Quelques réflexions sur les pertes de charge

Some reflections on head losses

PAR L. VADOT

INGÉNIEUR-DOCTEUR

Rappel de l'état actuel — et classique — de la question des pertes de charge. — Examen détaillé de l'influence de deux éléments fondamentaux : nature de la paroi et forme de la section. — L'importance et l'intérêt des travaux de Nikuradse, le parti qu'il convient d'en tirer. — Notion de « densité de rugosité » ; transition entre le turbulent lisse et le turbulent rugueux. — Travaux de Colebrook ; proposition d'une formule de perte de charge couvrant à la fois le turbulent lisse et le turbulent rugueux, et respectant les particularités du régime transitoire. — Critique de la notion de rayon hydraulique (sections de forme tourmentée ; répartition non uniforme de rugosité ; les pertes de charge partielles et la loi de Dalton). — Considérations sur les canaux à surface libre.

Reference to present and classic state of the question of head losses. — Detailed examination of the influence of two fundamental elements: nature of the wall and shape of the section. — The importance and interest of the Nikuradse works and what should be learned from them. — Idea of "density of roughness;" transition between fully turbulent flow and smooth boundary turbulent flow. The works of Colebrook; proposition for a head loss formula covering both fully and smooth boundary turbulent flows and respecting the characteristics of the transition regime. Criticism of the hydraulic radius idea (distorted sections; non uniform distribution of roughness; partial head losses and the Dalton law). — Remarks on free surface canals.

Il n'y a pas de problème de mécanique des fluides qui ait donné naissance à un plus grand nombre de formules que celui des pertes de charge. La multiplicité des recettes relatives à ce sujet est une preuve de l'importance de la question, mais aussi, malheureusement, une cause de perplexité pour celui qui doit les utiliser. Cet état de chose est dû à plusieurs raisons :

1° Le problème des pertes de charge fait intervenir de nombreux paramètres, dont il n'est pas toujours facile de tenir compte et que beaucoup d'auteurs ont négligé ou ignoré en partie;

2° Les résultats d'une expérience faite sur un type de canalisation ne sont pas toujours directement transposables à une autre canalisation;

3° La complexité des formes de canaux et la diversité des natures de paroi ne permettent pas toujours de se ramener à des schémas simples de calcul;

4° L'étude théorique du problème des pertes de charge est étroitement liée à l'étude de deux autres problèmes (turbulence et couche limite) qui ne sont apparus qu'assez récemment dans l'hydraulique et dont on ne saurait dire encore maintenant qu'ils sont complètement éclaircis.

A l'heure actuelle, il n'existe pas de théorie vraiment lumineuse et complète de la question des pertes de charge, mais plutôt un assemblage de résultats basés sur l'expérience et plus ou moins étayés par des raisonnements empruntés à la théorie de la turbulence et de la couche limite. Néanmoins, le plus grand pas a été fait puisque l'on a dénombré les facteurs essentiels du problème et déterminé, par l'expérience, le sens de leur influence. Ces facteurs fondamentaux sont de deux sortes : les uns de nature géométrique (dimensions et forme de la section, forme de la paroi), les autres de nature hydraulique (viscosité, nombre de REYNOLDS).

Nous nous proposons tout d'abord de rappeler à grands traits l'essentiel des connaissances classiques de la question, ne serait-ce que pour mieux situer les quelques points particuliers que nous examinerons plus en détail.

I. — RAPPEL DE NOTIONS CLASSIQUES

FORCE TANGENTIELLE A LA PAROI ET RAYON HYDRAULIQUE

Découpons dans la veine liquide d'une conduite le prisme liquide compris entre deux sections droites séparées par la distance Δl . Soit ω la surface de la section droite, P son périmètre, $p + \Delta p$ la pression dans le plan de la première section et p la pression dans le plan de la

FIG. 1

deuxième section. Soit enfin τ la force tangentielle créée en un point de la paroi par le frottement liquide. Écrivons l'équilibre suivant l'axe de la conduite, du prisme liquide considéré sous l'action des forces de pression et des forces tangentielles. On a :

$$\iint_{\omega_1} (p + \Delta p) d\omega - \iint_{\omega_2} p d\omega = \Delta l \cdot \int_P \tau dP$$

La pression étant supposée constante dans une même section, on aura plus simplement :

$$\omega \Delta p = \Delta l \cdot \int_P \tau dP$$

La perte de charge apparaît alors :

$$\frac{\Delta p}{\Delta l} = \frac{1}{\omega} \int_P \tau dP$$

Admettons alors que la force tangentielle τ ait la même valeur en tout point du périmètre de la section. On obtient alors la formule classique de perte de charge :

Limitons tout d'abord notre domaine. Il ne sera question ici que des pertes de charge en conduite rectiligne à section constante en régime établi et permanent, pour un fluide incompressible.

Pour une section circulaire, ceci s'écrit :

$$\frac{\Delta p}{\Delta l} = \tau \cdot \frac{2}{R}$$

R étant le rayon de la section. On donne généralement au rapport ω/P le nom de rayon hydraulique, que l'on écrit R_h , d'où :

$$\frac{\Delta p}{\Delta l} = \frac{\tau}{R_h}$$

L'apparition du rayon hydraulique permet d'escamoter la forme de la section et d'appliquer la formule précédente à un canal de section quelconque. Il est bon, toutefois, de ne pas oublier que ce tour de passe-passe n'a de valeur que dans la mesure où l'hypothèse de la constance de l'effort tangentiel τ le long du périmètre de la section est bien vérifiée. En toute rigueur, cette hypothèse n'est vérifiée que dans deux cas : le canal à section circulaire et le canal compris entre deux plans parallèles indéfinis. Nous verrons par la suite ce qu'il faut penser de l'influence de la forme de la section du canal et considérons, pour le moment, l'hypothèse de la constance de τ comme valable.

FORME HABITUELLE DE L'EXPRESSION DES PERTES DE CHARGE

L'expérience ayant montré que, dans la plupart des cas, les forces tangentielles τ , c'est-à-dire en définitive les pertes de charge, étaient sensiblement proportionnelles au carré des vitesses d'écoulement, on adopte une expression mettant ce fait en évidence. Soit :

$$\frac{\Delta p}{\Delta l} = \lambda \frac{\rho u^2}{2D}$$

expression dans laquelle λ est une constante sans dimension, ou coefficient de perte de charge, ρ la masse spécifique du fluide, u la vitesse

moyenne d'écoulement dans la conduite et D le diamètre de celle-ci (dans le cas d'une conduite non circulaire, D sera remplacé par $4 R h$). On va voir tout de suite d'où vient le 2 du dénominateur; exprimons, en effet, la perte de charge en hauteur de fluide, ce qui revient à diviser le rapport $\Delta p / \Delta l$ par le poids spécifique du fluide.

On aura :

$$\frac{\Delta h}{\Delta l} = \frac{1}{\gamma} \frac{\Delta p}{\Delta l} = \frac{\lambda}{D} \frac{u^2}{2g}$$

Le coefficient λ ainsi défini suffit à caractériser une perte de charge. Pour une conduite et un type de paroi donné, le coefficient λ varie avec le nombre de REYNOLDS R_e de l'écoulement. En général, trois régimes sont à considérer suivant la valeur du nombre de REYNOLDS : aux très faibles valeurs de R_e jusqu'à 2.000 environ le régime laminaire; au delà de 2.000, le régime turbulent qui, lui-même, comprend aux basses valeurs de R_e le régime turbulent lisse, et aux grandes valeurs de R_e le régime turbulent rugueux. La transition entre ces deux régimes s'étale sur une bande étendue de valeurs de R_e , valeurs dépendant d'ailleurs de la rugosité relative de la paroi.

RÉGIME LAMINAIRE

Le régime laminaire, d'un intérêt industriel restreint, est le seul qui soit vraiment accessible au calcul : les forces de viscosité étant seules à intervenir et la nature de la paroi n'ayant pas d'influence. Pour une conduite à section circulaire, le coefficient de perte de charge à la valeur :

$$\lambda = \frac{16}{R_e} \quad \text{avec } R_e = \frac{D u}{\nu}$$

pour un écoulement entre deux plans parallèles distant de h , on a :

$$\lambda = \frac{48}{R_e} \quad \text{avec } R_e = \frac{h u}{\nu}$$

pour un écoulement dans un canal à section carrée de côté a , on a :

$$\lambda = \frac{14,2}{R_e} \quad \text{avec } R_e = \frac{a u}{\nu}$$

Nous donnons ces quelques chiffres pour bien indiquer que, en régime laminaire, la perte de charge n'est pas indépendante de la forme de la section.

Notons, à ce propos, une curieuse particularité

des écoulements laminaires. On représente habituellement la répartition des vitesses dans une section par un ensemble de courbes isotaches. Or, dans le cas d'un écoulement laminaire, ces courbes isotaches sont en même temps les lignes de courant d'un champ rotationnel à densité tourbillonnaire constante limité au contour de la section. Considérons, en effet, une zone de la section comprise entre deux courbes telles que

FIG. 2

AO et BO orthogonales aux courbes isotaches. Écrivons l'équilibre de l'élément fluide correspondant à cette zone sous l'action de l'ensemble des forces de pression et des forces tangentielles de viscosité. Soit S la surface de la zone considérée, Δp le gradient de pression suivant l'axe de la conduite, τ la force tangentielle et Δs le segment de la paroi qui limite la zone considérée. On a $\Delta p \cdot S = \tau \cdot \Delta s$. La même relation s'applique si, au lieu de limiter la zone à la paroi, on la limite à une isotache quelconque; mais, de plus, la force tangentielle a pour expression : $\tau = \mu (dv/dn)$, dv/dn étant le gradient de vitesse compté normalement aux isotaches. Considérons un accroissement fini de vitesse Δv correspondant à un espacement Δn des isotaches; on aura encore $\tau = \mu (\Delta v / \Delta n)$; par suite, en reportant cette valeur de τ dans la première expression, il vient :

$$\frac{\Delta s}{\Delta n} = \frac{\Delta p \cdot S}{\mu \Delta v} = C'' S$$

La relation qui lie les côtés Δs et Δn des quadrilatères élémentaires du réseau des isotaches et de leurs orthogonales est bien celle que doivent vérifier les champs rotationnels à densité tourbillonnaire constante. Par suite, le faisceau des isotaches représentatif de la répartition de vitesse dans la section d'une conduite en régime laminaire, représente également les lignes de courant d'un champ rotationnel limité par une ligne de courant affectant la forme du contour de la section droite de la conduite.

RÉGIME TURBULENT

Passons maintenant au régime turbulent et, tout d'abord, au turbulent lisse. Ce régime est caractérisé par le fait que la nature de la paroi est sans influence sur la perte de charge, la hau-

teur des aspérités restant nettement inférieure à l'épaisseur de la couche laminaire. Le coefficient λ diminue quand le nombre de REYNOLDS augmente suivant la loi de PRANDTL-KARMAN :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \frac{R_e \sqrt{\lambda}}{2,51}$$

expression qui, jusqu'à $R_e = 10^5$, peut être remplacée par l'ancienne formule plus simple de BLASIUS :

$$\lambda = 0,316 R_e^{-1/4}$$

Le régime turbulent rugueux est caractérisé par le fait que les aspérités de la paroi sont complètement sorties de la couche laminaire, ce qui conduit à une perte de charge rigoureusement proportionnelle au carré de la vitesse. Pour une conduite et un type de paroi donné, le coefficient λ devient donc indépendant du nombre de REYNOLDS. Par contre, il se trouve sous la dépendance des caractéristiques géométriques de la rugosité de paroi. NIKURADSE a établi la relation qui lie le coefficient λ à la hauteur des aspérités, pour un type donné de rugosité (et non pas pour n'importe quel type de rugosité) :

$$\lambda = \frac{1}{(2 \log R/K + 1,74)^2}$$

ou, ce qui revient au même :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \frac{3,7 D}{K}$$

R étant le rayon de la conduite et K le diamètre des grains de sable qui, collés à peu près jointifs à la paroi, constituent les aspérités. On ne saurait trop insister sur cette dernière définition du terme K trop souvent dénommé « hauteur des aspérités ». Etant donné la disposition des grains de sable selon NIKURADSE, la hauteur d'aspérité correspondante au sens habituel, c'est-à-dire la distance de creux à plein, est sensiblement égale à la moitié du diamètre des grains de sable. Afin d'éviter toute ambiguïté, lorsqu'il s'agira d'une rugosité type NIKURADSE, on affectera la lettre K d'un indice N , soit K_N (*).

(*) Le véritable intérêt des travaux de NIKURADSE n'est pas d'avoir donné une nouvelle formule de perte de charge parmi tant d'autres, mais bien d'avoir systématiquement étudié l'influence de la hauteur des aspérités. Il est regrettable que la plupart des manuels d'hydraulique donnent cette formule comme d'un usage courant, sans préciser les conditions très spéciales auxquelles elle s'applique. C'est une erreur fréquente de vouloir lui faire dire ce pour quoi elle n'est pas faite. Son application, par exemple, aux revêtements bétonnés n'a pas grand sens, car la nature géométrique de la rugosité type enduit bétonné est fort différente de la nature

L'ensemble des résultats de NIKURADSE est généralement représenté sur un diagramme désormais classique, comportant un faisceau de courbes avec le rapport R/K comme paramètre.

On peut, par une anamorphose, ramener ce faisceau de courbes à une seule courbe. Soit τ_0 l'effort tangentiel moyen à la paroi, la quantité $\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$ est homogène à une vitesse; on l'appelle généralement vitesse de friction et on l'écrit V_* . On réalisera l'anamorphose dont il est question,

FIG. 3

en étudiant les variations de la quantité $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} - 2 \log \frac{R}{K_N}$ en fonction de $\log \frac{V_* K_N}{\nu}$.

Le domaine du turbulent lisse sera représenté par la droite :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} - 2 \log \frac{R}{K_N} = 0,8 + 2 \log \frac{V_* K_N}{\nu}$$

et le domaine du turbulent rugueux par l'horizontale :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} - 2 \log \frac{R}{K_N} = 1,74$$

Ces deux droites se raccordent par une courbe qui représente la zone de transition.

Le passage du turbulent lisse au turbulent rugueux se manifeste également par une modification de la loi de répartition de vitesse, suivant un diamètre d'une section circulaire. Si on appelle u la vitesse en un point situé à une distance y de la paroi, on a en écoulement turbulent lisse :

$$\frac{u}{V_*} = 5,5 + 5,75 \log \frac{y V_*}{\nu}$$

et en turbulent rugueux :

$$\frac{u}{V_*} = 8,48 + 5,75 \log \frac{y}{K_N}$$

géométrique de la rugosité NIKURADSE. Nous dirons enfin qu'en toute rigueur son application industrielle est très limitée car elle correspond à un type de rugosité qui se rencontre rarement dans la pratique.

cette dernière expression correspond à une rugosité type NIKURADSE; dans la zone de transition, la loi de répartition de vitesse est plus complexe et dépend en outre du rapport K/δ de la hauteur des aspérités à l'épaisseur δ de la couche limite laminaire; cette dernière est d'ailleurs liée à la perte de charge par :

$$\delta = \frac{11,6 \nu}{\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}}$$

TRANSITION ENTRE LE LISSE ET LE RUGUEUX

La zone de transition entre le régime lisse et le régime rugueux revêt, en pratique, une grande importance, car, d'une part, pour une conduite donnée, elle est assez étendue (pour fixer les idées, elle couvre une zone de $\log R$, de 1,5 à 2), et, d'autre part, elle correspond très souvent à la gamme des nombres de REYNOLDS les plus utilisés. Ce fait est très certainement la principale raison de la diversité et de l'incohérence de la plupart des formules de pertes de charge. Les études relativement récentes de NIKURADSE, de COLEBROOK, entre autres, ont permis de commencer à démêler le problème, mais celui-ci est rendu particulièrement ardu par la diversité des types de rugosité que l'on rencontre dans la pratique.

NIKURADSE obtient expérimentalement, dans la zone de transition, une inflexion caractéristique de la courbe représentative des variations de λ . Cette inflexion n'est pas générale, mais doit être considérée comme liée au type assez particulier de rugosité étudié par cet auteur.

COLEBROOK, par contre, a étudié plusieurs types de rugosités schématiques, constitués par de grosses aspérités réparties sur un fond lisse ou

rugueux. Il obtient ainsi des résultats plus voisins de ceux obtenus sur conduites industrielles, que ceux de NIKURADSE. Il donne pour la zone de transition une valeur de λ fixée par la relation :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \left[\frac{R_e \sqrt{\lambda}}{2,51} + \frac{3,7 D}{K} \right]$$

Nous verrons plus loin ce qu'il faut penser de cette relation qui, d'ailleurs, ne représente que partiellement les phénomènes.

La transition est essentiellement caractérisée par le fait que, la hauteur des aspérités étant de l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la couche laminaire, on voit intervenir simultanément les caractéristiques géométriques de la rugosité et le nombre de REYNOLDS. On a coutume de dire que les aspérités commencent à émerger de la couche laminaire : ce n'est évidemment que très grossièrement vrai. La couche laminaire n'est pas une couche d'un fluide particulier tapisant simplement la paroi et dont les aspérités sortent à la manière d'îlots rocheux. En fait, d'une part les aspérités réagissent sur la couche laminaire bien avant que d'en émerger (au sens hydrostatique du mot) et d'autre part, le mot laminaire prête à confusion; des observations microscopiques ont, en effet, montré l'existence dans cette couche, d'importants mouvements d'agitation; le mot laminaire s'applique au comportement d'ensemble de la couche, et non au détail de l'écoulement. Quoi qu'il en soit, on peut considérer le régime comme transitoire entre les valeurs suivantes du rapport K/δ de la hauteur d'aspérité, à l'épaisseur de la couche laminaire $K/\delta = 0,25$ à $K/\delta = 6$.

Tel est, en gros, l'aspect classique actuel de la question des pertes de charge en conduite sans surface libre.

II. — INFLUENCE DE LA NATURE DE LA PAROI

Nous allons nous attacher maintenant à une étude plus détaillée des caractéristiques de la rugosité, et de leur influence sur la perte de charge. L'état de la paroi demande à être examiné de deux points de vue différents; du point de vue hydraulique et du point de vue géométrique. Hydrauliquement, on caractérisera l'état de paroi par la loi de perte de charge. Nous définirons ainsi quatre types de « comportement » de paroi :

1° *Le comportement lisse* : qui répond à la loi de PRANDTL-KARMAN du régime dit turbulent-lisse. Se rencontre sur paroi lisse ou sur paroi

rugueuse, si les aspérités sont noyées dans la couche laminaire;

Fig. 4

2° *Le comportement ondulé* : apparenté au lisse et représenté par une loi de variation de λ identique à celle du comportement lisse à une facture près.

$$\lambda_{\text{ondulé}} = C^{\text{te}} \lambda_{\text{lisse}}$$

se rencontre sur paroi lisse mais ondulée avec ondulation de faible amplitude (par exemple avec certains enduits goudronnés). Tout se passe comme si les ondulations n'apportaient aucune modification au régime turbulent lisse, mais entraînaient seulement un accroissement de la surface des parois.

3° *Le comportement rugueux* : caractérisé par une proportionnalité rigoureuse des pertes de charge au carré des vitesses, c'est-à-dire une indépendance de λ vis-à-vis de R_e .

4° *Le comportement semi-rugueux* : représentant toute la gamme des lois intermédiaires entre le lisse et le rugueux. Se rencontre chaque fois que la paroi comporte, en proportions variables, des plages rugueuses à côté de plages lisses. Ce comportement est industriellement assez fréquent.

PARAMÈTRES CARACTÉRISANT LA RUGOSITÉ

Du point de vue géométrique, nous envisageons deux types de rugosité. Tout d'abord, les rugosités à forme d'aspérité et distribution aléatoires dont la rugosité NIKURADSE est le type parfait. C'est dans cette catégorie que se rangent la plupart des rugosités industrielles. Puis viennent les rugosités à forme d'aspérité définie et distribution périodique, qui permettent l'étude de l'influence des difficultés caractéristiques et peuvent servir de base de comparaison ou de rugosité étalon.

Jusqu'à présent, c'est la rugosité NIKURADSE qui semble avoir joué ce rôle de rugosité étalon, car les essais de NIKURADSE étaient les seuls à présenter un caractère suffisant de rigueur et de généralité. Si la distribution aléatoire des aspérités est, comme nous le verrons, un élément favorable, par contre, le choix du grain de sable (d'un certain grain de sable) comme aspérité est moins heureux, car plus difficile à reproduire avec rigueur. Ce dernier point explique, sans doute, la difficulté que certains expérimentateurs éprouvent à retrouver les résultats de NIKURADSE, principalement dans la zone de transition.

Considérons une rugosité artificielle réalisée en disposant, suivant un schéma donné, des aspérités toutes semblables, sur un fond lisse. Cette disposition fait intervenir un certain nombre de paramètres :

- 1) Forme géométrique de l'aspérité;
- 2) Orientation de l'aspérité par rapport à la paroi;
- 3) Orientation de l'aspérité par rapport au courant;
- 4) Dimension de l'aspérité (choix d'une dimension caractéristique K de l'aspérité, par exemple sa hauteur);
- 5) Forme du dessin d'implantation des aspérités sur le fond;
- 6) Orientation de ce dessin par rapport au courant;
- 7) Dimension du dessin d'implantation, représentée par une grandeur caractéristique K' de ce dessin, ou mieux, par le rapport K'/K .

On voit ainsi la grande diversité des solutions possibles, même en partant d'éléments simples. Si on se propose de réaliser une rugosité artificielle destinée à jouer le rôle de rugosité étalon, il y a évidemment intérêt à réduire le nombre des degrés de liberté. On s'efforcera, en particulier, d'éliminer les degrés de liberté d'orientation. A ce point de vue, l'adoption d'une aspérité constituée par une sphère serait indiquée si, toutefois, il n'y avait pas lieu de craindre que la diversité de régimes d'écoulement autour d'une sphère ne soit cause de difficulté. Il est au contraire préférable d'adopter des aspérités à arêtes vives pour lesquelles cet inconvénient n'est pas à redouter, cube, pyramide, par exemple. On fera disparaître l'effet d'orientation en choisissant pour chaque aspérité une orientation au hasard. De même, en dispersant les aspérités au hasard, on fera disparaître l'effet de l'orientation du schéma d'implantation (c'est ce que fait NIKURADSE). Finalement, pour un type d'aspérité donné, il ne subsistera plus que deux paramètres caractéristiques : la hauteur K de l'aspérité et la distance moyenne K' entre deux aspérités ou, ce qui revient au même, le nombre d'aspérités par unité de surface, c'est-à-dire la densité des aspérités.

INFLUENCE DE LA DENSITÉ DES ASPÉRITÉS

Les travaux de NIKURADSE ont montré quelle était l'influence du facteur K . On a vu, en particulier, que le coefficient λ était sous la dépendance du rapport R/K . Examinons maintenant l'influence du facteur K' , c'est-à-dire du nombre d'aspérités par unité de surface. Les essais de NIKURADSE, par suite du mode de réalisation de la rugosité, n'ont pu mettre en évidence l'influence de ce facteur. D'autres auteurs, et principalement SCHLICHTING, ont étudié ce problème.

Les essais relatifs à cette question ne sont malheureusement pas assez complets, en sorte qu'il n'est guère possible que d'indiquer l'allure des phénomènes.

La variation du facteur K' correspond à la variation du nombre d'aspérités par unité de surface de la paroi. Pour une aspérité et une conduite données, on peut, pour chaque valeur de K' , déterminer une courbe représentative des variations de λ en fonction de Re . On obtiendra ainsi un faisceau de courbes ayant K' pour paramètre. Toutes ces courbes ont une partie commune qui correspond au régime turbulent lisse. Au point A, les différentes courbes divergent, la position du point A dépend uniquement de la dimension de l'aspérité par rapport à l'épaisseur du film laminaire. Pour les grands nombres de

FIG. 5

REYNOLDS, au-delà de la transition, λ est donnée par une expression de la forme :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \left[(1 - \varphi) \frac{R_e \sqrt{\lambda}}{2,51} + \varphi \frac{3,7 D}{K} \right]$$

expression dans laquelle φ est une fonction du nombre d'aspérité par unité de surface, ou fonction de densité. Cette fonction s'annule pour $K'/K = \infty$ (pas d'aspérité), et pour $K'/K = 0$ (aspérités infiniment rapprochées), elle prend la valeur 1 pour une valeur de K'/K qui correspond à la disposition de NIKURADSE. En dehors de ces quelques points, la fonction φ n'est pas connue. Il serait très intéressant de faire des essais systématiques en vue de sa détermination.

Physiquement, on conçoit facilement l'allure de la variation pour les grands nombres de REYNOLDS de λ en fonction de la distance moyenne K' qui sépare deux aspérités. Lorsque K' est infini, les aspérités sont infiniment espacées et on retombe sur le cas d'une paroi lisse; K' dimi-

nuant mais restant très grand, la perte de charge augmente et λ varie d'abord proportionnellement à $1/K'^2$ tant que les aspérités sont très espacées les unes des autres, K' diminuant encore, les aspérités se resserrent et réagissent les unes sur les autres, la croissance de λ est moins rapide. Pour une certaine valeur de K' , λ sera maximum, puis les aspérités se rapprochant se trouvent dans le sillage les unes des autres et λ décroît jusqu'à ce que toutes les aspérités soient au contact les unes des autres, disposition qui donne la limite pratique de λ . Si on suppose que les aspérités peuvent s'imbriquer les unes dans les autres, leur hauteur efficace diminue et finalement pour $K' = 0$ on retombe sur le cas d'une paroi lisse. On remarque, en particulier, que pour une valeur donnée du nombre de REYNOLDS, il y a 2 valeurs de K' qui donnent le même λ . La valeur de K' qui correspond à la disposition de NIKURADSE se trouve sur la branche comprise entre le maximum et $K' = 0$; il existe donc une deuxième valeur de K' qui donne la même perte de charge que la disposition de NIKURADSE.

Nous avons vu plus haut que dans le domaine de l'écoulement turbulent rugueux, la loi de répartition des vitesses suivant un diamètre de la section peut s'écrire $u/v_* = A + B \log y/K$, A et B étant des constantes que NIKURADSE a déterminé pour son type particulier de rugosité et trouvé respectivement égales à 8,48 et 5,75. Les essais de SCHLICHTING (Experimentelle Untersuchungen zum Rauheitsproblem Ing. Arch. Fév. 1936) nous ont permis de calculer la valeur de A pour les aspérités étudiées en prenant pour K la hauteur de l'aspérité. Les valeurs obtenues diffèrent généralement de celle de NIKURADSE. Les valeurs de $A > 8,48$ correspondent à des rugosités qui se situent entre la rugosité NIKURADSE et le parfaitement lisse, les valeurs de $A < 8,48$ correspondent au contraire à des rugosités plus fortes que celle de NIKURADSE.

Portons les valeurs de K ainsi calculées dans un diagramme, avec A en ordonnée et $\log V_* K/\nu$ en abscisse. Dans un tel diagramme, tous les points relatifs à une rugosité type NIKURADSE se situent sur une même horizontale d'ordonnée 8,48. Si nous portons maintenant sur ce diagramme les différents points relatifs à une même aspérité (K constant), mais à des densités différentes (K' variable), on constate que ces points s'alignent sur une même droite. Si on fait choix d'une hauteur d'aspérité différente, ou d'un autre type d'aspérité, on obtiendra encore, en fonction de la densité des points qui s'aligneront sur une droite différente de la précédente, mais présentant la même pente, soit :

$$A = a - 31 \log \frac{V_* K}{\nu}$$

a étant une constante indépendante de la densité, mais variant avec la forme et la hauteur de l'aspérité.

Pour un type d'aspérité donné (par exemple la forme sphère ou la forme grain de sable), à chaque point du diagramme correspond une rugosité caractérisée par une hauteur d'aspérité K et une valeur de la densité. On peut éga-

FIG. 6

lement caractériser chaque rugosité, c'est-à-dire chaque point du diagramme, par la hauteur d'aspérité K_N de la rugosité NIKURADSE qui donne la même perte de charge. Il sera ainsi possible de tracer sur le diagramme un réseau comportant des droites à $K = Cte$ et des droites à $K_N = Cte$ ou à $K' = Cte$. Sur le diagramme représenté, on a tracé le réseau des droites à $K = Cte$ et $K_N = Cte$ pour le type d'aspérité « sable NIKURADSE ». Naturellement, la droite $K = K_N$ est l'horizontale d'ordonnée 8,48 qui correspond à la densité NIKURADSE. Les droites $K_N = Cte$ sont toutes parallèles à la droite du turbulent lisse qui correspond à la valeur $K_N = 0$. Ces résultats ont été obtenus pour le domaine relativement restreint que les essais de SCHLICHTING ont permis d'explorer; il serait intéressant de voir dans quelle mesure il est possible d'extrapoler. Pour un autre type de rugosité que le grain de sable, l'horizontale NIKURADSE s'obtiendra pour un rapport K/K_N différent de 1 et caractérisant la hauteur efficace des aspérités en prenant l'aspérité NIKURADSE pour étalon.

La valeur de A donne une idée assez exacte de l'importance de la perte de charge. Si, dans le diagramme précédent, on fait une coupe le long d'une droite $A = a - 31 \log V_* K / \nu$, on obtient une représentation assez analogue à celle que nous avons indiquée pour les variations du coefficient λ à $R_e = Cte$ en fonction de la densité des aspérités. Pour une aspérité donnée, parlant de A lisse pour la densité 0, la valeur de A diminue quand la densité augmente, atteint un minimum généralement plus petit que 8,48, puis croît à nouveau lorsque la densité devient infinie.

ENCOMBREMENT DES ASPÉRITÉS

La présence d'aspérités sur la paroi d'une conduite, surtout si ces aspérités sont importantes, pose un problème pour le choix du diamètre de la section et de son rayon hydraulique. Or, remarquons que dans la formule fondamentale de la perte de charge :

$$\frac{\Delta h}{\Delta l} = \frac{\lambda}{D} \frac{u^2}{2g}$$

le diamètre intervient en fait avec la puissance 5. En effet, la vitesse moyenne u n'étant pas directement mesurable, on fait apparaître $u = \frac{Q}{\pi D^2/4}$.

Dès lors, une petite erreur sur la valeur de D entraîne une erreur cinq fois plus grande sur la valeur de Δh . L'encombrement des rugosités ne saurait être négligé dès que les aspérités sont grandes, pour fixer les idées, à partir de $K/R = 0,05$. Il faut voir là l'une des raisons pour lesquelles il est difficile d'extrapoler aux grosses rugosités relatives les résultats de mesures faites sur de faibles rugosités relatives. C'est ainsi que la formule classique de NIKURADSE :

$$\lambda = \frac{1}{(2 \log R/K + 1,74)^2}$$

ne doit pas être considérée comme valable pour les fortes rugosités relatives. Pour les fortes pertes de charge, cette formule conduit, en effet, à des hauteurs d'aspérités exagérées. Pour $R/K = 1$, la section est complètement encombrée par les aspérités; or, pour ce cas extrême, on obtient seulement $\lambda = 0,33$, ce qui est absurde. Cet exemple est bien propre à montrer à quel point il faut se méfier de l'extrapolation de relations dont la forme mathématique ne fait que cacher le caractère empirique.

ÉCOULEMENT DANS LA ZONE DE TRANSITION

1° *Cas d'une rugosité NIKURADSE.* — On a vu que les régimes extrêmes du turbulent lisse et du turbulent rugueux étaient caractérisés respectivement par les lois de perte de charge suivantes :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \frac{R_e \sqrt{\lambda}}{2,51} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \frac{3,7 D}{K}$$

Posons plus généralement :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \left[\alpha \frac{R_e \sqrt{\lambda}}{2,51} + \beta \frac{3,7 D}{K} \right]$$

α et β étant deux fonctions de $\frac{V_* K}{\nu}$.

COLEBROOK a supposé que dans la zone de transition on pouvait prendre $\alpha = \beta = 1$, ce qui n'est guère admissible que pour une bande assez limitée de valeurs de R_e . Cherchons plutôt quelle peut être l'allure de la variation des fonctions de α et β . Pour cela, nous nous appuyerons sur les résultats de NIKURADSE d'une part, et, d'autre part, nous nous fixerons une relation entre α et β , soit $\alpha = 1 - \beta$.

On obtient ainsi, pour la variation de α et de β en fonction de $V_* K/\nu$, des courbes ayant l'allure

FIG. 7

indiquée par la figure rappelant assez fidèlement les variations d'une tangente hyperbolique. Nous basant sur cette ressemblance toute physique, posons :

$$\alpha = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{th}_a^2 \left(\log \frac{V_* K}{\nu} - b \right) \right]$$

$$\text{et } \beta = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{th}_a^2 \left(\log \frac{V_* K}{\nu} - b \right) \right]$$

En remarquant que $V_* = \frac{\sqrt{\lambda} u}{\sqrt{8}}$, on obtiendra, en reportant α et β dans l'expression de $1/\sqrt{\lambda}$:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \left[\frac{1}{2} \left[\left[1 - \operatorname{th}_a^2 \left(\log \frac{u \sqrt{\lambda} K}{\sqrt{8} \nu} - b \right) \right] \frac{R_e \sqrt{\lambda}}{2,51} + \left[1 + \operatorname{th}_a^2 \left(\log \frac{u \sqrt{\lambda} K}{\sqrt{8} \nu} - b \right) \right] \frac{3,7 D}{K} \right] \right]$$

La base a de la tangente hyperbolique et la constante b sont choisies pour serrer de près les résultats de NIKURADSE; on trouve ainsi $a = 3,2$ et $b = 1,115$. Toutes réductions faites, on obtient l'expression générale de λ pour la rugosité NIKURADSE :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \left[\frac{(1,350)^2 \frac{R_e \sqrt{\lambda}}{2,51} + \frac{3,7 D}{K} \lambda^2 R_{ek}^4}{\lambda^2 R_{ek}^4 + (1,350)^2} \right]$$

avec :

$$R_e = \frac{u D}{\nu} \quad \text{et} \quad R_{ek} = \frac{u K}{\nu}$$

Cette expression fournit les valeurs de λ en bonne concordance avec les résultats de NIKURADSE. Voici, par exemple, les résultats obtenus pour une rugosité relative $K/R = 1/126$ et pour différents régimes :

Turbulent lisse :

$$R_e = 10.400 \text{ NIKURADSE } \lambda = 0,031 \text{ Calcul } \lambda = 0,0304$$

Transition :

$$R_e = 26.700 \text{ NIKURADSE } \lambda = 0,026 \text{ Calcul } \lambda = 0,0248$$

Turbulent rugueux :

$$R_e = 146.000 \text{ NIKURADSE } \lambda = 0,027 \text{ Calcul } \lambda = 0,0267$$

2° Cas d'une rugosité de densité variable sur fond parfaitement lisse. - Dans un tel cas, on sait qu'aux grands nombres de REYNOLDS une partie de la paroi se comporte comme lisse et l'autre comme rugueuse, en sorte que les fonctions α et β ne varient pas entre 0 et 1 comme dans le cas précédent, mais respectivement entre 1 et $1 - \varphi$ d'une part, et entre 0 et φ d'autre part, φ étant une quantité fonction de la densité des aspérités. On posera alors :

$$\alpha = 1 - \frac{\varphi}{2} \left[1 + \operatorname{th}_a^2 \left(\log \frac{V_* K}{\nu} - b \right) \right]$$

$$\beta = \frac{\varphi}{2} \left[1 + \operatorname{th}_a^2 \left(\log \frac{V_* K}{\nu} - b \right) \right]$$

La quantité φ est nulle lorsque la densité est nulle; elle croît d'abord proportionnellement à la densité, atteint la valeur maximum 1 pour une

FIG. 8

densité voisine de celle de NIKURADSE, puis décroît et tend vers 0 pour une densité infinie. En portant ces nouvelles valeurs de α et β dans

l'expression générale en $1/\sqrt{\lambda}$, on obtiendra la relation suivante :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \left[\varphi \frac{\lambda^2 R_{ek}^4}{\lambda^2 R_{ek}^4 + (1.350)^2} \left(\frac{3,7 D}{K} - \frac{R_e \sqrt{\lambda}}{2,51} \right) + \frac{R_e \sqrt{\lambda}}{2,51} \right]$$

dans laquelle R_e et R_{ek} ont les mêmes valeurs que précédemment. Pour les grands nombres de REYNOLDS, cette expression tend vers la relation plus simple :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \left[(1 - \varphi) \frac{R_e \sqrt{\lambda}}{2,51} + \varphi \frac{3,7 D}{K} \right]$$

La fonction φ , qui dépend de la densité des aspérités, doit être déterminée expérimentalement pour chaque type d'aspérité.

Il serait possible, d'une manière analogue, de traiter le cas d'une rugosité constituée par de grosses aspérités de densité variable sur un fond rugueux comportant des aspérités de plus petite dimension. L'expression générale de λ que l'on obtiendrait dans ce cas serait assez compliquée. Pour les grands nombres de REYNOLDS, cette expression devient :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \left[\beta_1 \frac{3,7 D}{K_1} + \beta_2 \frac{3,7 D}{K_2} \right]$$

K_1 et K_2 étant respectivement les hauteurs des grandes et petites aspérités β_1 et β_2 des quantités fonction respectivement de la densité de chacun des types d'aspérités. Si les grandes et petites aspérités sont d'un même type, avec une même densité relative, on a :

$$\beta_1 + \beta_2 = 1 \quad \text{et} \quad \frac{\beta_1}{K_1} + \frac{\beta_2}{K_2} = \frac{1}{K_e}$$

K_e étant la hauteur d'aspérité unique équivalente à l'ensemble.

Dans la pratique industrielle, le type de rugosité NIKURADSE se rencontre assez rarement. En particulier, la plupart des mesures industrielles portant sur des conduites pour la zone de transition donne une courbe de variation de λ en fonction de R_e qui ne présente pas l'inflexion caractéristique des courbes de NIKURADSE. Ceci est dû au fait que la rugosité la plus fréquem-

ment rencontrée peut se représenter schématiquement par de grosses aspérités relativement espacées sur un fond lisse au rugueux. COLEBROOK, qui est parti d'un tel schéma, obtient effectivement dans la zone de transition une expression de λ qui cadre bien avec les faits; malheureusement, son expression n'est valable que pour la zone de transition.

Fig. 9

Les expressions que nous avons indiquées plus haut sont évidemment d'un maniement un peu lourd. Nous avons cherché à les simplifier, en faisant apparaître non pas directement la hauteur des aspérités de la paroi et leur fonction de densité, ce qui n'est pas commode, mais la hauteur d'aspérité d'une rugosité NIKURADSE équivalente aux très grands nombres de REYNOLDS (domaine quadratique). Il suffit, pour déterminer cette rugosité équivalente, d'une seule mesure de perte de charge faite à une valeur élevée du nombre de REYNOLDS. Le coefficient de perte de charge est alors donné par l'expression suivante :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \left[\frac{R_e \sqrt{\lambda}}{R_{ekN} \sqrt{\lambda} + 2,51} \right]$$

Dans cette expression, R_e a la valeur habituelle et R_{ekN} est le nombre de REYNOLDS relatif à la hauteur K_N de l'aspérité type NIKURADSE qui, dans le domaine du turbulent rugueux, donne la même perte de charge que la conduite considérée. Cette formule a l'avantage d'être valable pour tout le domaine de l'écoulement turbulent, du lisse parfait au rugueux parfait et de donner, dans la zone de transition, une loi de variation de λ qui concorde avec la plupart des essais industriels.

III. — INFLUENCE DE LA FORME DE LA SECTION

LES SINGULARITÉS DU RAYON HYDRAULIQUE

Nous avons vu, au début de cet exposé, que si on admet que la force tangentielle exercée par le fluide sur la paroi a la même valeur en chaque point de celle-ci, on voit apparaître dans l'expression de la perte de charge le rapport de la section de la veine au périmètre de cette section. Ce rapport, appelé rayon hydraulique, suffit à caractériser la section si l'hypothèse de la constance de la force tangentielle τ est bien vérifiée. Ce sera le cas naturellement pour une section circulaire. On a l'habitude de traiter les sections non circulaires comme des sections circulaires, en introduisant simplement, dans l'expression de la perte de charge, la valeur du rayon hydraulique qui correspond à la section considérée. Cette façon de procéder a besoin d'être justifiée. On sait, en effet, parfaitement que, mis à part le cas de la section circulaire, la force tangentielle à la paroi n'est généralement pas constante. Des mesures de répartition de vitesse permettent de déterminer le gradient de vitesse à la paroi et par suite la force tangentielle. Les résultats de ces mesures appliqués à différentes sections carrées, rectangulaires, triangulaires, etc., mettent toujours en évidence des variations importantes de τ le long des parois. Mais, chose curieuse, en dépit de ces variations de τ , on constate que tout se passe comme si l'hypothèse de la constance de τ était vérifiée. Il existe donc bien des variations locales de la valeur de τ , mais la valeur moyenne pour tout le périmètre de la section est telle que, en général, la perte de charge calculée brutalement en assimilant la section considérée à une section circulaire de même rayon hydraulique donne un résultat correct. Ceci, toutefois, n'est valable que pour des sections pas trop anormales, comme le carré, le triangle, etc., mais ne s'appliquerait pas du tout à une section anormale dans le genre de celle figurée ci-dessus. En effet, pour une telle section, l'expérience montre que tout se passe comme si seule la section circulaire intervenait; par contre, l'application brutale de

Fig. 10

la règle du rayon hydraulique conduirait à une perte de charge exagérée par suite du développement excessif du périmètre. Quand donc dirons-nous qu'une section est normale ou anormale? Affaire de bon sens? Dans tous les cas, toute section qui peut se décomposer aisément

en éléments différents, comme l'exemple indiqué ci-dessus, doit être effectivement décomposé et non pas traité d'un seul bloc.

Avant de poursuivre dans cette voie, il nous faut d'abord examiner un aspect particulier de la notion de rayon hydraulique. Jusqu'ici, le rayon hydraulique tel que nous l'avons défini n'est qu'une caractéristique géométrique de la section considérée.

Un écoulement avec perte de charge n'est pas autre chose qu'un phénomène de transformation et de dissipation d'énergie. L'écoulement ayant lieu en régime uniforme, l'énergie potentielle de l'eau (pesanteur, pression) est transformée à la paroi en énergie cinétique de turbulence, cette dernière énergie diffusée dans toute la masse se transforme ensuite en chaleur par frottement visqueux. Considérons un tronçon de conduite de section ω , de périmètre P et de longueur Δl . Soit E_1 l'énergie produite à la paroi dans ce tronçon et E_2 l'énergie dissipée en chaleur dans la masse. Si e_1 est l'énergie produite par unité de surface de la paroi, $E_1 = e_1 P \Delta l$, de même si e_2 est l'énergie dissipée en chaleur par unité de volume, on aura $E_2 = e_2 \omega \Delta l$. Dès lors, comme $E_1 = E_2$, on voit immédiatement que :

$$e_1 P = e_2 \omega = e_2 P R_h$$

c'est-à-dire :

$$R_h = \frac{e_1}{e_2}$$

le rayon hydraulique apparaît alors comme le rapport de l'énergie produite par unité de surface de paroi à l'énergie dissipée par unité de volume de la veine fluide. Ceci en admettant, naturellement, que la production d'énergie est uniforme sur toute la paroi et que la dissipation est uniforme dans toute la veine, ce qui nous ramène à l'hypothèse initiale de l'uniformité de l'effort tangentiel à la paroi. Mais si on possède un moyen pour déterminer le volume dans lequel se dissipe l'énergie produite sur un élément donné de la paroi, il sera possible d'étendre les considérations précédentes au cas où l'effort tangentiel ne sera pas uniformément réparti à la paroi. Evidemment, il nous faut, pour cela, introduire d'autres éléments que les éléments géométriques définissant la section. Supposons connue la répartition des vitesses dans la section sous la forme de l'ensemble des courbes isolaches. Si la turbulence est isotrope, le flux à travers les courbes orthogonales aux isotaches est nul et l'énergie dissipée dans la zone comprise

entre la paroi et deux orthogonales telles que AO et BO sera égale à l'énergie produite sur l'élément de paroi AB. On a donc le moyen de

FIG. 11

délimiter la zone de la veine qui correspond à chaque élément de la paroi.

LES SECTIONS DE FORME COMPLEXE

Revenons maintenant au problème de la division d'une section de forme complexe en sections élémentaires. D'après ce que nous venons de dire, si la répartition des vitesses est connue, le problème est immédiatement résolu, malheureusement, ce ne sera généralement pas le cas. Il faudra donc adopter une division approchée, en se guidant, par exemple, sur les normales à la paroi et sur les bissectrices des angles que forment entre eux les segments voisins constituant le périmètre de la section. La perte de charge pour une section élémentaire sera :

$$\left(\frac{\Delta h}{\Delta l}\right)_i = \frac{\lambda_i}{4 R_{hi}} \frac{u_i^2}{2g}$$

FIG. 12

chaque section élémentaire étant caractérisée par un coefficient de perte de charge λ_i , une vitesse moyenne u_i et un rayon hydraulique R_{hi} . On a ainsi autant d'expression de la perte de charge que de sections élémentaires. Ces différentes expressions sont liées par les relations qui expriment que la perte de charge est la même pour toutes les sections élémentaires, soit :

$$\left(\frac{\Delta h}{\Delta l}\right)_1 = \left(\frac{\Delta h}{\Delta l}\right)_2 = \dots = \left(\frac{\Delta h}{\Delta l}\right)_i = \dots = \frac{\Delta h}{\Delta l}$$

relations auxquelles il faut joindre l'expression de débit total :

$$Q = \omega_1 u_1 + \omega_2 u_2 + \dots + \omega_i u_i + \dots$$

Si on se donne les valeurs de R_{hi} , ω_i (déduite

du mode de division de la section en sections élémentaires) de λ qui sera le même pour toutes les sections, si la rugosité est la même, et de Q on aura la perte de charge, ou au contraire, on déterminera le débit si on connaît la perte de charge. Ce mode de détermination de la perte de charge pour une section de forme quelconque est évidemment critiquable par suite de la façon arbitraire dont sont déterminées les sections élémentaires et par suite des hypothèses faites sur la répartition dans la veine du taux de dissipation d'énergie par unité du volume du fluide, mais nous pensons qu'elle est applicable dans de bonnes conditions s'il n'y a pas d'ambiguïté sur la détermination des sections élémentaires.

CAS OU LA PAROI COMPORTE PLUSIEURS TYPES DE RUGOSITÉ

Nous venons d'examiner le problème posé par l'emploi de sections non circulaires pour lesquelles la notion de rayon hydraulique global s'avère insuffisante. Envisageons maintenant le problème posé par une conduite que nous supposons à section circulaire pour simplifier, mais dont le périmètre comporte des zones de rugosité différentes. Un tel problème se pose assez souvent dans la pratique avec deux types de rugosité, par exemple une galerie dans le rocher dont seul le radier est revêtu d'un enduit lisse. On peut penser tout d'abord à utiliser la méthode que nous venons d'indiquer par la division de la section en sections élémentaires et cette méthode serait tout indiquée si on connaissait la répartition des vitesses dans la section. Cette répartition n'étant pas connue, on effectuera la division en sections élémentaires d'après une répartition de vitesse donnée à priori. A ce sujet, il faut noter que dans un canal dont la paroi comprend plusieurs types de rugosité, la répartition des vitesses s'organise en sorte que les vitesses diminuent dans le voisinage des régions les plus rugueuses et augmentent dans le voisinage des régions les plus lisses, ceci afin d'assurer l'égalité des pertes de charge pour les différents canaux élémentaires constituant la veine. Tenant compte de cette remarque, on pourra établir une division en sections élémentaires aussi vraisemblable que possible. Puis on opérera comme il a été indiqué précédemment. Dans le cas de deux rugosités, on aura par exemple :

FIG. 13

$$\frac{\Delta h}{\Delta l} = \frac{\lambda_1 u_1^3}{8 g R_{h1}} = \frac{\lambda_2 u_2^3}{8 g R_{h2}}$$

avec :

$$Q = \omega_1 u_1 + \omega_2 u_2$$

Le déplacement des grandes vitesses vers les parois les plus lisses se traduit par une augmentation d'étendue de la zone dans laquelle se dissipe l'énergie produite par les parois les plus rugueuses. Il se produit donc une diffusion de l'énergie à dissiper dans toute la veine, en sorte que le taux de dissipation d'énergie par unité de volume a tendance à s'uniformiser. Si le taux de dissipation d'énergie a la même valeur en tout point de la section, on peut admettre que la diffusion de l'énergie à dissiper s'effectue de telle façon que l'on peut appliquer, pour la superposition des énergies provenant de chaque élément de la paroi, une règle analogue à la loi de DALTON pour l'addition des pressions partielles des différents constituants d'un gaz. Dans un cas, c'est la diffusion par turbulence qui intervient, dans l'autre, c'est la diffusion moléculaire.

On considère donc que l'énergie produite par l'élément de paroi rugueuse est diffusée dans toute la veine, et qu'il en est de même pour l'énergie produite par l'élément de paroi lisse. La perte de charge est alors la somme des pertes de charge partielles correspondant à chaque élément de paroi, chaque perte de charge partielle étant calculée avec un rayon hydraulique égal au rapport de la section totale ω à l'élément de périmètre considéré p_i , d'où, au total :

$$\frac{\Delta h}{\Delta l} = \frac{n^2}{8 g \cdot \omega} (\lambda_1 p_1 + \lambda_2 p_2 + \dots + \lambda_i p_i + \dots)$$

LES CANAUX A SURFACE LIBRE

Un cas limite de conduite comprenant plusieurs types de rugosité est le canal à surface libre. Généralement ce type de conduite à surface libre est traité par la formule habituelle

FIG. 14

de perte de charge faisant intervenir le rayon hydraulique, celui-ci étant calculé comme rapport de la section totale de la veine à la longueur du périmètre correspondant uniquement aux parois, soit AMB. La portion de périmètre constituée par la surface libre est négligée, ce qui revient à dire que l'on néglige tout effet provenant de la surface libre. Cette façon de procé-

der conduit toutefois à de notables écarts avec la réalité.

Un exemple simple va nous montrer en effet que la surface libre joue certainement un rôle. Considérons un canal semi-circulaire tel que la surface libre constitue exactement un diamètre du cercle. Le rayon hydraulique, dans ce cas, a exactement la même valeur que pour une conduite circulaire de même diamètre en charge. Il faudrait donc s'attendre à obtenir la même perte de charge que pour la conduite circulaire en charge de même diamètre, le débit étant simplement moitié. Or, l'expérience montre que généralement à égalité de perte de charge, le débit est plus petit que la moitié du débit de la conduite en charge. D'autre part, si on relève la répartition des vitesses dans la section, on constate que le maximum de vitesse est un peu au-dessous de la surface libre et non pas exactement sur la surface libre; comme il aurait fallu s'y attendre, si le canal semi-circulaire était exactement la moitié de la conduite circulaire en charge.

Tout se passe donc comme si certaines forces tangentielles intervenaient à la surface libre pour freiner le mouvement. On ne peut donc, dans le calcul du rayon hydraulique, négliger complètement la surface libre. SCHOKLITSCH indique que, pour le canal à surface libre de paroi circulaire, on se rapproche de la vérité en faisant intervenir dans le périmètre utilisé pour le calcul du rayon hydraulique, 40 % du segment représentant la surface libre. Reste à expliquer comment la surface libre intervient pour modifier la valeur de la perte de charge. L'explication la plus couramment admise est celle de l'existence, à la surface, de forces tangentielles dues à l'entraînement de l'air par l'eau. L'existence de ce phénomène d'entraînement n'est pas douteuse; il y a là une action qui se manifeste effectivement pour accroître la perte de charge de la veine liquide. Mais, d'autre part, compte tenu de la différence considérable de masse spécifique de l'eau et de l'air, il faut bien reconnaître que l'influence de l'entraînement de l'air est d'un ordre de grandeur nettement plus faible que celui des phénomènes observés. Donc, sans vouloir nier l'influence de l'entraînement, il faut chercher une autre influence.

FIG. 15

Reprenons l'exemple du canal à surface libre de section semi-circulaire; un tel canal ne peut

pas être considéré, en toute rigueur, comme résultant de la section par un plan diamétral d'une conduite circulaire en charge. En effet, par suite de la turbulence, n'importe quel plan diamétral de la conduite circulaire est traversé par des paquets de fluide dans un sens ou dans l'autre, constituant un important échange transversal. Par contre, dans le canal semi-circulaire, aucun échange transversal ne se produit à travers la surface. Dès lors, on peut affirmer que le schéma des échanges turbulents n'est pas le même dans le canal semi-circulaire à surface libre et dans l'une des moitiés d'une conduite circulaire en charge. La surface libre joue pour la turbulence un rôle de tranquillisateur, en sorte que les échanges et, par suite, la dissipation d'énergie sont moins actifs dans le voisinage de la surface libre. Nous avons dit plus haut que le rayon hydraulique pourrait être considéré comme le rapport de l'énergie produite par unité de surface de paroi à l'énergie dissipée par unité de volume de la veine fluide. Par suite de l'effet de tranquillisation de la surface libre, on peut admettre que la dissipation d'énergie s'effectue non pas dans toute la veine, mais dans l'ensemble de la veine, moins une petite région voisine de la surface. Si l'énergie produite à la paroi n'a pas changé, on voit que l'effet de tranquillisation de la surface libre se traduit par une diminution de la valeur du rayon hydraulique, donc une augmentation du coefficient de perte de charge. SCHOKLITSCH, s'appuyant sur l'effet de l'entraînement d'air, préconise de calculer le rayon hydraulique comme rapport de la section au périmètre des parois augmenté d'une partie du périmètre de surface libre. L'hypothèse de la modification du schéma de turbulence conduit au contraire à calculer le rayon hydraulique comme rapport au périmètre des parois de la section diminuée d'une certaine quantité proportionnelle à l'étendue de la surface libre.

Le problème de la perte de charge des canaux à surface libre n'est certes pas encore complètement éclairci; il reste encore un certain nombre de points d'interrogation. Nous voulons parler, entre autres, des curieux résultats obtenus récemment par VARWICK. Cet auteur a cherché à appliquer aux canaux à surface libre les procédés expérimentaux qui avaient conduit NIKURADSE à ses intéressants résultats sur l'influence de la rugosité. VARWICK a donc procédé à des mesures de perte de charge sur des canaux de forme généralement trapézoïdale, dont les parois, comme les conduites de NIKURADSE, étaient recouvertes de rugosités artificielles. En jouant sur les profondeurs d'eau et les pentes, il a pu faire varier les nombres de REYNOLDS et les rugosités relatives. Les résultats obtenus sont assez curieux. Pour une dimension donnée des grains constituant la rugosité on obtient un faisceau de cour-

bes donnant les variations de λ en fonction de Re , pour différentes rugosités relatives. Ce faisceau présente en gros la même allure que le faisceau correspondant des courbes de NIKURADSE. Toutefois, ce faisceau se situe nettement au-dessus

FIG. 16

de la courbe de l'écoulement lisse, l'écart étant d'autant plus grand que, pour un même canal, la grosseur des grains est plus grande. En outre, à égalité de rugosité relative, la transition et le passage au régime rugueux se produisent pour des nombres de REYNOLDS nettement plus grands en canal qu'en conduite. Il résulte de ces essais que les formules pour conduites ne peuvent être appliquées brutalement aux canaux. En particulier, les formules du type CHEZY à coefficient constant, formules caractéristiques du régime turbulent rugueux, ne s'appliquent pas au domaine prospecté par VARWICK; par contre, la formule de BAZIN, qui conduit à une diminution de λ lorsque le nombre de REYNOLDS croît, donne de bons résultats. Disons toutefois que la gamme des nombres de REYNOLDS envisagée n'est pas suffisante pour extrapoler ces conclusions. Les singularités mises en évidence par WARWICK peuvent s'expliquer en partie par les déformations de la surface libre et par l'influence de l'encombrement des rugosités qui conduit à surestimer la valeur du rayon hydraulique (influence non négligeable puisque, en définitive, le rayon hydraulique, ou tout ou moins une dimension caractéristique de la section, intervient à la puissance 5). De plus, les écarts observés s'accordent bien avec l'hypothèse de l'effet de tranquillisation de la surface libre que nous avons signalée plus haut. Enfin, peut-être faut-il voir la cause la plus importante des singularités constatées dans l'existence des courants secondaires qui doivent jouer un rôle non négligeable en agissant à grande échelle et d'une façon organisée, comme la turbulence par échange de quantité de mouvements. Notons d'ailleurs que des courants secondaires existent également dans les conduites en charge à section non circulaire, mais leur importance est sans doute moindre que dans les canaux à surface libre. Il est vraisemblable que l'étude de ces courants, dont le qualificatif de secondaire semble diminuer l'importance, jetterait une lumière nouvelle sur le problème des pertes de charge dans les canaux.