Étude expérimentale de l'écoulement turbulent dans un conduit divergent parcouru par de l'air

The experimental of turbulent air flow in a divergent pipe

PAR J.-P. MILLIAT

INGÉNIEUR AU SERVICE DES ÉTUDES ET RECHERCHES HYDRAULIQUES D'ÉLECTRICITÉ DE FRANCE

Etude expérimentale de l'écoulement turbulent dans un canal bi-dimensionnel constitué par un tronçon à parois parallèles prolongé par un tronçon divergent d'angle total égal à 2, 4 et 6 degrés suivant les essais.

Mesures à l'anémomètre à fil chaud, dans différentes sections transversales, des vitesses moyennes et des fluctuations de ces vitesses (moyenne quadratique, spectre, coefficients de corrélation).

Mise en évidence d'un régime d'équilibre de l'écoulement dans la partie aval du divergent, après une zone de transition à l'amont; étude des caractéristiques de ces régimes d'équilibre en fonction de l'angle de divergence.

Représentation des fonctions spectrales des fluctuations de vitesse en coordonnées non dimensionnelles. Existence d'une certaine intermittence (alternance du régime laminaire et du régime turbulent) dans l'écoulement au voisinage immédiat de la paroi.

An experimental investigation of turbulent flow in a two dimensional channel consisting of a parallel walled section continued by a section with walls diverging at total angles of 2, 4 and 6 degrees according to the tests.

Measurements made, on various cross sections with a hot wire anemometer, of average velocities and of fluctuations of these velocities (quadratic mean, spectrum and correlation coefficients).

Revelation of a state of equilibrium in the flow downstream of the diverging section following a transition zone upstream. Investigation of the characteristics of these states of equilibrium in terms of the angle of divergence.

Representing spectrum functions of the velocity fluctuations in terms of non-dimensional coordinates. The existence of an intermittent state of flow in the immediate neighbourhood of the walls (alternation between laminar and turbulent conditions).

I. — INTRODUCTION

Afin de mieux situer le problème particulier étudié dans cette note, nous rappellerons brièvement, sans prétendre en faire un tableau complet, différentes recherches concernant le mécanisme des écoulements turbulents et diverses étapes vers la solution d'un problème dont beaucoup d'aspects nous sont encore cachés.

Une des premières tentatives d'explication, née des études expérimentales entreprises en aérodynamique à propos de la couche limite et en hydraulique avec l'écoulement dans les tuyaux, est basée sur la notion de longueur de mélange

imaginée par PRANDTL. Si les hypothèses faites dans cette théorie permettent généralement de prévoir des distributions de vitesses moyennes vérifiant bien les courbes expérimentales, elles ne donnent par contre aucun renseignement sur le champ des vitesses turbulentes; certaines de ces hypothèses paraissent même à la lumière d'études récentes (1) (*) en contradiction avec des résultats expérimentaux.

(*) Les numéros entre parenthèses renvoient à la bibliographie.

Une série de recherches se développèrent par ailleurs durant ces deux dernières décades autour du cas simple, imaginé par TAYLOR (2), de la turbulence homogène et isotrope. KARMAN et HOWARTH (3) en précisèrent les bases théoriques et d'importants résultats furent obtenus, sans doute en partie grâce à la mise au point simultanée de la technique expérimentale de l'anémomètre à fil chaud qui permet de mesurer les valeurs des fluctuations de vitesse et des coefficients de corrélation.

Toutefois, ce type de turbulence, approximativement réalisé par l'écoulement derrière une grille, se rencontre rarement dans les problèmes abordés par l'Ingénieur; la plupart du temps, les écoulements qu'il étudie sont à gradient de vitesse et ni l'homogénéité ni l'isotropie ne viennent simplifier le champ de turbulence.

Malgré quelques tentatives intéressantes, aucune solution mathématique n'a été obtenue; ainsi peuvent s'expliquer les nombreuses recherches expérimentales effectuées depuis quelques années; parmi les études les plus importantes, nous citerons l'exploration de la couche limite le long d'une plaque plane dans le cas d'un gradient de pression nul par TOWNSEND (4), KLEBANOFF et DIEHL (5), et dans le cas d'un gradient de pression contraire par SCHUBAUER, KLEBANOFF (6) et CLAUSER (7); l'étude de la couche limite, importante en vue des applications, est compliquée par la variation du nombre de Reynolds longitudinalement et surtout par le phénomène d'intermittence à la frontière entre le fluide libre et la couche limite; ce phénomène se présente aussi dans l'étude des jets, où il semble avoir été mis pour la première fois en évidence par CORRSIN (8), et dans les sillages, étudiés par

TOWNSEND (9). L'écoulement en tuyau est au contraire affranchi de ces complications et LAUFER lui a consacré deux importantes études, d'abord en canal bi-dimensionnel (10), puis en tuyau circulaire (11).

L'étude de l'écoulement en canal divergent peut être rapprochée du travail de LAUFER qu'elle étend au cas où le gradient de pression n'est plus constant, et permet de s'échapper du caractère particulier que constitue pour les écoulements uniformes la distribution linéaire des efforts tangentiels (dans une même section, les accélérations différentes des filets fluides brisent cette loi); de plus, l'étude en canal bi-dimensionnel rapproche cet écoulement de celui d'une couche limite à gradient de pression contraire, tout en étant plus simple puisque le nombre de Reynolds reste constant d'une section à l'autre et que la frontière libre intermittente est supprimée.

Ainsi avons-nous été amenés à reprendre les études de NIKURADZE (12) sur les propriétés moyennes de l'écoulement divergent et à les compléter, en faisant cette étude à l'air et en pouvant de ce fait utiliser l'anémomètre à fil chaud, par des mesures des fluctuations turbulentes des vitesses et des grandeurs statistiques associées à ces fluctuations.

Cette étude a été exécutée au Laboratoire de Mécanique des Fluides de l'Institut Polytechnique de Grenoble, sous le patronage du Service des Etudes et Recherches Hydrauliques d'Electricité de France. Nous sommes heureux de rendre ici hommage à M. CRAYA, professeur à la Faculté des Sciences, qui a proposé le sujet puis assuré la direction de cette recherche.

II. — LE TUNNEL ET LES INSTRUMENTS DE MESURE

A) Le tunnel bi-dimensionnel.

Une vue perspective du tunnel est donnée dans la figure 1; sa hauteur est de 80 cm; sa largeur, de 3 cm à l'entrée, dépend à l'aval de la valeur de l'angle de divergence; les parois sont constituées par des plaques de duralumin parfaitement polies intérieurement.

L'air est aspiré à l'aval par l'intermédiaire d'un col sonique, fixant ainsi un débit rigoureusement constant et indépendant des fluctuations de la pompe d'aspiration; le débit à l'intérieur du tunnel est donc fonction de la section du col sonique, et un jeu de cols de sections différentes permet d'étudier des écoulements de débits différents. Le nombre de Reynolds R_m de l'écoulement, basé sur la vitesse moyenne U_m dans une

section horizontale et sur la demi-largeur h de cette section, n'est théoriquement fonction que

FIG. 1. — Schéma du tunnel de mesure.

du débit Q aspiré; en effet, l étant la hauteur du tunnel :

$$R_m = \frac{U_m h}{\nu} = \frac{Q h}{2 h l \nu} = \frac{Q}{2 l \nu}$$

il est en particulier indépendant de la largeur de la section et donc constant tout le long du tunnel.

Le tunnel comprend, de l'amont à l'aval :

1. Un convergent d'entrée dont le rapport de contraction latéral est égal à 30, précédé d'un filtre du type nid d'abeille de maille carrée de 2 cm de côté et de 6 cm de profondeur, et d'une grille fine (maille de 0,8 mm, fil de 0,3 mm de diamètre).
2. Un premier tronçon à parois parallèles de 1 m de longueur et de 3 cm de largeur, qui a pour but de permettre l'établissement d'un régime uniforme à l'entrée du divergent qui lui fait suite; la longueur de ce tronçon n'étant toutefois pas suffisante pour obtenir à l'aval un régime uniforme nettement établi, nous avons collé, immédiatement à l'aval du convergent d'entrée et sur toute la hauteur du tunnel, une bande de papier rugueux de 20 cm de longueur; cette rugosité a pour double effet, d'une part d'accélérer l'épaississement des couches limites développées à partir des parois latérales et d'obtenir ainsi un régime uniforme à l'entrée du divergent, d'autre part de fixer la transition entre couche limite laminaire et couche limite turbulente et d'éviter ainsi un déplacement incontrôlable de cette zone qui pourrait se répercuter sur l'écoulement à l'aval.
3. Un deuxième tronçon de 2,6 m de long qui constitue le divergent proprement dit; il est raccordé au précédent par des joints élastiques en tôle d'acier qui permettent de faire varier rapidement l'angle de divergence et assurent une continuité parfaite entre la surface des deux parois.

Dans le cas de l'angle de divergence de 6 degrés, pour éviter une trop grande largeur de section à l'aval du divergent où la bi-dimensionalité ne serait sans doute plus vérifiée, le deuxième tronçon est divisé en deux zones : la première, de 60 cm de longueur constitue le divergent; la seconde présente, comme le premier tronçon, un écartement constant; les diverses dispositions du tunnel sont schématisées sur la figure 2.

4. Un convergent conduisant au col sonique, lui-même raccordé à l'exhausteur de la pompe par un divergent rond-carré.

FIG. 2. — Plan du tunnel suivant les essais.

Les sections transversales de mesure sont situées dans le plan horizontal médian du tunnel. Dix sections (3 à 12) sont réparties le long du divergent; leurs distances x , à partir d'une origine définie par le point théorique d'intersection des prolongements des parois parallèles et des parois divergentes, sont rassemblées dans le tableau ci-dessous :

Section	2	3	4	5	6	7
X_{cm}	— 11	3,5	15,4	30,3	44,4	58,6

Section	8	9	10	11	12
X_{cm}	76,7	94,8	124,8	154,8	204,8

En outre, dans le plan vertical des sections 3 et 6, plusieurs autres sections de mesure ont été ménagées afin d'étudier l'écoulement de part et d'autre du plan horizontal de symétrie du tunnel et de contrôler la bi-dimensionalité de l'écoulement.

B) Instruments de mesure.

Dans chaque section nous avons tout d'abord mesuré les répartitions des vitesses moyennes à l'aide d'une sonde de pression totale, la pression statique étant prise à la paroi; nous avons ensuite mesuré à l'anémomètre à fil chaud, outre les vitesses moyennes, les répartitions des fluctuations longitudinales des vitesses et diverses grandeurs caractérisant la turbulence (dérivées et fonction spectrale des fluctuations longitudinales).

1. MESURE DES VITESSES MOYENNES AU PITOT.

La pression statique est mesurée à la paroi, par l'intermédiaire de deux prises de 0,5 mm de diamètre percées au droit de chaque section de mesure; la pression dynamique est donnée par une sonde hypodermique (de diamètre intérieur égal à 0,6 mm) fixée à un système de traversée essentiellement constitué par une vis micrométrique permettant d'apprécier facilement un déplacement transversal de la sonde à 1/100 de mm près; les manomètres utilisés, soit du type Casella, soit du type Fortier, assurent une précision de 1/20° de mm sur la valeur de la hauteur manométrique.

L'erreur relative sur les valeurs des vitesses ainsi déterminées (due à l'erreur sur la hauteur

manométrique) est de $\pm 1/100$ pour une vitesse de 6 m/s et diminue lorsque la vitesse augmente (elle est de $\pm 1/1\,000$ pour une vitesse de 18,4 m/s); la gamme des vitesses que nous avons mesurées s'étend entre 6 et 45 m/s. La précision sur les distributions des vitesses relatives est donc supérieure à $1/100$ et augmente rapidement pour les points situés dans le centre de la section; pour les valeurs absolues de vitesses, il faut, en plus de l'erreur sur la hauteur manométrique, tenir compte de l'erreur sur les valeurs de la densité du liquide manométrique et de l'air; dans tous les cas, l'erreur relative totale n'a pas dépassé $1/100$.

Deux corrections ont été apportées à ces mesures; d'une part une correction due au gradient de vitesse au droit de la prise de pression dynamique qui a pour effet de déplacer « le centre effectif » de la sonde vers les vitesses les plus élevées; nous avons, pour calculer ce déplacement, utilisé la formule de YOUNG et MASS (13) :

$$\delta/D = 0,131 + 0,082 D_1/D$$

dans laquelle D et D_1 sont les diamètres extérieur et intérieur de la sonde; dans notre cas, suivant la section de mesure, cette correction sur les valeurs de η/h varie de 0,012 à 0,0035.

La seconde correction tient compte de l'effet de turbulence sur la pression totale; on montre facilement que si U_m est la vitesse moyenne mesurée, $\bar{u}^2$ la valeur quadratique moyenne de la fluctuation longitudinale de cette vitesse, la valeur exacte U de la vitesse est en première approximation :

$$U = U_m \left(1 - \frac{\bar{u}^2}{U_m^2} \right)$$

Utilisant les valeurs de $\bar{u}^2$ mesurées avec l'anémomètre à fil chaud, nous avons trouvé que cette correction est maximum et égale à 3 % pour les points situés près de la paroi et diminue rapidement vers le centre de la section; nous en avons tenu compte dans nos résultats.

2. MESURES A L'ANÉMOMÈTRE A FIL CHAUD.

L'appareil utilisé est un anémomètre à fil chaud à température constante; nous voulons ici remercier M. le professeur H. ROUSE, directeur de l'Institut de Recherches Hydrauliques d'Iowa, qui nous a obligeamment communiqué les schémas de l'appareil conçu par un de ses collaborateurs, M. le professeur P. HUBBARD; M. ELBERG, ingénieur radio-électricien au Laboratoire de Grenoble, a construit et mis au point l'appareil.

Nous rappellerons brièvement le principe de l'anémomètre à fil chaud. Un fil fin, chauffé par un courant électrique, est placé dans le courant d'air à étudier (son axe perpendiculaire à la vitesse moyenne de l'écoulement). L'air dissipe

la chaleur du fil par convection forcée et l'expérience montre que la quantité de chaleur H ainsi dissipée est proportionnelle, d'une part à la différence entre la température du fil θ et la température de l'air ambiant θ_a , d'autre part à la racine carrée de la vitesse de l'air V :

$$H = (A + B\sqrt{V})(\theta - \theta_a)$$

le coefficient A tenant compte des pertes de chaleur du fil par radiation et convection libre.

La température du fil étant liée à sa résistance électrique R par la relation :

$$R = R_a [1 + \alpha(\theta - \theta_a)]$$

R et R_a étant les valeurs de la résistance du fil aux températures θ et θ_a , l'équation ci-dessus s'écrit :

$$H = (A + B\sqrt{V}) \frac{R - R_a}{\alpha R_a}$$

La chaleur est fournie au fil par un courant d'intensité I ; en supposant que le fil n'emmagasine pas de chaleur, l'égalité entre les quantités de chaleur reçue et dissipée par le fil s'écrit :

$$RI^2 = (A + B\sqrt{V}) \left(\frac{R - R_a}{\alpha R_a} \right) \quad (\text{formule de King})$$

dans laquelle R , I et V sont des variables.

Dans l'appareil à température constante, la résistance du fil (donc sa température) est maintenue constante quelle que soit la vitesse V et la mesure de l'intensité I du courant traversant le fil donne, grâce à un étalonnage préalable, la valeur de la vitesse V .

Si la vitesse V fluctue (régime turbulent), l'intensité I du courant fluctue également; le fil étant maintenu pratiquement à température constante, son inertie thermique est négligeable jusqu'à des fréquences de fluctuation élevées et les fluctuations d'intensité correspondent en amplitude et en phase aux fluctuations de vitesse (contrairement à ce qui se passe avec un fil chaud du type à intensité constante où l'inertie thermique doit être compensée par un étage électronique spécial).

Schématiquement, le montage à température constante comprend essentiellement (fig. 3) :

- Un pont de Wheatstone dans l'une des branches duquel est placé le fil chaud;
- Une alimentation représentée schématiquement par la lampe E_2 , alimentant le pont par la diagonale AD ; à l'équilibre du pont, la différence de potentiel entre B et C est nulle; s'il y a déséquilibre, une tension e apparaît entre B et C ;

FIG. 3. — Schéma de principe de l'anémomètre à fil chaud à température constante.

- Un amplificateur représenté schématiquement par la lampe E_1 dans lequel est injectée la tension e et qui, agissant sur la grille de la lampe de puissance, modifie le courant d'alimentation I_1 du pont, de telle façon que e redevienne nulle;
- Enfin, un étage (non représenté sur la figure 3) qui, amplifiant les variations de I_1 , en mesure la valeur moyenne dans un système thermocouple-millivoltmètre.

L'appareil que nous avons construit permet de mesurer, sans distorsion, des fluctuations jusqu'à une fréquence de 10 000 Hz. Le fil utilisé est en platine, d'une longueur de 0,5 mm et de 4 microns de diamètre; il est soudé entre deux aiguilles de laiton, elles-mêmes montées dans une sonde en matière isolante; cette sonde est déplacée dans la transversale de mesure par le mécanisme de traversée déjà décrit.

III. — RÉSULTATS ET DISCUSSION

A) Généralités.

Nous avons étudié successivement l'écoulement dans des divergents d'angle total 2α égal à 2, 4 et 6 degrés; le nombre de Reynolds $R_m = U_m h/\nu$ est, pour les trois essais, égal à 32 000 (*).

(*) Dans le cas du divergent d'angle total 2 degrés, nous avons de plus étudié l'écoulement pour un nombre

L'appareil ainsi équipé d'un fil simple permet de mesurer, d'une part la vitesse moyenne U de l'air au droit du fil, d'autre part la valeur quadratique moyenne u' de la fluctuation longitudinale de vitesse u ($u' = \sqrt{u'^2}$). Grâce à un double étage dérivateur, nous pouvons mesurer de plus les valeurs quadratiques moyennes de la dérivée première $\partial u/\partial t$ et seconde $\partial^2 u/\partial t^2$ de la fluctuation u . Un autre étage, construit spécialement à Grenoble, permet de mesurer la valeur quadratique moyenne des puissances troisième et quatrième des dérivées :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^3 \text{ et } \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^4 \text{ ou } \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right)^3 \text{ et } \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right)^4$$

Enfin, nous verrons plus en détail, dans le paragraphe consacré à la structure fine de la turbulence, qu'en envoyant le signal électrique donné par le fil chaud dans un analyseur d'onde, on peut déterminer la fonction spectrale de la fluctuation u .

Nous n'entrerons pas ici dans le détail d'une correction dite de « longueur de fil », qui tient compte de l'influence de la longueur finie du fil par rapport à la longueur d'onde des fluctuations (14); nous l'avons négligée dans la mesure de u' , son ordre de grandeur étant, pour nos essais, inférieur à 1 %; par contre, cette correction n'est pas négligeable pour la mesure des valeurs de la fonction spectrale correspondant aux fréquences élevées (elle varie, suivant les sections, entre 4 % et 10 % pour la fréquence de 10 000 Hz), de même que pour la valeur de l'échelle de turbulence que l'on déduit du spectre (elle varie entre 3 % et 10 %, suivant les sections de mesure). Dans les résultats présentés ci-après, les valeurs de la fonction spectrale ne sont pas corrigées; par contre, les valeurs de λ sont corrigées.

Il est difficile de chiffrer exactement la précision des mesures effectuées avec l'anémomètre à fil chaud (15); néanmoins, d'après la dispersion des points de mesure, on peut estimer que l'erreur sur les valeurs de u' est inférieure à ± 5 %.

Nous avons vérifié, grâce aux sections prévues à cet effet, que l'écoulement conserve des

de Reynolds égal à 52.000; nous n'examinerons pas ici cet essai dont les résultats ont été présentés au 6^e Congrès de l'A.I.R.H. dans une communication relative à l'écoulement turbulent dans un divergent bi-dimensionnel d'angle total égal à 2 degrés, pour les deux nombres de Reynolds de 32.000 et 52.000.

propriétés identiques dans les transversales de mesure situées de part et d'autre de la transversale du plan horizontal médian; autrement dit, l'écoulement est bien bi-dimensionnel dans la partie centrale du tunnel. Nous devons toutefois signaler que le nombre de Reynolds défini ci-dessus, qui devrait être constant d'une section à l'autre, augmente en fait vers l'aval; cette circonstance paraît inévitablement liée à la hauteur finie du tunnel et correspond à l'influence

du frottement sur les parois inférieures et supérieures du tunnel qui entraîne une accélération de la tranche centrale de l'écoulement; les valeurs de R_m indiquées ci-dessus sont les valeurs moyennes pour le régime d'équilibre.

L'écoulement a été étudié jusqu'aux sections 12 pour l'angle de 2 degrés, 9 pour l'angle de 4 degrés et 6 pour l'angle de 6 degrés.

Dans un premier paragraphe sont présentés les résultats concernant l'écoulement moyen

FIG. 4. — Répartition des pressions statiques le long du tunnel.

FIG. 5. — Distribution des vitesses moyennes; angle $2\alpha = 2^\circ$; sections 2 à 7.

(pression statique le long du tunnel, vitesses moyennes dans les différentes transversales de mesure) et diverses grandeurs qui s'en déduisent (vitesse de frottement à la paroi, loi logarithmique de vitesse, répartitions des tensions de Reynolds longitudinales, perte d'énergie du mouvement moyen par unité de longueur) ainsi que les répartitions, dans les différentes transversales de mesure, des moyennes quadratiques des fluctuations longitudinales de vitesse.

Dans une seconde partie, les caractéristiques de la structure fine de la turbulence (fonctions spectrales des fluctuations longitudinales, dissipation de l'énergie turbulente, échelles de turbulence, corrélations triples en un point) sont plus particulièrement étudiées.

B) Écoulement moyen et fluctuations longitudinales de vitesse.

1. ÉCOULEMENT MOYEN.

La figure 4 indique les répartitions des pressions statiques le long du tunnel pour les dif-

férents angles de divergence, la différence entre la pression à la section considérée et la pression à l'entrée du tunnel (exprimée en cm d'alcool, de densité égale à 0,815) étant portée en ordonnée, et les distances de chaque section comptées à partir de la première section de mesure en abscisse.

Sur les figures 5 et 6 sont tracées les répartitions des vitesses moyennes dans les onze transversales de mesure, pour l'essai correspondant à l'angle de divergence de 2 degrés; en ordonnée est porté le rapport U/U_1 de la vitesse moyenne U en un point situé à la distance y de la paroi à la vitesse moyenne U_1 au centre de la section, en abscisse le rapport y/h (h étant la demi-largeur de la section considérée); nous n'avons représenté que le demi-profil des vitesses, l'écoulement étant symétrique par rapport au plan vertical médian du tunnel.

On remarque que les profils des vitesses des sections les plus à l'aval (10, 11 et 12) se groupent autour d'une courbe unique; l'écoulement atteint donc, après une zone de transition (sec-

FIG. 6. — Distribution des vitesses moyennes; angle $2\alpha = 2^\circ$; sections 8 à 12.

FIG. 7. — Distribution des vitesses moyennes pour les différents régimes d'équilibre.

tions 3 à 9), un régime d'équilibre caractérisé par une affinité des distributions des vitesses moyennes dans les différentes transversales de mesure; nous reviendrons plus loin sur cette propriété, qui est également vérifiée pour les angles de divergence de 4 et 6 degrés.

Les répartitions des vitesses dans chaque transversale de mesure ont été explorées pour tous les angles de divergence, mais faute de pouvoir présenter tous les résultats dans le cadre limité de cette note, nous n'avons tracé sur la figure 7 que les profils d'équilibre des écoulements pour les différents angles de divergence, ainsi que la répartition des vitesses du régime uniforme entre parois parallèles (section 2); ces résultats sont en bon accord avec ceux obtenus par NIKURADZE dans un divergent parcouru par de l'eau.

La figure 8 représente, pour un des essais effectués, les courbes de répartition des vitesses au voisinage de la paroi ($0 < y/h < 0,1$); grâce à l'anémomètre à fil chaud, on a pu mesurer les vitesses jusqu'à une distance de $1/10^\circ$ de mm de la paroi et atteindre ainsi le film laminaire pour

lequel les points représentatifs des vitesses sont sensiblement alignés sur une demi-droite passant par l'origine.

On peut calculer directement la vitesse de frottement U_* dans chaque section de mesure à partir de la valeur p de la pente de la droite représentative des vitesses dans le film laminaire; en effet, cette vitesse est définie à partir de la force de frottement τ_0 à la paroi par unité de surface par la relation : $U_* = \sqrt{\tau_0/\rho}$; or, en régime laminaire :

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \times p \times \frac{U_1}{h}$$

d'où :

$$U_* = \sqrt{\frac{\nu U_1}{h}} \times p;$$

nous avons porté les valeurs de U_* ainsi déterminées pour les différents essais sur la figure 9.

Nous avons tracé sur la figure 10 les répartitions des vitesses U/U_* en fonction du loga-

FIG. 8. — Distribution des vitesses moyennes près de la paroi; angle $2\alpha = 2^\circ$; sections 2 à 6.

FIG. 9. — Répartition des vitesses de frottement le long du tunnel.

FIG. 10. — Distribution des vitesses; angle $2\alpha = 2^\circ$; sections 2 à 12.

FIG. 11. — Distribution de u'/U_* ; angle $2\alpha = 2^\circ$; sections 2 à 6.

rithme de $U_* y/\nu$ pour les différentes sections, dans le cas de l'angle total de divergence de 2 degrés. Si la loi de Karman :

$$\frac{U}{U_*} = A \log \frac{U_* y}{\nu} + B$$

est bien vérifiée pour l'écoulement uniforme entre parois parallèles (section 2), elle ne l'est plus pour le centre de la section, dans le cas de l'écoulement dans un divergent (section 3 à 12); en effet, une des hypothèses de base de la théorie de Karman est que la distribution des tensions tangentielles soit linéaire; or cette loi n'est plus exacte dans le divergent, en raison de l'existence des forces d'accélération. Il est toutefois intéressant de noter que près de la paroi :

$$\left(20 < \frac{U_* y}{\nu} < 200 \right)$$

la loi logarithmique est vérifiée, quel que soit le type d'écoulement; très près de la paroi, dans le

film laminaire, la distribution des vitesses suit la loi $U/U_* = U_* y/\nu$.

Les valeurs des coefficients A et B sont respectivement égales à 6,9 et 7,25 environ; ces valeurs sont en accord avec celles trouvées par LAUFER pour un écoulement uniforme dans un canal à parois parallèles, mais différent des valeurs obtenues par NIKURADZE pour des écoulements en tuyaux circulaires.

Des résultats analogues ont été obtenus pour les autres angles de divergence étudiés.

2. FLUCTUATIONS LONGITUDINALES DE VITESSE.

Nous avons vu que l'anémomètre à fil chaud permet de mesurer la moyenne quadratique u' de la fluctuation longitudinale de vitesse u ; le niveau local de turbulence en un point étant une des composantes du tenseur de Reynolds en ce point, il est logique de rapporter la valeur de u' en un point d'une section à la vitesse de frottement relative à cette section. Nous avons ainsi tracé sur les figures 11 et 12 les courbes de

FIG. 12. — Distribution de u'/U_* ; angle $2\alpha = 2^\circ$; sections 6 à 12.

FIG. 13. — Distribution de u'/U_* pour les différents régimes d'équilibre.

répartition de u'/U_* en fonction de y/h pour les différentes transversales de mesure, dans le cas de l'angle de divergence de 2° .

Il ressort de cette figure qu'à partir de la section 10 les valeurs de u'/U_* se groupent (comme c'était le cas pour les vitesses moyennes) autour d'une courbe unique, définissant ainsi, comme nous le verrons plus loin, une répartition caractéristique d'un régime d'équilibre.

Nous avons tracé sur la figure 13 les répartitions de u'/U_* correspondant aux régimes d'équilibre obtenus pour les différents angles de divergence étudiés, ainsi que la répartition à la section 2; on notera l'augmentation progressive de l'énergie turbulente en fonction de la valeur de l'angle de divergence, cet accroissement étant lié à la décélération de plus en plus grande de l'écoulement.

3. ETUDE THÉORIQUE DU RÉGIME D'ÉQUILIBRE.

Les résultats expérimentaux ont montré l'exis-

tence dans la partie aval du divergent d'un régime caractérisé par une similitude des courbes de répartition des vitesses moyennes et des fluctuations longitudinales de vitesses rapportées à la vitesse de frottement. Nous allons voir qu'en supposant l'écoulement radial on peut prévoir théoriquement l'existence d'un tel régime d'équilibre.

En effet, avec cette hypothèse, les équations de Reynolds, en un point de coordonnées polaires r, φ , s'écrivent (16) :

$$\frac{\partial p/\rho}{\partial r} = -U \frac{\partial U}{\partial r} - \left(\frac{\partial \bar{u}^2}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}\bar{v}}{\partial \varphi} + \frac{\bar{u}^2 - \bar{v}^2}{r} \right) + \nu \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial p/\rho}{\partial \varphi} = - \left(\frac{\partial \bar{u}\bar{v}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{v}^2}{\partial \varphi} + \frac{2 \bar{u}\bar{v}}{r} \right) + \nu \frac{2}{r^2} \frac{\partial U}{\partial \varphi}$$

et l'équation de continuité : $\partial/\partial r (r U) = 0$,
 U étant la vitesse moyenne en M suivant OM,
 p la pression moyenne en M,
 u et v les fluctuations de vitesse en M, suivant
OM et la perpendiculaire à OM.

De l'équation de continuité résulte immédiatement que :

$$r U = g(\varphi)$$

$$r U_1 = g(\alpha)$$

(U_1 étant la vitesse moyenne sur l'axe).

D'où : $U = U_1 f(\varphi)$.

La courbe de répartition des vitesses :

$$\frac{U}{U_1} = f(\varphi)$$

est donc indépendante de r .

En remplaçant U par $U_1 f(\varphi)$ dans les équations de Reynolds, on obtient :

$$\frac{r}{U_1^2} \frac{\partial p/\rho}{\partial r} = f^2 - \frac{r}{U_1^2} \left(\frac{\partial \bar{u}^2}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}\bar{v}}{\partial \varphi} + \frac{\bar{u}^2 - \bar{v}^2}{r} \right) + \frac{\nu}{U_1 r} f''$$

$$\frac{r}{U_1^2} \frac{\partial p/\rho}{\partial \varphi} = - \frac{r}{U_1^2} \left(\frac{\partial \bar{u}\bar{v}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{v}^2}{\partial \varphi} + \frac{2 \bar{u}\bar{v}}{r} \right) + \frac{2 \nu}{U_1 r} f'$$

et on remarque qu'il suffit que :

$$\frac{\bar{u}^2}{U_1^2}, \quad \frac{\bar{v}^2}{U_1^2}, \quad \frac{\bar{u}\bar{v}}{U_1^2}$$

ne dépendent que de φ pour que les seconds membres de ces équations soient indépendants de r .

Les équations de Reynolds étant encore valables dans le film laminaire, on a :

$$U_*^2 = \frac{\tau_0}{\rho} = \frac{\nu}{r} \left(\frac{\partial U}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=0} = \frac{\nu U_1}{r} \cdot f'_{\varphi=0}(\varphi)$$

d'où :

$$\frac{U_*^2}{U_1^2} = \frac{\nu}{U_1 r} \cdot f'_{\varphi=0}(\varphi) = C^{te}$$

Une condition suffisante pour qu'un régime d'équilibre puisse exister, est donc que les quantités :

$$\frac{\bar{u}^2}{U_*^2}, \quad \frac{\bar{v}^2}{U_*^2}, \quad \frac{\bar{u}\bar{v}}{U_*^2}$$

soient indépendantes de r .

L'expérience a montré qu'il en était bien ainsi pour les valeurs de $\bar{u}^2/U_*^2$, tout au moins à l'aval d'une zone de transition dans laquelle l'hypothèse de radialité n'est sans doute pas vérifiée.

4. RÉPARTITION DES TENSIONS TANGENTIELLES ET PERTE D'ÉNERGIE DU MOUVEMENT MOYEN.

Nous avons vu que l'intensité de turbulence dans un divergent est plus grande que dans un canal plan, et ceci d'autant plus que l'angle de divergence est grand; cet accroissement de turbulence tient à ce que les différents filets fluides n'ont pas, dans un divergent, les mêmes taux d'accélération, ce qui entraîne comme nous allons le voir des tensions de Reynolds plus grandes et une perte d'énergie du mouvement moyen plus élevée.

Plaçons-nous dans le cas du régime d'équilibre; l'équation de Reynolds en axes rectangulaires (Ox étant l'axe du divergent) s'écrit :

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = - \left(U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y}$$

dans laquelle U et V sont les projections de la vitesse moyenne en M sur Ox et Oy , et :

$$\tau = -\rho \bar{u}\bar{v} + \mu \frac{\partial U}{\partial y}$$

la tension tangentielle (u et v étant les projections de la fluctuation de vitesse sur Ox et Oy).

Calculons le terme d'accélération U :

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y}$$

en remarquant successivement que l'écoulement étant radial $U/U_1 = g(\eta)$ ($\eta = y/h$), que, d'après la figure ci-dessus :

$$V = -U \operatorname{tg} \theta \quad \left(\operatorname{tg} \theta = \frac{h-y}{z} \right)$$

et qu'enfin, d'après l'équation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0; \text{ d'où :}$$

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -U \frac{\partial V}{\partial y} + V \frac{\partial U}{\partial y} = \\ -U \frac{\partial (U \operatorname{tg} \alpha)}{\partial y} - U \operatorname{tg} \alpha \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{U^2}{h} \operatorname{tg} \alpha$$

L'équation du mouvement s'écrit alors :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{U^2}{h} \operatorname{tg} \alpha$$

soit :

$$\frac{\partial \tau / \rho}{\partial \eta} U_1^2 = -\operatorname{tg} \alpha \left(g^2 - \frac{h}{\rho U_1^2 \operatorname{tg} \alpha} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right)$$

En posant :

$$M = \frac{h}{\rho U_1^2 \operatorname{tg} \alpha} \cdot \frac{\partial p}{\partial x}$$

et en remarquant que d'après les hypothèses sur la similitude longitudinale M ne dépend que de α , on peut intégrer l'équation ci-dessus.

$$\frac{\tau}{\rho U_1^2} = \operatorname{tg} \alpha \int_{\eta}^1 g^2 d\eta - M \operatorname{tg} \alpha (1 - \eta)$$

Or, pour $\eta = 0$

$$\tau = \tau_0 = \rho U_1^2 \operatorname{tg} \alpha (b - M) \quad (b = \int_0^1 g^2 d\eta)$$

d'où :

$$M = b - \frac{\tau_0}{\rho U_1^2 \operatorname{tg} \alpha} = b - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \frac{U_*^2}{U_1^2}$$

et :

$$\frac{\tau}{\rho U_1^2} = \frac{U_*^2}{U_1^2} (1 - \eta) + \operatorname{tg} \alpha \int_{\eta}^1 (g^2 - b) d\eta$$

soit encore :

$$\frac{\tau}{\rho U_1^2} = \frac{U_*^2}{U_1^2} (1 - \eta) + \operatorname{tg} \alpha \int_0^{\eta} (b - g^2) d\eta$$

en effet

$$\int_{\eta}^1 = \int_0^1 - \int_0^{\eta} = 0 - \int_0^{\eta}$$

d'où finalement :

$$\frac{\tau}{\tau_0} = 1 - \eta + \frac{U_1^2 \operatorname{tg} \alpha}{U_*^2} \int_0^{\eta} (b - g^2) d\eta$$

Le supplément de tension tangentielle par rapport à un canal plan pour lequel $\tau/\tau_0 = 1 - \eta$, est égal à :

$$\rho U_1^2 \operatorname{tg} \alpha \cdot \int_0^{\eta} (b - g^2) d\eta$$

Les répartitions de τ/τ_0 en fonction de y/h pour les différents divergents étudiés, calculées à partir de la formule ci-dessus et des courbes de répartition des vitesses moyennes, sont groupées sur la figure 14.

L'énergie du mouvement moyen, perdue dans un tronçon du tunnel de longueur unité, est égale à la somme de l'énergie directement dissipée en chaleur par ce mouvement moyen :

$$\left(\int_0^{2h} \nu \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 dy \right)$$

et de la production d'énergie turbulente :

$$\left(\int_0^{2h} -\overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y} dy \right)$$

soit :

$$E = \int_0^{2h} \left(-\overline{uv} + \nu \frac{\partial U}{\partial y} \right) \frac{\partial U}{\partial y} dy$$

Or :

$$\tau = -\rho \overline{uv} + \mu \frac{\partial U}{\partial y},$$

d'où :

$$\frac{E}{2} = \int_0^h \frac{\tau}{\rho} \frac{\partial U}{\partial y} dy$$

Nous calculerons cette dernière intégrale par parties, en remarquant que $\tau = 0$ pour $y = h$ et $U = 0$ pour $y = 0$:

$$\int_0^h \frac{\tau}{\rho} \frac{\partial U}{\partial y} dy = \left(\frac{\tau}{\rho} U \right)_0^h \\ - \int_0^h U \frac{\partial \tau / \rho}{\partial y} dy = - \int_0^h U \frac{\partial \tau / \rho}{\partial y} dy$$

or :

$$U \frac{\partial \tau / \rho}{\partial y} = \frac{U_1^3}{h} \cdot \frac{U}{U_1} \cdot \frac{\partial \tau / \rho}{\partial \eta} U_1^2 = \\ - \frac{U_1^3}{h} \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot g (g^2 - M)$$

d'où :

$$\int_0^h U \frac{\partial \tau / \rho}{\partial y} dy = - \frac{U_1^3}{h} \operatorname{tg} \alpha \int_0^h g (g^2 - M) dy \\ = - U_1^3 \operatorname{tg} \alpha \int_0^1 g (g^2 - M) d\eta;$$

en posant :

$$\int_0^1 \frac{U}{U_1} d\eta = a, \quad \int_0^1 \left(\frac{U}{U_1} \right)^3 d\eta = c$$

et en remplaçant M par sa valeur :

$$\left(M = b - \frac{U_*^2}{\operatorname{tg} \alpha} \right)$$

FIG. 14. — Distribution des tensions tangentielles pour les différents régimes d'équilibre.

il vient après simplification :

$$-\int_0^h U \frac{\partial \tau / \partial y}{\partial y} dy = a U_1 U_*^3 + U_1^3 \operatorname{tg} \alpha (c - ab)$$

Dans un canal à parois parallèles, l'énergie dissipée E_0 est égale à $2 a U_1 U_*^3$; pour un canal divergent et pour un même nombre de Reynolds de l'écoulement, le supplément d'énergie dissipée, égal à $2 (c - ab) U_1^3 \operatorname{tg} \alpha$, peut être caractérisé par le rapport :

$$k = \frac{(c - ab) U_1^3 \operatorname{tg} \alpha}{a U_1 U_*^3};$$

d'après nos essais, les valeurs de k sont respectivement égales à 0,37, 1,03 et 3,05 pour les angles de divergence de 2,4 et 6 degrés.

Ce calcul met en évidence l'importance des pertes d'énergie dans les écoulements divergents, cette énergie se retrouvant principalement sous forme d'énergie turbulente.

C) Structure fine de la turbulence.

1. DÉFINITION DE LA FONCTION SPECTRALE, DES ÉCHELLES ET MICROÉCHELLES DE TURBULENCE.

Jusqu'ici, nous avons caractérisé la turbulence en un point par la moyenne quadratique de la fluctuation longitudinale de vitesse $u' = \sqrt{u'^2}$; u'^2 représente l'énergie turbulente en ce point dans le sens de l'écoulement.

Pour analyser plus en détail la fluctuation $u(t)$, on peut avoir recours à l'analyse harmonique; on peut par exemple considérer la fluctuation $u(t)$ comme étant une somme de fluctuations primaires de fréquences différentes n et déterminer la valeur quadratique moyenne de ces fluctuations primaires en fonction de leur fréquence.

On effectue généralement cette mesure en envoyant le signal électrique sortant de l'amplificateur basse fréquence du fil chaud dans un analyseur d'onde qui ne laisse passer que les

fluctuations de courant dont la fréquence est comprise dans une bande $n - n + dn$, n pouvant varier dans des limites étendues (nous avons utilisé dans cette étude un analyseur « General Radio, type 736 A » dont la bande passante a une largeur de 5,36 Hz et la gamme d'exploration est comprise entre 20 et 16.000 Hz); le signal à la sortie de l'analyseur est envoyé dans un circuit comprenant en série un thermocouple et un millivoltmètre et on détermine ainsi sa valeur quadratique moyenne. La valeur de la fluctuation primaire par unité d'intervalle de fréquence est obtenue en divisant la valeur mesurée par la largeur de la bande passante.

On peut donc déterminer par cette méthode une fonction $f(n)$ représentant la fraction d'énergie de la fluctuation longitudinale de vitesse associée à la fréquence n , et l'on a :

$$\int_0^\infty f(n) dn = u'^2.$$

En général, on remplace la fréquence n par le nombre d'onde k_1 , défini par $k_1 = (2\pi n/U)$ (U étant la vitesse moyenne au point considéré), et on exprime la distribution spectrale de l'énergie de fluctuation longitudinale par la fonction $F(k_1)$, normalisée par la relation :

$$\int_0^\infty F(k_1) dk_1 = 1.$$

On sait que, dans un écoulement turbulent, l'énergie dissipée en chaleur se décompose en deux parties : d'une part l'énergie dissipée par les forces de viscosité dues au mouvement moyen [nous avons vu ci-dessus que dans une section cette énergie est donnée par l'intégrale $\int_0^{2h} \mu (\partial U / \partial y)^2 dy$], d'autre part, l'énergie dissipée par les fluctuations turbulentes, dont l'expression est donnée par la fonction de Rayleigh :

$$W = 2\mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right]$$

qui se réduit, dans le cas où la turbulence est isotrope, à $W = 15\mu (\overline{\partial u / \partial x})^2$. La fonction spectrale $F(k_1)$ permet de connaître, avec quelques hypothèses, la quantité d'énergie dissipée en chaleur par la turbulence. En effet, sans reprendre le raisonnement exposé pour la première fois par TAYLOR (17), nous rappellerons seulement qu'une quantité telle que $(\overline{\partial u / \partial x})^2$ peut être liée

à la valeur limite du coefficient de corrélation entre les fluctuations de vitesse de deux points infiniment voisins, et que ce coefficient de corrélation est lui-même lié à la fonction spectrale; en bref, on a la relation :

$$\frac{1}{\bar{u}^2} \left(\overline{\frac{\partial u}{\partial x}} \right)^2 = \int_0^\infty k_1^2 F(k_1) dk_1$$

Si l'intégrale du moment de deuxième ordre de la fonction spectrale ne donne pas dans notre cas la valeur de l'énergie dissipée par la turbulence [puisque, la turbulence n'étant pas isotrope, la fonction de Rayleigh ne se réduit pas au seul terme $(\overline{\partial u / \partial x})^2$], l'allure de la courbe $k_1^2 F(k_1)$ en fonction de k_1 indique néanmoins la gamme de fréquence qui contribue le plus à cette dissipation.

On définit une longueur caractéristique de turbulence (appelée généralement microéchelle) par la relation $\lambda = u' / [(\overline{\partial u / \partial x})^2]^{1/2}$. Cette échelle est ainsi reliée directement à la dissipation d'énergie turbulente; on peut la déterminer soit à partir de la fonction spectrale (par intégration du moment du deuxième ordre), soit par mesure directe de $\bar{u}^2$ et $(\overline{\partial u / \partial x})^2$; ayant étudié systématiquement dans nos essais les fonctions spectrales, nous avons déterminé λ par la première méthode; quelques mesures par la seconde méthode ont confirmé les résultats obtenus.

On définit une autre échelle de turbulence (macro-échelle), qui correspond qualitativement à la longueur d'onde des plus gros tourbillons, par la relation :

$$L_x = \int_0^\infty \frac{\overline{u_0 u_x}}{\bar{u}_0^2} dx$$

(u_0 et u_x étant les fluctuations longitudinales de vitesse en deux points d'abscisse 0 et x), ou par la relation équivalente :

$$L_x = \frac{\pi}{2} F(0)$$

Nous avons estimé L_x par la seconde formule en extrapolant la fonction $F(k_1)$ jusqu'à $k_1 = 0$.

2. RÉSULTATS DES MESURES.

Nous avons mesuré pour chaque angle de divergence la fonction spectrale $F(k_1)$ en cinq points de chacune des sections de mesure; la distance relative de ces points à la paroi, y/h , est en général égale à 0,02; 0,25; 0,50; 0,75 et 1. Nous avons tracé sur la figure 15 les résultats obtenus pour une section d'équilibre de l'écoulement dans le divergent d'angle total égal à 2 degrés. On remarque qu'une grande part de l'énergie est associée aux fluctuations de faibles nombres d'onde; pour le point central de cette

section, par exemple, 85 % de l'énergie est fournie par des fluctuations de fréquence inférieure à 500 Hz et 98 % par des fluctuations de fréquence inférieure à 700 Hz.

Par contre, les courbes des moments du deuxième ordre des fonctions spectrales (fig. 16) indiquent que ce sont les fluctuations de fréquences élevées qui dissipent le plus d'énergie; c'est ainsi que pour le point déjà envisagé ci-dessus, 18 % seulement de l'énergie est dissipée par des fluctuations de fréquence inférieure à 500 Hz.

Nous ne donnerons pas, faute de place, les courbes correspondant aux autres sections et aux autres angles de divergence; nous indiquerons seulement ci-après les valeurs des échelles de turbulence que l'on en déduit.

Sur le graphique 17 sont tracées les répartitions des microéchelles λ rapportées à la demi-largeur h de la section pour les différentes transversales du divergent d'angle total égal à 2 degrés; on remarque que ces répartitions sont également affines dans la zone d'équilibre définie au chapitre précédent. Sur la figure 18, nous avons tracé les répartitions λ/h correspondant aux régimes d'équilibre des divers angles de divergence étudiés: pour un point situé à une même distance relative de la paroi, le rapport λ/h décroît lorsque l'angle de divergence augmente, traduisant ainsi l'augmentation de la dissipation d'énergie. Les valeurs des échelles L_x de turbulence (fig. 19) sont de l'ordre de gran-

FIG. 15. — Fonction spectrale de la fluctuation longitudinale de vitesse; angle $2\alpha = 2^\circ$; section 11.

FIG. 16. — Moment du deuxième ordre de la fonction spectrale; angle $2\alpha = 2^\circ$; section 11.

FIG. 17. — Distribution de microéchelles;
angle $2\alpha = 2^\circ$; sections 2 à 12.

deur des dimensions transversales de l'écoulement; ce résultat, également obtenu par LAUFER pour un écoulement en canal plan, est une des contradictions apportées à la théorie de la longueur de mélange qui associe la fluctuation turbulente en un point au gradient local de vitesse en ce point.

Parmi les grandeurs caractéristiques d'un spectre, les principales sont l'aire $\bar{u}^2$ et le moment du deuxième ordre $(\overline{\partial u / \partial x})^2$, soit encore u' et λ ; si la fonction spectrale dépendait principalement de ces grandeurs, et par ailleurs de

FIG. 18. — Distribution de λ/H
pour les différents régimes d'équilibre.

3. COMPARAISON DES DIFFÉRENTES FONCTIONS SPECTRALES.

Pour comparer entre eux les spectres d'énergie obtenus dans les différentes sections de mesure, il nous a paru intéressant d'utiliser une représentation en coordonnées non dimensionnelles.

FIG. 19. — Distribution de Lx/h
pour les différents régimes d'équilibre.

la viscosité cinématique ν qui caractérise le fluide, l'analyse dimensionnelle montre que l'on peut écrire $F/\lambda = \varphi(k_1 \lambda, u' \lambda / \nu)$. On est conduit ainsi naturellement à représenter F/λ en fonction de $k_1 \lambda$, et cette relation est en principe sous la dépendance notamment de $u' \lambda / \nu$ (nombre de

FIG. 20. — Fonction spectrale réduite de la fluctuation longitudinale de vitesse; angle $2\alpha = 2^\circ$; $y/h = 1$.

Reynolds de turbulence) et d'autres paramètres caractérisant, dans notre cas, la non-homogénéité et l'anisotropie de la turbulence.

Nous avons à titre d'exemple tracé dans ces coordonnées réduites les courbes spectrales correspondant au point central ($y/h = 1$) des différentes transversales de mesure pour l'écoulement dans le divergent de 2 degrés (fig. 20); on constate, dans la gamme de fréquence explorée, un regroupement approché des diverses courbes spectrales autour d'une courbe unique; ce re-

groupement autour de cette courbe subsiste pour les fonctions spectrales correspondant aux divers points d'une même section de mesure et pour les divers angles de divergence étudiés.

Il convient toutefois de souligner que la similitude obtenue concerne uniquement les spectres des fluctuations longitudinales, la gamme de fréquence explorée, et que le nombre de Reynolds $u'\lambda/\nu$ varie peu dans nos essais; il s'agit donc d'un regroupement approché, plutôt que d'une loi physique, que la complexité des résultats acquis en turbulence isotrope permet difficilement d'escompter.

4. CORRÉLATIONS TRIPLES. INTERMITTENCE DE L'ÉCOULEMENT TURBULENT AU VOISINAGE DE LA PAROI.

Parmi les autres grandeurs statistiques liées à la turbulence nous avons mesuré les coefficients de dissymétrie S et d'aplatissement T des distributions de probabilité des dérivées des fluctuations longitudinales de vitesse, à savoir :

$$S = \frac{-\overline{(\partial u / \partial t)^3}}{[\overline{(\partial u / \partial t)^2}]^{3/2}} \quad T = \frac{\overline{(\partial u / \partial t)^4}}{[\overline{(\partial u / \partial t)^2}]^2}$$
$$\text{et } T_1 = \frac{\overline{(\partial^2 u / \partial t^2)^4}}{[\overline{(\partial^2 u / \partial t^2)^2}]^2}$$

Les valeurs de ces coefficients, mesurées lors d'un essai dans une des sections de mesure, sont groupées sur la figure 21; on remarque que, sauf au voisinage de la paroi, ces coefficients ont des valeurs constantes (à la dispersion près des mesures qui sont délicates) égales respectivement pour S , T et T_1 à 0,2, 3,7 et 4,5.

Le premier résultat de ces mesures est de permettre une comparaison avec des résultats acquis par d'autres chercheurs et destinés à vérifier une conséquence de la théorie de l'isotropie

FIG. 21. — Distribution de S , T , T_1 dans une transversale de mesure.

locale de Kolmogoroff; si cette théorie était vérifiée, pour des nombres de Reynolds de turbulence assez élevés (supérieurs à 200 par exemple), les valeurs de S , T et T_1 devraient être des constantes universelles; en fait les valeurs que nous avons obtenues sont différentes de celles trouvées par TOWNSEND et STEWART (18) (par exemple $S = 0,2$, alors que ces auteurs trouvent 0,4), ce qui pourrait s'expliquer par la différence des nombres de Reynolds $u'v/\gamma$ (dont la valeur est égale à 200 dans nos essais, et varie chez eux de 20 à 60); aucune conclusion ne peut donc être valablement tirée de ces résultats, tant que d'autres mesures concernant des écoulements turbulents de nature différente et des nombres de Reynolds de turbulence élevés n'auront pas été entreprises.

D'autre part, on remarque d'après la figure 21 qu'au voisinage de la paroi les valeurs de S , T et T_1 varient rapidement; nous avons essayé d'interpréter ces résultats en étendant au film laminaire la notion d'intermittence, appliquée récemment à l'étude de la zone frontière entre une couche limite développée à partir d'une paroi plane et le fluide libre; en un point situé près de la paroi on aurait une succession aléatoire dans le temps entre l'écoulement laminaire et l'écoulement turbulent. En définissant un coefficient d'intermittence γ comme la fraction du temps pendant lequel l'écoulement est turbulent, si e est une quantité aléatoire liée à la turbulence, on aura $e = \gamma e'$, e' étant la valeur que

prendrait e si l'écoulement était toujours turbulent; on aura par exemple :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 = \gamma \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2'$$

etc., d'où l'on déduit facilement que :

$$S = \frac{1}{\sqrt{\gamma}} S' \quad T = \frac{1}{\gamma} T' \quad T_1 = \frac{1}{\gamma} T'_1$$

Prenant pour valeur de T' et T'_1 les valeurs mesurées dans la zone centrale de la section de mesure ($T' = 3,7$; $T'_1 = 4,5$), les valeurs de γ obtenues à partir des mesures de T et T_1 près de la paroi sont rassemblées dans le tableau suivant :

y/h	T	T_1	γ_T	γ_{T_1}
0,00575	9,3	10	0,4	0,45
0,0077	4,8	6,4	0,77	0,7
0,023	3,3	5	1,1	0,9
0,042	4,0	4,5	0,93	1
0,196	3,7	4,5	1	1

L'épaisseur du film laminaire, définie comme la zone dans laquelle la répartition des vitesses est linéaire, étant égale à 0,01 pour la section envisagée ci-dessus, il apparaît que le phénomène d'intermittence s'étend largement de part et d'autre de cette frontière théorique, en particulier dans la zone (« buffer-layer ») où la répar-

FIG. 22. — Oscillogrammes des fluctuations longitudinales de vitesse u .

tition des vitesses moyennes n'est pas encore logarithmique.

Des oscillogrammes des fluctuations u ont été enregistrés dans la section envisagée ci-dessus (fig. 22) et confirment qualitativement le phénomène d'intermittence; pour les points les plus près de la paroi [$(u_* y/\nu) = 6$ et 8], il semble que l'on ait des « bouffées de turbulence » faisant suite à des périodes plus calmes; bien que ces enregistrements ne permettent pas une détermination précise du facteur d'intermittence, les

valeurs obtenues à partir des mesures de T et T_1 sont toutefois en bon accord avec ceux-ci.

Les résultats présentés dans ce dernier paragraphe n'ont été acquis que par un petit nombre de mesures; nous ne les présentons donc que sous réserve de vérifications systématiques ultérieures et, en particulier, en ce qui concerne l'intermittence au voisinage de la paroi, de mesures dans un tunnel de dimensions plus grandes permettant d'explorer plus facilement le film laminaire.

BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE

- (1) BATCHELOR (G.K.). — Note on free turbulent flows, with special reference to the two-dimensional wake.
Journ. of Aeronautical Science, juillet 1955.
- (2) TAYLOR (G.I.). — Statistical theory of turbulence. Parts 1-4; *Proc. Roy. Soc.*, London 1935 and part 5, 1936.
- (3) KARMAN (T.) and HOWARTH (L.). — On the statistical theory of isotropic turbulence.
Proc. Roy. Soc., London, 1937.
- (4) TOWNSEND (A.A.). — The structure of the turbulent boundary layer.
Proc. Camb. Phil. Soc., vol. 47, 1951.
- (5) KLEBANOFF (P.S.) and DIEHL (T.W.). — Some features of artificially thickened fully developed turbulent boundary layers with zero pressure gradient.
N.A.C.A. Techn., note 2475, 1951.
- (6) SCHUBAEUR (G.B.) and KLEBANOFF (P.S.). — Investigation of separation of the turbulent boundary layer.
N.A.C.A. Techn., note 2133, 1950.
- (7) CLAUSER (F.H.). — Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients.
Journ. of Aero. Science, vol. 21, 1954.
- (8) CORRSIN (S.). — Investigation of flow in an axially symmetrical heated jet of air.
N.A.C.A. Wartime, report W.94, 1943.
- (9) TOWNSEND (A.A.). — The fully developed turbulent wake of a circular cylinder.
Australian Journ. Sci. Res., ser. A, vol. 2, n° 4, 1949.
- (10) LAUFER (J.). — Investigation of a turbulent flow in a two-dimensional channel.
N.A.C.A. Tech., note 2123, 1950.
- (11) LAUFER (J.). — The structure of turbulence in fully developed pipe flow.
N.A.C.A. Tech., note 2954, 1953.
- (12) NIKURADZE (J.). — Untersuchungen über die Strömungen des Wassers in konvergenten und divergenten Kanälen.
Forsch. Arb. Geb. Ing. Wes., Heft 289, 1929.
- (13) YOUNG (A.D.) and MASS (I.N.). — The behavior of a pitot-tube in a traverse pressure gradient.
Aero. Res. Council, Rep. 1770, 1936.
- (14) FRENKIEL (F.N.). — Effects of wire-length in turbulence investigations with a hot-wire anemometer.
The Aeronautical Quarterly, vol. V, part 1, 1954.
- (15) COOPER (R.). — Turbulence measurement with the hot-wire anemometer.
Agardograph 14, NATO, 1955.
- (16) GOLDSTEIN (S.). — Modern developments in fluid mechanics.
Oxford University Press, 1938.
- (17) TAYLOR (G.I.). — The spectrum of turbulence.
Proc. Roy. Soc., London, 1938.
- (18) BATCHELOR (G.K.). — The theory of homogeneous turbulence.
Cambridge University Press, 1953 (p. 118).

DISCUSSION

Président : M. BERGERON

M. le Président croit qu'il exprime l'opinion de tout le monde en félicitant vivement M. MILLIAT pour son travail très important et pour la manière dont il l'a présenté : il a montré le phénomène de la turbulence dans un cas très particulier et très intéressant, celui de la divergence. Mis en évidence par les méthodes expérimentales, ces phénomènes apparaissent ainsi sous une forme concrète qui s'oppose à l'abstraction des méthodes statistiques. Les résultats obtenus apportent une contribution intéressante à l'ensemble des travaux poursuivis sur le comportement du phénomène de la turbulence.

M. le Président demande à M. MILLIAT s'il n'y aurait pas intérêt à poursuivre ces travaux avec des angles de divergence s'accroissant encore un peu.

M. MILLIAT répond que si l'on prend des angles de divergence plus grands, 8 ou 10° par exemple, on sera gêné par le phénomène de décollement.

Sur la demande de M. OUTREY, M. MILLIAT indique les dimensions globales du tunnel : longueur totale : 4 m; hauteur : 80 cm.

M. le Président remercie très vivement M. MILLIAT.