + 1) \quad (37')$$

$$= 0,176/z \cdot [(1 + z)^{2,852} - (1 - z)^{2,852}]$$

On a très sensiblement $G_k \approx 1$, donc :

$$y \approx \Sigma \bar{J}_k l_k \leq z + H - h \quad (38)$$

où $\bar{J}_k$ est la pente correspondant à $\bar{Q}_k$, valeur moyenne de Q le long du tronçon l_k . L'inégalité (34), (36), (38), doit être vérifiée, ce qui sert de contrôle à la valeur admise de D_0 et H qui en résulte.

20. — Afin de rendre les calculs précédents plus simples, on peut se servir de l'approximation suivante, en partant de (32'), (33) :

$$y = K \int_{x=0}^L Q^m D^{-\delta} dx$$

$$= K Q_0^m D_0^{-\delta} L \int_{\eta=0}^1 \Omega^m (D/D_0)^{-\delta} d\eta \quad (39)$$

$$= J_0 R L \leq z + H - h$$

où :

$$\Omega(\eta) = Q/Q_0; \quad \eta = x/L (*) ;$$

$$R = \int_{\eta=0}^1 \Omega^{m\omega/(\delta+\omega)} d\eta = \int_{\eta=0}^1 \Omega^{0,437} d\eta \quad (39')$$

$\Omega(\eta)$ représente, à l'échelle près, $Q(x)$ le long de la conduite principale L .

Cette relation ressemble souvent, en moyenne,

à une parabole, même lorsque $Q(x)$ est une courbe à gradins :

$$\Omega(\eta) = (1 - \sigma \eta)^n \quad (40)$$

où σ , n , sont des coefficients numériques appropriés. On trouve (**):

$$R = \frac{[1 - (1 - \sigma)^{1+m n \omega/(\delta+\omega)}]}{\sigma [1 + m n \omega/(\delta + \omega)]} \quad (40')$$

$$= [1 - (1 - \sigma)^{1+0,437 n}] / \sigma (1 + 0,437 n)$$

Comme $R < 1$ et ne varie que fort lentement avec la forme de la courbe $\Omega(\eta)$ ou $Q(x)$, on peut tirer de la table une valeur approchée de R et l'introduire dans (39), d'où :

$$J_0 L = y/R > y \quad (41)$$

Ceci revient à calculer D_0 comme pour une conduite de longueur L et de diamètre constant, mais de perte d'énergie $y/R > y$. Lorsque $R \approx 1$, on a $J_0 L \approx y$ et D_0 se calcule comme pour une conduite de longueur L écoulant un débit constant égal au débit initial Q_0 . Cette méthode est simple, rapide et suffisamment approchée.

La solution exacte est (28) qui, développée, donne :

$$\lambda = \omega \delta^{-1} b K^{-1} \Sigma D_k^{\omega-1} l_k / \Sigma D_k^{-\delta-1} \int_{(lk)} Q^m dx \quad (41')$$

$$= 0,308 b K^{-1} \Sigma D_k^{0,5} l_k / \Sigma D_k^{-0,87} \int_{(lk)} Q^{1,852} dx$$

(*) Ne pas confondre avec le rendement η du groupe moto-pompe.
(**) $n=0$ donne une horizontale (débit constant); $n=1$ donne une droite descendante; $n < 1$ donne une courbe convexe vers le bas et $n > 1$ convexe vers le haut. Un développement en série donne $R = 1 - 0,219 n \sigma + \dots$. La table qui suit donne les valeurs de R en fonction de σ et n :

n	$1 + 0,437 n$	$\sigma = 0,0$	$0,1$	$0,2$	$0,3$	$0,4$	$0,5$	$0,6$	$0,7$	$0,8$	$0,9$	$1,0$
0,43	1,250	$R = 1,00$	0,98	0,97	0,96	0,94	0,93	0,91	0,89	0,87	0,84	0,80
1,00	1,437		1,00	0,98	0,96	0,94	0,91	0,88	0,85	0,82	0,78	0,74
2,29	2,000		1,00	0,95	0,90	0,85	0,80	0,75	0,70	0,65	0,60	0,55

IV. — CALCUL ÉCONOMIQUE DE LA HAUTEUR DU RÉSERVOIR

21. — Développons (27); en vertu de (14) :

$$\lambda = b_2 \varepsilon H^{\varepsilon-1} + b_1 \gamma \eta^{-1} Q_r \quad (42)$$

Lorsque $\varepsilon = 1$ (ou W_2 est fonction linéaire de H , ce qui arrive quand on fait passer la courbe $W_2(H)$ par deux points seulement), (30'), (18), (39) donnent :

$$\lambda = b_2 + b_1 \gamma \eta^{-1} Q_r = \omega \delta^{-1} b K^{-1} D_0^{\delta-1} \omega Q_0^{-m}$$

$$= 0,308 b K^{-1} D_0^{0,37} Q_0^{-1,852}$$

$$D_0 = (\delta \omega^{-1} K \lambda / b)^{1/(\delta+\omega)} Q_0^{m/(\delta+\omega)}$$

$$= (3,24 K \lambda / b)^{0,157} Q_0^{0,291} \quad (43)$$

$$D_0 = 0,882 (K^{-1} b / \lambda)^{0,314} Q_0^{0,418}$$

$$J_0 = K^{\omega/(\delta+\omega)} (\omega \delta^{-1} b / \lambda)^{\delta/(\delta+\omega)} Q_0^{m\omega/(\delta+\omega)}$$

$$= K^{0,236} (0,308 b / \lambda)^{0,761} Q_0^{0,437}$$

$$H \geq J_0 R L + h - z$$

IV.—COMPUTATION OF ECONOMICAL RESERVOIR HEIGHT

21. Developing (27) in view of (14), we have : (42)
when $\varepsilon = 1$ (W_2 is linear in H , or $W_2(H)$ passes through two points only), (30'), (18), (39) give : (43)

22. — Lorsque $\varepsilon > 1$, on trouve, en vertu de (42), (30''), (39) :

$$\left\{ \begin{array}{l} D_0 \leq [(H^{\varepsilon-1} + b_1/b_2 \cdot \gamma/\varepsilon \eta \cdot Q_r) \\ \quad (H - h + z) \varepsilon \delta/\omega \cdot b_2/b_1 \cdot 1/RL]^{1/\omega} \\ Q_0 \leq [\omega \delta^{-1} b K^{-1}/(b_2 + b_1 \gamma \eta^{-1} Q_r)]^{1/m} \\ \quad D_0^{(\delta+\omega)/m} \end{array} \right. \quad (44)$$

Ces expressions encombrées sont faciles à calculer et donnent des résultats qualitatifs semblables au cas $\varepsilon = 1$, c'est-à-dire : la hauteur du réservoir croît linéairement comme la longueur L de la conduite; presque comme $Q_0^{1/2}$ et presque comme :

$$[b/(b_2 + b_1 \gamma \eta^{-1} Q_r)]^{3/4}$$

23. — Jusqu'ici, nous avons admis que l'emplacement du réservoir est donné à l'avance. Mais parfois, surtout au flanc d'un coteau, la question se pose d'éloigner le réservoir si la réduction de sa hauteur [coût donné par (14)] compense le coût de la longueur ξ à ajouter à la conduite principale D_0 (coût P_0 par mètre linéaire).

Soit (fig. 6) un réservoir en A_0 de hauteur H_0 calculée économiquement comme ci-dessus. Déplaçons-le de ξ en A où sa hauteur peut être $H < H_0$;

$$j = z/\xi \quad (45)$$

est la pente du sol. J_0 est la pente piézométrique. On a :

$$H = H_0 + J_0 \xi - z = H_0 - (j - J_0) \xi \quad (46)$$

Comme $0 \leq H \leq H_0$, il faut encore que :

$$\begin{aligned} J_0 \xi + H_0 &\geq z \geq J_0 \xi \\ J_0 + H_0/\xi &\geq j \geq J_0 \end{aligned} \quad (47)$$

La condition d'économie exige, si l'on veut éloigner le réservoir :

$$\Delta W = (a_2 + b_2 H^\varepsilon) + P_0 \xi < (a_2 + b_2 H_0^\varepsilon) \quad (48)$$

22. Please refer to the French text.

23. Heretofore the reservoir site was given. Sometimes, especially on a slope, the reservoir is removed uphill. Its decrease in height [cost (14)] compensates for the cost of the additional length ξ of main conduit (D_0 ; price P_0 per unit length).

Let (fig. 6) A_0 be the reservoir of economical height H_0 as computed above, and let it move by ξ to A , where its height is $H < H_0$;

$$j = z/\xi \quad (45)$$

is the mean surface slope. If J_0 is the hydraulic gradient, we

FIG. 6. — Réservoir à flanc de coteau $dz/d\xi = J_{cr}$.

soit :

$$H_0^\varepsilon - H^\varepsilon > P_0 \xi / b_2$$

en négligeant l'effet de H sur N (autrement il faut ajouter $b_1 \gamma \eta^{-1} Q_r H$ et $b_1 \gamma \eta^{-1} Q_r H_0$ aux deux membres de l'inégalité). En vertu de (46) il faut que :

$$\begin{aligned} j &= J_0 + (H_0 - H)/\xi \\ &> J_0 + [H_0 - (H_0^\varepsilon - P_0 \xi / b_2)^{1/\varepsilon}] / \xi \end{aligned} \quad (49)$$

$$= J_0 + [1 - (1 - P_0/b_2 \cdot \xi/H_0^\varepsilon)^{1/\varepsilon}] \cdot H_0/\xi$$

$$> J_0 + [1 - (1 - P_0/b_2 \cdot \xi/H_0^\varepsilon)^{1/\varepsilon}] P_0/b_2 \cdot H_0^{\varepsilon-1}$$

c'est-à-dire, il faut que la pente moyenne du sol j soit supérieure à la pente piézométrique J_0 . Mais cette condition ne suffit pas. En effet, lorsque $\varepsilon = 1$ (cas simple), il faut que j soit supérieur à la pente économique critique J_{cr} .

$$J_{cr} = J_0 + P_0/b_2 \quad (50)$$

ou plus exactement :

$$J_{cr} = J_0 + P_0/(b_2 + b_1 \gamma/\eta \cdot Q_r) \quad (50')$$

have : (46)

As $0 \leq H \leq H_0$ we require also : $J_0 \xi + H_0 \geq z \geq J_0 \xi$, and : (47) (48)

or

$$H_0^\varepsilon - H^\varepsilon > P_0 \xi / b_2$$

neglecting the effect of H on N .

The mean surface slope j should be greater than the hydraulic gradient J_0 . This condition does not suffice. When $\varepsilon = 1$, for example, j should be greater than the critical economical slope J_{cr} : (50), or more exactly : (50') when the effect of H on N is considered.

Le minimum de ΔW a lieu alors pour :

$$dz/d\xi = J_{cr} \quad (51)$$

donc là où le sol a la pente critique.

Lorsqu'on a partout $dz/d\xi < J_{cr}$, il faut éloigner le réservoir jusqu'à hauteur nulle ($H=0$) pour $\xi = (z - H_0)/J_0$. L'emplacement A peut alors être déterminé graphiquement (fig. 7). On mène par le sommet H_0 une horizontale H_0O et par O une droite OB de pente J_0 . On cherche sur elle un point B tel que $BA = OH_0 = c$. De là, il découle que :

$$FA = OD = (z - H_0)/J_0 = \xi$$

A est l'emplacement cherché (nous admettons ici $AF \approx A_0A = \xi$).

FIG. 7. — Réservoir à flanc de coteau $j < J_{cr}$.

24. — D'après la topographie, quatre cas sont à considérer selon la position relative de la ligne d'énergie réelle et de la ligne d'énergie nominale (qui, à l'énergie cinétique près, se confond avec la ligne de charge nominale, parallèle à la surface du sol à une distance h (fig. 8).

a) Sol concave, ligne d'énergie réelle au-dessus de la ligne nominale. H étant donné, on trouve y . Il reste à déterminer tous les diamètres;

b) Sol horizontal, ascendant ou descendant peu. Ici, il faut calculer H économique;

c) Sol convexe. Puisque la ligne d'énergie économique est concave vers le haut, elle coupe la

FIG. 8. — Diverses dispositions topographiques : a) concave; b) ascendant; c) convexe (H acru); c') convexe (D_0 acru); d) onduleux.

ligne d'énergie nominale, qui est convexe. Il faut soit conserver D_0 et augmenter H en déplaçant la ligne d'énergie vers le haut jusqu'à ce qu'elle soit tangente à la ligne nominale; soit conserver H , mais augmenter D_0 , la ligne d'énergie s'aplatissant jusqu'à devenir tangente à la ligne nominale;

d) Sol onduleux. On trace la ligne d'énergie et on examine ses intersections avec la ligne nominale : on élève la ligne d'énergie jusqu'à ce qu'elle soit tangente à la ligne nominale : on commence à calculer par le bas : d'abord tronçon (2-1), puis (1-0), finalement H .

The minimum of ΔW is obtained where the soil is at the critical slope : (51)

When everywhere $dz/d\xi < J_{cr}$, the reservoir is to be sited where $H=0$ or $\xi = (z - H_0)/J_0$. This site may be found graphically (fig. 7). Through H_0 a horizontal H_0O and through O a straight line OB of slope J_0 are drawn. The point B is found where $BA = OH_0 = c$. Thence :

$$FA = OD = (z - H_0)/J_0 = \xi$$

We assume $AF \approx A_0A = \xi$.

24. According to the topography, we may consider four cases of the relative position of the true energy line and the rated energy line (parallel to soil surface at the distance h) (fig. 8).

a) Concave ground : the true energy line is above the rated line.

For a given H , y is found. The diameters are to be found.

b) Horizontal, rising or slightly descending ground. H economical is to be found.

c) Convex ground. As the economical energy line is concave upwards, it intersects the rated convex line. Either D_0 is maintained with H increased upwards until the energy line is tangent to the rated line; or H_0 is maintained, and D_0 increased, the energy line flattening out until it becomes tangent to the rated line.

d) Undulating ground. The energy line is examined as to its intersections with the rated line. The energy line is raised until it is tangent to the rated line. Starting from the bottom : first section (2-1), then (1-0), finally H are computed.

V. — EFFET DES CONDUITES SECONDAIRES

25. — *Réseau ramifié.* Jusqu'ici, nous avons négligé les conduites secondaires. Lorsqu'on en tient compte, on obtient une relation nouvelle pour chaque nœud.

Soit une conduite principale AEA' avec le branchement EA'' en E (fig. 9).

FIG. 9. — Réseau ramifié.

Tronçon	Diamètre (variable)	Débit (variable)	Longueur	Perte	Pente
AE	D	Q	L	y	J
EA'	D'	Q'	L'	y'	J'
EA''	D''	Q''	L''	y''	J''

V.—THE EFFECT OF SUBMAINS

25. *Branched network.*—When the cost of submains is not neglected, we get a new relation per each junction. Let AEA' (fig. 9) be the main with a submain EA'' branching off at E.

Section	Diameter (variable)	Discharge (variable)	Length	Loss of Head	Gradient
AE	D	Q	L	y	J
EA'	D'	Q'	L'	y'	J'
EA''	D''	Q''	L''	y''	J''

Au lieu de (20'), on a deux conditions :

$$\psi' \equiv y + y' + h - z' - H \leq 0 \quad (52)$$

$$\psi'' \equiv y + y'' + h - z'' - H \leq 0$$

avec :

$$y = \int_{(L)} J dx ; \quad y' = \int_{(L')} J' dx' ; \quad y'' = \int_{(L'')} J'' dx''$$

Au lieu de (22), on a :

$$F \equiv W + \lambda' \psi' + \lambda'' \psi'' \quad (53)$$

où λ' , λ'' , sont des paramètres constants, mais inconnus.

On obtient le même D_r de la conduite de refoulement que par (26). (27) donne :

$$\lambda' + \lambda'' = \partial W_2 / \partial H + (\partial W_1 / \partial N) (\partial N / \partial H) \quad (53')$$

(25) appliquée aux trois tronçons donne, au lieu de (30'), en supprimant les suffixes k :

$$\left\{ \begin{aligned} (\lambda' + \lambda'') \delta \omega^{-1} K b^{-1} &= (B \bar{D})^{\delta+\omega} Q^{-m} \\ \lambda' \delta \omega^{-1} K b^{-1} &= (B' \bar{D}')^{\delta+\omega} Q'^{-m} \\ \lambda'' \delta \omega^{-1} K b^{-1} &= (B'' \bar{D}'')^{\delta+\omega} Q''^{-m} \end{aligned} \right. \quad (54)$$

d'où, en éliminant λ' , λ'' , une condition supplémentaire pour *chaque nœud* :

$$(B \bar{D})^{\delta+\omega} Q^{-m} = (B' \bar{D}')^{\delta+\omega} Q'^{-m} + (B'' \bar{D}'')^{\delta+\omega} Q''^{-m} \quad (55)$$

Pour des grosses conduites, on a approximativement, en vertu de (30'') :

$$D_0^{\delta+\omega} Q^{-m} = D_0'^{\delta+\omega} Q'^{-m} + D_0''^{\delta+\omega} Q''^{-m}; \quad (56)$$

($\delta + \omega = 6,37$; $m = 1,852$)

λ' et λ'' sont à déterminer par essai ; il faut vérifier (52) et (55) ou (56) ; puis (53') donne H.

Instead of (20') we have two conditions : (52)

Instead of (22) we get : (53), where λ' , λ'' are constant unknown parameters.

The same D_r of the delivery conduit is found as by (26). Now (27) becomes : (53')

(25) applied to the three sections gives instead of (30'), suppressing the indices k : (54)

Eliminating λ' , λ'' we get at each junction the relationship : (55)

For big conduits, very approximately, by (30''), we obtain : (56), where λ' , λ'' are to be found by trial. (52) has to be verified, then (55) or (56) ; finally (53') gives H.

S'il y a plus d'une ramification en E, il faut ajouter les termes correspondants en (55) ou (56).

Lorsque $Q'_0 = Q''_0$, comme $Q_0 \geq 2 Q'_0$, on a :

$$0,277 D_0^{6,37} \geq (D'_0)^{6,37} + (D''_0)^{6,37} \quad (57)$$

Lorsqu'encore $L' = L''$ et $z' = z''$:

$$D'_0 \leq 0,733 D_0 \quad (58)$$

Donc pour $D_0 = 400$ mm, $D'_0 \leq 293$ mm.

26. — *Réseau maillé.* Soit une conduite principale A E M S avec une maille E M (fig. 10).

FIG. 10. — RÉSEAU MAILLÉ.

Tronçon	Diamètre	Débit	Longueur	Perte	Pente
A E	D	Q	L	y	J
M S	D _I	Q _I	L _I	y _I	J _I
E P M	D'	Q'	L'	y'	J'
E R M	D''	Q''	L''	y''	J''

If there are several branches at E, corresponding terms are to be added in (55) or (56).

When $Q'_0 = Q''_0$, as $Q_0 \geq 2 Q'_0$, we have : (57)

when further $L' = L''$; $z' = z''$, we have : (58)

When $D_0 = 400$ mm, $D'_0 \leq 293$ mm.

26. *Complex network.*—Similar considerations give a new

Au lieu de (20') on a deux conditions :

$$\begin{cases} \psi = y + y' + y_1 + h - z - H \leq 0 \\ y' - y'' = 0 \end{cases} \quad (59)$$

avec :

$$y = \int_{(L)} J dx; \quad y_1 = \int_{(L_1)} J_1 dx_1;$$

$$y' = \int_{(L')} J' dx'; \quad y'' = \int_{(L'')} J'' dx''$$

Au lieu de (22), on a :

$$F = W + \lambda \psi + \mu (y' - y'') \quad (60)$$

où λ , μ sont des paramètres constants, mais inconnus.

On obtient le même D_r de la conduite de refoulement par (26).

(27) donne :

$$\partial W_2 / \partial H = \lambda \quad (61)$$

(25) appliquée aux quatre tronçons donne, en supprimant les suffixes k :

$$\begin{cases} \lambda \delta \omega^{-1} K b^{-1} = (B \bar{D})^{\delta+\omega} Q^{-m} \\ \quad \quad \quad = (B_I \bar{D}_I)^{\delta+\omega} Q_I^{-m} \\ (\lambda + \mu) \delta \omega^{-1} K b^{-1} = (B' \bar{D}')^{\delta+\omega} Q'^{-m} \\ \quad \quad \quad - \mu \delta \omega^{-1} K b^{-1} = (B'' \bar{D}'')^{\delta+\omega} Q''^{-m} \end{cases} \quad (62)$$

d'où une condition supplémentaire pour *chaque maille* du réseau :

$$\begin{aligned} (B \bar{D})^{\delta+\omega} Q^{-m} &= (B_I \bar{D}_I)^{\delta+\omega} Q_I^{-m} \\ &= (B' \bar{D}')^{\delta+\omega} Q'^{-m} + (B'' \bar{D}'')^{\delta+\omega} Q''^{-m} \end{aligned} \quad (63)$$

Pour de grosses conduites on a approximativement, en vertu de (30') :

$$\begin{aligned} D_0^{\delta+\omega} Q_0^{-m} &= D_{10}^{\delta+\omega} Q_{10}^{\delta-m} \\ &= D'_0{}^{\delta+\omega} Q'^{-m} + D''_0{}^{\delta+\omega} Q''^{-m}; \\ \delta + \omega &= 6,37 \quad m = 1,852 \end{aligned} \quad (64)$$

identique à l'équation d'un réseau ramifié (56). De même (57), (58) restent valables.

relationship per each circuit : (63)

For large conduits very approximately by (30''); we have : (64)

identical with (56) for a branching network. Also (57), (58) maintain their validity.

27. — Parfois la maille est une boucle fermée (fig. 11). C'est le cas où $Q_I = 0$. Dans ce cas, l'emplacement de M est une inconnue supplé-

FIG. 11. — BOUCLE.

mentaire. Mesurons x' le long de M P E à partir de M et x'' le long de M R E. Au lieu de (20'), on a quatre conditions :

$$\left. \begin{aligned} \psi &\equiv y + h - z - H \leq 0 \\ \psi' &\equiv y + y' + h - z - z' - H \leq 0 \\ \varphi &\equiv y'' - y' = 0 \\ \varphi' &\equiv L' + L'' - L_t = 0 \end{aligned} \right\} \text{ où } \left\{ \begin{aligned} y &= \int_{(L)} J dx \\ y' &= \int_{(L')} J' dx' \\ y'' &= \int_{(L'')} J'' dx'' \end{aligned} \right. \quad (65)$$

et L_t est la longueur totale de la boucle. Ici L' , L'' sont des inconnues supplémentaires; z' est fonction de L' ou L'' avec $dz'/dL' = -dz''/dL''$. Multiplions ces équations respectivement par μ , μ' , λ , λ' , et additionnons-les à W. On a, au lieu de (22) :

$$F \equiv W + \mu \psi + \mu' \psi' + \lambda \varphi + \lambda' \varphi' \quad (66)$$

D_r reste le même en vertu de (26).

(27) donne :

$$\mu + \mu' = \partial W_2 / \partial H + (\partial W_1 / \partial N) (\partial N / \partial H) \quad (67)$$

(25) appliquée aux trois tronçons donne, en supprimant les suffixes k :

$$(\mu + \mu') \delta \omega^{-1} K b^{-1} = (B \bar{D})^{\delta+\omega} Q^{-m} = D_0^{\delta+\omega} Q_0^{-m}$$

$$(\mu' - \lambda) \delta \omega^{-1} K b^{-1} = (B' \bar{D}')^{\delta+\omega} Q'^{-m} = D'_0{}^{\delta+\omega} Q'_0{}^{-m}$$

$$\lambda \delta \omega^{-1} K b^{-1} = (B'' \bar{D}'')^{\delta+\omega} Q''^{-m} = D''_0{}^{\delta+\omega} Q''_0{}^{-m} \quad (68)$$

$\partial F / \partial L' = 0$ et $\partial F / \partial L'' = 0$ donnent :

$$\left\{ \begin{aligned} \lambda' + P'_0 + (\mu' - \lambda) J'_0 - \mu' dz'/dL' &= 0 \\ \lambda' + P''_0 + \lambda J''_0 - \mu' dz'/dL'' &= 0 \end{aligned} \right. \quad (68')$$

D'_0 , Q'_0 , J'_0 ; D''_0 , Q''_0 , J''_0 sont les valeurs de D , Q , J près du nœud E dans les deux branches. L'élimination de λ , λ' , μ , μ' des équations (68), (68'), donne :

$$D'_0 = D''_0 \quad (69)$$

c'est-à-dire pratiquement l'égalité des deux tronçons de la boucle. M, qui est le *point de débit nul*, divise alors la boucle en deux parties égales; (58) reste valable, donc :

$$D'_0 = D''_0 \leq 0,753 D_0$$

VI. — MINIMUM DES DÉPENSES ANNUELLES

28. — Jusqu'ici, nous n'avons parlé que du minimum des capitaux investis. Ce qui nous intéresse davantage, c'est le minimum des dépenses annuelles. Dans ce cas, tous les résultats précédents restent valables, aux coefficients près. En effet, dans le cas traité au chapitre III, on a comme dépenses annuelles :

$$\min U = U_3 + \Sigma (r + r_j + p_j) W_j + Net \quad (7)$$

27. If the circuit is a closed loop (fig. 11) with $Q_I = 0$, we get by similar considerations : (65)

$$D'_0 = D''_0 \quad (69)$$

or practically the equality of the two portions of the loop. M is the point of zero discharge which divides the loop into two equal parts; (58) remains valid, so :

$$D'_0 = D''_0 \leq 0.753 D_0$$

VI.—MINIMUM OF ANNUAL EXPENDITURE

28. Until now, we considered only the minimum of capital investment. The minimum of annual expenditure U is more

avec :

$$\begin{aligned} \psi &\equiv h - z - H - y_r = h - z - H - J_r L_r \\ &= h - z - H - K Q_r^m D_r^{-\delta} L_r \leq 0 \end{aligned} \quad (20')$$

(6), (17), (18) :

$$\begin{aligned} N &= \gamma Q_r \eta^{-1} (h_r + y_r) \\ &= \gamma \eta^{-1} Q_r (h_s + K Q_r^m D_r^{-\delta} L_r + h_c + H) \end{aligned}$$

interesting. All previous results remain valid, except the coefficients. Returning to chapter III we get :

$$\min U = U_3 + \Sigma (r + r_j + p_j) W_j + Net \quad (7)$$

with :

$$\begin{aligned} \psi &\equiv h - z - H - y_r = h - z - H - J_r L_r \\ &= h - z - H - K Q_r^m D_r^{-\delta} L_r \leq 0 \end{aligned} \quad (20')$$

(6), (17), (18) give $N = Q_r \gamma / \eta \cdot (h_r + y_r)$

$$= Q_r \gamma / \eta \cdot (h_s + K Q_r^m D_r^{-\delta} L_r + h_c + H)$$

C'est encore un problème de minimum relatif, dont la solution est donnée par le minimum de la fonction auxiliaire G :

$$G = U + \lambda_1 \psi \quad (22)$$

λ_1 étant un paramètre inconnu à déterminer. Au lieu de (26), on a :

$$\partial G / \partial D_r = (r + r_3 + p_3) \partial W_3 / \partial D_r$$

$$+ [(r + r_1 + p_1) (\partial W_1 / \partial N) + et] \partial N / \partial D_r = 0$$

en vertu de (11), (12), d'où, finalement, au lieu de (29), le diamètre économique D'_r de la *conduite d'adduction* :

$$D'_r = \beta'_w Q_r^u \quad u = (m + 1) / (\omega + \delta) = 0,447; \\ 1 / (\omega + \delta) = 0,157 \quad (70)$$

$$\beta'_{w'} = \beta_w \frac{[(r + r_1 + p_1 + et b^{-1})]}{(r + r_3 + p_3)^{1/(\omega + \delta)}}$$

D'_r est encore indépendant de la longueur L_r de la conduite d'adduction. Comme aussi :

$$\beta'_{w'} > \beta_w$$

$$D'_r > D_r; \quad v'_r < v_r; \quad J'_r < J_r \quad (71)$$

c'est-à-dire que le minimum des dépenses annuelles exige une conduite d'adduction plus grosse que ne l'exige le minimum des capitaux.

29. — En appliquant (25), on obtient pour la *conduite principale* les mêmes équations (30)-(41), mais au lieu de λ il faut écrire partout $\lambda / (r + r_4 + p_4)$, et au lieu de b_1 écrire :

$$b_1 (r + r_1 + p_1) / (r + r_4 + p_4),$$

où, en général, $r_4 = r_3$ et $p_4 = p_3$.

30. — En appliquant (27) selon la méthode du chapitre IV, on obtient les formules (43) dans lesquelles il faut remplacer λ/b par :

$$\frac{b_2 (r + r_2 + p_2) + b_1 \gamma \eta^{-1} Q_r (r + r_1 + p_1)}{b (r + r_4 + p_4)} \quad (72)$$

This is again a problem of relative minimum, the solution of which is given by the minimum of the auxiliary function G .

$$G = U + \lambda_1 \psi \quad (22)$$

λ_1 is an unknown parameter to be determined. (26) is replaced by : $\partial G / \partial D_r = (r + r_3 + p_3) \partial W_3 / \partial D_r +$

$$[(r + r_1 + p_1) \partial W_1 / \partial N + et] \partial N / \partial D_r = 0 \text{ by (11), (12).}$$

So finally instead of (29) we have the economical diameter D'_r of the *delivery conduit* : (70)

D'_r is again independent of the length L_r of the conduit. Also : (71)

$D'_r > D_r$; $v'_r < v_r$; $J'_r < J_r$ and the minimum of annual expenditure requires a larger delivery conduit than the minimum of capital investment.

Comme $r_2 + p_2 < r_4 + p_4$, et $r_1 + p_1 > r_4 + p_4$, l'expression (72) est sensiblement égale à b_2/b , et d'après (43) :

$$D'_0 \approx D_0; \quad v'_0 \approx v_0; \quad J'_0 \approx J_0; \quad H' \approx H \quad (73)$$

où l'apostrophe se rapporte au minimum des dépenses annuelles; d'où la règle suivante :

L'économie de prix de revient (ou des dépenses annuelles) nécessite une conduite d'adduction plus grosse et, sensiblement, même conduite principale et même hauteur du réservoir que dans le cas du minimum des capitaux.

31. — Dans le cas du paragraphe 23, il suffit d'écrire, au lieu de (48) pour $\varepsilon = 1$:

$$\Delta W = (r + r_2 + p_2) (a_2 + b_2 H) \\ + (r + r_3 + p_3) P_0 \xi \\ + b_1 \gamma / \eta \cdot Q_r H (r + r_1 + p_1) + N (H) et \\ < (r + r_2 + p_2) (a_2 + b_2 H_0) \\ + b_1 \gamma / \eta \cdot Q_r H_0 (r + r_1 + p_1) + N (H_0) \quad (48')$$

et la pente critique économique devient, au lieu de (50) :

$$J'_{cr} = J_0 + \frac{P_0 (r + r_3 + p_3)}{[et + b_1 (r + r_1 + p_1)] \gamma \eta^{-1} Q_r + b_2 (r + r_2 + p_2)} \\ < J_{cr} \quad (74)$$

La pente critique est beaucoup plus faible que selon (50).

32. — Il en est de même lorsqu'on tient compte des conduites secondaires du réseau ramifié ou maillé. On obtient les mêmes formules que dans le cas du minimum des capitaux.

29. Applying (25), we get for the *main* the same equations (30) - (41), but λ is replaced by $\lambda / (r + r_4 + p_4)$; b_1 by $b_1 (r + r_1 + p_1) / (r + r_4 + p_4)$. Usually $r_4 = r_3$ and $p_4 = p_3$.

30. Applying (27) and the method of chapter IV, we get (43) where λ/b is replaced by : (72)

As $r_2 + p_2 < r_4 + p_4$ and $r_1 + p_1 > r_4 + p_4$, this expression is approximately b_2/b and by (43), we obtain : (73)

where the apostrophe refers to the minimum of annual expenditure. Hence the following rule :

The economy of the price of water (or of the annual expenditure) requires a larger delivery conduit than, and sensibly the same main and height of water tower, as the condition of minimum of capital investment.

31, 32. Please refer to the French text.

33. — Pour terminer, il faut remarquer qu'il ne faut pas chercher une grande précision puisque :

- a) Au voisinage d'un minimum, la fonction varie fort peu, même lorsque les variables s'écartent du minimum;
- b) La plupart des formules sont empiriques et les coefficients m , δ , ω , ε , a_1 , b_1 , a_2 , b_2 , a_3 , b_3 , a , b , etc., ne sont connus qu'à peu près;

- c) Les diamètres ne peuvent varier que par bonds et ne varient en général que comme une faible puissance des débits et des prix.

34. — Cette méthode peut encore s'appliquer aux réseaux électriques de distribution. La méthode développée ci-dessus est enseignée par l'auteur à l'Israel Institute of Technology, Haïfa, depuis 1945. Il s'est avéré qu'elle donne des résultats rapides et exacts en peu de temps.

APPENDICE

APPENDICE A

Valeurs de la durée de vie T_j
et du taux d'amortissement annuel r_j

au taux $r = 0,05$ (5 %)

EN ISRAEL, EN 1950 [2] :

	ANS T_j	r_j
1 — Filtre du puits; pompe à plongeur; éléments de machines; instruments.....	2	0,1047
2 — Moteur Diesel rapide; comp- teur d'eau.....	10	0,0795
3 — Pompe verticale immergée, pompe horizontale (aspiration 5 m)	12	0,0628
4 — Moteur Diesel lent; pompe horizontale (aspiration < 5 m); conduites secondaires non protégées; appareils de trai- tement de l'eau.....	15	0,0463
5 — Pompe à piston.....	18	0,0355
6 — Puits foré; conduite princi- pale non protégée; moteur électrique	20	0,0302

33. Finally, we may notice that no great precision is required, as :

a) Near a minimum the function varies slowly, even when the variables deviate considerably from the minimum.

b) Most formulae are empirical and the values of the coefficients m , δ , ω , ε , a_1 , b_1 , a_2 , b_2 , a_3 , b_3 , a , b , etc. are known only approximately.

c) The diameters can vary only by jumps and only as a small

7 — Puits ordinaire; station de pompage (bâtiment); conduite principale protégée.....	25	0,0210
8 — Réservoir en béton.....	40	0,0083

APPENDICE B

Valeurs du taux annuel p_j
entretien, réparations, assurance [2]

	ANS T_j	p_j
1 — Puits ordinaire.....	0,002	
2 — Réservoir	0,001	— 0,004
3 — Conduite métallique.....	0,002	— 0,020
4 — Puits foré et filtre.....	0,001	
5 — Moteur électrique.....	0,010	— 0,015
6 — Bâtiment	0,010	— 0,020
7 — Pompe à piston.....	0,020	— 0,030
8 — Pompe horizontale.....	0,020	— 0,040
9 — Pompe de forage profond	0,040	— 0,060
10 — Moteur Diesel (sans grais- sage)	0,030	— 0,050
11 — Compteur d'eau (> 40 mm)	0,040	— 0,060
12 — Compteur d'eau (< 40 mm)	0,100	
13 — Assurance des bâtiments.	0,002	— 0,003
14 — Assurance des machines..	0,003	— 0,005

power of the discharge and prices.

34. This method may be applied also to electrical distribution networks.

The method developed here is being taught by the author at the Israel Institute of Technology, Haifa, since 1945. It proved to give rapid and exact results in a short time.

BIBLIOGRAPHY.—Please refer to the French text.

APPENDICE C

Justification de l'équation $P = a + b D^\omega$

L'épaisseur s d'une conduite est :

$$s = s_0 + p D / 2 \sigma$$

où $s_0 = 1$ à 2 mm (corrosion); σ = effort de tension permis; p = pression hydraulique; D = diamètre interne de la conduite; γ' = son poids unitaire. Le poids de la conduite par mètre est donc :

$$\gamma' \pi D s = \pi \gamma' s_0 D + (\pi/2) p (\gamma'/\sigma) D^2$$

équation d'une parabole. Au prix de la conduite, il faut ajouter les frais suivants : accessoires, enduits, peinture, excavation, mise en place et remblayage.

APPENDICE D

Calcul de la formule $P = a + b D^\omega$

Les prix P_k sont connus pour divers diamètres D_k disponibles. On mène une courbe par tous ces points. Par extrapolation, vers $D = 0$, on obtient sur l'axe des P le segment a . Puis on écrit :

$$\log (P_k - a) = \log b + \omega \log D_k$$

Par la méthode des moindres carrés, on obtient :

$$\min F \equiv \sum_{k=1}^n [\log b + \omega \log D_k - \log (P_k - a)]^2$$

donc :

$$\partial F / \partial \log b = 0; \quad \partial F / \partial \omega = 0$$

d'où :

$$\log b = [\Sigma \log (P_k - a) \cdot \Sigma (\log D_k)^2 - \Sigma \log D_k \cdot \log (P_k - a) \cdot \Sigma \log D_k] / \Delta$$

$$\omega = [n \Sigma \log D_k \cdot \log (P_k - a) - \Sigma \log D_k \cdot \Sigma \log (P_k - a)] / \Delta$$

où :

$$\Delta = n \Sigma (\log D_k)^2 - (\Sigma \log D_k)^2$$

n = nombre de diamètres D_k envisagés.

APPENDICE E

Formule de Hazen-Williams pour le calcul des conduites recalculée en unités métriques par l'auteur

Formules

Vitesse moyenne :

$$v \text{ (m/s)} = 354 Q D^{-2}$$

$$= 1,096 \cdot 10^{-4} C J^{0,54} D^{0,63}$$

$$= 3,97 \cdot 10^{-3} C^{0,761} Q^{0,239} J^{0,411}$$

Pente d'énergie :

$$J (\%) = 1,131 \cdot 10^{12} (Q/C)^{1,852} D^{-4,87}$$

$$= 2,16 \cdot 10^7 (v/C)^{1,852} D^{-1,167}$$

$$= 7,02 \cdot 10^5 C^{-1,852} v^{2,436} Q^{-0,584}$$

Débit :

$$Q \text{ (m}^3/\text{h)} = 2,83 \cdot 10^{-3} v D^2$$

$$= 3,1 \cdot 10^{-7} C J^{0,54} D^{2,63}$$

$$= 1,057 \cdot 10^{10} (v/C)^{4,175} J^{-1,714}$$

Diamètre intérieur :

$$D \text{ (mm)} = 18,8 Q^{0,5} v^{-0,5}$$

$$= 298 (Q/C)^{0,38} J^{-0,205}$$

$$= 1,93 \cdot 10^6 (v/C)^{1,587} J^{-0,857}$$

VALEURS DU COEFFICIENT C

Matériau	Etat du tuyau	C
FONTE	ordinaire	100
	neuf centrifugé	125-135
	neuf, ordinaire	120-130
	20 ans, eaux dures	110-125
	usé (voir table ci-après).	

Valeurs de C

D mm	Age en années						
	0	5	10	20	30	40	50
100	130	118	107	89	75	64	55
200	130	119	109	93	83	73	65
300	130	120	111	96	86	77	70
400	130	120	112	98	87	80	72
600	130	120	113	100	89	81	74
750	130	120	113	100	90	83	76
900	130	120	113	100	90	83	76
1.000	130	120	113	100	90	83	77
1.500	130	120	113	100	90	83	77

ACIER
ACIER, rivé

comme fonte après 5 ans
comme fonte après 10 ans

ÉCOULEMENT DANS LES CONDUITES — WATER FLOW IN PIPES [11]

FORMULE DE HAZEN-WILLIAMS (unités métriques)

— FORMULA OF HAZEN-WILLIAMS (metric units)

$$J = 1,131 \times 10^{12} (Q/C)^{1,852} D^{-4,87}$$

$$v = 1,096 \times 10^{-4} C J^{0,54} D^{0,63}$$

$$J = \% \quad Q = \text{m}^3/\text{h} \quad D = \text{mm}$$

$$v = \text{m/s}$$

$$C = 100$$

D =	25 mm		30 mm		40 mm		50 mm		60 mm		70 mm		90 mm		100 mm		= D
Q m ³ /h	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	Q m ³ /h
0.2	0.11	1.77	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	0.2
0.3	0.17	3.74	0.12	1.54	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	0.3
0.4	0.23	6.38	0.16	2.62	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	0.4
0.5	0.28	9.64	0.20	3.97	0.11	0.98	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	0.5
0.6	0.34	13.5	0.24	5.56	0.13	1.36	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	0.6
0.8	0.45	23.0	0.31	9.47	0.18	2.33	0.11	0.79	...	...	...	...	...	...	...	...	0.8
1.0	0.57	34.8	0.39	14.3	0.22	3.53	0.14	1.19	0.10	0.49	...	...	...	...	...	...	1.0
1.5	0.85	73.7	0.59	30.3	0.33	7.47	0.21	2.52	0.15	1.04	0.11	0.49	...	...	...	...	1.5
2.0	1.13	126	0.79	51.7	0.44	12.7	0.28	4.29	0.20	1.77	0.14	0.83	...	...	...	...	2.0
2.5	1.42	190	0.98	78.1	0.55	19.2	0.35	6.49	0.25	2.67	0.18	1.26	0.11	0.37	...	...	2.5
3.0	1.70	266	1.18	109	0.66	27.0	0.42	9.10	0.30	3.74	0.22	1.77	0.13	0.52	0.11	0.31	3.0
3.5	1.98	354	1.38	146	0.78	35.9	0.50	12.1	0.34	4.98	0.25	2.35	0.15	0.69	0.12	0.41	3.5
4.0	2.26	453	1.57	187	0.88	45.9	0.57	15.5	0.39	6.38	0.29	3.01	0.18	0.89	0.14	0.53	4.0
4.5	2.55	564	1.77	232	1.00	57.1	0.64	19.3	0.44	7.93	0.33	3.74	0.20	1.10	0.16	0.66	4.5
5.0	2.83	685	1.97	282	1.10	69.5	0.71	23.4	0.49	9.64	0.36	4.55	0.22	1.34	0.18	0.80	5.0
6	3.40	960	2.36	395	1.33	97.3	0.85	32.8	0.59	13.5	0.43	6.38	0.26	1.88	0.21	1.12	6
7	3.96	1277	2.75	526	1.55	130	0.99	43.7	0.69	18.0	0.51	8.48	0.31	2.50	0.25	1.49	7
8	4.53	1636	3.14	673	1.77	166	1.13	55.9	0.79	23.0	0.58	10.8	0.35	3.19	0.28	1.91	8
9	5.09	2035	3.54	837	1.99	206	1.27	69.6	0.88	28.6	0.65	13.5	0.39	3.97	0.32	2.37	9
10	5.66	2473	3.93	1018	2.21	251	1.42	84.6	0.98	34.8	0.72	16.4	0.44	4.83	0.35	2.89	10
11	6.23	2950	4.32	1214	2.43	299	1.56	101	1.08	41.5	0.79	19.6	0.48	5.76	0.39	3.45	11
12	6.79	3466	4.72	1426	2.65	351	1.70	119	1.18	48.8	0.87	23.0	0.52	6.77	0.42	4.05	12
13	7.36	4020	5.11	1654	2.87	408	1.84	137	1.28	56.6	0.94	26.7	0.57	7.85	0.46	4.70	13
14	...	...	5.51	1897	3.10	467	1.98	158	1.38	64.9	1.01	30.6	0.61	9.00	0.50	5.39	14
15	...	...	5.90	2156	3.32	531	2.12	179	1.47	73.7	1.08	34.8	0.66	10.2	0.53	6.13	15
16	...	...	6.29	2430	3.54	599	2.26	202	1.57	83.1	1.16	39.2	0.70	11.5	0.57	6.90	16
18	...	...	7.07	3022	3.98	744	2.55	251	1.77	103	1.30	48.8	0.79	14.3	0.64	8.58	18
20	...	...	...	...	4.42	905	2.83	305	1.97	126	1.44	59.3	0.87	17.4	0.71	10.4	20
25	...	...	...	...	5.53	1368	3.54	461	2.46	190	1.80	89.6	1.09	26.4	0.88	15.8	25
30	...	...	...	...	6.63	1917	4.24	647	2.95	266	2.17	126	1.31	36.9	1.06	22.1	30
35	...	...	...	...	...	...	4.95	860	3.44	354	2.53	167	1.53	49.1	1.24	29.4	35
40	...	...	...	...	...	...	5.66	1102	3.93	453	2.89	214	1.75	62.9	1.42	37.7	40
45	...	...	...	...	...	...	6.37	1370	4.42	564	3.25	266	1.97	78.3	1.59	46.8	45
50	...	...	...	...	...	...	7.07	1665	4.91	685	3.61	323	2.18	95.1	1.77	56.9	50
55	...	...	...	...	...	...	...	...	5.40	818	3.97	386	2.40	114	1.95	67.9	55
60	...	...	...	...	...	...	...	...	5.90	960	4.33	453	2.62	133	2.12	79.8	60
65	...	...	...	...	...	...	...	...	6.39	1114	4.69	526	2.84	155	2.30	92.5	65
70	...	...	...	...	...	...	...	...	6.88	1278	5.05	603	3.06	177	2.48	106	70
75	...	...	...	...	...	...	...	...	7.37	1452	5.41	685	3.28	201	2.65	121	75
80	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	5.77	772	3.49	227	2.83	136	80
85	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6.14	864	3.71	254	3.01	152	85
90	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6.50	960	3.93	282	3.18	169	90
95	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6.86	1062	4.15	312	3.36	187	95
100	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	7.22	1167	4.37	343	3.54	206	100
110	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	4.80	410	3.89	245	110
120	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	5.24	481	4.24	288	120
130	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	5.68	558	4.60	334	130
140	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6.11	640	4.95	383	140
150	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6.55	727	5.31	435	150
160	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6.99	820	5.66	491	160
170	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6.01	549	170
180	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6.37	610	180
190	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6.72	675	190
200	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	200
210	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	210
220	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	220
230	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	230
240	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	240
250	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	250
260	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	260
270	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	270
280	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	280
290	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	290
300	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	300
310	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	310
320	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	320
330	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	330
340	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	340
350	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	350
360	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	360
370	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	370
380	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	380
390	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	390
400	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	400
420	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	420
440	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	440
460	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	460
480	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	480
Q m ³ /h	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	Q m ³ /h
D =	25 mm		30 mm		40 mm		50 mm		60 mm		70 mm		90 mm		100 mm		= D

ÉCOULEMENT DANS LES CONDUITES — WATER FLOW IN PIPES [11]

FORMULE DE HAZEN-WILLIAMS (unités métriques)

— FORMULA OF HAZEN-WILLIAMS (metric units)

$$J = 1,131 \times 10^{12} (Q/C)^{1,852} D^{-4,87}$$

$$J = \frac{m^3}{h} \quad Q = \frac{m^3}{h} \quad D = mm$$

$$v = 1,096 \times 10^{-4} C J^{0,54} D^{0,63}$$

$$v = m/s$$

$$C = 100$$

D =	110 mm		125 mm		150 mm		175 mm		200 mm		225 mm		250 mm		300 mm		= D
Q m³/h	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	Q m³/h
0.2																	0.2
0.3																	0.3
0.4																	0.4
0.5																	0.5
0.6																	0.6
0.8																	0.8
1.0																	1.0
1.5																	1.5
2.0																	2.0
2.5																	2.5
3.0																	3.0
3.5	0.10	0.26															3.5
4.0	0.12	0.33															4.0
4.5	0.13	0.41	0.10	0.22													4.5
5.0	0.15	0.50	0.11	0.27													5.0
6	0.18	0.71	0.14	0.38													6
7	0.21	0.94	0.16	0.50	0.11	0.21											7
8	0.23	1.20	0.18	0.65	0.13	0.27											8
9	0.26	1.50	0.20	0.80	0.14	0.33	0.10	0.16									9
10	0.29	1.82	0.23	0.98	0.16	0.40	0.12	0.19									10
11	0.32	2.17	0.25	1.16	0.17	0.48	0.13	0.23									11
12	0.35	2.55	0.27	1.37	0.19	0.56	0.14	0.27	0.11	0.14							12
13	0.38	2.95	0.29	1.59	0.20	0.65	0.15	0.31	0.12	0.16							13
14	0.41	3.39	0.32	1.82	0.22	0.75	0.16	0.35	0.12	0.18							14
15	0.44	3.85	0.34	2.07	0.24	0.85	0.17	0.40	0.13	0.21	0.11	0.12					15
16	0.47	4.34	0.36	2.33	0.25	0.96	0.19	0.45	0.14	0.24	0.11	0.13					16
18	0.53	5.40	0.41	2.90	0.28	1.19	0.21	0.56	0.16	0.29	0.13	0.17					18
20	0.59	6.56	0.45	3.52	0.31	1.45	0.23	0.68	0.18	0.36	0.14	0.20					20
25	0.73	9.92	0.57	5.32	0.39	2.19	0.29	1.03	0.22	0.54	0.18	0.30	0.14	0.18	0.10	0.08	25
30	0.88	13.9	0.68	7.46	0.47	3.07	0.35	1.45	0.27	0.76	0.21	0.43	0.17	0.26	0.12	0.11	30
35	1.02	18.5	0.79	9.92	0.55	4.08	0.40	1.93	0.31	1.01	0.25	0.57	0.20	0.34	0.14	0.14	35
40	1.17	23.7	0.91	12.7	0.63	5.23	0.46	2.47	0.35	1.29	0.28	0.73	0.23	0.43	0.16	0.18	40
45	1.32	29.5	1.02	15.8	0.71	6.50	0.52	3.07	0.40	1.60	0.32	0.90	0.26	0.54	0.18	0.22	45
50	1.46	35.8	1.13	19.2	0.79	7.90	0.58	3.73	0.44	1.95	0.35	1.10	0.28	0.66	0.20	0.27	50
55	1.61	42.7	1.25	22.9	0.87	9.43	0.64	4.45	0.49	2.32	0.38	1.31	0.31	0.78	0.22	0.32	55
60	1.75	50.2	1.36	26.9	0.94	11.1	0.69	5.23	0.53	2.73	0.42	1.54	0.34	0.92	0.24	0.38	60
65	1.90	58.2	1.47	31.2	1.02	12.9	0.75	6.06	0.58	3.18	0.45	1.78	0.37	1.07	0.26	0.44	65
70	2.05	66.7	1.59	35.8	1.10	14.7	0.81	6.96	0.62	3.63	0.49	2.05	0.40	1.22	0.28	0.50	70
75	2.19	75.8	1.70	40.7	1.18	16.7	0.87	7.90	0.66	4.12	0.52	2.32	0.43	1.39	0.30	0.57	75
80	2.34	85.5	1.81	45.9	1.26	18.9	0.92	8.91	0.71	4.65	0.56	2.62	0.45	1.57	0.31	0.65	80
85	2.48	95.6	1.92	51.3	1.34	21.1	0.98	9.96	0.75	5.20	0.59	2.93	0.48	1.75	0.33	0.72	85
90	2.63	106	2.04	57.0	1.42	23.5	1.04	11.1	0.80	5.78	0.63	3.26	0.51	1.95	0.35	0.80	90
95	2.78	118	2.15	63.0	1.49	25.9	1.10	12.2	0.84	6.39	0.66	3.60	0.54	2.16	0.37	0.89	95
100	2.92	129	2.26	69.3	1.57	28.5	1.16	13.5	0.88	7.03	0.70	3.96	0.57	2.37	0.39	0.98	100
110	3.22	154	2.49	82.7	1.73	34.0	1.27	16.1	0.97	8.38	0.77	4.72	0.62	2.83	0.43	1.16	110
120	3.51	181	2.72	97.2	1.89	40.0	1.39	18.9	1.07	9.85	0.84	5.55	0.68	3.32	0.47	1.37	120
130	3.80	210	2.94	113	2.04	46.4	1.50	21.9	1.15	11.4	0.91	6.44	0.74	3.85	0.51	1.59	130
140	4.09	241	3.17	129	2.20	53.2	1.62	25.1	1.24	13.1	0.98	7.38	0.79	4.42	0.55	1.82	140
150	4.38	274	3.40	147	2.36	60.4	1.73	28.5	1.33	14.9	1.05	8.39	0.85	5.02	0.59	2.07	150
160	4.68	309	3.62	166	2.52	68.1	1.85	32.2	1.41	16.8	1.12	9.45	0.91	5.66	0.63	2.33	160
170	4.97	345	3.85	185	2.67	76.2	1.96	36.0	1.50	18.8	1.19	10.6	0.96	6.33	0.67	2.61	170
180	5.26	384	4.08	206	2.83	84.7	2.08	40.0	1.59	20.9	1.26	11.8	1.02	7.04	0.71	2.90	180
190	5.55	424	4.30	228	2.99	93.6	2.20	44.2	1.68	23.1	1.33	13.0	1.08	7.78	0.75	3.20	190
200	5.85	466	4.53	250	3.14	103	2.31	48.6	1.77	25.4	1.40	14.3	1.13	8.55	0.79	3.52	200
210	6.14	510	4.75	274	3.30	113	2.43	53.2	1.86	27.8	1.47	15.6	1.19	9.36	0.83	3.85	210
220	6.43	556	4.98	299	3.46	123	2.54	58.0	1.95	30.3	1.54	17.1	1.25	10.2	0.87	4.20	220
230	6.72	604	5.21	324	3.62	133	2.66	63.0	2.03	32.9	1.61	18.5	1.30	11.1	0.90	4.56	230
240	7.02	654	5.43	351	3.77	144	2.77	68.1	2.12	35.5	1.68	20.0	1.36	12.0	0.94	4.93	240
250			5.66	378	3.93	156	2.89	73.5	2.21	38.3	1.75	21.6	1.42	12.9	0.98	5.32	250
260			5.89	407	4.09	167	3.00	79.0	2.30	41.2	1.82	23.2	1.47	13.9	1.02	5.72	260
270			6.11	436	4.24	180	3.12	84.7	2.39	44.2	1.89	24.9	1.53	14.9	1.06	6.14	270
280			6.34	467	4.40	192	3.23	90.6	2.48	47.3	1.96	26.7	1.59	16.0	1.10	6.56	280
290			6.57	498	4.56	205	3.35	96.7	2.56	50.5	2.03	28.4	1.64	17.0	1.14	7.00	290
300			6.79	530	4.72	218	3.47	103	2.65	53.7	2.10	30.3	1.70	18.1	1.18	7.46	300
310			7.01	563	4.87	232	3.58	109	2.74	57.1	2.17	32.2	1.76	19.3	1.22	7.93	310
320					5.03	246	3.70	116	2.83	60.6	2.24	34.1	1.81	20.4	1.26	8.41	320
330					5.19	260	3.81	123	2.92	64.1	2.31	36.1	1.87	21.6	1.30		

ÉCOULEMENT DANS LES CONDUITES — WATER FLOW IN PIPES [11]

FORMULE DE HAZEN-WILLIAMS (unités métriques)

— FORMULA OF HAZEN-WILLIAMS (metric units)

$$J = 1,131 \times 10^{12} (Q/C)^{1.852} D^{-4.87}$$

$$J = \frac{\text{m}^3/\text{h}}{\%C} \quad D = \text{mm}$$

$$v = 1.096 \times 10^{-4} C J^{0.54} D^{0.69}$$

$$v = \text{m/s}$$

$$C = 100$$

D =	110 mm		125 mm		150 mm		175 mm		200 mm		225 mm		250 mm		300 mm		= D
Q m ³ /h	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	Q m ³ /h
500	...	...	...	...	...	...	5.78	265	4.42	138	3.50	78.0	2.83	46.7	1.97	19.2	500
520	...	...	...	...	...	...	6.01	285	4.60	149	3.64	83.8	2.94	50.2	2.04	20.7	520
540	...	...	...	...	...	...	6.24	306	4.77	160	3.78	89.9	3.06	53.8	2.12	22.2	540
560	...	...	...	...	...	...	6.47	327	4.95	171	3.91	96.2	3.17	57.6	2.20	23.7	560
580	...	...	...	...	...	...	6.70	349	5.13	182	4.05	103	3.28	61.4	2.28	25.3	580
600	...	...	...	...	...	...	6.93	372	5.30	194	4.19	109	3.40	65.4	2.36	26.9	600
650	...	...	...	...	...	...	7.51	431	5.75	225	4.54	127	3.68	75.9	2.56	31.2	650
700	...	...	...	...	...	...	...	...	6.19	258	4.89	145	3.96	87.0	2.75	35.8	700
750	...	...	...	...	...	...	...	...	6.63	293	5.24	165	4.25	98.9	2.95	40.7	750
800	...	...	...	...	...	...	...	...	7.07	330	5.59	186	4.53	112	3.14	45.9	800
850	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	5.94	208	4.81	125	3.34	51.3	850
900	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6.29	232	5.09	139	3.54	57.0	900
950	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6.64	256	5.38	153	3.73	63.0	950
1000	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6.99	281	5.66	169	3.93	69.3	1000
1050	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	5.94	185	4.13	75.9	1050
1100	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6.23	201	4.32	82.7	1100
1150	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6.51	218	4.52	89.8	1150
1200	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6.79	236	4.72	97.2	1200
1250	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	4.91	105	1250
1300	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	5.11	113	1300
1350	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	5.31	121	1350
1400	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	5.50	129	1400
1450	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	5.70	138	1450
1500	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	5.90	147	1500
1600	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6.29	166	1600
1700	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6.68	185	1700
1800	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	1800
1900	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	1900
2000	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	2000
2100	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	2100
2200	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	2200
2300	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	2300
2400	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	2400
2500	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	2500
2600	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	2600
2700	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	2700
2800	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	2800
2900	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	2900
3000	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	3000
3100	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	3100
3200	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	3200
3300	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	3300
3400	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	3400
3500	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	3500
3600	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	3600
3700	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	3700
3800	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	3800
3900	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	3900
4000	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	4000
4200	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	4200
4400	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	4400
4600	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	4600
4800	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	4800
5000	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	5000
5200	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	5200
5400	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	5400
5600	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	5600
5800	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	5800
6000	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6000
6200	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6200
6400	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6400
6600	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6600
6800	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6800
7000	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	7000
7200	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	7200
7400	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	7400
7600	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	7600
7800	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	7800
8000	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	8000
8500	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	8500
9000	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	9000
9500	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	9500
10000	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	10000
10500	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	10500
11000	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	11000
Q m ³ /h	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	Q m ³ /h
D =	110 mm		125 mm		150 mm		175 mm		200 mm		225 mm		250 mm		300 mm		= D

ÉCOULEMENT DANS LES CONDUITES --- WATER FLOW IN PIPES [11]

FORMULE DE HAZEN-WILLIAMS (unités métriques)

--- FORMULA OF HAZEN-WILLIAMS (metric units)

$$J = 1,131 \times 10^{13} (Q/C)^{1.852} D^{-4.87}$$

$$v = 1.096 \times 10^{-4} C J^{0.54} D^{0.63}$$

$$J = \frac{m^3}{h} \quad Q = \frac{m^3}{h} \quad D = mm$$

$$C = 100$$

D =	350 mm		400 mm		450 mm		500 mm		550 mm		600 mm		650 mm		700 mm		= D
Q m ³ /h	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	Q m ³ /h
0.2	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	0.2
0.3	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	0.3
0.4	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	0.4
0.5	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	0.5
0.6	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	0.6
0.8	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	0.8
1.0	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	1.0
1.5	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	1.5
2.0	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	2.0
2.5	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	2.5
3.0	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	3.0
3.5	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	3.5
4.0	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	4.0
4.5	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	4.5
5.0	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	5.0
6	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6
7	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	7
8	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	8
9	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	9
10	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	10
11	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	11
12	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	12
13	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	13
14	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	14
15	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	15
16	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	16
18	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	18
20	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	20
25	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	25
30	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	30
35	0.10	0.07	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	35
40	0.12	0.09	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	40
45	0.13	0.11	0.10	0.06	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	45
50	0.14	0.13	0.11	0.07	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	50
55	0.16	0.15	0.12	0.08	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	55
60	0.17	0.18	0.13	0.09	0.11	0.05	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	60
65	0.19	0.21	0.14	0.11	0.11	0.06	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	65
70	0.20	0.24	0.16	0.12	0.12	0.07	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	70
75	0.22	0.27	0.17	0.14	0.13	0.08	0.11	0.05	...	...	...	...	...	...	...	...	75
80	0.23	0.31	0.18	0.16	0.14	0.09	0.11	0.05	...	...	...	...	...	...	...	...	80
85	0.25	0.34	0.19	0.18	0.15	0.10	0.12	0.06	...	...	...	...	...	...	...	...	85
90	0.26	0.38	0.20	0.20	0.16	0.11	0.13	0.07	0.11	0.04	...	...	...	...	...	...	90
95	0.27	0.42	0.21	0.22	0.17	0.12	0.13	0.07	0.11	0.05	...	...	...	...	...	...	95
100	0.29	0.46	0.22	0.24	0.18	0.14	0.14	0.08	0.12	0.05	0.11	0.04	...	...	...	...	100
110	0.32	0.55	0.24	0.28	0.19	0.16	0.16	0.09	0.13	0.06	0.12	0.05	0.10	0.03	...	...	110
120	0.35	0.65	0.27	0.34	0.21	0.19	0.17	0.11	0.14	0.07	0.13	0.06	0.11	0.04	...	...	120
130	0.38	0.75	0.29	0.39	0.23	0.22	0.18	0.13	0.15	0.08	0.13	0.05	0.11	0.04	...	...	130
140	0.40	0.86	0.31	0.45	0.24	0.25	0.20	0.15	0.16	0.10	0.14	0.06	0.12	0.05	0.10	0.03	140
150	0.43	0.98	0.33	0.51	0.26	0.29	0.21	0.17	0.18	0.11	0.15	0.07	0.13	0.05	0.11	0.03	150
160	0.46	1.10	0.35	0.57	0.28	0.32	0.23	0.19	0.19	0.12	0.16	0.08	0.13	0.05	0.12	0.04	160
170	0.49	1.23	0.38	0.64	0.30	0.36	0.24	0.22	0.20	0.14	0.17	0.09	0.14	0.06	0.12	0.04	170
180	0.52	1.37	0.40	0.71	0.31	0.40	0.26	0.24	0.21	0.15	0.18	0.10	0.15	0.07	0.13	0.05	180
190	0.55	1.51	0.42	0.79	0.33	0.44	0.27	0.27	0.22	0.17	0.19	0.11	0.16	0.07	0.14	0.05	190
200	0.58	1.66	0.44	0.87	0.35	0.49	0.28	0.29	0.23	0.18	0.20	0.12	0.17	0.08	0.14	0.06	200
210	0.61	1.82	0.46	0.95	0.37	0.54	0.30	0.32	0.25	0.20	0.21	0.13	0.18	0.09	0.15	0.06	210
220	0.64	1.98	0.49	1.03	0.38	0.58	0.31	0.35	0.26	0.22	0.22	0.14	0.18	0.10	0.16	0.07	220
230	0.66	2.15	0.51	1.12	0.40	0.63	0.33	0.38	0.27	0.24	0.23	0.16	0.19	0.11	0.17	0.07	230
240	0.69	2.33	0.53	1.22	0.42	0.69	0.34	0.41	0.28	0.26	0.24	0.17	0.20	0.11	0.17	0.08	240
250	0.72	2.51	0.55	1.31	0.44	0.74	0.35	0.44	0.29	0.28	0.25	0.18	0.21	0.12	0.18	0.09	250
260	0.75	2.70	0.58	1.41	0.45	0.79	0.37	0.48	0.30	0.30	0.26	0.20	0.22	0.13	0.19	0.09	260
270	0.78	2.90	0.60	1.51	0.47	0.85	0.38	0.51	0.32	0.32	0.27	0.21	0.23	0.14	0.20	0.10	270
280	0.81	3.10	0.62	1.62	0.49	0.91	0.40	0.55	0.33	0.34	0.28	0.22	0.23	0.15	0.20	0.11	280
290	0.84	3.31	0.64	1.73	0.51	0.97	0.41	0.58	0.34	0.37	0.29	0.24	0.24	0.16	0.21	0.11	290
300	0.87	3.52	0.66	1.84	0.52	1.04	0.43	0.62	0.35	0.39	0.30	0.26	0.25	0.17	0.22	0.12	300
310	0.90	3.74	0.69	1.95	0.54	1.10	0.44	0.66	0.36	0.41	0.31	0.27	0.26	0.18	0.22	0.13	310
320	0.92	3.97	0.71	2.07	0.56	1.17	0.45	0.70	0.37	0.44	0.32	0.29	0.27	0.20	0.23	0.14	320
330	0.95	4.20	0.73	2.19	0.58	1.24	0.47	0.74	0.39	0.47	0.32	0.30	0.28	0.21	0.24	0.14	330
340	0.98	4.44	0.75	2.32	0.59	1.31	0.48	0.78	0.40	0.49	0.33	0.32	0.29	0.22	0.24	0.15	340
350	1.01	4.68	0.77	2.44	0.61	1.38	0.50	0.82	0.41	0.52	0.34	0.34	0.29	0.23	0.25	0.16	350
360	1.04	4.93	0.80	2.58	0.63	1.45	0.51	0.87	0.42	0.55	0.35	0.36	0.30	0.24	0.26	0.17	360
370	1.07	5.19	0.82	2.71	0.65	1.53	0.52	0.91	0.43	0.57	0.36	0.38	0.31	0.26	0.27	0.18	370
380	1.10	5.45	0.84	2.85	0.66	1.60	0.54	0.96	0.44	0.60	0.37	0.40	0.32	0.27	0.27	0.19	380
390	1.13	5.72	0.86	2.99	0.68	1.68	0.55	1.01	0.46	0.63	0.38	0.42	0.33	0.28	0.28	0.20	390
400	1.16	6.00	0.88	3.13	0.70	1.76	0.57	1.06	0.47	0.66	0.39	0.43	0.34	0.29	0.29	0.21	400
420	1.21	6.56	0.93	3.43	0.73	1.93	0.59	1.16	0.49	0.73	0.41	0.48	0.35	0.32	0.30	0.22	420
440	1.27	7.15	0.97	3.73	0.77	2.10	0.62	1.26	0.51	0.79	0.43	0.52	0.37	0.35	0.32	0.25	440
460	1.33	7.77	1.02	4.05	0.80	2.28	0.65	1.37	0.54	0.86	0.45	0.56	0.39	0.38	0.33	0.27	460
480	1.39	8.41	1.06	4.39	0.84	2.47	0.68	1.48	0.56	0.93	0.47	0.61	0.40	0.41	0.35	0.29	480
Q m ³ /h	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	Q m ³ /h
D =	350 mm		400 mm		450 mm		500 mm		550 mm		600 mm		650 mm		700 mm		= D

FORMULE DE HAZEN-WILLIAMS (unités métriques)

— FORMULA OF HAZEN-WILLIAMS (metric units)

$$J = 1,131 \times 10^{12} (Q/C)^{1.852} D^{-4.87}$$

$$v = 1.096 \times 10^{-4} C J^{0.54} D^{0.63}$$

$$v = \text{m/s}$$

$$Q = \text{m}^3/\text{h} \quad D = \text{mm}$$

$$C = 100$$

D =	350 mm		400 mm		450 mm		500 mm		550 mm		600 mm		650 mm		700 mm		= D
Q m³/h	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	Q m³/h
500	1.44	9.07	1.11	4.73	0.87	2.67	0.71	1.60	0.59	1.00	0.49	0.66	0.42	0.45	0.36	0.31	500
520	1.50	9.75	1.15	5.09	0.91	2.87	0.74	1.72	0.61	1.08	0.51	0.71	0.44	0.48	0.38	0.33	520
540	1.56	10.5	1.19	5.46	0.94	3.07	0.76	1.84	0.63	1.16	0.53	0.76	0.45	0.51	0.39	0.36	540
560	1.62	11.2	1.24	5.84	0.98	3.29	0.79	1.97	0.66	1.24	0.55	0.81	0.47	0.55	0.40	0.38	560
580	1.67	11.9	1.28	6.23	1.01	3.51	0.82	2.10	0.68	1.32	0.57	0.86	0.49	0.59	0.42	0.41	580
600	1.73	12.7	1.33	6.63	1.05	3.74	0.85	2.23	0.70	1.41	0.59	0.92	0.50	0.62	0.43	0.43	600
650	1.88	14.7	1.44	7.69	1.14	4.33	0.92	2.59	0.76	1.63	0.64	1.07	0.54	0.72	0.47	0.50	650
700	2.02	16.9	1.55	8.82	1.22	4.97	0.99	2.98	0.82	1.87	0.69	1.22	0.59	0.83	0.51	0.58	700
750	2.17	19.2	1.66	10.0	1.31	5.65	1.06	3.38	0.88	2.13	0.74	1.39	0.63	0.94	0.54	0.66	750
800	2.31	21.6	1.77	11.3	1.40	6.37	1.13	3.81	0.94	2.40	0.79	1.57	0.67	1.06	0.58	0.74	800
850	2.45	24.2	1.88	12.6	1.48	7.12	1.20	4.26	0.99	2.68	0.84	1.75	0.71	1.19	0.61	0.83	850
900	2.60	26.9	1.99	14.1	1.57	7.92	1.27	4.74	1.05	2.98	0.89	1.95	0.75	1.32	0.65	0.92	900
950	2.74	29.8	2.10	15.5	1.66	8.75	1.34	5.24	1.11	3.29	0.93	2.16	0.80	1.46	0.69	1.02	950
1000	2.89	32.7	2.21	17.1	1.75	9.62	1.42	5.76	1.17	3.62	0.98	2.37	0.84	1.61	0.72	1.12	1000
1050	3.03	35.8	2.32	18.7	1.83	10.5	1.49	6.30	1.23	3.96	1.03	2.59	0.88	1.76	0.76	1.23	1050
1100	3.18	39.0	2.43	20.4	1.92	11.5	1.56	6.87	1.29	4.32	1.08	2.83	0.92	1.92	0.79	1.34	1100
1150	3.32	42.4	2.54	22.1	2.01	12.5	1.63	7.46	1.34	4.69	1.13	3.07	0.96	2.08	0.83	1.45	1150
1200	3.46	45.9	2.65	23.9	2.10	13.5	1.70	8.07	1.40	5.08	1.18	3.32	1.00	2.25	0.87	1.57	1200
1250	3.61	49.5	2.76	25.8	2.18	14.6	1.77	8.71	1.46	5.47	1.23	3.58	1.05	2.43	0.90	1.69	1250
1300	3.75	53.2	2.87	27.8	2.27	15.6	1.84	9.36	1.52	5.89	1.28	3.85	1.09	2.61	0.94	1.82	1300
1350	3.90	57.0	2.99	29.8	2.36	16.8	1.91	10.0	1.58	6.31	1.33	4.13	1.13	2.80	0.98	1.95	1350
1400	4.04	61.0	3.10	31.8	2.44	17.9	1.98	10.7	1.64	6.75	1.38	4.42	1.17	2.99	1.01	2.09	1400
1450	4.19	65.1	3.21	34.0	2.53	19.2	2.05	11.5	1.70	7.21	1.43	4.72	1.21	3.19	1.05	2.23	1450
1500	4.33	69.3	3.32	36.2	2.62	20.4	2.12	12.2	1.75	7.67	1.48	5.02	1.26	3.40	1.08	2.37	1500
1600	4.62	78.1	3.54	40.8	2.79	23.0	2.26	13.8	1.87	8.65	1.57	5.66	1.34	3.83	1.16	2.67	1600
1700	4.91	87.4	3.76	45.6	2.97	25.7	2.41	15.4	1.99	9.67	1.67	6.33	1.42	4.29	1.23	2.99	1700
1800	5.20	97.2	3.98	50.7	3.14	28.6	2.55	17.1	2.10	10.8	1.77	7.04	1.51	4.77	1.30	3.32	1800
1900	5.49	107	4.20	56.1	3.32	31.6	2.69	18.9	2.22	11.9	1.87	7.78	1.59	5.27	1.37	3.67	1900
2000	5.77	118	4.42	61.6	3.49	34.7	2.83	20.8	2.34	13.1	1.97	8.56	1.67	5.79	1.44	4.04	2000
2100	6.06	129	4.64	67.5	3.67	38.0	2.97	22.8	2.46	14.3	2.06	9.37	1.76	6.34	1.52	4.42	2100
2200	6.35	141	4.86	73.5	3.84	41.4	3.11	24.8	2.57	15.6	2.16	10.2	1.84	6.91	1.59	4.82	2200
2300	6.64	153	5.09	79.8	4.02	45.0	3.26	26.9	2.69	16.9	2.26	11.1	1.93	7.51	1.66	5.23	2300
2400	6.93	166	5.31	86.4	4.19	48.7	3.40	29.1	2.81	18.3	2.36	12.0	2.01	8.12	1.73	5.66	2400
2500			5.53	93.2	4.37	52.5	3.54	31.4	2.92	19.8	2.46	12.9	2.09	8.76	1.81	6.10	2500
2600			5.75	100	4.54	56.5	3.68	33.8	3.04	21.3	2.56	13.9	2.18	9.42	1.88	6.56	2600
2700			5.97	107	4.71	60.5	3.82	36.2	3.16	22.8	2.65	14.9	2.26	10.1	1.95	7.04	2700
2800			6.19	115	4.89	64.8	3.96	38.8	3.27	24.4	2.75	16.0	2.34	10.8	2.02	7.53	2800
2900			6.41	123	5.06	69.1	4.10	41.4	3.39	26.0	2.85	17.0	2.43	11.5	2.09	8.04	2900
3000			6.63	131	5.24	73.6	4.25	44.1	3.51	27.7	2.95	18.1	2.51	12.3	2.17	8.56	3000
3100					5.41	78.2	4.39	46.8	3.62	29.4	3.05	19.3	2.60	13.0	2.24	9.09	3100
3200					5.59	82.9	4.53	49.6	3.74	31.2	3.15	20.4	2.68	13.8	2.31	9.64	3200
3300					5.76	87.8	4.67	52.6	3.86	33.0	3.24	21.6	2.76	14.6	2.38	10.2	3300
3400					5.94	92.8	4.81	55.5	3.98	34.9	3.34	22.9	2.85	15.5	2.46	10.8	3400
3500					6.11	97.9	4.95	58.6	4.09	36.8	3.44	24.1	2.93	16.3	2.53	11.4	3500
3600					6.29	103	5.09	61.7	4.21	38.8	3.54	25.4	3.01	17.2	2.60	12.0	3600
3700					6.46	109	5.24	65.0	4.33	40.8	3.64	26.7	3.10	18.1	2.67	12.6	3700
3800					6.64	114	5.38	68.2	4.44	42.9	3.74	28.1	3.18	19.0	2.74	13.3	3800
3900					6.81	120	5.52	71.6	4.56	45.0	3.83	29.5	3.26	20.0	2.82	13.9	3900
4000							5.66	75.0	4.68	47.2	3.93	30.9	3.35	20.9	2.89	14.6	4000
4200							5.94	82.1	4.91	51.6	4.13	33.8	3.51	22.9	3.03	16.0	4200
4400							6.23	89.5	5.14	56.3	4.32	36.8	3.68	25.0	3.18	17.4	4400
4600							6.51	97.2	5.38	61.1	4.52	40.0	3.85	27.1	3.32	18.9	4600
4800							6.79	105	5.61	66.1	4.72	43.3	4.02	29.3	3.47	20.4	4800
5000							7.08	113	5.84	71.3	4.92	46.7	4.19	31.6	3.61	22.0	5000
5200									6.08	76.7	5.11	50.2	4.35	34.0	3.75	23.7	5200
5400									6.31	82.2	5.31	53.8	4.52	36.5	3.90	25.4	5400
5600									6.55	88.0	5.51	57.6	4.69	39.0	4.04	27.2	5600
5800									6.78	93.9	5.70	61.5	4.86	41.6	4.19	29.0	5800
6000									7.01	100	5.90	65.4	5.02	44.3	4.33	30.9	6000
6200											6.10	69.5	5.19	47.1	4.48	32.8	6200
6400											6.29	73.7	5.36	49.9	4.62	34.8	6400
6600											6.49	78.1	5.52	52.9	4.76	36.8	

ÉCOULEMENT DANS LES CONDUITES — WATER FLOW IN PIPES [11]

FORMULE DE HAZEN-WILLIAMS (unités métriques)

— FORMULA OF HAZEN-WILLIAMS (metric units)

$$J = 1,131 \times 10^{-12} (Q/C)^{1,852} D^{-4,87}$$

$$n = 1.096 \times 10^{-4} C J^{0.54} D^{0.63}$$

$$J = \frac{\text{m}^3}{\text{s}^3} \quad Q = \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \quad D = \text{mm}$$

$$C = 100$$

D =	750 mm		800 mm		900 mm		1000 mm		1050 mm		1100 mm		1200 mm		1250 mm		= D
Q m ³ /h	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	Q m ³ /h
0.2	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	0.2
0.3	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	0.3
0.4	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	0.4
0.5	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	0.5
0.6	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	0.6
0.8	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	0.8
1.0	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	1.0
1.5	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	1.5
2.0	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	2.0
2.5	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	2.5
3.0	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	3.0
3.5	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	3.5
4.0	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	4.0
4.5	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	4.5
5.0	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	5.0
6	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	6
7	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	7
8	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	8
9	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	9
10	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	10
11	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	11
12	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	12
13	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	13
14	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	14
15	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	15
16	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	16
18	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	18
20	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	20
25	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	25
30	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	30
35	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	35
40	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	40
45	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	45
50	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	50
55	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	55
60	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	60
65	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	65
70	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	70
75	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	75
80	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	80
85	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	85
90	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	90
95	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	95
100	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	100
110	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	110
120	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	120
130	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	130
140	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	140
150	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	150
160	0.10	0.03	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	160
170	0.11	0.03	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	170
180	0.11	0.03	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	180
190	0.12	0.04	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	190
200	0.13	0.04	0.11	0.03	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	200
210	0.13	0.04	0.12	0.03	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	210
220	0.14	0.05	0.12	0.04	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	220
230	0.15	0.05	0.13	0.04	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	230
240	0.15	0.06	0.13	0.04	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	240
250	0.16	0.06	0.14	0.05	0.11	0.03	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	250
260	0.16	0.07	0.14	0.05	0.11	0.03	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	260
270	0.17	0.07	0.15	0.05	0.12	0.03	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	270
280	0.18	0.08	0.16	0.06	0.12	0.03	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	280
290	0.18	0.08	0.16	0.06	0.13	0.03	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	290
300	0.19	0.09	0.17	0.06	0.13	0.04	0.11	0.02	...	...	...	...	...	...	...	...	300
310	0.20	0.09	0.17	0.07	0.14	0.04	0.11	0.02	...	...	...	...	...	...	...	...	310
320	0.20	0.10	0.18	0.07	0.14	0.04	0.11	0.02	0.10	0.02	...	...	...	...	...	...	320
330	0.21	0.10	0.18	0.08	0.14	0.04	0.12	0.03	0.11	0.02	...	...	...	...	...	...	330
340	0.21	0.11	0.19	0.08	0.15	0.05	0.12	0.03	0.11	0.02	...	...	...	...	...	...	340
350	0.22	0.11	0.19	0.08	0.15	0.05	0.12	0.03	0.11	0.02	...	...	...	...	...	...	350
360	0.23	0.12	0.20	0.09	0.16	0.05	0.13	0.03	0.12	0.02	...	...	...	...	...	...	360
370	0.23	0.13	0.21	0.09	0.16	0.05	0.13	0.03	0.12	0.03	...	...	...	...	...	...	370
380	0.24	0.13	0.21	0.10	0.17	0.06	0.14	0.03	0.12	0.03	...	...	...	...	...	...	380
390	0.25	0.14	0.22	0.10	0.17	0.06	0.14	0.03	0.13	0.03	...	...	...	...	...	...	390
400	0.25	0.15	0.22	0.11	0.18	0.06	0.14	0.04	0.13	0.03	0.12	0.02	...	...	...	...	400
420	0.26	0.16	0.23	0.12	0.18	0.07	0.15	0.04	0.14	0.03	0.12	0.03	0.10	0.02	...	...	420
440	0.28	0.18	0.24	0.13	0.19	0.07	0.16	0.04	0.14	0.03	0.13	0.03	0.11	0.02	...	...	440
460	0.29	0.19	0.25	0.14	0.20	0.08	0.16	0.05	0.15	0.04	0.13	0.03	0.11	0.02	0.10	0.02	460
480	0.30	0.21	0.27	0.15	0.21	0.09	0.17	0.05	0.15	0.04	0.14	0.03	0.12	0.02	0.11	0.02	480
Q m ³ /h	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	v m/s	J °/°°	Q m ³ /h
D =	750 mm		800 mm		900 mm		1000 mm		1050 mm		1100 mm		1200 mm		1250 mm		= D

ÉCOULEMENT DANS LES CONDUITES — WATER FLOW IN PIPES [11]

FORMULE DE HAZEN-WILLIAMS (unités métriques)

— FORMULA OF HAZEN-WILLIAMS (metric units)

$$J = 1,131 \times 10^{12} (Q/C)^{1,852} D^{-4,87}$$

$$J = \frac{\%}{100} \quad Q = \text{m}^3/\text{h} \quad D = \text{mm}$$

$$v = 1,096 \times 10^{-4} C J^{0,54} D^{0,63}$$

$$v = \text{m/s}$$

$$C = 100$$

D =	750 mm		800 mm		900 mm		1000 mm		1050 mm		1100 mm		1200 mm		1250 mm		= D
Q m³/h	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	v m/s	J ‰	Q m³/h
500	0.32	0.22	0.28	0.16	0.22	0.09	0.18	0.06	0.16	0.04	0.15	0.03	0.12	0.02	0.11	0.02	500
520	0.33	0.24	0.29	0.17	0.23	0.10	0.18	0.06	0.17	0.05	0.15	0.04	0.13	0.02	0.12	0.02	520
540	0.34	0.26	0.30	0.19	0.24	0.11	0.19	0.06	0.17	0.05	0.16	0.04	0.13	0.03	0.12	0.02	540
560	0.35	0.27	0.31	0.20	0.25	0.11	0.20	0.07	0.18	0.05	0.16	0.04	0.14	0.03	0.13	0.02	560
580	0.37	0.29	0.32	0.21	0.25	0.12	0.21	0.07	0.19	0.06	0.17	0.05	0.14	0.03	0.13	0.02	580
600	0.38	0.31	0.33	0.23	0.26	0.13	0.21	0.08	0.19	0.06	0.18	0.05	0.15	0.03	0.14	0.03	600
650	0.41	0.36	0.36	0.26	0.28	0.15	0.23	0.09	0.21	0.07	0.19	0.06	0.16	0.04	0.15	0.03	650
700	0.44	0.41	0.39	0.30	0.31	0.17	0.25	0.10	0.23	0.08	0.20	0.06	0.17	0.04	0.16	0.03	700
750	0.47	0.47	0.42	0.34	0.33	0.19	0.27	0.12	0.24	0.09	0.22	0.07	0.18	0.05	0.17	0.04	750
800	0.50	0.53	0.44	0.39	0.35	0.22	0.28	0.13	0.26	0.10	0.23	0.08	0.20	0.05	0.18	0.04	800
850	0.54	0.59	0.47	0.43	0.37	0.24	0.30	0.15	0.27	0.12	0.25	0.09	0.21	0.06	0.19	0.05	850
900	0.57	0.66	0.50	0.48	0.39	0.27	0.32	0.16	0.29	0.13	0.26	0.10	0.22	0.07	0.20	0.06	900
950	0.60	0.73	0.53	0.53	0.42	0.30	0.34	0.18	0.31	0.14	0.28	0.11	0.23	0.07	0.22	0.06	950
1000	0.63	0.80	0.56	0.58	0.44	0.33	0.35	0.20	0.32	0.16	0.29	0.12	0.25	0.08	0.23	0.07	1000
1050	0.66	0.88	0.58	0.64	0.46	0.36	0.37	0.22	0.34	0.17	0.31	0.14	0.26	0.09	0.24	0.07	1050
1100	0.70	0.95	0.61	0.70	0.48	0.39	0.39	0.24	0.35	0.19	0.32	0.15	0.27	0.10	0.25	0.08	1100
1150	0.72	1.04	0.64	0.76	0.50	0.43	0.41	0.26	0.37	0.20	0.34	0.16	0.28	0.11	0.26	0.09	1150
1200	0.76	1.12	0.66	0.82	0.52	0.46	0.43	0.28	0.39	0.22	0.35	0.17	0.29	0.11	0.27	0.09	1200
1250	0.79	1.21	0.70	0.88	0.55	0.50	0.44	0.30	0.40	0.24	0.37	0.19	0.31	0.12	0.28	0.10	1250
1300	0.82	1.30	0.72	0.95	0.57	0.54	0.46	0.32	0.42	0.25	0.38	0.20	0.32	0.13	0.29	0.11	1300
1350	0.85	1.39	0.75	1.02	0.59	0.57	0.48	0.34	0.43	0.27	0.39	0.22	0.33	0.14	0.31	0.12	1350
1400	0.88	1.49	0.77	1.09	0.61	0.61	0.50	0.37	0.45	0.29	0.41	0.23	0.34	0.15	0.32	0.12	1400
1450	0.91	1.59	0.80	1.16	0.63	0.66	0.51	0.39	0.47	0.31	0.42	0.25	0.36	0.16	0.33	0.13	1450
1500	0.94	1.69	0.83	1.24	0.66	0.70	0.53	0.42	0.48	0.33	0.44	0.26	0.37	0.17	0.34	0.14	1500
1600	1.01	1.91	0.89	1.39	0.70	0.79	0.57	0.47	0.51	0.37	0.47	0.30	0.39	0.19	0.36	0.16	1600
1700	1.07	2.14	0.94	1.56	0.74	0.88	0.60	0.53	0.55	0.42	0.50	0.33	0.42	0.22	0.38	0.18	1700
1800	1.13	2.37	1.00	1.73	0.79	0.98	0.64	0.59	0.58	0.46	0.53	0.37	0.44	0.24	0.41	0.20	1800
1900	1.20	2.62	1.05	1.92	0.83	1.08	0.67	0.65	0.61	0.51	0.56	0.41	0.47	0.27	0.43	0.22	1900
2000	1.26	2.89	1.11	2.11	0.87	1.19	0.71	0.71	0.64	0.56	0.58	0.45	0.49	0.29	0.45	0.24	2000
2100	1.32	3.16	1.16	2.31	0.92	1.30	0.74	0.78	0.67	0.61	0.61	0.49	0.52	0.32	0.48	0.26	2100
2200	1.38	3.44	1.22	2.51	0.96	1.42	0.78	0.85	0.71	0.67	0.64	0.53	0.54	0.35	0.50	0.29	2200
2300	1.45	3.74	1.27	2.73	1.01	1.54	0.81	0.92	0.74	0.73	0.67	0.58	0.56	0.38	0.52	0.31	2300
2400	1.51	4.05	1.33	2.95	1.05	1.66	0.85	1.00	0.77	0.79	0.70	0.63	0.59	0.41	0.54	0.34	2400
2500	1.57	4.36	1.38	3.19	1.09	1.80	0.89	1.08	0.80	0.85	0.73	0.68	0.61	0.44	0.57	0.36	2500
2600	1.64	4.69	1.44	3.43	1.14	1.93	0.92	1.16	0.84	0.91	0.76	0.73	0.64	0.48	0.59	0.39	2600
2700	1.70	5.03	1.49	3.67	1.18	2.07	0.96	1.24	0.87	0.98	0.79	0.78	0.66	0.51	0.61	0.42	2700
2800	1.76	5.38	1.55	3.93	1.22	2.21	0.99	1.33	0.90	1.05	0.82	0.83	0.69	0.55	0.63	0.45	2800
2900	1.82	5.74	1.60	4.19	1.27	2.36	1.03	1.41	0.93	1.12	0.85	0.89	0.71	0.58	0.66	0.48	2900
3000	1.89	6.11	1.66	4.47	1.31	2.52	1.06	1.51	0.96	1.19	0.88	0.95	0.74	0.62	0.68	0.51	3000
3100	1.95	6.50	1.71	4.74	1.36	2.67	1.10	1.60	1.00	1.26	0.91	1.01	0.76	0.66	0.70	0.54	3100
3200	2.01	6.89	1.77	5.03	1.40	2.84	1.13	1.70	1.03	1.34	0.93	1.07	0.78	0.70	0.72	0.57	3200
3300	2.08	7.29	1.83	5.33	1.44	3.00	1.17	1.80	1.06	1.42	0.96	1.13	0.81	0.74	0.75	0.61	3300
3400	2.14	7.71	1.88	5.63	1.49	3.17	1.20	1.90	1.09	1.50	0.99	1.19	0.83	0.78	0.77	0.64	3400
3500	2.20	8.13	1.94	5.94	1.53	3.35	1.24	2.00	1.12	1.58	1.02	1.26	0.86	0.83	0.79	0.68	3500
3600	2.26	8.57	1.99	6.26	1.57	3.53	1.27	2.11	1.16	1.66	1.05	1.33	0.88	0.87	0.81	0.71	3600
3700	2.33	9.02	2.05	6.58	1.62	3.71	1.31	2.22	1.19	1.75	1.08	1.40	0.91	0.91	0.84	0.75	3700
3800	2.39	9.47	2.10	6.92	1.66	3.90	1.35	2.33	1.22	1.84	1.11	1.47	0.93	0.96	0.86	0.79	3800
3900	2.45	9.94	2.16	7.26	1.70	4.09	1.38	2.45	1.25	1.93	1.14	1.54	0.96	1.01	0.88	0.83	3900
4000	2.52	10.4	2.21	7.61	1.75	4.29	1.42	2.57	1.28	2.02	1.17	1.61	0.98	1.06	0.90	0.87	4000
4200	2.64	11.4	2.32	8.33	1.84	4.69	1.49	2.81	1.35	2.21	1.23	1.77	1.03	1.16	0.95	0.95	4200
4400	2.77	12.4	2.43	9.07	1.92	5.11	1.56	3.06	1.41	2.41	1.29	1.92	1.08	1.26	0.99	1.03	4400
4600	2.89	13.5	2.54	9.85	2.01	5.55	1.63	3.32	1.48	2.62	1.34	2.09	1.13	1.37	1.04	1.12	4600
4800	3.02	14.6	2.65	10.7	2.10	6.00	1.70	3.60	1.54	2.84	1.40	2.26	1.18	1.48	1.09	1.21	4800
5000	3.15	15.8	2.77	11.5	2.19	6.48	1.77	3.88	1.61	3.06	1.46	2.44	1.23	1.60	1.13	1.31	5000
5200	3.27	16.9	2.88	12.4	2.27	6.97	1.84	4.17	1.67	3.29	1.52	2.62	1.27	1.72	1.18	1.41	5200
5400	3.40	18.2	2.99	13.3	2.36	7.47	1.91	4.47	1.73	3.53	1.58	2.81	1.32	1.84	1.22	1.51	5400
5600	3.52	19.4	3.10	14.2	2.45	7.99	1.98	4.78	1.80	3.77	1.64	3.01	1.37	1.97	1.26	1.61	5600
5800	3.65	20.7	3.21	15.1	2.54	8.53	2.05	5.11	1.86	4.03	1.69	3.21	1.42	2.10	1.31	1.72	5800
6000	3.77	22.1	3.32	16.1	2.62	9.08	2.12	5.44	1.93	4.29	1.75	3.42	1.47	2.24	1.36	1.83	6000
6200	3.90	23.5	3.4														

APPENDICE F

Valeurs de f

Des considérations dimensionnelles montrent que f dépend du régime d'écoulement :

1. — En écoulement lisse, il est fonction du nombre de Reynolds $\mathcal{R} = v D/\nu$ (où ν = viscosité cinématique). BLASIUS, KARMAN et PRANDTL en ont donné des formules semi-empiriques [6].

2. — En écoulement turbulent rugueux, il est fonction de la rugosité relative k/D (où k = hauteur maxima des rugosités, [6]. NIKURADSE en a donné une formule semi-empirique.

3. — En écoulement turbulent intermédiaire, il est fonction de $\mathcal{R}$ et k/D à la fois et dépend en outre de la distribution des rugosités. COLEBROOK et WHITE ont donné une formule empirique valable pour les conduites commerciales [6].

Ces formules serviront à l'avenir comme formules de base. Ici, cependant, nous avons préféré la formule empirique de HAZEN WILLIAMS. Il est curieux cependant de constater qu'elle correspond pour $C=130$ (acier lisse) à $f=0,16 \mathcal{R}^{-1/6}$ à 15°C et représente à quelques % près les mesures jusqu'à $\mathcal{R} = 20 \times 10^6$ [10].

APPENDICE G

La preuve de l'existence d'un minimum de W

La fonction ψ doit être [5] une fonction continue des $(n-1)$ inconnues x_k et ses dérivées partielles par rapport aux $(n-2)$ inconnues x_k au moins doivent être continues. Puisque $Q(x)$ n'est, en général, pas une fonction continue de x , J et ψ ne le sont pas non plus. Il a fallu recou-

rir à l'expédient mentionné ci-dessus et remplacer la courbe à gradins $Q(x)$ par une courbe continue infiniment proche.

Il faut encore que l'expression :

$$\Delta = F(x_1 + z_1, \dots, x_{n+2} + z_{n+2}) - F(x_1, \dots, x_{n+2}) > 0$$

pour des valeurs z_k arbitraires, positives ou négatives, mais voisines de zéro. Le développement en série de TAYLOR donne :

$$2\Delta = \left[\sum_{k=1}^{n+2} z_k^2 \partial^2 F / \partial x_k^2 + \sum_{k=1}^{n+2} \sum_{j=1}^{n+2} 2 z_k z_j \partial^2 F / \partial x_k \partial x_j \right] + \text{termes plus petits} > 0$$

Pour z très petits, l'expression entre crochets détermine le signe. Or, d'après (25) :

$$\partial^2 F / \partial x_k^2 = m Q_k^{m-1} (\partial Q_k / \partial x_k) \cdot \lambda K (D_{k-1}^{-\delta} - D_k^{-\delta}) > 0 \quad (k = 1, \dots, n-1)$$

puisque $\partial Q_k / \partial x_k < 0$; $D_{k-1} > D_k$; $\lambda > 0$ et sensiblement $K = \text{const.}$ De même, d'après (26), (28),

$$\partial^2 F / \partial x_k^2 \quad (k = n, n+1, n+2); > 0; \text{ aussi :}$$

$$\partial^2 F / \partial x_k \partial x_j = 0 \quad (k \neq j; k, j = 1, \dots, n+2)$$

Donc $\Delta > 0$ et nous avons démontré l'existence d'un minimum vrai des capitaux investis, W , donc d'une *solution économique*.

On démontre de la même façon l'existence d'un minimum vrai des dépenses annuelles U .

Bibliographie

- [1] J. SPRUYT : *Consommation d'eau domestique et industrielle fournie par un service public de distribution* (1^{er} Congrès 1949, Amsterdam, Assoc. Internat. de Distribution d'eau).
- [2] Israel Standards Institute : *Tentative standard for the computation of the price of water* (Tel-Aviv 1950).
- [3] J. S. CORROX : *Interim report on master plan for development of irrigation and hydroelectric power in State of Israel*, vol. II (Jérusalem, 1951).
- [4] C. V. DAVIS : *Handbook of applied hydraulics*, p. 732 (McGraw Hill, New-York, 1942).
- [5] E. GOURSAT : *Cours d'analyse mathématique*, tome I, p. 107-122 (Gauthier-Villars, Paris, 1923).
- [6] S. IRMAY : *On steady flow formulae in pipes and channels* (Association Internationale de Recherches pour Travaux Hydrauliques, 3^e réunion, Grenoble, 1949).
- [7] M. V. KIRSANOFF : *Calcul économique des réseaux de distribution d'eau* (en russe) (Moscou, 1949).
- [8] P. A. M. PARKER : *The control of water*, p. 445 (Routledge & Sons, London, 1932).
- [9] A. SCHOCKLITSCH : *Der Wasserbau* (1938).
- [10] R. B. GENEREAUX : *Fluid friction in conduits* (Fluid and particle mechanics by C. E. LAPPLE, Univ. of Delaware, Newark, Delaware, 1951).
- [11] S. IRMAY : *Tables for pipe flow* (metric units), formula of HAZEN-WILLIAMS (Institute of Technology, Haifa, Israel, 1951).