COMMENTAIRES ET DISCUSSIONS

REMARQUE SUR L'ARTICLE
Coefficient de perte de charge en milieux poreux basé sur l'équilibre hydrodynamique d'un massif

Nous avons publié dans notre numéro 2 de 1955 une étude de M. COHEN DE LARA tendant à la détermination, en milieu poreux, d'un coefficient de perte de charge qui soit valable quel que soit le régime hydrodynamique de l'écoulement.

Cette étude a fait l'objet d'un examen critique de la part de M. BORELI, qui nous en a fait parvenir les conclusions dans la note que nos lecteurs trouveront ci-après.

In issue N° 2/1956 we published a paper by M. Cohen de Lara which pointed towards a way of determining a head loss coefficient for a permeable medium which would hold true under any hydrodynamic flow regimen.

M. Boreli has made a critical examination of this study and has sent us his conclusions which readers will find in the following article.

L'article de M. COHEN DE LARA présente une contribution intéressante à l'étude de l'écoulement en milieu poreux, car il met en évidence l'identité de certaines lois régissant deux mouvements apparemment assez différents : 1° la filtration de l'eau, 2° la chute libre d'un grain dans l'eau.

L'auteur a obtenu, pour les pertes de charge en milieux poreux, l'expression :

$$\frac{\Delta H}{\Delta L} = \frac{C_0}{d} \cdot \frac{V^2}{2\,g} \cdot \frac{1}{\varepsilon^5} \qquad (1)$$

Le coefficient C_0 est une fonction du nombre de Reynolds :

$$C_0 = f\ (R_0) = f\left(\frac{v \,.\, d}{\nu}\right) \qquad (2)$$

qui s'est avéré identique, d'après les essais, à celui correspondant à la chute libre d'un grain tombant en eau calme (coefficient de traînée de la sphère).

En s'appuyant sur ses résultats fort intéressants, l'auteur a supposé que cette identité pouvait être étendue à la stabilité d'un terrain poreux soumis à un écoulement de filtration ascendant. Il a remplacé la formule de Terzaghi :

$$\frac{\Delta H}{\Delta L} = \frac{\rho' - \rho}{\rho}\ (1 - \varepsilon) \qquad (3)$$

par une formule qui exprime l'équilibre des forces qui s'exercent sur un grain tombant en eau calme, le régime permanent étant atteint.

Ensuite l'auteur a construit un abaque par l'intermédiaire duquel on peut trouver la vitesse critique de filtration V pour un milieu poreux qui est défini par l'indice de vide ε et le diamètre des grains d. Son abaque a pour coordonnées log R et log C; les lignes V = Const et d = Const étant représentées par des droites ayant comme pentes respectivement les valeurs 1 et — 2; les courbes

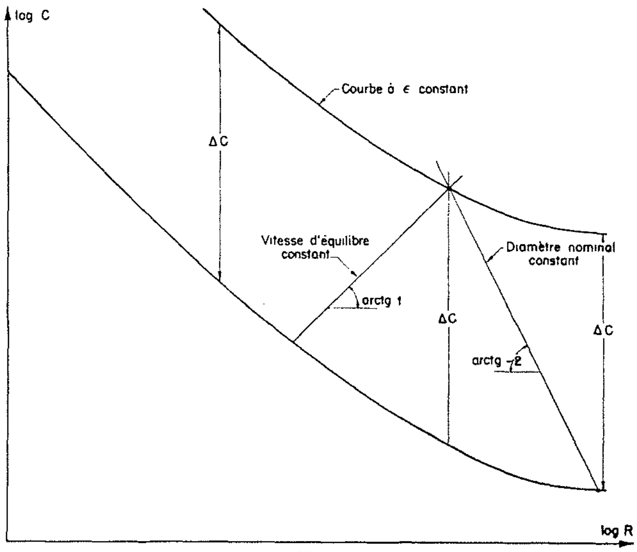

FIG. 1

ε = Const sont décalées verticalement, par rapport à la ligne $C_0 = f\,(R_0)$, de la quantité log ε^5 (fig. 1).

En analysant la méthode de l'auteur, nous nous sommes rendu compte que le remplacement de la formule de Terzaghi par une autre formule n'a pas sa raison d'être, car la formule de Terzaghi est une formule rigoureuse; elle exprime le fait qu'une couche de terrain perméable, d'épaisseur ΔL et d'unité de surface, qui, dans l'eau calme, exercerait sur la couche où elle repose une pression $g\,\Delta L\,(\rho' - \rho)\,(1 - \varepsilon)$, atteindre le régime critique lorsque la pression sur sa surface inférieure augmentera, à cause de la filtration, de $g\Delta L\,(\rho' - \rho)\,(1 - \varepsilon)$. Il suffit donc qu'un gradient de pression $g\,(\rho' - \rho)\,(1 - \varepsilon)$ se réalise, indépendamment du fait que le régime soit turbulent ou laminaire, pour que le régime critique soit atteint. On voit donc que la formule de Terzaghi doit être générale.

En combinant les formules 1 et 3, on obtient :

$$\rho \quad (1 - \varepsilon) = \frac{C_0}{d} \cdot \frac{V^2}{2\,g} \cdot \frac{1}{\varepsilon^5} \qquad (4)$$

Etant donné que C_0 est une fonction de R_0, donc de la vitesse critique, la détermination de V devrait se faire par approximations successives. Cette difficulté peut être surmontée facilement par un abaque. L'écoulement critique qui est défini par trois variables (ε, d, V) — on suppose $\nu = \text{Const}$ — pourrait être représenté sur le plan (ε, d) par une famille des courbes $V = \text{Const}$.

On peut le faire aussi, suivant la méthode de M. COHEN DE LARA, en utilisant le plan C, R ou log C, log R; la construction de l'abaque est alors beaucoup plus facile. Cette fois, on a trois familles de courbes : $\varepsilon = C^{te}$, $V = C^{te}$, $d = C^{te}$. Dans ce cas, on peut choisir une famille de courbes arbitrairement. Le choix doit se faire de manière à faciliter au maximum la construction de l'abaque. Dans ce but, éliminons d'abord d des équations (2) et (3) et exprimons l'équation obtenue sous une forme logarithmique, on a :

$$\log \frac{C_0}{R_0} = \log A + \log (1 - \varepsilon)\,\varepsilon^5 + \log \frac{1}{V^3} \qquad (5)$$

où :

$$A = \frac{\rho' - \rho}{\rho}\, 2\,g\,\nu = C^{te} \qquad (6)$$

Ce qui suppose évidemment que la viscosité cinématique ν est constante. Prenons pour les lignes $V = C^{te}$, les droites ayant pour pente — 1, qui seront numérotées de manière à faire correspondre la courbe $C_0 = f\,(R_0)$ à une courbe $\varepsilon = \varepsilon_0 = C^{te}$.

On peut alors écrire :

$$\log \frac{C}{R} = \frac{1}{V^3} + K \qquad (7)$$

$$\log A = - \log (1 - \varepsilon_0)\,\varepsilon_0^5 + K \qquad (8)$$

où K est une constante arbitraire égale à zéro, que l'on peut prendre dans le domaine de ε physique. On peut alors montrer facilement que, dans le plan choisi log C, log R, les lignes $d = C^{te}$ sont des droites ayant pour pente — 2, et que les lignes $\varepsilon = C^{te}$ sont parallèles à la courbe $C_0 = f\,(R_0)$. En effet, d'après les équations (5), (6), (7) et (8) (pour $K = 0$), on trouve directement :

$$\log \frac{C_0}{R_0} = - \log (1 - \varepsilon_0)\,\varepsilon_0^5 + \log (1 - \varepsilon)\,\varepsilon^5 + \log \frac{C}{R} \qquad (9)$$

Pour trouver la distance de n'importe quel point de la courbe $C_0 = f\,(R_0)$, il suffit de poser $R = R_0$, ce qui donne :

$$\Delta C = \log C - \log C_0 = - \left[\log (1 - \varepsilon)\,\varepsilon^5 - \log (1 - \varepsilon_0)\,\varepsilon_0^5\right] \qquad (10)$$

Ce dernier résultat est en contradiction avec celui de l'article où :

$$\Delta C = \log \varepsilon^5$$

La différence de ΔC entraîne aussi une différence sur la vitesse critique qui est de l'ordre de 100 %. Signalons d'autre part que l'hypothèse $\tau\,\nu = C^{te}$, admise aussi dans l'abaque, peut de son côté provoquer une erreur de l'ordre de 10 à 30 %.

Cependant, l'abaque de M. COHEN DE LARA ne perd rien de son intérêt pratique. En effet, le domaine étudié par l'article est un des plus délicats de l'hydraulique. Les relations entre les caractéristiques des matériaux et leur comportement hydraulique sont telles qu'elles ne permettent pas d'obtenir une précision très élevée. On peut remarquer ainsi que la vitesse critique de filtration est extrêmement sensible à la variation de ε et que l'on peut généralement négliger $- \log (1 - \varepsilon)$ vis-à-vis de $- \log \varepsilon^5$.

Mladen BORELLI,
Maître de Conférences
à l'Université de Belgrade (Yougoslavie).

(*) REMARQUE. — On ne peut pas poser $\varepsilon = 1$ car $\log (1 - \varepsilon)$ devient alors infini.