COMMENTAIRES ET DISCUSSIONS COMMENTS AND DISCUSSIONS

Sur le calcul des grilles de prise d'eau Theoretical study of bottom type water intake

PAR MICHEL A. MOSTKOW

PROFESSEUR, MEMBRE CORRESPONDANT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE LA R.S.S. DE GÉORGIE

La question du calcul hydraulique des grilles de prises d'eau du type « en dessous », abordée dans l'article de M. M.-J. KUNZMANN et M. BOUVARD (*la Houille Blanche*, n° 5, 1954, pp. 569-574) et, auparavant, par M. BOUVARD (*la Houille Blanche*, n° 2, 1953, p. 290), et MM. ORTH, MEYNARDI, CHARDONNET (*la Houille Blanche*, n° 3, 1954, p. 343) paraît être importante, surtout pour l'utilisation de l'énergie dans les régions montagneuses.

Les résultats obtenus dans ce domaine en U.R.S.S. doivent présenter un certain intérêt, d'autant plus grand que, dans notre pays, on a commencé de longue date à s'intéresser à établir les bases du calcul hydraulique de ce type de construction, réalisé pour la première fois à l'usine de Borjome (Caucase) en 1898.

Dans son cours lithographié : « Principes du calcul des constructions des usines hydrauliques » publié à Tbilissi, en 1935 [9], l'auteur a indiqué une méthode simple de calcul des

grilles horizontales, basée sur le schéma d'écoulement de haut en bas à travers une grille horizontale.

La grille a une section nette ω_n et l'écoulement s'effectue sous l'effet d'une pression égale à la demi-somme des charges statiques existant aux deux extrémités de la grille (fig. 1), c'est-à-dire :

$$Q_p = Q_1 - Q_2 = \mu \omega_n \sqrt{2g \cdot \frac{h_1 + h_2}{2}} \quad (1)$$

On se propose de définir les charges h_1 et h_2 d'après l'expression des hauteurs critiques qui correspondent au débit à ses deux extrémités. Dans ce but, on établit une formule basée sur le théorème des quantités de mouvement appliqué aux deux extrémités de la grille :

$$Q_p = \sqrt{g} (h_1^{3/2} - h_2^{3/2}),$$

dans laquelle :

$$h_1 - h_2 = 2 \sqrt{2} \mu \omega_n \quad (2)$$

FIG. 1. — Schéma d'une grille horizontale de prise d'eau.

En 1937, G. CHAGUINOV, dans sa thèse [15], avait proposé la formule suivante :

$$Q_p = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} \cdot \omega_n \frac{h_1^{3/2} - h_2^{3/2}}{h_1 - h_2} \quad (3)$$

Il s'appuyait sur l'hypothèse d'une variation linéaire du niveau d'eau au-dessus de la grille et, en même temps, supposait que l'écoulement s'effectue sous l'effet de la charge statique. Comme il est facile de le voir, cette formule ne diffère de la formule (2) que par le coefficient numérique, dont la valeur a été expérimentalement déterminée par l'auteur.

Les expressions (1) et (3), étant très simples, sont souvent utilisées dans les calculs. D'après les expériences de A. I. ARKOVA [1] et de ZAMARINE [4, 5], p. 186, on doit admettre que h_1 et h_2 sont égales à 0,81 des hauteurs critiques correspondantes.

En 1939-40, à l'Institut des Recherches scientifiques d'hydraulique et des Constructions de Tbilissi, E. G. GUÉGUÉLIA a fait quelques expériences afin de préciser les valeurs des coefficients dans les formules (1) et (3).

Pour (1) : $\mu = 0,67 - 0,72$;

Pour (3) :

pour une grille à barreaux horizontaux rectilignes : $\mu = 0,64 - 0,67$;
pour une grille en plaque à trous circulaires : $\mu = 0,47 - 0,49$.

Pour la grille inclinée dans la direction de l'écoulement, les coefficients doivent être diminués de 0,12 à 0,20 i , i étant la pente de la grille dans la direction de l'écoulement.

Les expressions ci-dessus permettent assez bien d'évaluer les débits globaux à travers la grille. Mais, outre le débit global, il faut en général connaître encore la variation du débit le long de la grille, celle de la vitesse et de la force d'entraînement dont dépend la capacité du torrent à transporter les matières solides; par conséquent, le danger d'obstruction des grilles.

Du point de vue hydromécanique, la théorie exacte de l'écoulement au-dessus de la grille, soit horizontale, soit peu inclinée, présente beaucoup de difficultés, dues à la nécessité de tenir compte de la courbure du courant et de la variation du débit dans la direction longitudinale. De plus, les conditions aux limites ne sont pas bien déterminées, puisque sur la surface de la

grille le courant se partage et subit une déviation due à la perte de charge. Quant aux conditions à l'entrée et à la sortie de la grille, elles sont assez indéterminées puisqu'elles dépendent de l'écoulement en amont et en aval de la grille.

Le système le plus complet d'équations hydro-mécaniques pour le problème de l'écoulement à deux dimensions à travers la grille horizontale, peut être obtenu à partir des équations de Bousinesq, que nous écrivons sous la forme suivante (pour les notations, voir la figure 1 a) :

$$\frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial y} (p + \gamma y) + \frac{v_s^2}{g h} \cdot y h'' = 0 \quad (4)$$

et :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 v_s}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 v_s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_s}{\partial x^2} \\ &= -\frac{C}{\sqrt{g} x v_{c,p} y} \left[\frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial s} (p + \gamma y) - \frac{v_s^2}{g} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v_y}{v_s} \right) \right] \end{aligned} \quad (5)$$

Ces équations s'obtiennent en négligeant les efforts tangentiels existant dans le plan vertical longitudinal et transversal; de plus, le coefficient de l'échange turbulent est, d'après Prandtl, pris égal à :

$$\varepsilon = \frac{\gamma x v_{c,p}}{C \sqrt{g}} \cdot y$$

Il est supposé invariable dans toute la section du courant.

Dans ces expressions, C = coefficient de Chézy pour le courant au-dessus de la grille dans la section dont la coordonnée est s ; $(\cdot)$ signifie la dérivée par rapport à s .

Les conditions aux limites, dans le cas où l'on admet l'existence d'une sous-couche laminaire sur la paroi rigide, diffèrent de celles qui correspondent à l'absence de cette couche.

De plus, ces conditions varient d'un orifice à l'autre et diffèrent de celles relatives à la paroi. Pratiquement, il ne peut donc s'agir que de la formulation d'une certaine condition approchée, relative à l'écoulement par une section horizontale fictive, proche du plan de la grille.

Mais comme cette condition est de nature hydraulique, on ne pourra pas, par cette voie, résoudre le problème pour chaque filet liquide, de sorte que les équations d'hydromécanique ne pourront être utilisées que pour l'analyse générale du phénomène. C'est ce que nous tâcherons de faire ici. On doit donc chercher à obtenir la solution par l'application des méthodes d'hydraulique.

Il paraît tentant d'appliquer dans ce cas la théorie du mouvement des masses d'eau variables, parce que le phénomène du déversement au-dessus de la grille se produit avec une dimi-

nution graduelle de la masse d'eau en mouvement. La solution de C. I. NAVOYAN [11] [12] était la plus heureuse, quoique l'auteur dût la corriger à l'aide des expériences.

Cependant, en général, l'application de l'équation du mouvement des masses variables, lié à la dérivation d'une partie du courant, doit être faite avec une grande prudence, car ces équations tiennent compte de la perte d'énergie due au changement brusque de la répartition des débits dans la section envisagée. Ces pertes sont :

$$\frac{\alpha (v - 0) v}{g Q} \cdot \frac{dQ}{ds}$$

Elles ne dépendent ni de la dérivation, ni de l'affluence du liquide le long du courant. Puisque, dans le cas envisagé, la dérivation commence à partir des couches inférieures du courant, sans influence aucune sur le reste du courant, les pertes d'énergie complémentaires n'ont pas lieu. Si, dans ce cas, une perte d'énergie avait eu lieu, le phénomène serait accompagné par l'échange de la quantité de mouvement, c'est-à-dire par l'apparition des tourbillons et l'augmentation de la turbulence, ce que l'on n'observe pas, en tout cas, dans la zone de la grille.

Tout cela nous fait croire que lors du phénomène d'écoulement au-dessus de la grille, la quantité d'énergie mécanique par unité de poids du liquide ne doit pas changer sensiblement le long du courant.

Cette assertion a été formulée par l'auteur en 1943 (voir [7], [8] p. 174 et suiv.) quand il a proposé d'appliquer au phénomène considéré le postulat de la conservation de l'énergie spécifique.

La légitimité de cette assertion et les relations qui en découlent (voir ci-après) ont ensuite été vérifiées par T. G. GUÉGUÉLIA, 1942-43, N. F. DANÉLIA, 1952-54, I. I. KOUKHIANIDZE, 1953-55, Ch. S. BOBKHIDZE, 1953-54, CHATCHTRYAN, 1953-55, et d'autres. Pour illustrer la validité de ce postulat, nous donnons une des nombreuses épreuves de valeurs mesurées d'énergie spécifique (fig. 2), d'où il découle que la quantité d'énergie spécifique varie fort peu le long du courant.

Adoptant ce postulat comme base, nous en déduirons le calcul hydraulique de la grille. Nous examinons deux types de grilles : type à barreaux horizontaux (fig. 1 b), composé de barreaux séparés, de profil rectangulaire ou arrondi et dirigé suivant l'axe du courant; et type de grille-plaque à trous circulaires (fig. 1) formée par des trous circulaires sur une plaque métallique posée sur le lit du courant.

Nous procéderons dans l'ordre suivant :

a) Déterminons la pression agissant sur la surface de la grille.

FIG. 2. — Variations de l'énergie spécifique du courant le long de la grille à barreaux horizontaux. (Expériences de N. Danelia et N. Zworykine, 1953.)

— Eures de la composante horizontale de la vitesse le long de la grille. —

FIG. 3. — Distribution des pressions dans la nappe le long de la grille à barreaux. (Expériences de R. Khatchatryan, 1955.)

Utilisant dans ce but l'équation (4), nous pouvons écrire le résultat de l'intégration :

$$\frac{p}{\gamma} + y = - \int \frac{v_s^2}{gh} h'' y dy + C$$

En introduisant la notion de la vitesse moyenne suivant la verticale $\bar{v}_s$ et en prenant à la surface $p = p_a$ et $y = h$, l'équation approximative ci-dessus deviendra :

$$\frac{p - p_a}{\gamma} = \frac{\bar{v}_s^2}{2gh} h'' (h^2 - y^2) + (h - y) \quad (6)$$

À l'arête supérieure de la grille, $y = 0$, $p = p_0$, c'est-à-dire est égal à une certaine pression sous l'effet de laquelle s'effectue l'écoulement.

Alors, il découle de (6) que :

$$\frac{p_0 - p_a}{\gamma} = h \left(1 + \frac{\bar{v}_s^2 h''}{2g} \right) \quad (7)$$

Pour les tronçons à courbure négative :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial s^2} = h'' > 0,$$

c'est-à-dire quand la convexité de la surface libre est dirigée vers le fond, la pression dans le courant sera plus grande que la pression hydrostatique. Comme le démontre la figure 3, qui est le résultat des expériences [16], cette situation a lieu à une certaine distance de l'entrée de la grille. La pression devient hydrostatique ($h'' = 0$) à une distance égale à 2/3 environ de la longueur totale à partir de l'entrée. Dans le tronçon initial, à l'entrée de la grille, $h'' < 0$, et la pression est un peu moindre que la pression hydrostatique, tandis qu'à l'extrémité de la grille elle est un peu plus grande.

b) Fixons maintenant la valeur de l'énergie spécifique dans une section transversale quelconque le long de la grille.

Si l'on applique l'équation de la conservation d'énergie à un filet liquide et que l'on suppose que la quantité d'énergie reste constante et égale à H_0 à toutes les profondeurs, on a, en négligeant les pertes le long du filet :

$$\frac{p_0 - p_a}{\gamma} = H_0 - \frac{v^2}{2g}$$

Ici $v^2 = v_{s(0)}^2 + v_{y(0)}^2$ (l'indice (0) correspond à un point situé non loin de l'arête supérieure de la grille et, de plus, avant l'entrée de l'eau dans la région de la grille). Acceptons la condition de Boussinesq sur la convergence des filets liquides, que nous écrirons comme il suit :

$$v_y = v_s \frac{y}{h} h'$$

Dans ce cas, nous obtenons que, pour $y = 0$, $v_{y(0)} = 0$, c'est-à-dire que la vitesse, jusqu'au moment même de l'entrée dans la grille, conserve la même direction. Par conséquent :

$$\frac{p_0 - p_a}{\gamma} = H_0 + \frac{v_{s(0)}^2}{2g} \quad (8)$$

Si l'on tient compte de (7) et que l'on remplace $(p_0 - p_a)/\gamma$ par :

$$\frac{\bar{v}_s^2}{2g} h'' h + h$$

on obtient :

$$h \left(1 + \frac{\bar{v}_s^2}{2g} h'' \right) = H_0 - \frac{v_{s(0)}^2}{2g},$$

c'est-à-dire que la quantité d'énergie spécifique dans la section de la grille est égale à :

$$H_0 = h + \frac{\alpha \bar{v}_s^2}{2g} \quad (9)$$

où :

$$\alpha = h h'' + \left(\frac{v_{s(0)}}{\bar{v}_s} \right)^2$$

c) Etablissons la loi d'écoulement à travers l'ouverture dans le fond de la grille. Pour une grille du type à barreaux horizontaux, on l'établira à l'aide de l'équation de l'énergie appliquée à la section immédiatement proche du fond, où la quantité d'énergie est égale à H_0 , et l'énergie cinétique se conserve intégralement au moment du passage à travers les orifices de la grille. Pour le débit élémentaire, on obtient :

$$dq = \mu_n \sigma \sqrt{2g H_0} dx \quad (10)$$

Ici, $\sigma = (\omega_n/\omega)$ est le coefficient de la contraction de la grille (ω_n , section des orifices, ω , section totale).

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi}}$$

ξ est le coefficient de la résistance de la grille.

Pour une grille du type à trous circulaire, l'énergie cinétique se perd en grande partie à cause du choc contre la face de la grille suivi d'un changement de direction du filet. Le vecteur vitesse perdue, comme le montre le triangle des vitesses (fig. 1 d) sera :

$$u^2 = \left(\frac{v_{s(0)}}{\varepsilon} \right)^2 + v_{s(0)}^2 - 2 \frac{v_{s(0)}}{\varepsilon} \cos \theta \quad (11)$$

La perte totale d'énergie, autrement dit $u = \bar{v}_s$, correspond à l'angle θ avec la verticale :

$$\theta = \arccos \frac{\varepsilon}{2} \left[1 + \frac{1}{\varepsilon^2} - \left(\frac{\bar{v}_s}{v_{s(0)}} \right)^2 \right] \quad (11')$$

$$\text{Quand } \varepsilon = 0,65, \frac{\bar{v}_s}{v_{s(0)}} = 1,2, \theta = 52^\circ 40',$$

et l'angle formé par la direction du courant et l'horizon sera $90^\circ - \theta = 37^\circ 20'$. D'après les expériences [16] pour les grilles à barreaux horizontaux, on a obtenu pour les différents débits :

$$\text{pour } q = 41,5 \quad 50 \quad 70 \quad \text{l/s par m. lin.}$$

$$\theta = 50^\circ \quad 47^\circ 45'$$

Puisque, comme le démontrent les expériences, la valeur de θ est très rapprochée de celle qui correspond à la perte totale de l'énergie cinétique du courant amené à la grille, il faut croire que l'écoulement à travers la grille à trous circulaires, au moins pour les trous perforés, s'effectuera verticalement sous l'effet de la charge statique qui s'exerce sur la section donnée, c'est-à-dire :

$$dq = \mu \sigma' \sqrt{2gh} \cdot dx \quad (12)$$

Maintenant, nous pouvons appliquer le postulat de la conservation de l'énergie spécifique pour définir le débit absorbé par la grille ainsi que pour établir la forme de la surface de l'eau au moment de son mouvement à travers la grille.

Type à trous circulaires

Après avoir remplacé $\bar{v}_s = (q/h)$, on obtient de (9) que, pour 1 m de largeur de la grille, le débit spécifique sera :

$$q = h \sqrt{\frac{2g}{\alpha} (H_0 - h)} \quad (13)$$

D'autre part, si le changement de α le long de la grille est certainement négligeable, et si H_0 est exprimé par la formule (9), la condition dH_0/dx donne :

$$\frac{dh}{dx} + \frac{2qh^2(dq/dx) - 2h^2q(dh/dx)}{2gh^4} = 0 \quad (13')$$

Après avoir remplacé dq/dx par son expression (12), on obtient de (13) :

$$\frac{H_0 - (3h/2)}{\sqrt{(H_0 - h)h}} \cdot dh = \mu \varepsilon dx.$$

ou, après intégration :

$$\frac{x \mu \varepsilon}{H_0} = \frac{1}{4} \arcsin \left(1 + 2 \frac{h}{H_0} \right) - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{h}{H_0} \left(1 - \frac{h}{H_0} \right)} + C.$$

La valeur de la constante C se déduit de la condition :

$$\text{pour } x = x_0, \quad h = h_1.$$

En introduisant la variable sans dimension $h/H_0 = \eta$, on obtient définitivement :

$$x = \frac{H_0}{\mu \varepsilon} \psi(\eta) \quad (14)$$

ou :

$$\psi(\eta) = \frac{1}{4} \left[\arcsin(1 - 2\eta) - \arcsin(1 - 2\eta_1) \right] - \frac{3}{2} \left[\sqrt{\eta(1 - \eta)} - \sqrt{\eta_1(1 - \eta_1)} \right]$$

L'indice $(_1)$ correspond (fig. 1 a) à l'entrée, l'indice $(_2)$ à la sortie de la grille.

Pour $\eta_2 = 0$, il se produit l'absorption totale du débit, c'est-à-dire que le débit à travers la grille est égal au débit total Q_1 de la rivière, et que la longueur de la grille est égale à :

$x = \mathcal{L}_{\text{lim}}$ définie par la relation :

$$\mathcal{L}_{\text{lim}} = \frac{H_0}{\mu \varepsilon} \psi_{\text{lim}}(0), \quad (14')$$

où :

$$\psi_{\text{lim}}(0) = \frac{3}{2} \sqrt{\eta_1(1 - \eta_1)} - \frac{1}{4} \arcsin(1 - 2\eta_1) + \frac{\pi}{8}.$$

D'après les expériences (3) pour la grille horizontale, $\eta_1 = 0,594$, et dans ce cas :

$$\psi_{\text{lim}}(0) = 1,176.$$

La valeur de μ pour la grille horizontale est égale à 0,8. Donc :

$$\frac{\psi_{\text{lim}}(0)}{\mu} = \frac{1,176}{0,8} = 1,47$$

et la formule (14') aboutit à l'expression simple de la longueur de la grille, sur laquelle s'effectue l'absorption totale du débit dérivé :

$$\mathcal{L}_{\text{lim}} = 1,47 \frac{H_0}{\varepsilon} \quad (15)$$

Dans le cas où la longueur de la grille est moindre que celle déterminée par l'expression (15), le débit absorbé par la grille :

$$Q_p = Q_1 - Q_2$$

$$[Q = bq, \quad b = \text{largeur de la grille}],$$

sera déterminé de la manière suivante :

On a de l'équation de l'énergie (13), appliquée à deux sections 1 et 2 :

$$Q_1 = bh_1 \sqrt{\frac{2g}{\alpha} (H_0 - h_1)}$$

$$\text{et } Q_2 = bh_2 \sqrt{\frac{2g}{\alpha} (H_0 - h_2)},$$

d'où :

$$Q_p = b \sqrt{\frac{2g}{\alpha}} [h_1 \sqrt{H_0 - h_1} - h_2 \sqrt{H_0 - h_2}]. \quad (16)$$

Utilisant la notation $\eta = (h/H_0)$, on peut ramener l'expression précédente à la formule ordinaire du déversoir :

$$Q_p = \sigma m b \sqrt{2g} H_0^{3/2} \quad (17)$$

où $m = \eta_1 \sqrt{1 - \eta_1}$ est le coefficient du débit, et :

$$\sigma = 1 - \frac{\eta_2 \sqrt{1 - \eta_2}}{\eta_1 \sqrt{1 - \eta_1}}$$

le coefficient qui tient compte de l'influence du bief d'aval sur le déversement par la grille. Si $\eta_1 = 0,594$, la valeur $m = 0,594 \sqrt{1 - 0,594} = 0,378$; en réalité, d'après les expériences [3], on observe :

pour la grille horizontale, $m = 0,37$,

pour la grille inclinée sous l'angle $1/5$, $m = 0,35$.

Les valeurs de σ pour les valeurs différentes de la hauteur relative à l'extrémité de la grille, c'est-à-dire pour les valeurs différentes de $\eta_2 = (h_2/H_0)$, et toujours pour $\eta_1 = 0,594$, seront :

$\eta_2 =$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,45
	0,5	0,55	0,594			

$\sigma =$	1	0,748	0,525	0,335	0,180	0,115
	0,065	0,025	0			

Type à barreaux horizontaux

Pour les grilles de ce type en utilisant l'expression pour le débit élémentaire absorbé par la grille :

$$dq = \mu_n \varepsilon \sqrt{2g H_0} dx$$

où $\varepsilon = (\omega_n/\omega)$, de la formule (10) nous obtenons le débit total de la grille :

$$Q_p = \mu_n \omega_n \sqrt{2g H_0} \quad (18)$$

L'expression (18) montre que pour une quantité donnée d'énergie spécifique du courant dé-

rivé amené sur la grille, le débit Q_p absorbé par elle est proportionnel à la section nette de l'ouverture de la grille. Ici ω_n représente la section totale des orifices.

Quant au coefficient du débit, il est, d'après les expériences [3], [16] :

Pour la grille horizontale :

[3] 1942-43 : $\mu_n = 0,497$;

[16] 1953-55 : $\mu_n = 0,514 - 0,609$.

Pour la grille inclinée de $1/5$ par rapport à l'horizon :

[3] 1942-43 : $\mu_n = 0,435$;

[16] 1953-55 : $\mu_n = 0,441 - 0,519$.

Dans les expériences [16], les seconds nombres se rapportent au cas où la grille est déposée sur le fond du canal, les premiers nombres correspondent à la disposition de la grille sur la crête du barrage-déversoir.

L'équation de la surface libre pendant le déversement peut être obtenue de la manière suivante : ayant, d'une part, la valeur du débit [16] correspondant à la condition de conservation de l'énergie spécifique et, d'autre part, l'expression du débit obtenue de la formule du déversement (18), et en comparant ces deux expressions, nous trouvons la valeur actuelle $H_2 = h$ [ou $\eta_2 = \eta$] à la distance x de la section d'entrée :

$$b \sqrt{\frac{2g}{\alpha}} (h_1 \sqrt{H_0 - h_1} - h \sqrt{H_0 - h}) = \mu_n \omega_n \sqrt{2g H_0}$$

Puisque la section des orifices à la distance x de l'origine de la grille est égale à $\omega_n = b \varepsilon_x$, il est facile d'établir la relation entre l'abscisse x et l'ordonnée h , représentant la hauteur d'eau dans la section donnée, c'est-à-dire :

$$x = \frac{H_0}{\mu_n \varepsilon} (\eta_1 \sqrt{1 - \eta_1} - \eta \sqrt{1 - \eta}) \quad (19)$$

D'après les expériences [3] on a pour la grille horizontale $\eta_1 = 0,509$; pour la grille inclinée à l'angle $1/5$ sur l'horizon, $\eta_1 = 0,449$.

La longueur $\mathcal{L}_{\text{lim}}$ sur laquelle s'effectue l'absorption totale du débit amené sur la grille, aura lieu quand $\eta = 0$, c'est-à-dire de l'expression (18) :

$$\mathcal{L}_{\text{lim}} = \frac{Q}{\mu_n b \varepsilon \sqrt{2g H_0}} \quad (20)$$

Par analogie avec le cas mentionné de la grille à trous circulaires, nous donnerons les valeurs des hauteurs relatives $\eta = (h/H_0)$ pour les différentes distances relatives à partir de l'origine de la grille à barreaux horizontaux. Le calcul est

effectué pour la valeur : $\eta_1 = (h_1/H_0) = 0,509$, ce qui correspond aux données expérimentales (3) :

$\eta =$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,45
	0,5	0,509				
$x/\mathcal{E}_{lim} =$	1	0,734	0,494	0,377	0,124	0,068
	0,009	0				

La figure 4 représente la courbe de la surface libre obtenue par suite des expériences [16]; en comparant avec la formule (15) il est pos-

FIG. 4. — Courbe de la surface libre au-dessus de la grille à barreaux : $\delta = 8 \text{ mm}$ $t = 3 \text{ mm}$ débit spécifique $q = 10,1 \text{ l/s}$ par décimètre

sible de noter une bonne coïncidence. La figure 5 compare l'expérience avec le calcul, d'après la formule (18).

Il est intéressant d'étudier le changement de la vitesse moyenne le long de la grille, parce que la grandeur de la vitesse permet de juger des dimensions des pierres isolées qui peuvent être transportées durant l'écoulement.

FIG. 5. — Courbes intégrales d'absorption du débit par la grille à barreaux (correspondant aux données de la figure 4).

De l'expression :

$$H_0 = h_0 + \frac{\alpha v_s^2}{2g}$$
$$\bar{v}_s = \sqrt{\frac{2g}{\alpha}(H_0 - h_1)};$$

en supposant que la vitesse suivant la verticale reste invariable, après avoir remplacé :

$$\bar{v}_{s*} = \sqrt{\frac{2g}{\alpha} H_0},$$

on peut écrire :

$$\frac{\bar{v}_s}{\bar{v}_{s*}} = \sqrt{1 - \eta_1} \tag{21}$$

De l'expression (21) on conclut qu'avec la diminution de la hauteur relative au-dessus de la grille, la vitesse moyenne du courant augmente.

L'épure de la variation de la vitesse et de la profondeur le long de la grille à trous, représentée sur la figure 6, montre la loi d'après laquelle se produit l'augmentation de la vitesse. Les profondeurs sont calculées d'après (14). On peut en conclure que la variation de la vitesse moyenne le long de la grille s'effectue suivant une loi presque linéaire.

Cette dernière circonstance peut être justifiée à l'aide d'un schéma hydromécanique, à savoir :

Si, dans l'équation (5), on pose $(\partial H_0 / \partial s) = 0$, le second membre de (6), qui représente la variation de l'énergie spécifique suivant la longueur, sera égal à zéro. Par conséquent, le pre-

a) - Epure des vitesses suivant la verticale

FIG. 6. — Distributions des vitesses le long de la grille à barreaux.

Fig. 7. — Diagramme obtenu à l'aide de l'intégrateur de Pavlovsky.

mier membre nous donnera, pour le courant à deux dimensions :

$$\frac{\partial^2 v_s}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 v_s}{\partial y^2} = 0 \quad (22)$$

c'est-à-dire :

$$\nabla^2 v_s = 0$$

L'équation harmonique obtenue est facile à résoudre sur l'intégrateur, à la condition que les barres soient posées comme il est indiqué sur la figure 7. Sur la même figure, sont indiquées les lignes du courant électrique et les lignes équipotentielles pour le cas considéré du mouvement à travers la grille horizontale.

Si, pour un cas particulier, on suppose, comme il vient d'être fait, que la vitesse reste invariable le long de la verticale, c'est-à-dire que $(\partial v_s / \partial y) = 0$, on tire de (22) :

$$v_s = C_1 s + C_2 \quad (23)$$

soit, que le long de la grille l'accroissement de vitesse a lieu selon la loi linéaire. Ce résultat peut être facilement utilisé pour calculer la grandeur limite des pierres transportées par le courant sur les points différents le long de la grille.

EXEMPLE. — On considère une grille horizontale, à orifices de $s = 40$ mm; l'épaisseur des barreaux $\delta = 20$ mm. Le coefficient de contraction $40/(20 + 40) = 0,667$. La grille est disposée sur la crête du déversoir à nappe non noyée. Le débit par mètre de largeur $q_1 = (Q_1/b) = 0,80$ m²/s. On demande de calculer la longueur de la grille et la profondeur de l'eau.

On admet la condition de la dérivation totale de l'eau. Pour un degré d'obstruction de la grille de 25 %, le coefficient de contraction sera :

$$\varepsilon = (1 - 0,25) \times 0,667 = 0,50.$$

Supposons que la profondeur du lit d'amenée est de 0,47 m. Alors, la vitesse d'entrée sera $v_0 = 0,8/0,47 = 1,70$ m/s et, par conséquent, d'énergie spécifique :

$$H_0 = 0,47 + 1,1 \times 1,7^2 \times 19,62 = 0,632 \text{ m.}$$

La profondeur de l'eau à l'entrée de la grille :

$$h_1 = 0,509 \times 0,632 = 0,32 \text{ m.}$$

D'après (20), pour $\mu = 0,497$, la longueur limite pour laquelle se produit la dérivation totale :

$$\mathcal{L}_{\text{lim}} = 0,8/0,437 \times 0,5 \sqrt{19,62 \times 0,632} = 0,914$$

Par conséquent, si la grille avait une longueur dépassant 0,914 m, le débit de 0,80 m³/s serait complètement absorbé.

En supposant que la vitesse dans le cours d'eau est connue pour divers débits, on aura le tableau suivant :

pour :

$q = 0,8 \text{ m}^2/\text{s}$	$V_0 = 1,70 \text{ m/s}$	$h_0 = 0,47 \text{ m}$
1,0	1,75	0,57
1,5	1,83	0,82
2,0	1,90	1,05

$H_0 = 0,632 \text{ m}$	$h_1 = 0,32 \text{ m}$	$q_p = 0,80 \text{ m}^3/\text{s}$
0,741	0,38	0,95
0,998	0,50	1,90
1,254	0,64	1,23

Dans la formule (18), on a admis $\mu_n = 0,497$:

$$\omega_n = \mathcal{L} \varepsilon 1 = 1 \times 0,5 = 0,5 \text{ m}^2$$

et par conséquent :

$$q_p = 0,497 \times 0,5 \sqrt{2gH_0} = 1,1 \sqrt{H_0}$$

Le calcul montre que la partie du débit dé-

FIG. 8. — Exemple de calcul de la grille à barreaux horizontaux.

versé à l'aval de la grille (fig. 8) croît avec l'augmentation du débit du cours d'eau.

Des exemples plus détaillés sont donnés dans [10].

Nous avons communiqué l'article qui précède à M. BOUVARD qui nous a fait parvenir les résultats de son examen de cet article dans la note que nos lecteurs trouveront reproduite ci-après.

Nous devons remercier M. le Professeur A. MOSTKOW pour les très intéressantes analyses des résultats expérimentaux, sur lesquelles il a appuyé son étude théorique : pression à l'intérieur même des lames d'eau, vitesses. Elles permettent, entre autres choses, de calculer la valeur de l'énergie dans des sections successives et de prouver qu'elle reste relativement constante.

Toutefois, nous ne sommes pas tout à fait d'accord sur certaines conceptions, et notamment sur les suivantes :

L'auteur établit par une analyse approchée, mais très acceptable, dans le cadre des hypothèses de base, la loi des variations de la pression sur les grilles en fonction de la courbure de la surface libre assimilée d'ailleurs à la dérivée seconde de la hauteur par rapport à l'abscisse.

Nous ne croyons toutefois pas, comme il l'indique page 575, que l'effet correspondant soit constant sur toute la longueur de la grille : lors-

que la courbure change de sens — et la figure 3 le confirme comme s'il était besoin — l'écart de pression, par rapport à la valeur hydrostatique, change de signe.

L'auteur admet que la vitesse de passage de l'eau à travers et normalement à la grille, quand elle est composée de barreaux longitudinaux, est égale à $\sqrt{2gH_0}$, H_0 représentant l'énergie totale des particules liquides. Ceci ne nous paraît pas exact. Immédiatement au-dessus de la grille, l'énergie est représentée par $(V^2/2g) + h$, aux courbures de la ligne d'eau près, en ce qui concerne le terme h qui représente l'épaisseur; v représente ici la vitesse parallèle au plan des grilles.

Cette expression revient à négliger la vitesse perpendiculaire au plan de la grille (ou son carré). En dessous de la grille, le terme h disparaît; les particules fluides sont libres et l'énergie est alors donnée par : $(v'^2/2g) + (u^2/2g)$, v' et u étant les composantes de la vitesse normalement et parallèlement à la grille. Mais v' n'a aucune raison d'être différent de v , car, à part la pesanteur, dont l'application du théorème de Bernoulli au-dessus du plan des grilles représente l'action, il n'existe pas de forces à composante parallèle aux grilles, puisqu'on néglige les frottements. L'application du théorème des quantités de mouvement à une masse fluide traversant les grilles, montre alors que $v' = v$. Le rapprochement des formules précédentes donne alors $(u^2/2g) = h$.

L'hypothèse admise par l'auteur revient à surestimer le débit qui passe sous les grilles. C'est ce que confirme l'application numérique indiquée par l'auteur. Pour passer un débit de $0,80 \text{ m}^3/\text{s}$, l'auteur trouve qu'il suffit d'une longueur de $0,914 \text{ m}$, et ce, en utilisant des coefficients successifs qui allongent la grille, alors que nous trouverions avec les résultats de l'étude publiée en 1954 appliquée au même cas (rapport section utile/section totale = $0,50$) une longueur de $1,47 \text{ m}$. Or, les études de M. NOSEDA — que nous avons commentées ici même, dans le numéro 5/1956, et qui partent des mêmes hypothèses que les nôtres — indiquent une concordance satisfaisante entre résultats théoriques et expérimentaux.

Par contre, l'hypothèse mise à la base du calcul du débit à travers les grilles en tôle perforée est la même que celle de M. NOSEDA et la nôtre : M. MOSTKOW admet que la vitesse de passage perpendiculairement aux tôles, est égale à $\sqrt{2gh}$. Les résultats sont donc identiques notamment en ce qui concerne la formule à laquelle on aboutit après intégration (*).

Le cas des grilles inclinées est traité à l'aide de coefficients empiriques. Nous avons montré qu'il

(*) Sauf une divergence d'ordre numérique dont nous n'avons pas trouvé l'explication.

était possible, en partant des mêmes hypothèses, de traiter ce problème par le calcul.

De toute façon, nous ne croyons pas qu'il soit possible de perfectionner beaucoup les calculs de ce genre :

— Pour des raisons d'ordre théorique, le problème, dès qu'on dépasse les hypothèses simplistes, se complique énormément et les calculs deviennent impossibles : soit qu'on veuille, comme l'a fait M. NOSEDA, tenir compte de la variation du coefficient de débit avec l'épaisseur de lame d'eau, soit qu'on veuille tenir compte, comme nous l'avons proposé, de la distance de la section de contrôle au plan des grilles;

— Pour des raisons d'ordre pratique, il existera toujours un coefficient qui se jouera de tous les calculs : c'est le degré d'obstruction de la grille, absolument quelconque et qui nécessite un surdimensionnement corrélatif.

Ainsi, une des solutions du problème nous paraît résider plus dans l'étude du fonctionnement d'ouvrages en exploitation que dans des calculs ou même des essais sur modèle.

Il n'en reste pas moins que les résultats expérimentaux présentés par M. MOSTKOW permettent de préciser l'analyse théorique du phénomène, et cela dans des proportions très intéressantes.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] ARYKOWA (A.-I.). — Sur la méthode de calcul hydraulique d'une prise d'eau du type tyrolien, *thèse de candidat*, Alma-Ata, 1947.
- [2] BADOKHIDZÉ (Ch.-S.). — Prise d'eau à grille à double rang, type tyrolien, *thèse de candidat*, Tbilissi, 1954.
- [3] GUÉGUÉLIA (T.-G.). — L'analyse de la prise d'eau tyrolienne, Tbilissi, 1943.
- [4] ZAMARINE (E.-A.) et autres. — Ouvrages hydrotechniques, Selkhozguiz, 1946.
- [5] *Ibid.* — Calcul des ouvrages hydrotechniques, Selkhozguiz, 1952.
- [6] MELIK-NOUBAROW (S.-G.). — Type perfectionné de prise d'eau à grille horizontale, *Revue*, N10-11, 1939.
- [7] MOSTKOW (M.-A.). — Prise d'eau du type tyrolien. *Ibid.*, N8, 1946.
- [8] *Ibid.* — Principes théoriques de calcul hydroénergétique. *Gosenergoizdat*, 1948.
- [9] *Ibid.* — Principes du calcul des installations hydro-énergétiques. Tbilissi, 1945 (lithographié).
- [10] *Ibid.* — Manuel d'hydraulique, Moscou, 1954, Gostroiizdat.
- [11] NAVOIAN (Kh.-A.). — Prise d'eau de montagne à grille du type « en-dessus ». *Thèse*, Erevan, 1952.
- [12] *Ibid.* — Calcul de galerie de prise d'eau de montagne. *Rev. Hydrotechnique et Amélioration*, n° 8, *rendus de l'Académie des Sciences d'Arménie*, vol. V, n° 5, 1952.
- [13] FANDÉEV (V.-V.). — Sur le calcul de galeries de prise d'eau des barrages sur les torrents de montagne. *Rev. Hydrotechnique et Amélioration*, n° 8, 1949.
- [14] *Ibid.* — Sur le calcul de barrages de prise d'eau à grille du type « en dessous », *ibid.*, n° 7, 1953.
- [15] CHAGUINOW (G.-A.). — Prise d'eau du type tyrolien. *Thèse*, Moscou, 1937.
- [16] KHATCHATRIAN. — Analyse de prise d'eau de montagne à grille du type « en dessous ». *Thèse*, Erevan, 1955.