Procédé de calcul graphique des cheminées d'équilibre

Method of graphic calculation for surge tanks

PAR J. CONTE

INGÉNIEUR A LA RÉGION D'ÉQUIPEMENT HYDRAULIQUE ALPES-I D'ELECTRICITÉ DE FRANCE

L'emploi de la variable q^2 *dans l'étude des cheminées d'équilibre, effectué en valeurs relatives et par méthode graphique, permet une simplification appréciable des épures et en augmente la rapidité d'exécution.*
Dans la méthode exposée, la détermination de la direction moyenne de la normale à la courbe $q^2 = f(z)$ *dans un intervalle déterminé permet le tracé de ladite courbe en substituant à l'arc élémentaire sa corde tracée à l'équerre.*

By using the variable q^2 *in the graphical method of surge tank investigations, based on relative values, an appreciable simplification is made to the diagrams and the speed at wich they can be produced is increased.*
In the mehod described, the mean direction of the normal to the $q^2 = f(z)$ *curve is fixed within a given interval and then the curve itself is built up by plotting the chord of each elemental arc perpendicular to the normal.*

L'ingénieur qui étudie le fonctionnement d'une cheminée d'équilibre dispose d'un « outillage » varié et précis. Il peut, en effet, selon ses goûts, user de procédés de calculs numériques, graphiques ou semi-graphiques, lui assurant une précision au moins égale à celle qu'il peut, en toute bonne foi, attribuer aux données du problème.

Notons, en particulier, les surprises qu'apporte la mesure des pertes de charge quand on l'effectue à la mise en service... ou même quand on la vérifie quelques années après.

Le procédé de calcul proposé n'a aucune prétention à l'amélioration d'une précision déjà suffisante, mais son emploi a montré des qualités de rapidité et de commodité non négligeables pour les projeteurs.

***

Rappelons tout d'abord que MM. Calame et Gaden, introduisant les premiers dans leur « Théorie des chambres d'équilibre » l'emploi des valeurs relatives, montraient que le mouvement oscillatoire créé dans le système par une manœuvre pouvait être représenté par l'ensemble des équations :

$$\frac{dz}{dq} = -\frac{q}{z+p+r \pm (1/2\,\pi\theta)} \qquad (1)$$

$$\frac{dz}{dt} = 2\pi q \qquad (2)$$

$$\frac{dq}{dt} = -2\,\pi\,[z+p+r \pm (1/2\,\pi\theta)] \qquad (3)$$

Nous pensons inutile de rappeler les notations employées qui sont universellement connues.

Les trois équations ne sont pas indépendantes, l'une quelconque pouvant être déduite des deux autres. Seules, les équations (2) et (3) ont une signification physique évidente : l'équation (2) indiquant que la variation de niveau dans la cheminée est due au débit qui y pénètre ou qui en sort; l'équation (3) que l'accélération est due à la différence de charge piézométrique entre amont et aval.

L'équation (1) montrant que la sous-normale de la courbe représentant la variation de z en fonction de q, a pour valeur l'expression $z+p+r \pm (1/2\,\pi\theta)$, les auteurs construisaient cette courbe par une série de petits arcs de cercle ayant pour centre théoriquement le point de rencontre de deux normales si elles sont très voisines, mais en effectuant en réalité une correction estimée, la normale à l'extrémité d'un arc élémentaire ne pouvant être effectivement connue qu'après le tracé de cet arc.

***

Quelles simplifications peut-on apporter à ce procédé?

En premier lieu, on peut remarquer que les temps sont toujours affectés du coefficient 2π

et, comme le suggère M. Stucky dans son cours sur les cheminées d'équilibre, faire disparaître ce coefficient en changeant l'unité de temps et en adoptant, à cet effet, non pas la période de l'oscillation, mais cette période divisée par 2π.

Pour dépouiller plus commodément les études, nous adopterons la notation $n\theta$ pour la durée de la manœuvre complète, θ représentant la durée effective de la manœuvre réalisée, n un coefficient de majoration si la manœuvre n'est que partielle.

Si, d'autre part, nous divisons les deux membres de l'équation (1) par $2q$, le numérateur du deuxième membre de l'équation devient la constante 1/2, le dénominateur du premier membre devient $2q\,dq$, ce qui est la différentielle de q^2.

Dans ces conditions, les équations deviennent :

$$\frac{dz}{dq^2} = -\frac{1/2}{z+p+r\pm(1/n\theta)} \tag{4}$$

$$\frac{dz}{dt} = q \tag{5}$$

$$\frac{dq}{dt} = -[z+p+r\pm(1/n\theta)] \tag{6}$$

L'équation (4) montre que la normale à la courbe $z=\varphi(q^2)$ a pour pente :

$$-\frac{z+p+r\pm(1/n\theta)}{1/2}$$

La tangente à la courbe $q=\psi(t)$ a une pente moitié. Mais si nous prenons pour les temps une échelle moitié et un sens convenable de l'axe, nous pouvons rendre ces deux pentes égales.

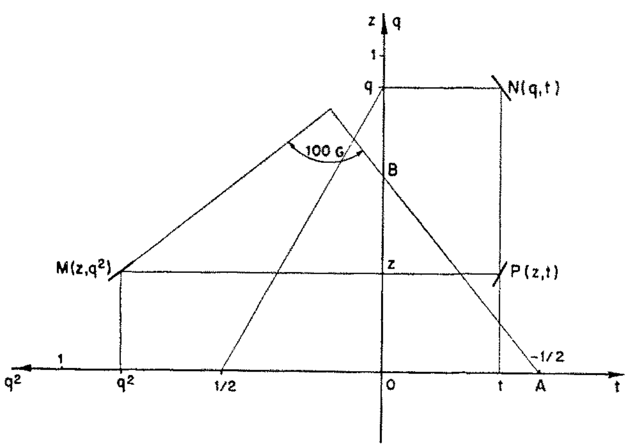

Fig. 1.

Pour nous résumer, traçons un graphique comportant deux axes rectangulaires (fig. 1). Utilisons la moitié gauche de la figure pour représenter la variation de z en fonction de q^2 en portant sur l'axe vertical les valeurs de z et sur l'axe horizontal les valeurs de q^2. Utilisons la moitié droite de la figure pour représenter les variations de z et q en fonction du temps en portant sur l'axe horizontal les temps à l'échelle 1/2 et sur l'axe vertical à la fois z et q.

Soit un point M de coordonnées (z, q^2) de la moitié gauche de la figure et ses homologues N de coordonnées (q, t) et P de coordonnées (z, t) de la moitié droite.

Traçons une droite joignant le point A de l'axe horizontal d'abscisse $-1/2$ sur l'échelle q^2 (c'est-à-dire 1 sur l'échelle des temps) au point B de l'axe vertical et d'ordonnée $z+p+r\pm(1/n\theta)$.

La tangente en M à la courbe lieu du point M lui est perpendiculaire.

La tangente en M à la courbe lieu du point M lui est parallèle.

La tangente en P à la courbe lieu du point P est parallèle à la droite joignant le point $(z=0,\ q=1/2)$ au point $(q^2=0,\ z=q)$.

L'avantage obtenu semble se réduire à une relation de perpendicularité entre les tangentes en M et en N.

Mais supposons que nous ayons déterminé sur le graphique que nous venons de décrire un point M et que la direction de la normale en M soit AB.

Supposons (fig. 2) que nous puissions tracer une courbe C pour tous les points de laquelle la valeur de l'expression $z+p+r\pm(1/n\theta)$ soit constante, soit α.

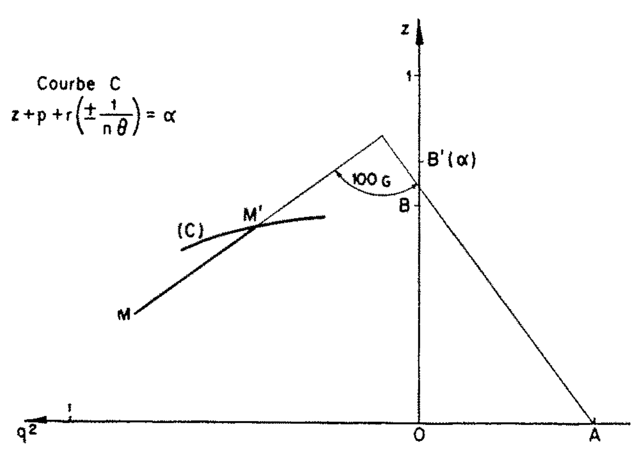

Fig. 2.

La courbe lieu des points tels que M coupera cette courbe en un point M', la tangente en M' étant perpendiculaire à la droite de référence joignant A au point B' d'abscisse O et d'ordonnée α.

La tangente en M est perpendiculaire à AB.

La tangente en M' est perpendiculaire à AB'.

La pente moyenne de la tangente entre M et M', donc la pente de la corde MM', a une direction intermédiaire.

Nous admettrons que cette corde est perpendiculaire à la droite de référence joignant A au milieu de BB'. Autrement dit nous prenons comme droite de référence pour l'intervalle MM' la médiane du triangle BAB'. Ceci est d'autant plus vrai que l'intervalle BB' est réduit, ce dont l'opérateur reste maître. L'allure régulière et à faible courbure des courbes rend d'ailleurs superflue une précaution exagérée en cette matière.

Nous pouvons faire deux remarques :

— En premier lieu, la pente de la droite de référence est proportionnelle à l'expression $z+p+r\pm(1/n\theta)$ qui comporte deux termes : z et $r=Rr_0q^2$ qui sont forcément déterminés en tout point du graphique, un terme $1/n\theta$), qui est une constante de l'opération, et un terme p, fonction du débit en galerie, et qui n'est pas forcément déterminé par la simple position du point M sur le graphique.

— En second lieu, nous obtiendrons une droite de référence de même pente en portant la somme d'une partie seulement des termes z, p, r, $\pm(1/n\theta)$ sur l'axe vertical et en joignant le point obtenu au point sur l'axe d'abscisse $-1/2$ et ayant pour ordonnée la somme des autres termes changée de signe.

*
**

Le principe de notre calcul graphique étant posé, comment se traduit sa mise en œuvre?

Considérons en premier lieu le cas d'une fermeture instantanée et soit un aménagement comportant une chambre d'équilibre avec un étranglement créant pour le débit de plein régime une perte de charge r_0, placée à l'extrémité d'une galerie où la perte de charge pour ledit débit de plein régime est p_0.

Dès la fermeture, le débit entrant dans la chambre est égal au débit passant dans la galerie et nous avons donc pendant tout le mouvement oscillatoire :

$$p=p_0\,q^2 \quad \text{et} \quad r=r_0\,q^2$$

$$\text{donc } p+r=(p_0+r_0)\,q^2$$

La droite joignant le point $q^2=1$, $z=-(p_0+r_0)$ à l'origine a en chaque point pour ordonnée $z=-(p+r)$, donc pour équation $z+p+r=0$.

Les droites $z+p+r=C^{te}$ lui sont parallèles. D'où la construction (fig. 3).

Mener depuis le point correspondant à l'origine du mouvement (soit $z=-p_0$, $q^2=1$) une première parallèle à la droite $z+p+r=0$, puis une série d'autres parallèles à intervalles quelconques.

Joindre le point A aux milieux des intervalles découpés par ces parallèles sur l'axe des z et constituer un faisceau de droites de référence. Puis, en partant du point origine, tracer bout à bout une suite de segments de droite délimités par les diverses parallèles tracées et chacun perpendiculaire à la droite de référence correspondante.

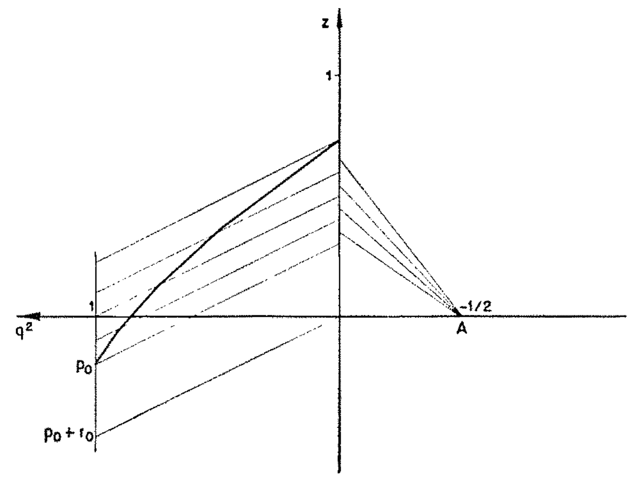

FIG. 3.

L'étude de l'oscillation dans le temps n'a pas beaucoup d'intérêt en cas de manœuvre instantanée, elle n'a pas été construite sur la figure 3 pour ne pas surcharger la figure, mais elle ne complique pas beaucoup l'épure, comme le montre la figure 4 tracée avec les mêmes données.

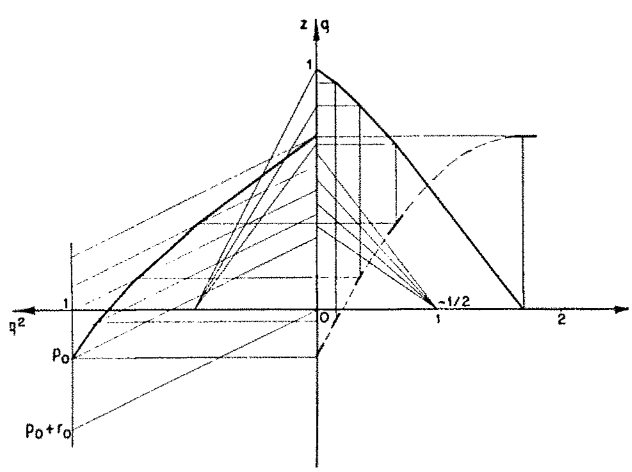

FIG. 4.

Si la chambre ne comporte pas d'étranglement, la courbure à l'origine est plus prononcée. Le rayon de courbure, toujours égal $-1/2$ en ce point, permet de sortir de la zone où le tracé risquerait d'être plus délicat (fig. 5).

Si la cheminée est déversante, on peut utiliser la méthode usuelle, c'est-à-dire chercher l'intersection de la courbe $z=(q^2)$ avec la courbe de déversement $q^2=(z-z_0)^3$, mais ce procédé, négligeant le début du déversement, donne une cote et un débit maximum exagérés. On peut

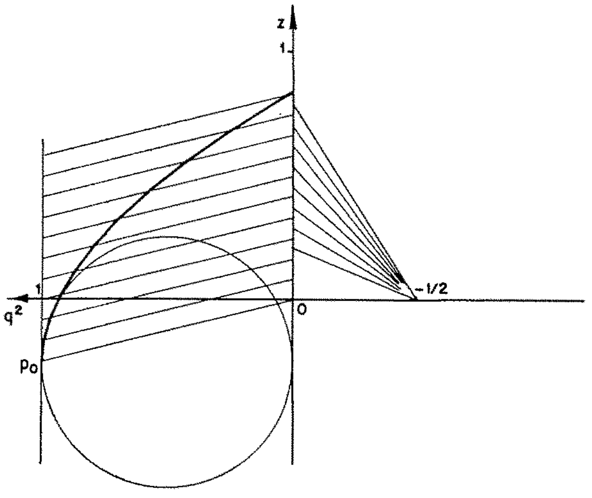

FIG. 5.

également procéder à des corrections. Le calcul montre en effet que l'origine de la droite de référence pour un point de la zone de déversement n'est plus A mais un point plus rapproché de l'origine et d'abscisse $-1/2(1-\omega)$, ω étant le rapport du débit déversé au débit entrant dans la chambre.

On obtient un résultat très acceptable en prenant la valeur moyenne entre $\omega=0$, origine du déversement, et $\omega=1$, fin du déversement, c'est-

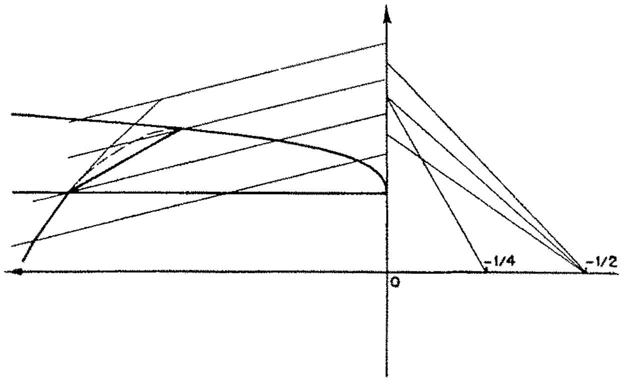

FIG. 6.

à-dire en prenant une droite de référence passant par le point d'abscisse $-1/4$ (fig. 6).

***

Cette simplicité de construction disparaît évidemment quelque peu dès que l'on quitte le cas d'une fermeture instantanée.

Dans les manœuvres brutales d'ouverture, r est toujours fonction linéaire de q^2, mais p est égal à $p_0(1-q)^2$ et la courbe représentant p est une parabole. La courbe $(p+r=\psi(q^2)$ est également une parabole.

Traçons une série de paraboles parallèles (fig. 7).

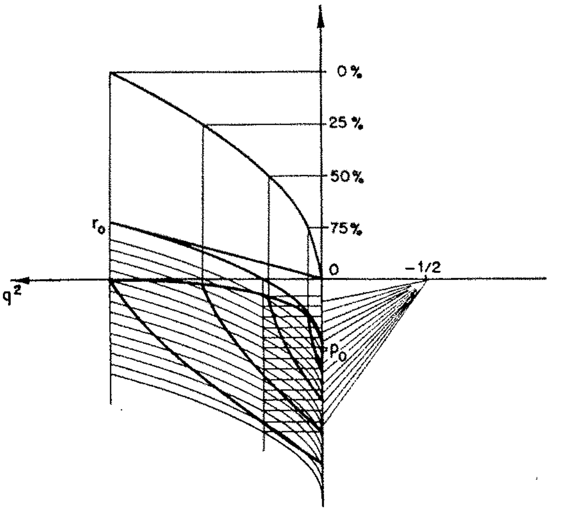

FIG. 7.

L'opération est évidemment plus compliquée que le tracé de droites parallèles. Elle est toutefois moins difficile qu'il ne paraît et quand le dessinateur a trouvé la partie de son pistolet qui convient, il la repère et trace sans difficulté une série de courbes parallèles.

Mais une fois cette mise en place réalisée, il peut tracer par le même processus que dans l'épure de fermeture simultanément autant de courbes qu'il le désire, partant chacune d'une ouverture initiale différente.

Remarquer que la valeur de $(z+p+r)$ est à prendre par l'écart de chaque parabole avec la parabole $z+p+r=0$, c'est-à-dire sur leur intersection avec la verticale passant par le point de rencontre de la parabole origine avec l'axe des q^2.

***

Attaquons-nous enfin au cas le plus complexe : une ouverture partielle progressive.

Construisons une épure avec les deux axes de coordonnées déjà définis (fig. 8) et traçons sur cette épure la loi de manœuvre supposée linéaire en utilisant l'axe des q du côté négatif.

Menons par l'origine une parallèle à la droite représentative de la Loi de Manœuvre. Elle coupe l'axe d'abscisse $t=1$ en un point C d'ordonnée $-(1/n\theta)$.

Soit N un point de coordonnées (t, q), NG sa distance à la droite que nous venons de tracer. L'ordonnée de G représente l'augmentation depuis le début de la manœuvre du débit absorbé se décomposant en une partie NG fournie par la galerie, le solde représenté par l'ordonnée de N étant fourni par la cheminée d'équilibre.

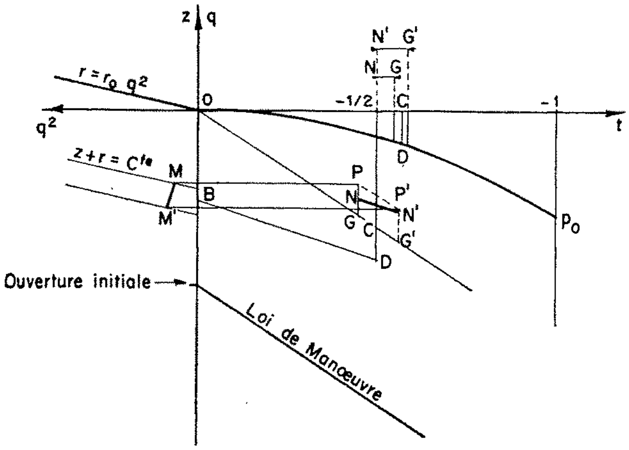

FIG. 8.

Nous pouvons tracer sur notre épure un graphique donnant les pertes de charge en galerie en fonction du débit qui y circule, ce qui nous permet de suivre la variation de p en fonction de la variation de la distance NG.

Pour construire notre épure, nous utiliserons une remarque déjà faite et porterons, grâce aux droites $z+r=C^{te}$, les valeurs de $z+r$ sur l'axe vertical, tandis que nous porterons la valeur de $-p+(1/n\theta)$ sur l'axe $q^2=-1/2$ (ou $t=1$), ce qui nous donnera un point D situé à la distance p au-dessous de C déjà tracé et d'ordonnée $-(1/n\theta)$.

La difficulté vient de l'ignorance dans laquelle nous sommes de la valeur moyenne de p dans l'intervalle qui nous conduira du point M (z, q^2) au point suivant M'. Nous ne pouvons en connaître que sa valeur au point M. Si les intervalles sont très serrés, nous pouvons adopter cette valeur, mais il vaut mieux opérer de la façon suivante.

Nons ne construisons pas un point isolé, mais nous suivons la variation d'un point répondant à certaines conditions. Pour obtenir le point M, nous avions utilisé un point tel que D soit D' succédant lui-même à un point antérieur D''. Nous adopterons comme valeur approchée de la correction nous menant de D' à D la correction corrigée qui nous avait menés de D'' à D'.

Avec cette valeur approchée nous faisons une opération « à blanc ». Comme ces épures se tracent sur papier quadrillé ou mieux millimétré, l'équerre mise en place sur la position approchée qui vient d'être définie nous permet de lire la position approximative du point M' et, avec un rappel sur le prolongement lui-même approximatif du lieu de N, d'avoir une valeur approchée de p en fin d'intervalle et par suite une valeur moyenne améliorée d'après laquelle nous faisons le tracé.

En résumé, la mise en place approchée de notre équerre nous a permis d'en corriger la position.

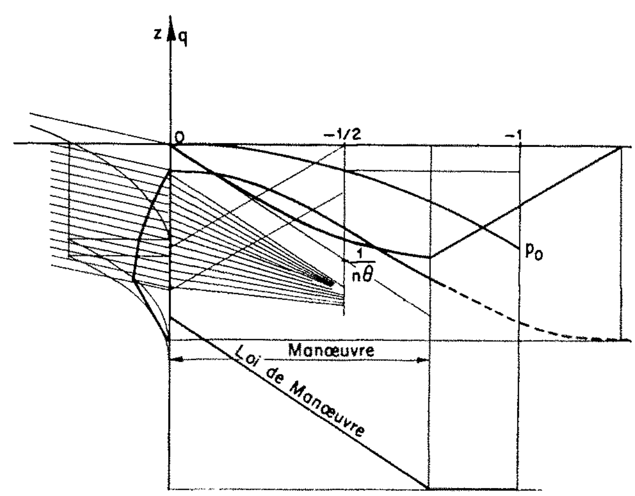

FIG. 9.

La figure 9 montre l'épure complète ainsi réalisée. Bien entendu, dès que l'on atteint la fin de manœuvre, on reprend la construction exposée pour la manœuvre instantanée.

DISCUSSION

Président : M. Maurice GARIEL

M. le Président remercie vivement M. CONTE de son très intéressant exposé. Il se demande toutefois si, au cours de ce calcul si intéressant par sa rapidité, on ne risque pas de perdre de vue le déroulement du phénomène physique, ce qui est toujours fort utile pour se protéger contre les erreurs possibles.

M. CONTE reconnaît que si ce procédé de calcul est beaucoup plus rapide que les épures usuelles tant en valeurs relatives qu'en valeurs réelles, il est certainement moins parlant, car d'une part, les courbes en q^2 sont plus aplaties que les courbes en q très arrondies; d'autre part les tronçons de courbe ascendants et descendants restent d'un même côté de l'axe des Z.

On peut supprimer le dernier de ces inconvénients en adoptant la fiction d'un q^2 ayant le signe de q c'est-à-dire le remplacer par $q \times |q|$

Quand l'oscillation s'amortit, pour les très petites valeurs de q, la méthode est assez imprécise, comme les autres d'ailleurs.

⁂

M. CONTE donne lecture de la note ci-après, remise par M. BOUVARD qui n'a pu assister à la séance :

« Comme le dit son auteur lui-même, la méthode exposée se déduit de la méthode Calame et Gaden, en utilisant comme variable q^2 au lieu de q, pour le tracé.

« On peut considérer que les résultats de la méthode graphique de Calame et Gaden sont de deux ordres :

« 1° Ils ont permis notamment de tracer des abaques dont l'importance est très grande, et qui sont couramment utilisés par les projeteurs de cheminée.

« 2° Pour les études de cas qui n'entrent pas dans ces abaques, et qui sont certainement un peu moins simples, on peut se demander si la méthode n'est pas un peu compliquée, ou au moins un peu artificielle.

« Le fonctionnement des cheminées est en effet le suivant :

« *a*) Elles assurent, par la suppression (ou la dépression) qu'elles créent, une accélération de l'eau dans la galerie. C'est, en particulier, le rôle exclusif de l'étranglement.

« *b*) En attendant que le débit de la galerie égale celui qui est demandé, elles assurent le stockage et le déstockage des eaux correspondant à cette différence.

« Les équations qui régissent ces deux phénomènes, séparés, sont extrêmement simples : c'est $F = m\gamma$ pour la première, et l'équation de continuité pour la seconde.

« L'inconvénient de toute méthode analytique est de les synthétiser par une seule opération, beaucoup plus compliquée que les opérations individuelles indiquées précédemment. Il est alors beaucoup plus facile de se tromper.

« D'autre part, les manœuvres non instantanées, avec des changements de section, sont beaucoup plus difficiles à étudier. »

M. CONTE répond que le procédé qu'il a décrit se déduit en effet de la méthode Calame et Gaden, que ces auteurs ont effectivement tracé des abaques, malheureusement à échelle assez réduite, et dont les projeteurs aiment bien contrôler les indications. Cette vérification ne demande, avec la méthode proposée, guère plus de 10 minutes pour une fermeture instantanée.

Le fonctionnement des cheminées d'équilibre est bien régi par deux lois : une équation de continuité, une équation exprimant que l'accélération du mouvement est due à la différence des charges piézométriques aux deux extrémités du système.

Les différents procédés de calcul utilisent ces équations, soit simultanément (différences finies, Calame et Gaden), soit séparément (différences finies simplifiées, Schoklitsch).

M. CONTE pense préférable l'utilisation simultanée, ce que la méthode qu'il propose réalise en employant directement dans chaque intervalle les valeurs moyennes des diverses grandeurs, exception faite toutefois, dans le cas des manœuvres temporisées, de la perte de charge en galerie qu'il faut estimer, puis corriger.

Dans les cas très compliqués, il faut recourir à la méthode par différences finies en recherchant les valeurs moyennes par tâtonnement et en excluant les méthodes simplifiées, qui recherchent une compensation en prenant pour certaines grandeurs les valeurs de début, pour les autres les valeurs de fin d'intervalle.

⁂

M. RANSFORD indique la façon dont il a calculé une cheminée d'équilibre suivant une méthode numérique et au moyen d'une machine à cartes perforées I.B.M. :

Il s'est agi d'une cheminée d'équilibre implantée sur un canal de fuite mesurant quelque 300 mètres de long. Dans ce cas, l'influence de l'énergie cinétique à la base de l'ouvrage jouait bien entendu un rôle prépondérant. Nous avons été amenés à introduire dans nos calculs des formules inspirées alors de la récente thèse de M. Gardel, formules qui permettaient de tenir compte des différences de charge existant entre la base de la cheminée et la conduite. D'autre part, la forte pente que la courbe de rendement accusait pour le régime considéré rendait absolument nécessaire la mise en équation de cette courbe. Enfin, il y avait lieu de tenir compte de la perte de charge dans la conduite forcée.

En tout, il y a à résoudre une huitaine d'équations non linéaires à coefficients variables suivant le sens de l'écoulement. Sur la machine, la solution complète a été obtenue pour quatre projets différents, chaque solution comportant en particulier la détermination de *l'amplitude limite des oscillations entretenues* (car la cheminée était instable), ceci au cours d'un intervalle de temps de trois heures.

M. le Président souligne la triple concurrence actuelle — et très profitable à son avis — entre les méthodes graphiques, les machines à calculer et, dans bien des cas, les modèles réduits eux-mêmes; c'est ainsi que, pour le canal de la Durance, où se trouve l'usine de Jouques, on peut hésiter entre le modèle réduit et la machine à calculer.

M. REMENIERAS demande à M. CONTE si son épure se prête bien à des calculs de manœuvres combinées : par exemple, une fermeture, provoquant des oscillations du plan d'eau dans la cheminée et suivie d'une ouverture à un moment choisi dans les conditions les plus défavorables; c'est un des cas où les abaques de Calame et Gaden ne sont pas directement applicables.

M. CONTE répond qu'il ne peut répondre *a priori* parce qu'il n'a pas appliqué la méthode à ce cas; cependant son extrême rapidité — l'épure d'ouverture temporisée demande quarante minutes — semble placer la méthode dans de bonnes conditions pour cette application. Il réalisera l'épure correspondante et la communiquera à M. REMENIERAS.

M. REMENIERAS estime que la méthode de M. CONTE permettra, grâce à sa rapidité, de calculer le fonctionnement de la cheminée dans des cas plus nombreux et plus variés qu'on n'a coutume de le faire, du fait de la longueur des calculs nécessités par les méthodes usuelles.