

Application de la méthode de relaxation à l'étude de quelques écoulements en milieu poreux

Use of relaxation method for investigation of some flows in porous medium

PAR G. MATTA

INGÉNIEUR DE L'ÉCOLE SUPÉRIEURE DE BEYROUTH
LICENCIÉ ÈS SCIENCES

L'équation aux dérivés partielles de l'écoulement plan en milieu hétérogène et anisotrope est traduite sous forme de différences finies. Les formules classiques relatives à un milieu homogène et isotrope en sont déduites comme cas particulier.

Dans l'étude des conditions aux limites, la surface libre est supposée formée de segments de droites coïncidant avec les lignes du quadrillage. Une fois les potentiels définitifs calculés aux nœuds voisins de la surface libre, les points de celle-ci sont déterminés par interpolation ou extrapolation.

La méthode ainsi rendue plus rapide est appliquée à l'étude de quelques écoulements plans. Les avantages de cette méthode théorique sur les analogies électriques sont mis en évidence.

The differential equation for plane flow in a heterogeneous and anisotropic medium is transposed in terms of finite differences. The classic formulæ concerned with a heterogeneous and anisotropic medium are deduced as a particular case.

In the investigation of boundary conditions, the free surface is assumed to be made up of straight segments coincident with the squaring lines.

Once the definitive potentials have been calculated for the nodes near the free surface, the points of these are determined by interpolation or extrapolation.

The method, thus speeded up, is applied to some plane flows. The advantages of this theoretical method over electronic computers are pointed out.

I. — INTRODUCTION

L'étude mathématique des écoulements en milieu poreux à partir des transformations conformes est impossible dans la plupart des cas. Même dans le cas le plus simple d'un milieu homogène et isotrope où l'écoulement dérive d'un potentiel harmonique, les possibilités analytiques sont limitées.

On comprend donc bien l'intérêt des chercheurs de recourir à des solutions numériques remplaçant les dérivées partielles par des différences finies. La méthode de relaxation imaginée dans ce but par Southwell [1] a été appliquée à différents problèmes techniques et physiques. La méthode analogique des réseaux de conductances [2, 3 et 4] trouve ici ses bases théoriques.

Nous nous bornerons dans ce rapport à l'étude, par la méthode de relaxation, de certains écoulements à travers les barrages en terre. Nous mettrons en évidence la puissance de cette méthode à traiter tous les problèmes d'écoulements plans.

Position du problème.

Le problème à résoudre est le suivant : étant donné un champ φ linéaire satisfaisant à une équation aux dérivées partielles de la forme :

$$A \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + B \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + C \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} + D \frac{\partial \varphi}{\partial x} + E \frac{\partial \varphi}{\partial y} + F\varphi + G = 0 \quad (1)$$

trouver φ à l'intérieur d'un domaine D connaissant sur le contour de D les valeurs de φ ou des expressions la renfermant.

Pour avoir la solution, on commence par couvrir le domaine D d'un quadrillage et l'on affecte aux différents nœuds des valeurs de φ qu'on se

propose d'améliorer par approximations successives. Pour ceci, on calcule pour chaque nœud la valeur de φ amélioré en remplaçant les dérivées partielles de (1) par des différences finies, comme il sera indiqué ci-après; on répète cette opération autant de fois qu'il le faut pour avoir une précision convenable.

II. — EXPRESSION DES DÉRIVÉES PARTIELLES SOUS FORME DE DIFFÉRENCES FINIES CAS GÉNÉRAL D'UN MILIEU HÉTÉROGÈNE ET ANISOTROPE

L'écoulement plan en milieu hétérogène et anisotrope satisfait à l'équation :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[K_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[K_z \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right] = 0 \quad (2)$$

dans laquelle :

φ est la fonction de potentiel en un point du domaine étudié,

K_x et K_z sont les perméabilités principales dirigées suivant deux directions bien déterminées.

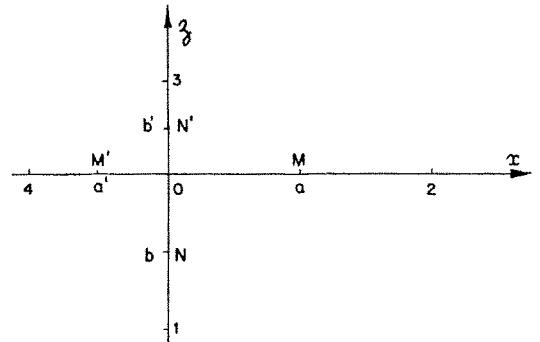


FIG. 1.

Si nous nous contentons d'une approximation du deuxième ordre, l'équation (2) peut s'écrire, après des calculs simples et en adoptant les notations de la figure 1 :

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{1}{(a+a')^2} \left[\frac{a'^2}{a^2} (K_{x2} - K_{x0}) - (K_{x4} - K_{x0}) \right] + \frac{2}{a(a+a')} K_{x0} \right\} (\varphi_2 - \varphi_0) \\ & + \left\{ -\frac{1}{(a+a')^2} \left[(K_{x2} - K_{x0}) - \frac{a^2}{a'^2} (K_{x4} - K_{x0}) \right] + \frac{2}{a'(a+a')} K_{x0} \right\} (\varphi_4 - \varphi_0) \\ & + \left\{ \frac{1}{(b+b')^2} \left[\frac{b'^2}{b^2} (K_{z1} - K_{z0}) - (K_{z3} - K_{z0}) \right] + \frac{2}{b(b+b')} K_{z0} \right\} (\varphi_1 - \varphi_0) \\ & + \left\{ -\frac{1}{(b+b')^2} \left[(K_{z1} - K_{z0}) - \frac{b^2}{b'^2} (K_{z3} - K_{z0}) \right] + \frac{2}{b'(b+b')} K_{z0} \right\} (\varphi_3 - \varphi_0) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Si les mailles sont rectangulaires ($a=a'$ et $b=b'$), l'équation (3) s'écrit :

$$b^2/a^2 [K_{xM} (\varphi_2 - \varphi_0) + K_{xM'} (\varphi_4 - \varphi_0)] + [K_{zN} (\varphi_1 - \varphi_0) + K_{zN'} (\varphi_3 - \varphi_0)] = 0$$

en appelant M, M', N et N' les milieux respectifs des segments (0,2) (0,4) (0,1) et (0,3).

De ces formules générales, nous déduisons des formules très simples applicables à tous les écoulements plans ou tridimensionnels qui intéressent la pratique.

III. — CONDITIONS AUX LIMITES

1. — Cas d'un milieu homogène et isotrope.

Dans les écoulements de filtration en milieu homogène et isotrope, les frontières sont formées

par des équipotentielles $\varphi=C$ et des lignes de suintement $\varphi=Z$ et des lignes de courant $\partial\varphi/\partial n=0$. Ces dernières peuvent avoir des positions incon-
nues a priori.

LIGNES DE COURANT DE POSITION CONNUE.

C'est le cas du fond imperméable et de certaines portions des parois latérales si l'effet de la capillarité n'est pas éliminé.

Pour éviter les étoiles irrégulières, nous faisons coïncider ces lignes avec celles du quadrillage. Les potentiels aux nœuds qui y sont situés sont calculés en appliquant le principe de prolongement par symétrie.

D'après les notations de la figure 2, on a :

$$4 \varphi_0 = \varphi_2 + \varphi_4 + 2 \varphi_3$$

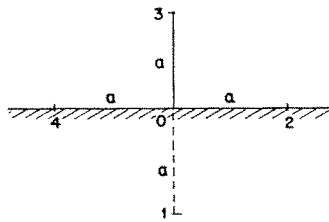


FIG. 2.

LIGNE DE COURANT DE POSITION INCONNUE. — DÉTERMINATION DE LA SURFACE LIBRE.

La surface libre est une ligne de courant de position inconnue, elle vérifie à la fois les deux conditions :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \text{ et } \varphi = Z, \text{ ou plus généralement } \varphi = (Z + h_c)$$

(h_c étant la pression capillaire qui règne sur la surface libre suivant les conditions de l'expérience).

Il existe plusieurs méthodes pour la détermination de cette surface, elles reviennent toutes à se donner *a priori* une position approchée de la ligne inconnue et à l'améliorer progressivement.

Méthode A

On impose à tous les points du quadrillage situés sur la surface libre des potentiels vérifiant la condition $\varphi = Z + h_c$. Puis on améliore tous les potentiels aux nœuds en utilisant, pour ceux qui sont situés au voisinage de la surface libre, la formule relative aux étoiles irrégulières. Une fois les valeurs nodales finales obtenues, on trace les équipotentielles et on déplace correctement la surface libre de façon qu'elle leur soit perpendiculaire. A partir de nouvelles conditions aux limites on recommence la même opération pour aboutir en fin de compte à la ligne définitive.

Comme on le voit, la condition $\partial \varphi / \partial n = 0$ est considérée comme le critère définitif de l'exactitude du tracé.

Méthode B

On impose à chaque nœud voisin de la surface libre un potentiel donné par la formule : $\varphi = Z + h_c$ dans laquelle Z est égal à la cote du pied de la perpendiculaire abaissée du point considéré à la surface.

Ceci étant, on commence par corriger les potentiels à partir du fond imperméable en imposant la condition $\Delta^2 \varphi = 0$. Arrivé près de la surface libre, on déplace celle-ci convenablement de façon à ce que les potentiels calculés aux nœuds voisins soient égaux à ceux qu'on s'était fixé.

Pour simplifier cette méthode, on peut prolonger les mailles au-delà de la surface libre et affecter chaque nœud fictif ainsi formé d'un potentiel déterminé, comme il est indiqué ci-dessus. Ainsi, on aura affaire à des étoiles régulières bien plus faciles à traiter.

Malgré tout, ces méthodes de relaxation qui déterminent la surface libre par des tâtonnements successifs, exigent des calculs longs, incompatibles avec un usage fréquent et systématique. Ces tâtonnements rendent d'ailleurs les méthodes moins rapides, il faudrait les éliminer.

Méthode proposée C

Au lieu de partir d'une position approchée de la surface libre, nous considérons celle-ci comme formée de segments de droites coïncidant avec les lignes du quadrillage. Puis, en utilisant la formule (4) établie pour les lignes de courant de position connue, nous corrigeons par approximations successives les potentiels aux nœuds situés sur ces mailles frontières.

Une fois les valeurs nodales définitives obtenues, nous déduisons par extrapolation ou interpolation les points appartenant à la ligne libre exacte qui vérifient $\varphi = Z + h_c$.

Il nous est apparu qu'en partant de deux frontières différentes nous aboutissons à deux surfaces libres s'écartant dans des proportions parfois appréciables. Comme dans la première méthode, nous considérons que l'orthogonalité des équipotentielles et de la surface libre est le critère de l'exactitude de la solution. Il semble donc que, là aussi, nous sommes assujettis à de longs tâtonnements.

Les applications montrent que cette orthogonalité est obtenue du premier coup en partant d'une frontière fictive supérieure à la ligne libre réelle. C'est d'ailleurs le cas où les résultats concordent, avec une approximation très satisfaisante, avec ceux que nous obtenons à partir d'un calcul plus rigoureux par la méthode générale. La figure 3 donne une comparaison entre la surface libre déterminée par la méthode a) et celle qui est calculée par la méthode proposée. L'écart

entre les deux lignes, mesuré suivant la verticale et rapporté à la cote du point considéré au-dessus du fond imperméable, ne dépasse pas 1 %.

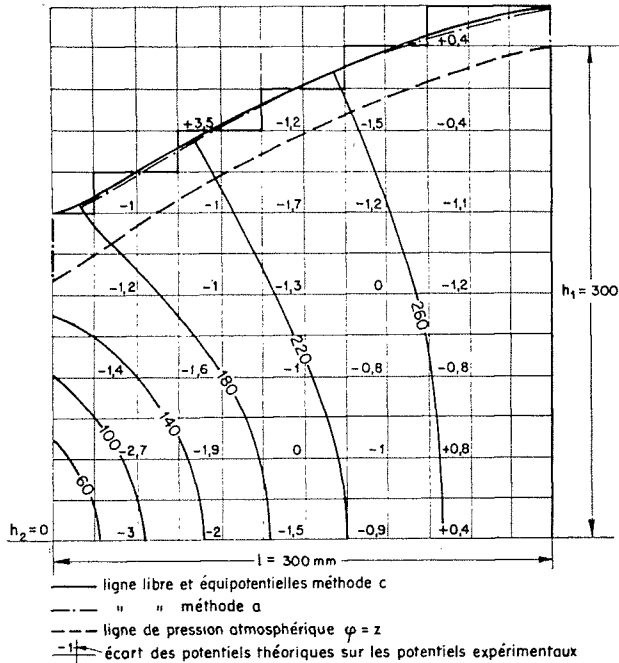


FIG. 3.

2. — Cas d'un milieu homogène anisotrope.

Nous supposons que les perméabilités principales K_h et K_v sont horizontale et verticale et nous donnons aux lignes du quadrillage ces mêmes directions.

Si u et v sont les composantes de la vitesse suivant ces directions, la loi de Darcy s'écrit :

$$u = -K_h \varphi'_x$$

$$v = -K_v \varphi'_z$$

Ces équations montrent que le vecteur vitesse n'est pas co-linéaire au gradient de la fonction φ . La dérivée partielle $\partial\varphi/\partial n$ est donc différente de zéro. Les particularités introduites par l'anisotropie concernent tout simplement les lignes de courant : fond imperméable et surface libre.

— *Fond imperméable :*

Le fond imperméable étant supposé horizontal, le gradient de φ est co-linéaire avec la vitesse le long de cette frontière. On a, comme dans un milieu isotrope : $\partial\varphi/\partial n = 0$.

En disposant les mailles de façon à ce que le fond imperméable soit confondu avec une ligne du quadrillage (figure 2), on a :

$$\varphi_2 + \varphi_4 - 2\varphi_0 + 2(K_v/K_h)(\varphi_3 - \varphi_0) = 0 \quad (5)$$

— *Surface libre :*

En un point de la surface libre, la vitesse fait avec le gradient du potentiel un angle ω' donné par la formule :

$$\text{tg } \omega' = \frac{(K_v - K_h) \text{tg } \theta}{K_v + K_h \text{tg}^2 \theta}$$

dans laquelle θ est l'angle de la vitesse avec l'horizontale.

Si l'on détermine la surface libre par approximations successives à partir des méthodes (A) et (B) données pour les massifs homogènes et isotropes, il suffit de remplacer la condition d'orthogonalité des équipotentielle et surface libre par la condition d'intersection sous un angle $[(\pi/2) - \omega']$, l'angle ω' étant variable d'un point à un autre.

Par contre, la méthode proposée est utilisée sans modification. En effet, si l'on suppose la surface libre formée de brins horizontaux et verticaux, ω' serait nul et les formules d'approximation du type (3) pourraient être utilisées.

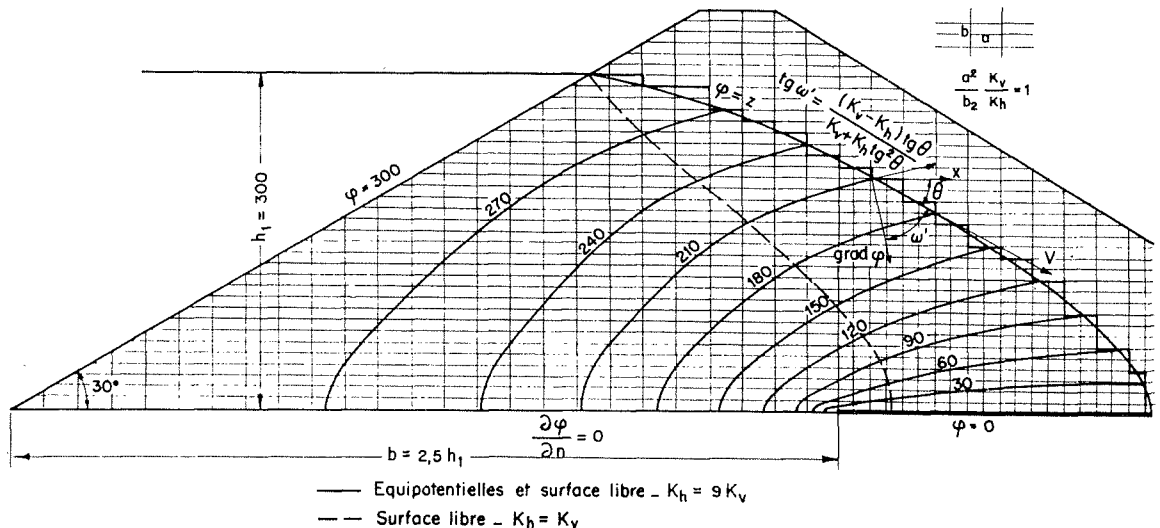


FIG. 4.

Nous traçons sur la figure 4 le réseau d'écoulement vers un drain situé à l'aval dans une digue anisotrope.

3. — Cas d'un massif zoné.

A part les conditions aux limites qui se présentent dans les digues homogènes et isotropes, la surface de séparation de deux massifs de perméabilités différentes constitue une frontière supplémentaire.

Déterminons les potentiels aux nœuds voisins de cette frontière. Trois cas sont à distinguer :

— Cas où la surface de séparation ne passe que par des nœuds (fig. 5).

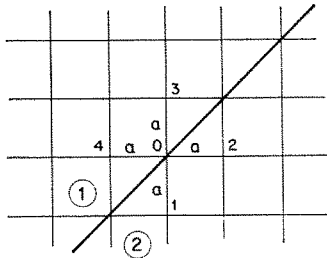


FIG. 5.

En appliquant la formule générale (5), on obtient :

$$K_2 (\varphi_1 + \varphi_2 - 2 \varphi_0) + K_1 (\varphi_3 + \varphi_4 - 2 \varphi_0) = 0$$

qui s'écrit encore :

$$2 \left(1 + \frac{K_2}{K_1} \right) \varphi_0 = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4$$

où K_1 et K_2 sont les perméabilités respectives des zones 1 et 2 — cas où la surface de séparation est confondue avec une limite du quadrillage (fig. 6).

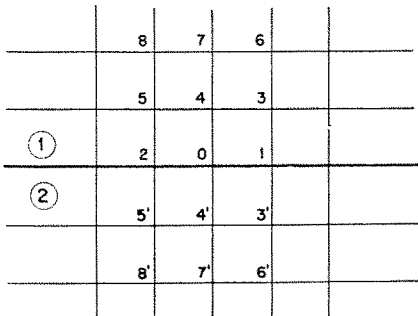


FIG. 6.

Les conditions de continuité du potentiel (5) au point O peuvent s'écrire :

$$(\varphi_0)_1 = (\varphi_0)_2 \quad \text{et} \quad K_1 \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial n} \right)_0 = K_2 \left(\frac{\partial \varphi_2}{\partial n} \right)_0$$

ou, sous forme de différences finies :

$$3 \left(1 + \frac{K_2}{K_1} \right) \varphi_0 = (4 \varphi_4 - \varphi_7) + \frac{K_2}{K_1} (4 \varphi'_4 - \varphi'_7) \tag{6}$$

On a, d'autre part :

$$4 \varphi_4 = \varphi_0 + \varphi_3 + \varphi_5 + \varphi_7$$

et :

$$4 \varphi'_4 = \varphi_0 + \varphi_3 + \varphi_5 + \varphi_7$$

L'équation (6) s'écrit donc :

$$2 \left(1 + \frac{K_2}{K_1} \right) \varphi_0 = (\varphi_3 + \varphi_5) + \frac{K_2}{K_1} (\varphi_3 + \varphi_5)$$

Pour trouver une formule en φ_1 , φ_2 , φ_4 et φ_4' , on écrit la formule (16) pour les points 1 et 2. On obtient finalement :

$$4 \left(1 + \frac{K_2}{K_1} \right) \varphi_0 = 2 \varphi_4 + \varphi_1 + \varphi_2 + \frac{K_2}{K_1} (2 \varphi_4 + \varphi_1 + \varphi_2)$$

Si l'on fait $K_1 = K_2$, on retrouve la formule classique :

$$4 \varphi_0 = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_4 + \varphi_4'$$

— cas général d'un plan de séparation quelconque.

La méthode la plus simple consiste à utiliser des étoiles rectangulaires de telle sorte que la surface de séparation ne passe que par des nœuds (fig. 7).

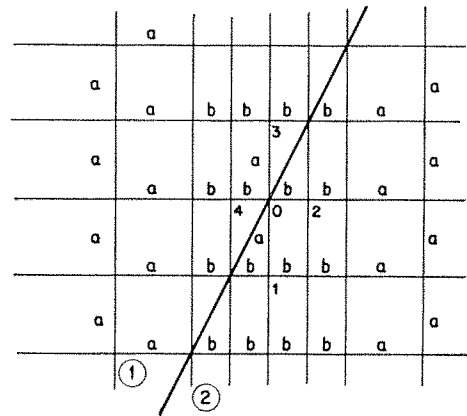


FIG. 7.

En appliquant la formule générale (5) au nœud O par exemple et en supposant un degré d'anisotropie différent dans les deux zones, il vient :

$$K_{v2} \times \frac{1}{a_2} (\varphi_1 - \varphi_0) + K_{h2} \frac{1}{b_2} (\varphi_2 - \varphi_0) + K_{v1} \frac{1}{a_2} (\varphi_3 - \varphi_0) + K_{h1} \frac{1}{b_2} (\varphi_4 - \varphi_0) = 0$$

ou encore :

$$\left[K_{r2}(\varphi_1 - \varphi_0) + K_{v1}(\varphi_3 - \varphi_0) \right] + \frac{a_2}{b_2} \left[K_{h2}(\varphi_2 - \varphi_0) + K_{h1}(\varphi_4 - \varphi_0) \right] = 0$$

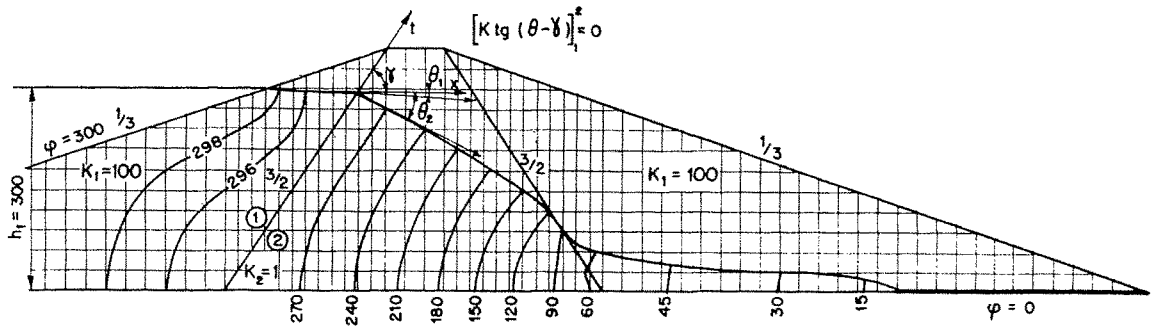
Si la digue est isotrope: ($K_{v2}=K_{h2}$ et $K_{v1}=K_{h1}$).

on a :

$$\left[K_2(\varphi_1 - \varphi_0) + K_1(\varphi_3 - \varphi_0) \right] + \frac{a_2}{b_2} \left[K_2(\varphi_2 - \varphi_0) + K_1(\varphi_4 - \varphi_0) \right] = 0$$

Dans ce dernier cas, la déviation des lignes de courant est donnée par la formule :

$$K_1 \operatorname{tg}(\theta_1 - \gamma) = K_2 \operatorname{tg}(\theta_2 - \gamma) \quad (\text{fig. 8})$$



IV. — CONCLUSIONS

Il ressort de cette étude que la méthode de relaxation est excellente pour résoudre tous les problèmes d'écoulements plans en milieu poreux. Moyennant quelques simplifications en ce qui concerne la détermination de la surface libre, la méthode est rendue plus rapide que celles qui sont basées sur les analogies électriques. Elle ne nécessite pas la construction de réseaux de conductances et ne fait donc pas intervenir des

erreurs autres que celles qui tiennent à l'approximation du calcul.

Les problèmes tridimensionnels peuvent être abordés mais nécessitent des développements plus importants dus au plus grand nombre de mailles intervenant dans le domaine étudié.

Les problèmes posés par le régime variable sont résolus avantageusement par la méthode des réseaux hydrauliques.

BIBLIOGRAPHIE

1. A.V. SOUTHWELL. — Relaxation methods in Engineering Science. Oxford Univ. Press. 1940.
2. D.C. DE PACKH. — A solution network for the approximate solution of the Laplace equations. *Rev. Scient. instr.* vol. 18-1947.
3. L. TASNY-TSCHIASSNY. — The triangulation of a two dimensional continuum for the purpose of the application solution of the second order partial differential equation.
4. G. LIEBMANN. — Solution of partial differential equations with a resistance net analogue. *Brit. J. Appl. Phys.*, 1950.
5. E. DURAND. — Electrostatique et Magnétostatique.
6. P. HUARD DE LA MARRE. — Thèse, Paris 1956.

DISCUSSION

Président : M. CHAPOUTHIER

M. le Président remercie M. MATTA d'avoir attiré l'attention sur le calcul par approximations successives dans un domaine où comme dans beaucoup d'autres, le calcul et l'expérience se prêtent un mutuel concours.

M. HABIB pose à M. MATTA la question ci-après :

« Dans son exposé, M. MATTA a indiqué qu'on pouvait « aboutir à différentes lignes de saturation lorsqu'on « part de quadrillages initiaux différents, en particulier « situés en dessous et au-dessus de la ligne de saturation.

« Lorsqu'on utilise la méthode des analogies électriques pour la détermination d'un réseau d'écoulement, il arrive, lorsque la ligne de saturation présente des courbures de signes différents, que la série convergente qui permet d'atteindre la ligne de saturation définitive, soit une série alternée. Un tel cas se produit-il avec le calcul par relaxation et, dans l'affirmative, est-ce qu'on aboutit à une ligne bien définie? »

M. MATTA répond que ses approximations ne comportent pas de séries alternées et que dans le cas où la ligne brisée d'approximation est inférieure à la ligne réelle supposée connue, les équipotentielles font des angles aigus avec la surface libre; tandis que, dans le cas où la ligne brisée est supérieure à la ligne réelle, les intersections de celles-ci avec les équipotentielles sont strictement à angle droit, pour autant que l'écart entre ligne réelle et ligne approchée n'est pas trop sensible. Il est donc préférable de partir d'une surface libre approchée légèrement supérieure à la surface réelle.

D'autre part, M. HABIB remarque que le calcul donné par M. MATTA pour la détermination du réseau d'écoulement y compris la frange capillaire suppose le coefficient de perméabilité constant. En fait, la frange capillaire correspond à un milieu non saturé. Or, le coefficient de perméabilité des sols décroît très rapidement lorsque la teneur en air augmente (de 1 à 1/1 000 facilement). Dans ces conditions, le calcul présenté donne un débit d'infiltrations capillaires beaucoup trop important par rapport à ce qui se passe dans la nature.

M. MATTA précise que le tracé du réseau des équipotentielles et des lignes de courant n'est pas tellement influencé par les variations du coefficient de perméabilité, et que le débit capillaire mesuré à partir du réseau sous forme de Q/K concorde avec la valeur donnée par l'expérience.

M. HUARD DE LA MARRE s'étonne que la comparaison de la méthode de relaxation avec la méthode des analogies électriques ait donné, d'après M. Matta, un écart de 3 % au détriment de celle-ci qui, généralement, coïncide à quelques millièmes près avec les méthodes de calcul.

M. MATTA répond qu'il a comparé la méthode de relaxation, non à celle des réseaux de conductances, mais à celle des modèles en sable réalisés avec une technique spéciale et pense que l'erreur de 3 % que l'on constate au voisinage de la zone capillaire est due au modèle expérimental partiellement saturé dans cette zone et qui ne donne pas par conséquent, des valeurs assez précises des charges.

Par ailleurs, M. MATTA a comparé sa méthode à celles de la cuve rhéographique et du papier conducteur: les divergences constatées sont plutôt dues au modèle électrique. Il estime d'autre part que la méthode de relaxation est plus précise que la méthode des réseaux de conductances, parce que celle-ci introduit, outre les erreurs d'expériences, les erreurs dues aux valeurs des résistances qui sont fonction de l'écartement des mailles.

M. HUARD DE LA MARRE indique que la précision de la méthode des réseaux de conductances (qui n'est autre qu'une relaxation automatique) dépend essentiellement

de l'imposition des conditions aux limites électriques, et très peu de la précision des valeurs des résistances, ni des dimensions non faibles des mailles. Elle permet d'autre part de représenter exactement la forme de la surface libre (à 1 % de la hauteur de charge, par exemple), malgré un maillage parfois assez grand et une précision des résistances de 0,5 %. Aussi, cette méthode ne peut être moins précise que la méthode de relaxation où l'approximation polygonale de la surface libre superpose à l'écoulement réel une certaine épaisseur fictive de sable mouillé. Très exactement, d'après la théorie des différences finies, le fait de limiter le domaine de relaxation suivant un contour polygonal revient à étudier l'écoulement de filtration *en charge* limité par une paroi imperméable passant par les sommets saillants du contour polygonal en question.

Enfin, les modèles hydrauliques en sable, bien que représentant des écoulements réels, ne peuvent être considérés comme des critères sûrs, leurs constitutions n'étant jamais connues avec précision.

De toutes façons, les précisions respectives des deux méthodes sont toutes deux amplement suffisantes pour les besoins pratiques; seules leurs commodités d'utilisation et leurs rapidités peuvent être comparées.

M. le Président conclut que la méthode analogique expérimentale et la méthode théorique de calcul ont peut-être toutes deux des progrès à faire, l'une aidant l'autre, pour arriver chacune à une plus grande précision.

Sur la demande de M. HUARD DE LA MARRE, M. MATTA précise que la méthode de relaxation lui a demandé une dizaine d'heures pour résoudre, d'abord, le problème d'une digue à parois verticales, tandis qu'ensuite, l'habitude aidant, elle lui a permis de traiter en trois ou quatre heures le cas d'une digue à parois inclinées.

Sur la demande de M. HUPNER, M. le Président et M. MATTA donnent quelques précisions sur le sens et l'origine du mot « relaxation », associé à cette méthode: ce mot signifie: « approximations successives » et d'autre part, donne l'idée d'un réseau maillé; cette dénomination, d'origine anglo-saxonne, a été donnée probablement par Southwell.

M. BONNIN suggère à M. MATTA:

- 1° D'améliorer la précision du tracé de la surface libre lorsque sa pente est assez différente de 45°, en transformant la maille carrée en maille rectangulaire;
- 2° D'appliquer à la méthode la distorsion géométrique, en cas de perméabilité anisotrope, afin de conserver l'orthogonalité des lignes de courant et des équipotentielles.

M. MATTA pense que la premier procédé compliquerait un peu le problème; quant au deuxième, M. MATTA l'a appliqué et a obtenu des résultats satisfaisants qu'il a comparés à ceux qu'il a obtenus à partir des mailles rectangulaires. M. MATTA signale que l'avantage des mailles rectangulaires est de traiter les problèmes anisotropes avec la même précision et la même rapidité que les problèmes isotropes.