

<p style="text-align: center;">NOTULES HYDRAULIQUES HYDRAULIC BRIEF</p>

Quelques réflexions sur la mécanique de l'écoulement des mélanges d'eau et d'air

Notes on the flow mechanics of water-air mixtures

Dans le cas des écoulements mixtes d'eau et d'air, le coefficient de rugosité n'est plus une constante comme dans l'Hydraulique classique. Cependant, la valeur de ce coefficient tendrait vers une constante, universelle, au fur et à mesure de l'accroissement de la concentration en air.

Suggestion d'une nouvelle formule liant la concentration en air aux caractéristiques hydrauliques du canal.

For the flow of water-air mixtures the coefficient of frictional resistance is no longer a constant expression as it is in classical hydraulics. However its magnitude seems to tend towards a constant as the concentration of air in the emulsion increases. A new formula is suggested relating air concentration to the hydraulic characteristics of the canal.

I. — DÉPENDANCE DU COEFFICIENT DE RUGOSITÉ n VIS-A-VIS DE LA « CONCENTRATION EN AIR » $1 - \varphi$.

Le coefficient de rugosité n garde, comme on sait, une valeur sensiblement constante dans les écoulements d'eau seule dans un canal donné. Il n'en est plus de même dans les écoulements de mélange d'eau et d'air. Il a été expérimentalement constaté que le coefficient de rugosité n dépendait de la concentration en air ($1 - \varphi$). La formule employée est :

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2} \quad (1)$$

avec :

V = vitesse moyenne du mélange d'eau et d'air,

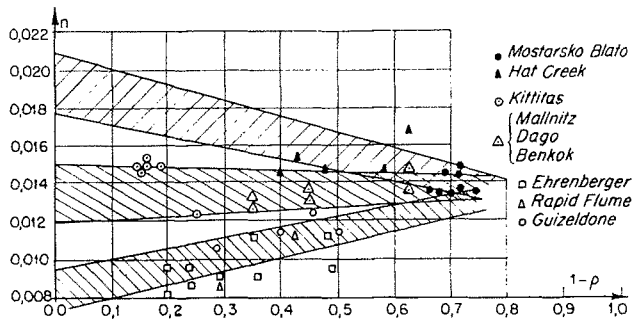
R = rayon hydraulique du mélange d'eau et d'air,

I = pente du fond du canal.

Dans le rapport « Entrainement of Air in flowing water and technical problems connected with it » présenté par M. V. JEVDEJEVICH et moi-même au V^e Congrès de l'A.I.R.H. à Minneapolis en septembre 1953, a été émise l'opinion que le coefficient de rugosité dépendait de la concentration en eau au fond; il diminuait avec l'accroissement de la concentration en air au fond $1 - \varphi$.

Il me paraît personnellement, après nouvelle étude, plus commode de relier le coefficient de rugosité n non pas à la concentration sur le fond mais à la concentration moyenne. Ce procédé, tout empirique qu'il soit, serait justifié à l'heure actuelle, et faute de pouvoir faire mieux, par sa commodité dans les opérations de calcul.

Nous avons représenté sur le graphique ci-dessous les résultats de mesure sur 9 ouvrages de rugosité très différente et notamment :



2 canaux très rugueux :

- Hat Creek (U.S.A.),
- Mostarsko Blato (Yougoslavie).

4 canaux de rugosité moyenne (béton normal) :

- Kittitas (U.S.A.),
- Dago (Indonésie),
- Mallnitz (Autriche),
- Bankok (Indonésie).

3 canaux très lisses (bois) :

- d'Ehrenberger au Laboratoire de Vienne,
- Rapid Flume (U.S.A.),
- Guizeldone (U.R.S.S.).

L'analyse du graphique fait ressortir une intéressante propriété des écoulements de mélanges d'eau et d'air, à savoir : le coefficient de rugosité n tend, avec l'accroissement de la concentration en air ($1 - \varphi$), vers une valeur universelle, constante, indépendante du coefficient de rugosité n_0 afférent à l'eau seule (c'est-à-dire $\varphi = 1$). Avec l'augmentation du pourcentage d'air, le coefficient de rugosité tend vers une valeur propre au fluide-mélange. Pour $1 - \varphi = 0,80$ environ, le coefficient de rugosité s'élève, pour canaux de toute rugosité, à $n = 0,0135$ environ (*).

Ce fait évoque une analogie avec les écoulements de mélange d'eau et de matériaux fins en suspension : là aussi avec l'accroissement de la concentration, le coefficient de rugosité tend vers une constante universelle.

(*) Je me fais un plaisir de rendre ici hommage à mon collègue, M. S. BRUK, Ingénieur au Laboratoire d'Avala (Yougoslavie), avec qui, dans une discussion privée, nous sommes parvenus intuitivement à cette idée.

Sur la base du graphique ci-dessus, il paraît possible de recommander la formule suivante :

$$n = 0,017 - 0,25 n_0 + 1,25 \varphi n_0 - 0,017 \varphi \quad (2)$$

avec φ = concentration en eau du mélange.

II. — DÉPENDANCE DU COEFFICIENT φ VIS-A-VIS DES CARACTÉRISTIQUES HYDRAULIQUES DU CANAL.

Dans notre rapport mentionné ci-dessus, M. V. JEVDJEVICH et moi-même avons proposé la formule :

$$\frac{1 - \varphi}{\varphi} = A \cdot F \cdot \varphi \cdot \alpha_a \quad (3)$$

de structure identique à celle de S. HALL (**). Dans cette formule, les symboles ont les significations suivantes :

A = constante universelle,

$$F = \frac{V^2}{gR} = \text{carré du nombre de Froude,}$$

$$\varphi = \frac{n_0}{R^{1/6}} \sqrt{g} = \text{coefficient de perte par frottement.}$$

$$\alpha_a = \frac{\int_0^h \varphi V^3 dh}{\varphi_m V_m^3 h} = \text{coefficient tenant compte de la répartition des vitesses et de la concentration en eau.}$$

h = profondeur d'eau,

l'indice « m » indiquant que la grandeur est une valeur moyenne.

La formule (3) était, tout comme la formule de HALL et les autres formules publiées dans le passé, valable uniquement pour une zone de variation de la vitesse moyenne V et du rayon hydraulique R correspondant aux conditions d'expérimentation, c'est-à-dire approximativement pour :

$$V = 15 \text{ à } 30 \text{ m/s,}$$

$$R = 0,07 \text{ à } 0,30 \text{ m.}$$

Il est, a priori, évident que la formule (3) ne peut s'appliquer pour toutes vitesses, car il est

(**) Transactions et A.S.C.E., vol. 108, 1943.

connu qu'au-dessous d'une vitesse $V = V_0$ (de l'ordre de 2 à 5 m/s), il n'est pas possible de s'écarter de $\varphi = 1$, aussi élevé que soit F . En admettant la formule (3) « pleinement » valable pour $V \geq V_1$ (V_1 de l'ordre de 16 à 20 m/s), il est évident que pour la zone de vitesses entre V_0 et V_1 , la formule (3) n'est qu'approchée et d'autant moins que V se rapproche de V_0 .

Nous estimons personnellement possible d'essayer de lier le rapport $(1 - \varphi)/\varphi$ non pas à V^2 , mais à $(V - V_0)^2$.

V_0 est la « vitesse de commencement d'entraînement de l'air dans l'eau » que nous croyons devoir lier à la rugosité n_0 et à la profondeur h .

$$V_0 = f(n_0, h) \quad (4)$$

Cette relation devrait faire l'objet, avant tout, de recherches expérimentales.

La formule recherchée aurait l'aspect suivant:

$$\frac{1 - \varphi}{\varphi} = K \cdot \varphi \frac{(V - V_0)^2}{gh} \quad (5)$$

avec :

$$\varphi = \frac{n}{R^{1/6}} \sqrt{g}$$

où K est une constante expérimentale, et n un coefficient de rugosité déterminé par la formule (2).

Léon LEVIN,
Ingénieur E.I.H.,
Docteur ès sciences techniques.

