Énergie mécanique de la houle : État dans la nature

Mechanical energy of waves : State in nature

PAR

H. LACOMBE

INGÉNIEUR HYDROGRAPHE EN CHEF DE LA MARINE (H.C.)
PROFESSEUR D'Océanographie Physique AU MUSÉUM D'HISTOIRE NATURELLE

Les vagues et la houle, leur naissance, leur croissance sous l'effet du vent, la constitution du mouvement complexe qu'il produit, la propagation de cette agitation hors des zones de vent sous forme d'ondulations de plus en plus régulières, la mesure du phénomène au large ou plus généralement au voisinage d'une côte souvent fort éloignée de l'aire de génération de l'agitation, la caractérisation du mouvement par un nombre minimum de paramètres, constituent des problèmes qui ont été spécialement à l'ordre du jour de la recherche au cours des dernières années. Quand on examine le mouvement de la surface de l'eau dans l'aire de génération, on constate le passage de crêtes plus ou moins longues, d'écartement et de hauteur très variés dans l'espace comme dans le temps. Sur le « dos » des grosses lames, de plus petites se lèvent constamment et grandissent dans une sorte de continuité de dimensions. Comme les lames avancent d'autant plus vite que leur longueur d'onde est plus grande, les lames courtes sont rattrapées et dépassées par les grandes; les unes et les autres ont des directions de propagation qui peuvent être assez différentes et la surface de la mer fluctue de façon irrégulière. Peut-être cette agitation est-elle une des images les plus frappantes de ce que peut être un phénomène désordonné.

Il existait vers 1945 un abîme vraiment béant entre cette agitation incohérente et la houle harmonique simple étudiée par les mathématiciens; on peut penser qu'il y a désormais quelques ponts jetés sur cet abîme, grâce à l'introduction, dans l'étude de l'agitation, des méthodes de la statistique et sous réserve de l'hypothèse, explicite ou non, de la linéarisation de tous les mouvements composants qui autorise à superposer des composantes dont chacune vérifie les équations des mouvements au deuxième ordre

près du rapport de l'amplitude à la longueur d'onde. Cette assimilation de la houle complexe à « de petits mouvements » que l'on peut superposer introduit des erreurs dont l'ordre de grandeur paraît malaisé à apprécier et qui, dans certains cas, sont très certainement considérables.

La nature n'a-t-elle pas aidé à jeter ces ponts? L'espace marin, s'il s'offre assez vaste à la propagation de l'agitation levée par le vent, se charge lui-même de passer au crible les divers mouvements la constituant et est ainsi susceptible de guider un observateur attentif dans l'analyse du phénomène. Les lames à courtes crêtes, constituant l'agitation complexe que l'on appelle la « mer du vent », ont des directions de propagation différentes, qui divergent de la zone de génération plus ou moins bien définie dont elles sont issues et, à des distances croissantes de cette zone, les lames qui en proviennent ont des directions de propagation de moins en moins différentes et des crêtes de plus en plus longues. D'autre part, la théorie simple de la houle sinusoïdale de période unique et d'amplitude constante — les deux seuls facteurs la caractérisant outre sa direction de propagation — montre que ce sont les lames ayant les plus grandes longueurs d'ondes qui se propagent le plus vite. En un point éloigné, il arrive donc d'abord les composantes de longue période, puis de périodes de plus en plus courtes; il s'opère ainsi un triage qui étale la zone d'agitation à mesure que le temps passe; il est dû à la qualité dispersive du milieu marin au regard des ondes de gravité. Quant aux lames les plus courtes qui constituent, hors de la zone de génération, l'arrière de la région perturbée, elles subissent par viscosité et turbulence des pertes bien plus notables que les lames longues; il y a donc un amortissement sélectif des diverses composantes présentes. Le

résultat de ce triple criblage — divergence en direction, dispersion, amortissement sélectif des courtes périodes — c'est qu'en un point situé à assez grande distance il arrive une agitation assez régulière, lentement variable dans le temps, que l'on nomme la houle qui se rapproche des ondes sinusoïdales théoriques. La mise au point, au cours de la guerre, d'enregistreurs de houle, puis d'analyseurs de fréquences de l'agitation, a confirmé la constitution complexe de l'agitation dont la nature fait elle-même dans une certaine mesure l'analyse elle aussi.

L'ensemble des rapports présentés au titre de la question *Energie mécanique de la houle, état dans la nature* est axé sur l'étude de l'agitation complexe de la mer et fait le point des tendances et des résultats des recherches récentes.

Le premier rapport de M. MICHE (Constitution et propagation d'une houle océanique) est un résumé très succinct de son remarquable et si dense ouvrage *Propriétés des trains d'ondes océaniques et de laboratoire*.

S'attachant d'abord aux fluctuations locales du niveau des eaux, l'auteur, s'appuyant sur divers enregistrements, note que la répartition statistique de l'écart local instantané du niveau par rapport au niveau de repos suit approximativement la loi probabiliste de Laplace-Gauss. Pour une houle sinusoïdale simple, la loi de répartition des dénivellations serait tout à fait différente; mais M. MICHE est parvenu à montrer que si l'agitation réelle est composée — comme l'ont montré les analyses faites sur des enregistrements — d'une suite complexe d'ondes de fréquences et d'amplitudes diverses, la dénivellation globale doit en effet avoir une répartition statistique gaussienne. Movennant certaines hypothèses simplificatrices, l'auteur en déduit les lois de répartition statistique des diverses caractéristiques de l'agitation résultant de cette superposition. Il aboutit en particulier — et c'est un fait très remarquable — à une loi de répartition des amplitudes qui est identique à la loi trouvée par lord Rayleigh en 1880 (1) et appliquée par l'océanographe britannique M. S. LONGUET-HIGGINS, pour un cas particulier aux limites assez élastiques, semble-t-il. De la forme des lois de répartition des diverses caractéristiques de l'agitation on déduit des valeurs moyennes de celles-ci.

Considérant ensuite le problème à échelle beaucoup plus grande — à l'échelle de la zone d'agitation liée à une tempête — et ne prenant en compte que les valeurs moyennes de l'agi-

tation, M. MICHE examine la variation systématique lente de ces caractères. Admettant que le mouvement global est constitué par la superposition d'une suite, continue en fréquence, de composantes d'amplitudes diverses, l'auteur a pu donner, en employant, malgré des réserves très expresses de certains spécialistes (PIERSON), la solution du problème classique de Cauchy-Poisson, des expressions asymptotiques du mouvement à deux et trois dimensions, d'où découlent les lois de propagation de la perturbation de niveau sans avoir à particulariser la loi donnant l'intensité des composantes de diverses fréquences. En attribuant alors à cette loi une forme gaussienne, M. MICHE parvient à obtenir l'expression mathématique rigoureuse — et non plus seulement asymptotique — de la perturbation. On en déduit la constance de la longueur d'onde, de la période et de la célérité de l'ondulation passant au point d'amplitude maximum. Ces trains d'ondes s'étalent linéairement en fonction du temps par dispersion cinématique et les amplitudes de toutes les ondulations décroissent en raison inverse de la racine carrée du temps pour les mouvements cylindriques et comme l'inverse du temps pour les mouvements à trois dimensions. On sait combien la constance de la période moyenne est controversée : l'augmentation de période semble être toutefois un fait d'expérience qui, selon M. MICHE, ne peut être dû qu'au fait des résistances passives, tandis que la diminution d'amplitude du train est liée à la seule dispersion. M. MICHE a suggéré un processus susceptible d'expliquer la variation d'amplitude du fait des résistances passives, par turbulence interne d'une certaine épaisseur d'eau; ces résistances sont spécialement efficaces pour les ondes courtes qui sont donc plus amorties; il en résulte une augmentation — calculable — de la période moyenne des ondulations constituant une perturbation.

Les schémas proposés par M. MICHE rendent compte de façon satisfaisante des faits constatés et s'appuient sur des solutions dont l'expression mathématique, dans le cadre des hypothèses faites, ne peut, selon l'auteur, être mise en doute — malgré les difficultés provenant, peut-être plus dans la forme que dans le fond, de la mise en œuvre des résultats de Cauchy-Poisson. Ces schémas fournissent des lois relativement simples de la propagation des perturbations océaniques et, movennant la connaissance statistique du mouvement dans l'aire de génération de la houle, on en déduit l'histoire ultérieure de l'agitation : d'où une méthode de prévision de la houle exposée par l'auteur dans son deuxième rapport.

(1) « On the resultant of a large number of vibrations of the same pitch and of arbitrary phase » (*Phil. Mag.*, 10, 73-78, 1880).

M. MICHE y signale les travaux français rela-

tifs à la prédiction de la houle au Maroc selon des méthodes très intéressantes mais axées sur une zone géographique déterminée et les travaux britanniques effectués au cours de la dernière guerre (SUTHONS). Il prend comme *méthode de référence* la méthode Sverdrup-Munk-Bretschneider qui fournit, grâce à l'emploi de courbes semi-empiriques satisfaisant aux lois du bilan d'énergie, les caractéristiques « significatives » de l'agitation dans la zone de fetch puis dans la zone d'amortissement. L'augmentation de période moyenne de la houle y est attribuée à l'air. Si ce mode de freinage est contestable, l'idée de l'amortissement sélectif des ondes les plus courtes d'un train limite est à retenir, sous réserve d'un autre processus explicatif. (Turbulence interne de M. MICHE.)

La deuxième méthode présentée, dite méthode analytique de Pierson-Neumann, part du spectre d'énergie donnée, à l'état de saturation — c'est-à-dire quand l'énergie cédée par le vent à la mer égale celle qui est perdue par turbulence de l'eau — par une loi due à Neumann; le spectre est à amputer du côté des longues périodes quand l'état de saturation n'a pas le temps de s'établir. La méthode utilise les lois de propagation établies par Pierson, en faisant appel aux théories statistiques. Le travail de Pierson dans ce domaine est de très grande valeur et les grandeurs constantes qu'il a introduites peuvent aisément être rattachées à celles que M. MICHE a utilisées pour l'étude des caractères locaux de l'agitation. Dans le domaine plus vaste de la propagation de la zone de houle, Pierson introduit la notion de « filtre » qui, dans le domaine cylindrique, est lié à la dispersion des divers mouvements élémentaires composants dont chacun d'eux ne subit pas de modification appréciable de longueur. La largeur de la bande de fréquences présente dépend de la durée du vent et de la grandeur du fetch. L'énergie afférente au mouvement filtré se déduit de l'énergie présente en bout de fetch dans le domaine de fréquences en cause. Pour le cas à trois dimensions, Pierson et Neumann admettent la même loi d'agitation pour les fréquences mais pour la direction, cette loi est à multiplier par $\cos^2 \theta$; la propagation ultérieure de l'agitation s'obtient par la considération des lois de Pierson.

M. MICHE commente cette méthode, trouve les points communs entre les lois de propagation qu'elle utilise et celles qu'il a trouvées lui-même, et signale les difficultés qu'elle rencontre. Le « filtre » de Pierson s'accorde mal avec la constitution des trains de houle étudiés par M. MICHE. Reste à savoir si le caractère de filtre « passe bande » de Pierson correspond à une réalité physique nette en admettant que l'on puisse trouver des cas pratiques suffisamment

« purs » se rapprochant du schéma théorique que ces filtres impliquent. Car dans la réalité il ne faut pas oublier que la connaissance du champ de vent comporte toujours une grande incertitude; un appareil mathématique complexe et rigoureux dont l'intérêt ne saurait être mis en doute a toutes chances d'exiger des données de départ plus précises que n'est pas susceptible de fournir la schématisation que l'on attribue actuellement aux caractéristiques des champs de vents.

Admettant le spectre d'agitation au départ, le problème de la prévision de la houle se réduit ensuite, grossièrement parlant, à l'étude de la propagation de cette agitation. M. MICHE s'y est alors tout naturellement attaqué. Encore faut-il connaître, outre l'agitation à la limite « aval » du fetch, celle régnant dans ce « fetch » mais celle-ci peut se déduire des formules asymptotiques de l'auteur qui parvient également à « placer » le fetch dans le système de paramètres sans dimension qu'il emploie.

La comparaison des trois méthodes de prédiction exposées par M. MICHE, appliquées à une dépression type de l'Atlantique Nord conduit aux résultats suivants : pour les distances de cheminement moyennes, les méthodes Pierson-Neumann et Miche se contrôlent fort bien, au point de vue des amplitudes et des durées de cheminement. Au-delà, la première conduit à des amplitudes plus faibles. Aux grandes distances de cheminement (plus de 1.000 milles) les méthodes Bretschneider et Miche sont voisines.

L'apport récent de M. MICHE dans le domaine de la prévision des houles est donc tout à fait substantiel. La codification de la méthode qu'il préconise serait donc utile, comme son emploi et sa comparaison systématique avec les autres méthodes.

Le rapport de P. BERNARD peut avantageusement être présenté à la suite des rapports de M. MICHE car les microséismes sont un phénomène lié doublement à la houle puisqu'ils sont engendrés d'une part dans les zones de dépression météorologique par la rencontre de houles de directions franchement différentes — et c'est encore M. MICHE qui a, le premier, démontré l'existence de fluctuations de pression indépendantes de la profondeur et à période moitié de la houle — et d'autre part par l'arrivée de la houle sur les côtes. Le temps séparant l'arrivée des microséismes de ces deux origines à un observatoire fournit des données sur le temps de propagation de la houle, qui n'est pas en accord avec la théorie; la comparaison des périodes de ces microséismes dénote l'invariance

de la période dominante de la houle, entre la zone de génération et la côte.

Outre l'intérêt pratique de l'agitation micro-séismique pour prédire l'arrivée d'une zone de houle, celle-ci permet donc aussi de repérer le départ de l'aire de génération et l'arrivée à une côte d'une zone de houle océanique. M. P. BERNARD, qui s'est depuis de nombreuses années spécialisé dans cette question, apporte ainsi une importante contribution aux problèmes posés par la houle.

Mais les résultats qu'il présente sont, à divers égards, en désaccord avec les conclusions auxquelles sont parvenus divers auteurs et en particulier M. MICHE :

- a) La durée d'une tempête micro-séismique est réputée égale à celle de la houle issue de la même dépression météorologique. Dans quelle mesure l'incertitude sur l'égalité de ces durées est-elle compatible avec l'étalement dans le temps et l'espace des trains d'ondes océaniques qui semble indéniable?
- b) Avec quelle précision est vérifiée l'égalité des « périodes » des micro-séismes issus d'une part du centre dépressionnaire et d'autre part du rivage et dans quelle mesure, donc, contredit-elle l'allongement de période attribuée aux résistances passives? On ne peut à cet égard que féliciter M. BERNARD de la réalisation d'appareils destinés à améliorer la présentation d'enregistrements micro-séismiques; ne devrât-on pas traiter ces enregistrements exactement comme l'on traite les enregistrements de houle, définir les paramètres moyens que l'on définit pour la houle?
- c) Dans quelle mesure le « retard » de la houle sur les micro-séismes est-il en désaccord avec ce que l'on sait de la vitesse de propagation de la zone centrale — de grande amplitude — d'un train de houle?
- d) Accessoirement la formation, au voisinage des côtes, de micro-séismes de période moitié de la houle suggère la présence d'une énergie appréciable renvoyée par le littoral: dans quelle mesure l'importance de cette énergie réfléchie est-elle en accord avec les idées admises sur la réflexion des houles sur les rivages?

En conclusion on peut dire que le rapport de M. P. BERNARD amène les spécialistes de houle à poser un certain nombre de points d'interrogation en face de conclusions auxquelles les ont

amenés bien des études faites. C'est là un fait salubre qui montre l'exceptionnelle importance des micro-séismes au regard des questions de houle, envisagées dans les perspectives de la propagation et de la prédiction. Et quel progrès si l'on pouvait rattacher l'amplitude des micro-séismes à l'énergie de la houle!

Le rapport de P. DANIEL attire l'attention sur une autre origine des déperditions d'énergie de la houle: la rencontre d'ondulations de directions différentes entraîne l'instabilité des crêtes — et des « moutons » — par dépassement local de la cambrure limite. M. DANIEL donne la valeur de la somme des carrés des cambrures assurant statistiquement ces déferlements: 2 %, c'est-à-dire la valeur de la houle harmonique simple ($0,14^2$). La déperdition d'énergie correspondante est d'autant plus importante que les « moutons » sont plus nombreux: il serait intéressant de connaître la fréquence des moutons dans l'état de saturation donné par la loi de Neumann pour diverses vitesses de vent. L'abord théorique de l'étude des moutons est délicat, car le phénomène est, essentiellement, non linéaire. Le porter sur modèle est difficile. C'est donc statistiquement sur photos aériennes faites concurremment à des observations locales de houle qu'il faudrait dégrossir un phénomène dont l'incidence pratique est considérable. Là encore les houles courtes sont plus entamées que les longues. Les valeurs pratiques des cambrures, dans les océans, d'une part, dans les mers de petite étendue, d'autre part, doivent, en fonction des considérations de l'auteur, être assez différentes: ce fait réel ne peut-il pas être rattaché aux interférences? La notion de fetch généralisé, en fonction de la trajectoire effective d'une dépression, par l'effet des houles diverses rencontrées dans la zone d'amortissement est une idée féconde, sans aucun doute. Mais elle ne simplifie pas le problème pratique de la prédiction.

Le rapport de M. DANIEL illustre l'intérêt — s'il était besoin — de mesures de houles faites au large dans le « fetch » classique et dans la zone d'amortissement. L'outil que le *National Institute of Oceanography* britannique a mis au point, et qui est présenté par M. CARTWRIGHT, est d'un exceptionnel intérêt et on ne peut que se réjouir que divers organismes dépendant du *Centre National de la Recherche Scientifique* et de la *Météorologie Nationale* en aient commandé.

Certes, la théorie de l'appareil revêt des difficultés considérables qui n'ont pu être complè-

tement résolues. Mais M. CARTWRIGHT montre que l'appareil donne des résultats très prometteurs, d'un évident intérêt pour l'étude de la genèse des lames, leur croissance, leur propagation, la liaison entre les mouvements des bâtiments et l'agitation marine, etc.

Les analyses de J. DARBYSHIRE, citées par l'auteur, sont extrêmement intéressantes et attirent l'attention sur les différences entre les vagues engendrées au large et celles engendrées sur la plateau continental. Au large les amplitudes sont plus grandes, les périodes plus courtes, donc les cambrures plus élevées que sur le plateau continental. Ces différences attribuées aux effets variés de la turbulence au large et près de la côte où les profondeurs sont de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde et aux effets des courants de marée, sont utiles à considérer au regard de l'interprétation du mécanisme des résistances passives proposé par M. MICHE. L'analyse de la direction des vagues susceptible d'éclairer le « filtre » angulaire de Pierson est un point essentiel et l'établissement de corrélations entre le spectre de l'agitation et le spectre des mouvements des bâtiments ne pourra que réjouir les spécialistes de la construction navale. Ils en remercieront M. CARTWRIGHT qui s'est particulièrement attaché à ce problème.

Les trois communications de MM. MAHÉ, GELCI et CAZALE, DIEULOT — dont la première et la troisième font état des préoccupations des ingénieurs — se rapportent à l'analyse statistique à plus ou moins grande période de mesures ou d'enregistrements *côtiers* de houle. Il est important d'insister, comme le fait M. MAHÉ, sur l'effet des petites profondeurs : la réfraction rapproche sensiblement la direction des crêtes de celle des lignes de niveau du fond, surtout pour les houles longues. L'éventail de 180° de toutes les houles du large, entre l'incidence rasante droite et l'incidence rasante gauche, n'est plus ouvert, par fonds de 15 mètres, à supposer partout les lignes de niveau parallèles, que de 60° environ pour les houles de 20 secondes, de 90° environ pour les houles de 10 secondes et le rétrécissement relatif de l'éventail est plus grand pour les incidences rasantes. Il en résulte que les coefficients de réfraction ne sont pas les mêmes pour les houles de diverses périodes provenant de la même direction du large et un enregistreur de houle posé sur le fond atténuera davantage, *au titre de la réfraction*, certaines composantes : *le spectre d'énergie enregistré ne sera pas le spectre réel du large* (voir à ce propos PIERSON : *The theory of the refraction of a short crested gaussian sea*

surface (Coastal Engineering, IIIrd Conference, pp. 86-108).

M. MAHÉ étudie les statistiques annuelles de l'*Institut Scientifique Chérifien*, observations visuelles (1928-1942) enregistrements à Aïn-Diab (depuis 1951). L'auteur examine ces observations au point de vue de « l'amplitude maximum moyenne » des houles, définie comme la moyenne arithmétique des amplitudes, calculée en ne retenant que la plus forte vague de chaque groupe de lames. D'après les estimations des spécialistes de l'*Institut Scientifique Chérifien*, cette amplitude maximum moyenne serait intermédiaire entre l'amplitude significative, moyenne des amplitudes du 1/3 supérieur des lames et l'amplitude moyenne du 1/10 supérieur des lames; on en déduit par la loi de répartition statistique de Rayleigh la liaison entre cette amplitude maximum moyenne et la moyenne quadratique des amplitudes et aussi l'écart type de ces amplitudes. Admettant alors que l'on peut généraliser cette correspondance à une très longue série de mesures, l'auteur en déduit la probabilité totale de lames d'amplitude maximum moyenne supérieure à une valeur donnée. L'auteur établit ensuite, à partir de la statistique des amplitudes maximales moyennes et en utilisant la loi de Rayleigh, la répartition statistique des amplitudes supérieures à une valeur donnée des lames à Casablanca (et non plus seulement des lames d'amplitude maximum moyenne donnée). Il montre que la répartition en cause aboutit à une loi empirique simple de forme exponentielle : l'auteur discute cette formule au point de vue des amplitudes maximales des houles susceptibles d'être rencontrées à Casablanca. Il présente aussi une analyse de la répartition statistique des périodes et cambrures de houle à Casablanca; la grande majorité des périodes est comprise entre 8 et 14 secondes; les valeurs les plus faibles se trouvent en été. La cambrure des houles par fonds de 20 mètres dépasse rarement 3 %.

Le rapport de MM. GELCI et CAZALE dont les intéressantes études dans le domaine de la prévision de la houle sont bien connues expose un aspect statistique de la répartition des amplitudes de la houle — au Maroc encore — en se plaçant non plus au point de vue des statistiques à longue période, comme M. MAHÉ, mais au point de vue de l'analyse d'une courte période d'observation. Au seuil d'un rapide exposé sur leur travail, il convient de dire que ces deux spécialistes occupent parmi les personnalités s'intéressant à la houle une place particulièrement enviable car ils sont actuellement les seuls

dans le réseau scientifique français à avoir à leur disposition à titre permanent un enregistreur de houle et un analyseur de fréquences, qu'ils emploient avec une excellente technique que l'on peut juger à la qualité des enregistrements.

Les auteurs de la note attirent l'attention sur la non-identité des histogrammes de répartition des diverses amplitudes obtenus à partir d'enregistrements successifs d'une vingtaine de minutes et, pour un cas, leur tendance vers une loi limite tant, du moins, que le régime de la houle reste stationnaire, c'est-à-dire que l'on peut négliger les variations systématiques lentes de l'agitation, les enregistrements étant pris au centre du train de houle. L'échelle du temps dans la conception de cette tendance vers une loi limite a une importance extrême : les auteurs la bornent à 1 ou 2 heures. Les histogrammes établis par MM. GELCI et CAZALE présentent une allure « anormale » au regard de la loi de Rayleigh, en ce sens que la courbe obtenue ne tend pas vers zéro pour les très faibles amplitudes. La multiplicité de celles-ci est, à vrai dire, assez curieuse.

La classification des histogrammes en types fondamentaux divers semble caractérisée par leur largeur relative; la difficulté concernant les amplitudes nulles demeure. Que la seule forme des histogrammes rende possible une classification est un point intéressant car celle que l'on peut fonder sur les spectres de fréquence nécessite un analyseur. Cependant la classification sur histogramme appelle, à notre sens, quelques réserves : on imagine mal que les deux spectres reproduits des 25 janvier 1954 à 21 heures et 26 janvier 1954 à 1 heure puissent appartenir à des types différents. On serait plutôt tenté — après analyse de fréquences — d'interpréter les histogrammes trouvés comme la superposition, plus ou moins bien assurée et décalée, de différents « trains normaux » au sens de M. MICHE.

Le rapport de M. DIEULOT se réfère à des enregistrements de longue durée, obtenus, ceux-là, dans la région des îles Chausey par l'*Electricité de France (Section d'Etudes pour l'Utilisation des Marées)*, dans le cadre des études relatives à l'usine marémotrice en projet dans cette région. Après avoir décrit l'appareillage utilisé — qui donne sans correction les amplitudes — et les difficultés auxquelles se heurte son emploi, l'auteur examine quelques critères caractéristiques des enregistrements obtenus qui sont l'objet de dépouillements extrêmement intéressants dont certains, effectués par M. MICHE, ont été cités dans son ouvrage.

A cette occasion M. DIEULOT fait diverses remarques au titre de la définition statistique de l'agitation, de la liaison entre divers caractères concourant à cette définition, enfin, au titre de la naissance et de la croissance de l'agitation sous l'effet du vent.

La pratique exige que l'on n'ait besoin que d'un très petit nombre de paramètres pour caractériser la houle enregistrée. La houle sinusoïdale ou trochoïdale à longues crêtes, caractérisée par sa période et son amplitude, était à cet égard idéalement simple. Malgré la complexité, apparemment déroutante, d'un enregistrement, les études effectuées ont montré que les amplitudes et les périodes de houle avaient des répartitions caractérisées par un nombre restreint de paramètres. Par exemple la loi de Rayleigh définit les amplitudes par un seul paramètre que l'on obtient assez facilement par des calculs faits, à partir des enregistrements, au moyen d'opérations simples mais qui doivent être effectuées avec le plus grand soin. L'auteur signale qu'en présence de lames de forte cambrure, il faut s'attendre à des écarts appréciables avec les théories statistiques qui impliquent le caractère linéaire du mouvement.

L'ensemble des 600 enregistrements obtenus de 1949 à 1952 a permis à l'auteur d'établir des courbes de fréquence des amplitudes moyennes aux Chausey; elles suivent, dans l'ensemble, la loi de Rayleigh valable en principe pour un enregistrement de courte durée seulement. Ainsi M. DIEULOT a été conduit, pour ses recherches, à suivre une voie tout à fait analogue à celle de M. MAHÉ : il est en effet assez tentant — sinon très justifié — de franchir ce pas entre les caractères statistiques de l'enregistrement de courte durée et ceux que peuvent mettre en évidence les enregistrements portant sur une très longue période. Présentant ensuite une statistique — plus étendue encore dans le temps — M. DIEULOT constate que la répartition des périodes suit une courbe de l'allure prévue par M. MICHE (courbe de Cauchy), mais une bosse de périodes au voisinage de 10 secondes fait penser à une pénétration de la houle atlantique. Notons que, plus au nord, dans l'anse de Vauville, la présence, sur une longue durée, d'une période de 11 secondes a déjà été signalée (A. LE FUR, *Détermination du gradient des plages par examen de la houle sur les photographies aériennes. Bulletin du C.O.E.C., II, 1950, p. 129.*)

M. DIEULOT a mis en évidence une étroite corrélation entre l'amplitude de la houle et la vitesse du vent local : c'est dire que l'agitation dans ce secteur est surtout attribuable à la « mer du vent ». L'auteur a été également amené à examiner ce qu'il appelle des problèmes de structure interne, liant l'amplitude et la

période moyenne. On conçoit qu'une relation — assez lâche — existe entre ces grandeurs en raison de la limitation à quelques centièmes de la cambrure, rapport du creux à la longueur d'onde, qui, elle, est liée directement à la période.

Quant aux problèmes généraux (génération, propagation) cités par l'auteur, il est évident que la documentation considérable accumulée aux Chausey, en ce qui concerne la houle comme en ce qui concerne les éléments météorologiques, est extrêmement précieuse et peut constituer une base intéressante pour l'étude de la constitution de la mer du vent. L'effet constaté de la variation très importante de la profondeur dans les divers états de marée et de courants de marée doit être rapproché des résultats de Darbyshire cités par D. E. CARTWRIGHT. On ne peut que se féliciter de l'existence de la riche documentation ainsi obtenue dans le cadre des projets d'usines marémotrices.

Les deux derniers rapports (MM. VALEMBOIS, GERMAIN et JAFFRY, puis M. F. M. ABECASIS) mettent, à deux titres très différents, l'accent sur le point de vue de l'Ingénieur.

La préoccupation des auteurs du premier rapport rejoint celle de M. DIEULOT touchant l'intérêt de définir l'agitation au moyen d'un minimum de paramètres, d'où l'avantage de la loi de Rayleigh qui s'accorde avec la réalité. Mais les dépouillements nécessaires peuvent être longs et les auteurs décrivent succinctement une méthode commode fondée sur un simple comptage et permettant de dégrossir rapidement la loi de répartition des *amplitudes sans avoir à les mesurer* : c'est d'un comptage que l'on déduit l'amplitude. Les auteurs signalent la difficulté, inhérente à tous les enregistrements de pression, du passage de la variation de pression au creux réel, qui implique une détermination de longueur d'onde. Dans la pratique, ils estiment que l'on peut prendre un coefficient d'amortissement unique moyennant « quelques précautions ».

La détermination des périodes est un problème jugé plus difficile, encore que si l'on suit M. MICHE, on peut également se fonder sur une loi de répartition statistique des périodes. Quoi qu'il en soit, l'annonce, faite dans le rapport, de la réalisation d'un appareil permettant une analyse rapide des périodes est intéressante et mériterait quelques détails. En attendant la mise au point de cet appareil, les auteurs citent des méthodes d'estimation des périodes, notamment par mesure directe sur un grand nombre de vagues. La possibilité de déterminer « dans la plupart des cas » deux ou trois périodes composantes privilégiées est à considérer. L'em-

ploi de l'enregistreur sélectif de J. VALEMBOIS paraît alors très utile pour la découverte de périodes privilégiées, soit au cours d'une tempête déterminée, soit au cours d'une longue période de temps. Pour ce dernier cas, la connaissance de ces périodes exclut la réalisation dans le port d'ouvrages ayant des périodes de résonance voisines des périodes de ces houles qu'on peut espérer atténuer par des bassins résonnants spéciaux.

Le souci légitime ou plutôt le besoin impératif de la mise au point d'appareillages permettant de dépouiller rapidement de nombreux enregistrements est donc à l'ordre du jour des travaux de bien des services : *Section d'Etudes pour l'Utilisation des Marées* (M. DIEULOT) et *Laboratoire National d'Hydraulique* (M. VALEMBOIS).

La communication de M. F. M. ABECASIS examine divers cas pratiques de la formation des flèches de sable sur la côte de l'Angola, où elles sont remarquables par leur ampleur et leurs caractères. Si les rapports précédents ont tous insisté sur la nature fluctuante de la plupart des caractéristiques réelles des houles, M. ABECASIS nous expose des cas d'édification de flèches littorales liées à une houle présentant des caractéristiques relativement régulières, notamment en ce qui concerne les directions, régularité dans laquelle intervient certainement la réfraction (cf. rapport de M. MAHÉ), mais aussi la répartition des vents provoquant cette houle. Celle-ci attaque obliquement la côte et toujours du même côté. La description des modifications des flèches faite par M. ABECASIS est particulièrement parlante et surtout celles, apparemment brutales, dont l'auteur montre le détail dans la région de Luanda : l'équilibre d'une côte ainsi attaquée obliquement et longée par un débit solide important est un phénomène instable, dans bien des cas, et il suffit d'un écart un peu prolongé des caractéristiques météorologiques par rapport à la normale pour que l'équilibre en cause soit rompu. On ne peut que rapprocher les exemples décrits par M. ABECASIS des études sur modèle exposées par MM. SAUVAGE DE SAINT-MARC et VINCENT (*Transport littoral, formation des flèches et des tombolos*, parues dans le volume de la V^e Conférence du *Coastal Engineering* à Grenoble en 1954, p. 296-327.)

Le rapport présenté par M. ABECASIS, ainsi que bien des rapports relatifs à la question d) (Effets nuisibles de la houle et de la marée) sont là pour nous rappeler que l'énergie mécanique de la houle offre d'autres aspects que ceux de

la formation, de la croissance, de la propagation, de la constitution et de la mesure du phénomène, sujets autour desquels s'est concentrée la très grande majorité des rapports présentés au titre de la question de l'énergie mécanique de la houle. On peut gager que, si la même « question » avait été posée il y a quelque cinq ans, l'ensemble des communications présentes aurait été axé sur des problèmes tels que : modification de la houle par petites profondeurs, réfraction, réflexion, déferlement, diffraction, courants, etc.

C'est un nouveau pas qui se franchit actuellement, dans un effort portant sur une meilleure compréhension de la nature et du comportement d'un mouvement dont la complexité paraît défier toute analyse. Les études faites dans divers pays — et qui se réclament des méthodes statistiques — aboutissent, malgré des voies d'attaque souvent très différentes et bien ardues en général, à des résultats qui, somme toute, sont très comparables sinon identiques, ce qui ne laisse pas d'être réconfortant.

Cet effort pour mieux saisir le phénomène, le mieux mesurer, le mieux caractériser au moyen du nombre minimum de paramètres, va naturellement réagir sur toutes les déductions et méthodes fondées sur la houle sinusoïdale simple. L'incidence de la complexité du mouvement réel sur la mesure de la houle par petits fonds, sur la réfraction, la prévision de l'agitation à la côte à partir de celle du large, la détermination des petites profondeurs d'après la houle, va nécessiter des révisions, à tout le moins des précautions, dans la mise en œuvre de méthodes entrées utilement dans la pratique courante des études maritimes et toutes fondées sur les propriétés de la houle sinusoïdale.

Ainsi, chaque jour, nos connaissances évoluent et, dès qu'une branche seulement fait quelque progrès, tout est à remettre sur le métier, au prix d'une complexité croissante qui assure une conformité toujours meilleure du schéma théorique à la réalité des faits.

LES ÉNERGIES DE LA MER

Compte rendu intégral des QUATRIÈMES JOURNÉES DE L'HYDRAULIQUE.
de la Société Hydrotechnique de France

DEUX VOLUMES, brochés..... 8 000 F

DISCUSSION

M. le Président remercie M. le Rapporteur général LACOMBE de son rapport et ouvre la discussion en demandant à M. MICHE de préciser si les lois statistiques auxquelles il arrive pour la houle, et qui sont applicables aux vagues pour les dénivellations, le sont également pour les amplitudes et pour les périodes.

M. MICHE précise d'abord que l'agitation de la mer due au vent et observée, par exemple, au point fixe, est constituée d'ondulations dont les amplitudes varient à une cadence plus ou moins rapide, les modifications étant très sensibles dans l'intervalle d'une minute pour les trains de vagues irréguliers, et pouvant exiger un assez grand nombre de minutes pour les houles très régulières. Dans tous les cas, on peut trouver par l'analyse théorique du phénomène que la dénivellation de la surface de la mer, par rapport au niveau de repos, suit très sensiblement une loi de Gauss dans le temps, quel que soit le type de l'agitation, étant entendu que, pour une houle dite régulière, il faut prendre en compte un temps suffisant. Des contrôles faits par M. MICHE en Méditerranée, il y a cinq ans, et d'autres rapportés dans la littérature américaine, ont montré que, dans certaines limites d'exactitude, les dénivellations étaient effectivement réparties selon la loi gaussienne, étant précisé toutefois que les très grandes dénivellations sont écartées par les déferlements.

Si l'on admet cette loi de base, il résulte du calcul des probabilités qu'on peut trouver, pour la distribution statistique des amplitudes et également des périodes, par exemple, des courbes en forme de cloche, mais non gaussiennes et différant, au surplus, l'une de l'autre.

Les lois correspondantes sont applicables aussi bien aux vagues irrégulières qu'aux houles dites régulières et les contrôles effectués, soit pour des houles naturelles (baie du Mont-Saint-Michel), soit pour des houles fluctuantes de laboratoire, ont donné, en général, des résultats satisfaisants ou, en tout cas, acceptables.

Pour les amplitudes, la loi représente le produit d'une loi de Gauss par l'amplitude. Cette loi est approchée, tout d'abord pour les très grandes amplitudes, écartées par les déferlements et, ensuite, parce qu'elle n'intègre pas toutes les petites ondes — ce qui correspond, d'ailleurs, aux règles pratiques de l'observation.

Pour les périodes, la loi a été obtenue en admettant, pour chaque ondulation, une forme sinusoïdale, dont les caractéristiques varient, en général, d'une onde à la suivante. Bien qu'approchée, cette hypothèse a une base théorique et répond, dans certaines limites d'exactitude, à l'observation.

M. MICHE signale ensuite, au sujet du rapport n° 5 de M. MAHÉ, que la courbe de probabilité totale $Q(a) = e^{-a/0.38}$ des vagues d'amplitude supérieure ou égale à $2a$, au cours d'une longue période, obtenue expérimentalement à Casablanca, peut être retrouvée théoriquement en admettant une série de trains d'ondes successifs, indépendants, dont les amplitudes répondent, pour chacun, à la loi de probabilité indiquée ci-dessus, soit :

$$q(a) = (a/\sigma^2) e^{-a^2/2\sigma^2}$$

et dont la répartition, dans le temps, des écarts-types correspondants σ , s'effectue selon une courbe de Gauss.

En somme, comme l'écart-type σ d'un train d'ondes est proportionnel à sa dénivellation moyenne, ceci revient à dire qu'on retrouve la loi empirique de M. MAHÉ en supposant que l'intensité de l'agitation correspondant à chaque train d'ondes suit les lois du hasard. Un calcul détaillé conduisant aux mêmes natures d'intégrales, mais établi sur des bases un peu différentes, est d'ailleurs indiqué par M. LHERMITTE dans le rapport n° 9, Question VII.

M. MICHE donne à M. BIESEL quelques explications sur cette question.

Au sujet du rapport de M. DIEULOT sur les enregistrements de houle au large de Chaussy à l'aide d'un sondeur à ultra-sons, M. MICHE rappelle que, pour une meilleure exploitation statistique d'enregistrements de houles, le procédé des chevauchements d'intervalles — sans inconvénient théorique — permet d'obtenir des diagrammes expérimentaux avec des fluctuations moindres. D'autre part, si les distributions d'amplitudes étendues sur de longues périodes résistent mal, en tant qu'adéquation, au test du χ^2 par exemple, il faut en chercher sans doute une des causes déterminantes dans la répartition gaussienne imparfaite de la dénivellation de la mer, qui sert de base à la statistique théorique des houles. Même pour de courtes durées correspondant à priori à des conditions plus homogènes, les distributions obtenues ne satisfont pas toujours à un test de cette nature.

M. DIEULOT précise que son essai d'adéquation au test du χ^2 se rapportait à la répartition non de toutes les amplitudes d'un même train de houle, mais des amplitudes caractéristiques de ce train de houle, c'est-à-dire des amplitudes moyennes ou des amplitudes maxima dans le courant de l'année. Il estime, d'autre part, qu'il y a possibilité de serrer de plus près la répartition statistique des lames, par l'adéquation des résultats expérimentaux à des courbes à plus d'un paramètre (courbes de Pearson ou de Halphen par exemple).

Puis, M. MICHE, abordant le rapport de MM. GELCI et CAZALE, remarque :

La présence, dans les histogrammes d'amplitudes résultant d'enregistrements, de fréquences non nulles pour des amplitudes très faibles, n'est pas inattendue. Elle est due à deux causes : l'une, accessoire et résultant des enregistrements par pression, qui amortissent sélectivement les ondes courtes et renforcent ainsi la partie des histogrammes correspondant aux faibles amplitudes ; l'autre, principale, et ressortant du fait que la courbe exacte de probabilité des amplitudes comporte un minimum non nul à l'origine, lorsqu'on prend en compte toutes les ondes, même les plus faibles. Cette circonstance fait qu'il y aurait intérêt, pour rendre comparables tous les résultats expérimentaux obtenus par des méthodes diverses, à standardiser la limite inférieure des ondes les plus petites à conserver ; on pourrait adopter, par exemple, 25 ou 33 % de l'amplitude des ondes les plus fréquentes.

M. DIEULOT remarque que, malgré la non-concordance de leurs hypothèses de base (relatives au spectre de fréquence de la houle), MM. MICHE et LONGUET-HIGGINS conduisent leurs études au même résultat : tandis que M. LONGUET-HIGGINS suppose un spectre de houle très

étroit, M. MICHE ne fait aucune hypothèse sur la largeur du spectre et admet seulement qu'il y a un grand nombre de fréquences linéairement indépendantes.

M. LONGUET-HIGGINS déclare que la répartition statistique des amplitudes d'une houle, dont a parlé M. LACOMBE, n'est valable théoriquement que lorsque le spectre d'énergie de la houle est très étroit en fréquences. D'autre part, une répartition tout à fait générale a été trouvée, il y a plusieurs années, par S.O. RICE (1). Elle concerne la répartition des hauteurs η des maxima (crêtes) d'une variable aléatoire au-dessus du niveau moyen, défini comme la moyenne d'un grand nombre d'enregistrements et supposé constant, plutôt que la différence $2a$ entre un maximum et le minimum qui le précède. Ainsi, lorsque le maximum est au-dessous du niveau moyen, η peut avoir une valeur négative, alors que a est toujours positif. RICE a trouvé la répartition de η pour un spectre arbitraire, quelque large qu'il soit. On peut montrer que la forme de la répartition, à part un facteur d'échelle, est définie par un seul paramètre, lequel dépend de la largeur du spectre. Lorsque la largeur est négligeable, on obtient la répartition de Rayleigh. D'autre part, lorsque le spectre est très large, on obtient une répartition gaussienne. Entre ces extrêmes, il y a une famille de répartitions telle que, plus la largeur du spectre est grande, plus grande aussi est la proportion des valeurs négatives de la répartition de η . M. LONGUET-HIGGINS et M. CARTWRIGHT ont comparé ces répartitions théoriques de M. RICE avec celles observées des hauteurs des maxima de la houle et aussi avec des vagues enregistrées en pleine mer. Chaque enregistrement a une longueur de 10 minutes et contient 200-300 crêtes. L'accord entre les répartitions théoriques et observées est très satisfaisant, comme le montre l'application du test du χ^2 (2).

M. LONGUET-HIGGINS fait projeter les courbes de M. RAYLEIGH, découvertes en 1880, puis les résultats d'études d'enregistrements de houle à bord d'un bateau, suivant le processus décrit par M. CARTWRIGHT dans son rapport (spectre large et spectre étroit), enfin des histogrammes d'amplitudes enregistrées.

M. BAUDELAIRE demande quelques éclaircissements sur la durée des tempêtes, la possibilité d'avoir des trains de houle en Méditerranée, la valeur des différents appareils manométriques immergés, des sondeurs inversés et des appareils utilisés à Ain-Diab, ainsi que l'emplacement de ces appareils par rapport aux ouvrages existants.

M. DIEULOT répond qu'il est difficile d'enregistrer la houle, pendant toute la durée d'une tempête, par suite de la fragilité des enregistreurs : à Chausey, la S.E.U.M. enregistre la houle deux fois par jour, pendant 20 minutes, et l'on peut, à partir de ce découpage du temps, avoir une idée de la durée de la tempête; mais il faudrait, avant tout, définir la tempête par des critères d'amplitude ou de période et établir une corrélation entre ces critères et la durée moyenne de la tempête, à partir d'enregistrements fréquents sur une assez longue période (un an).

D'autre part, un type d'appareil de mesure donné n'est pas, en général, universel et correspond à l'étude d'un problème particulier. Il existe un manomètre autonome, construit à Chatou, qui est muni d'un dispositif de déclenchement automatique, en cas de dépassement d'une certaine amplitude. D'où la nécessité de définir le problème (dimensionnement d'un ouvrage, ou étude statistique).

Il en est de même pour le mouillage : l'enregistreur peut être mouillé soit au large, si l'on désire avoir une idée générale de la houle devant le port, soit dans cer-

tains foyers de renforcement, si l'on veut connaître la houle la plus forte à cet endroit-là.

M. DIEULOT montre par un croquis le dispositif de Chausey : le sondeur à ultra-sons est placé sur un trépied posé sur le fond et maintenu en place au moyen d'un corps mort.

La détermination à priori du régime de la houle après une modification du site nécessite la connaissance antérieure du régime avant modification dans la zone considérée.

(La séance est levée à 18 h 45 et reprend le lendemain matin à 9 h 40.)

M. VANTROYS prend la parole : il pense que l'enregistrement de la variation du niveau de la surface libre — ou de la pression en un point — peut être réalisé par divers instruments dont on a discuté, et déterminer certains éléments de la houle, essentiellement son *amplitude* et sa *période*, ou (pour le cas général des houles complexes) la répartition des amplitudes et des périodes de ses composantes élémentaires.

Un autre élément important est la *direction de la propagation de la houle*. Pratiquement, on s'est très peu préoccupé de mesurer cette direction. La raison en est, sans doute, que cette mesure pose des problèmes compliqués et que, d'autre part, dans bien des cas, on a pu s'en passer : par suite des changements de directions dus à la topographie du fond, certains enregistrements ont lieu dans des zones où la direction est pratiquement invariable (c'est le cas général de la houle qui arrive normalement à la côte). Quand il n'en est pas ainsi, on a pu souvent compléter les enregistrements par une observation visuelle sommaire.

Mais il peut y avoir intérêt à enregistrer la direction de la houle. Par exemple, pour connaître la houle au large, ou au milieu d'une baie, et vérifier, en particulier, la corrélation qui lie cette direction à celle du vent.

Or, l'enregistrement synchrone précis de l'intensité de la houle (hauteur ou pression) en deux points voisins, définirait, pour une houle sinusoidale simple, l'inclinaison de la direction de sa propagation sur l'alignement des deux points. S'il s'agit de houles complexes (cas général), la méthode s'appliquerait à chaque composante élémentaire, après analyse de chacun des deux enregistrements : le procédé sera défini s'il n'y a pas deux composantes élémentaires de directions distinctes et de même période. Par deux points « voisins », il faut entendre deux points dont la distance est une fraction de la longueur d'onde (pour une distance supérieure à une longueur d'onde, il devient pratiquement impossible d'identifier le passage d'une même crête). Quant au mode d'enregistrement en chaque point, il devra être d'une netteté permettant une analyse valable. La mesure de la pression en un point et de la différence de pression entre ce point et le point voisin est la solution qui conviendra le mieux.

M. DIEULOT rappelle qu'à Chausey l'expérience de mesure de longueur d'onde de la houle à l'aide de deux enregistreurs similaires à ultra-sons en deux points voisins n'a pas permis de retrouver une crête déterminée, en raison, sans doute, de la trop grande distance des deux points (650 m), imposée, d'ailleurs, par la géographie du fond.

M. DIEULOT rappelle que la photogrammétrie aérienne serait certainement le meilleur procédé (clichés successifs). Toutefois, il est onéreux et ne se prête pas à des enregistrements continus.

M. LONGUET-HIGGINS intervient sur cette même question en précisant que l'on a développé plusieurs méthodes pour trouver la répartition d'énergie de la houle en fonction de sa direction de propagation ϕ . Par exemple,

(1) *Bell System Technical Journal*, n° 24, pp. 71-75, 1945.
(2) *Proceedings of the Royal Society, Series A*, t. 237, pp. 212-232, 1956.

M. N. F. BARBER (1) a employé deux, ou plusieurs, enregistreurs de houle, séparés par une distance inférieure à une demi-longueur d'onde. Avec ces deux enregistreurs, on peut obtenir certains coefficients harmoniques (par rapport à θ) de la répartition d'énergie $E(\theta)$ (ou d'une fonction connexe), c'est-à-dire les coefficients d'ordre zéro et un. Avec trois enregistreurs, on peut obtenir aussi les coefficients d'ordre 2 et 3, et ainsi de suite. On déduit la fonction $E(\theta)$ en faisant l'addition de la série de Fourier.

À l'Université de New-York, M. W. J. PIERSON et ses collègues, au moyen de la stéréophotographie aérienne, ont construit des cartes de la surface de la mer qui en montrent les courbes de niveau. À partir de ces cartes, on se propose de calculer le corrélogramme à deux dimensions de la surface et, de là, aussi, le spectre d'énergie.

Au National Institute of Oceanography, en ce moment, on met au point un altimètre à radar, porté par un avion, qui peut enregistrer la hauteur des vagues le long d'une ligne d'orientation constante. En faisant varier celle-ci et en analysant les propriétés statistiques des enregistrements correspondants, on peut obtenir, en principe, le spectre d'énergie de la houle à deux dimensions. La théorie de cette méthode sera prochainement publiée dans les *Philosophical Transactions of the Royal Society, Series A*.

M. VANTROYS pense que les mesures par avion sont, en général, très intéressantes, mais difficiles à concevoir pour un enregistrement continu en un point fixe. Pour lever certaines indéterminations, il suggère d'enregistrer en trois points non en ligne droite.

M. VALEMBOS remarque alors que les méthodes employées par les ingénieurs doivent être simples, car ils veulent des mesures nombreuses. Il leur faut donc déduire ces méthodes des résultats obtenus par les océanographes à partir d'observations ou de considérations théoriques souvent complexes. Par exemple, les recherches de M. LONGUET-HIGGINS et de M. MICHE sur les distributions sont très intéressantes pour les ingénieurs, parce qu'elles permettent de trouver des méthodes très simples de dépouillement des enregistrements. Par contre, il semble que les mesures en trois points ne seront jamais du domaine de l'ingénieur de même que les mesures par avion, mais elles permettront de trouver des résultats concernant les directions et la répartition de l'énergie de la houle, résultats qui aideront les ingénieurs à imaginer des procédés plus simples.

M. VANTROYS intervient pour faire remarquer qu'il n'est pas impossible qu'il y ait dans les ports une arrivée de houle de deux directions différentes. Par conséquent, si un ouvrage est calculé pour résister à une houle arrivant d'une certaine direction, il peut se trouver dans une position insuffisante, s'il vient des houles de deux directions, susceptibles d'interférer.

M. LACOMBE signale un appareil simple d'enregistrement de direction de houle, construit par le Beach Erosion Board (U.S.A.) et constitué par une palette qui s'oriente, plus ou moins bien, suivant la direction des particules et leur vitesse.

M. LACOMBE ajoute que, sur les photographies à contre-jour du niveau de la mer, la répartition des taches blanches peut renseigner aussi sur la direction de la houle.

Pour M. MICHE, la direction d'une houle (en général, fluctuante) étant celle des trajectoires à peu près circulaires des particules liquides près de la surface, il serait tentant de disposer, dans les couches supérieures de

l'eau, une palette du genre de celle utilisée par le Beach Erosion Board et mentionnée par M. LACOMBE, permettant des enregistrements continus de direction.

M. DIEULOT fait remarquer que, dans le cas de la baie du Mont-Saint-Michel, des courants variables et très forts perturberaient beaucoup ce genre de mesures. Il devrait, cependant, rester applicable pour des sites ordinaires (mer ouverte, marée peu importante), à condition d'utiliser des appareils assez robustes. Il fait mention de l'appareil type boule pendulaire, essayé à Saint-Malo par le S.E.U.M. pour la mise en évidence de la « turbulence » lente des courants marins. Il rappelle les essais faits aux U.S.A. avec deux ou trois enregistreurs, type Mark, sur la détermination de la longueur d'onde de la houle, ainsi qu'une vingtaine d'enregistrements de 13 h de courants marins sur une verticale (moulinets distants d'environ 5 m), à bord du *Diplodocus* en plein milieu de la baie du Mont-Saint-Michel, et il fait des réserves sur l'interprétation de telles mesures : il n'y a aucune fidélité dans la relation entre courants du fond et courants de surface.

M. DIEULOT demande à M. LARRAS s'il n'a pas obtenu de meilleurs résultats avec sa nouvelle méthode (non encore publiée) d'ajustement des observations de houle à des courbes de Pearson III, que les rapporteurs de la Question I n'en ont obtenu avec des courbes à un seul paramètre.

M. LARRAS répond que les courbes de Pearson III à deux paramètres lui ont toujours donné de meilleurs résultats que les courbes à un seul paramètre utilisées jusqu'ici (et notamment que les courbes exponentielles avec leurs points physiquement irréalisables à l'infini). Mais il n'a pas encore eu le temps d'appliquer sa nouvelle méthode aux données, jusqu'alors inédites, publiées dans les rapports remis ces jours-ci aux congressistes.

M. DIEULOT fait remarquer qu'une courbe de Pearson III représente et les fréquences statistiques d'une variable aléatoire quelconque et les fréquences statistiques, soit des valeurs moyennes, soit des valeurs maxima d'échantillons de cette variable aléatoire. D'après des études faites au S.E.U.M., il semble que les courbes de répartition des amplitudes de houle au sein d'un même train soient de mêmes formes que les courbes de répartition des valeurs moyennes et maxima au cours d'une année, ce qui appuierait l'idée de M. LARRAS.

M. CARTWRIGHT prend la parole, afin de donner quelques détails supplémentaires sur son rapport ; les travaux statistiques qu'il mentionne à la fin incluraient une étude sur la répartition d'amplitude selon Rice. La direction d'une houle en pleine mer peut être déterminée avec précision par l'analyse de l'effet Doppler-Fizeau, étant donné que le spectre d'énergie à deux dimensions est assez étroit par rapport aux directions, même s'il contient une large bande de fréquences. En étudiant mathématiquement cette analyse, il semble qu'il soit possible de résoudre ce spectre d'énergie d'une forme générale, mais pratiquement on ne réussit pas. La difficulté est que les douze enregistrements sont assez courts par nécessité et qu'ainsi la décomposition en série de Fourier de chaque enregistrement n'est pas une très bonne estimation du véritable spectre des vagues par rapport au bateau.

M. DARBYSIRE a trouvé des relations empiriques entre les vagues et le vent. La différence entre les lois qui gouvernent les cambrures au large et sur le plateau continental est la suivante : l'amplitude moyenne des vagues est proportionnelle à u^2 et $u^{3/2}$ dans les deux cas où u est la vitesse du vent calculée à partir des gradients de pression mesurée sur les cartes météorologiques. Les périodes moyennes sont proportionnelles à $u^{1/2}$ et u et les deux paires de courbes se croisent à 45 nœuds approximativement. De ces relations, on peut déduire

(1) *Nature*, n° 174, pp. 1048-1050, 1954.

(avec plus ou moins de précision) une cambrure moyenne proportionnelle à $u, u^{-1/2}$. Ces dernières relations, quoique empiriques et résultant de mesures assez mal réparties, sont tout à fait différentes de forme, et on peut prévoir que les relations entre les vagues et le vent dans des endroits où les conditions — profondeur, turbulence et courants — sont différentes, sont elles-mêmes différentes. Les courants de marées augmenteront les cambrures quand ils seront opposés à la direction des vagues et elles perdront de l'énergie par déferlement. La turbulence sera plus importante dans l'eau peu profonde et augmentera l'amortissement des ondes courtes et la période moyenne sera augmentée.

M. DIEULOT mentionne l'observation, à Chausey, de relations expérimentales entre la vitesse moyenne du vent à Granville et à Cancale et l'amplitude de la houle à Chausey. Les courbes de corrélation obtenues par un fond de 20 mètres ont une courbure beaucoup plus forte que celles obtenues par un fond à 5 mètres.

M. VIGUÉ demande comment est définie la vitesse moyenne du vent. Le caractère très fluctuant du vent, au moins dans nos régions, fait que cette notion n'a guère de sens ainsi qu'on peut le constater sur les enregistrements graphiques.

Faut-il en définitive prendre la moyenne sur 10 m, sur 1 heure, etc.?

Un pas serait fait en matière de prévisions de houle si nous connaissions de manière précise les caractéristiques du vent qu'il convient de rapprocher des caractéristiques de la houle.

M. DIEULOT donne des détails sur la mesure des vitesses du vent dans les sémaphores : les vitesses mesurées par les sémaphoristes au moyen d'anémomètres à main sont des vitesses instantanées exactes à 2 ou 3 m/s près, tandis que les mesures continues des anémomètres enregistreurs révèlent des sautes de vent de 20 à 30 nœuds et dont la durée est de l'ordre de la demi-heure. M. DIEULOT mentionne l'existence d'une relation « Code Marine Nationale-Amplitude de la houle », établie par corrélation entre les enregistrements à Chausey et les observations de l'« Etat de la mer » des sémaphores du Roc et du Grouin.

M. le Président remercie M. VIGUÉ et remarque qu'il y a peut-être un perfectionnement à apporter à ces définitions. Il passe la parole à M. LONGUET-HIGGINS qui développe son point de vue sur la question comme suit :

« Dans sa communication, M. DIEULOT a cité une formule donnant la répartition statistique des périodes des ondes, indiquée dans l'œuvre récente de M. MICHE (1). Celui-ci a constaté que pourvu que les ondes soient presque sinusoïdales, cette répartition est fournie par :

$$Q_{11}(X) = \frac{2\lambda}{\pi} \frac{fX}{(X^2 - 1)^2 + f^2} \quad (1)$$

où $X = T/T_1$ désigne le rapport de la période $2T$ à la période moyenne $2T_1$, et f, λ sont des paramètres définis dans le texte. Cependant, la répartition des périodes fut étudiée aussi par S. O. RICE (2) d'une manière différente, mais en utilisant une approximation équivalente, c'est-à-dire en supposant que le spectre des ondes est étroit en fréquence. M. RICE a trouvé (*loc. cit.*, p. 63) que la

probabilité que l'intervalle entre deux zéros consécutifs de la fonction $\eta(t)$ tombe entre τ et $\tau + d\tau$ est

$$\frac{1}{2} \frac{ad\tau}{[1 + a^2(\tau - \tau_1)^2]^{3/2}}, \quad (2)$$

où $2\tau_1$ désigne la période moyenne ($= 2T_1$) et a est un autre paramètre; on démontrera ci-dessous que $(a\tau_1)^{-1} = f/2$. Les deux formules (1) et (2) ne peuvent être ramenées l'une à l'autre.

La cause de cette différence, semble-t-il, est due non à la méthode d'approximation de M. MICHE mais à un défaut d'appréciation dans son application de la théorie de probabilité.

En effet, M. MICHE a constaté — et à juste titre — (p. 358 de l'ouvrage cité) que :

$$(2T)^2 = -4\pi^2 \frac{\eta'}{\eta'''} \quad (A)$$

à peu près. Puis cet auteur évalue la répartition de η'/η''' par rapport à t , c'est-à-dire la répartition de η'/η''' aux instants t distribués au hasard, sur l'axe horizontal de la courbe $\eta(t)$, avec une densité uniforme de probabilité. Mais, par définition, les périodes $2T$ ne sont pas observées de cette façon, mais seulement pour certains points spéciaux de la courbe, par exemple aux crêtes ou aux points nuls de η . Il est vrai que la répartition de η' et η''' ne dépend pas de la répartition de η et $Q_{11}(X)$ est aussi la répartition relative à des observations distribuées au hasard dans les intervalles horizontaux pour lesquels $0 < \eta < d\eta$ ($d\eta$ supposé petit). Mais au voisinage d'un zéro, la courbe $\eta(t)$ reste d'autant plus longtemps dans l'intervalle vertical $0 < \eta < d\eta$ que la pente $|\eta'|$ est plus petite. Par conséquent, chaque observation de T ne contribue pas également (comme cela devrait) à la répartition $Q_{11}(X)$, mais sa contribution est inversement proportionnelle à la pente locale $|\eta'|$.

Comment donc retrouver la vraie répartition de T ? Soit $p(\eta', \eta''')$ la répartition ordinaire de (η', η''') , c'est-à-dire que $p(\eta', \eta''') d\eta' d\eta'''$ désigne la probabilité que η', η''' soient, en même temps, dans les intervalles verticaux $(\eta', \eta' + d\eta')$, $(\eta''', \eta''' + d\eta''')$; et soit $p(\eta', \eta''')_{\eta_0}$ la répartition de (η', η''') aux instants où $\eta = \eta_0$. D'après le raisonnement précédent $p(\eta', \eta''')$ est proportionnel à $|\eta'|^{-1} p(\eta', \eta''')_{\eta_0}$ et $p(\eta', \eta''')_{\eta_0}$ est proportionnel à $|\eta'| p(\eta', \eta''')$.

Or, avec la notation de M. MICHE :

$$p(\eta', \eta''') = C_1 e^{-(\sigma_1^2 \eta'^2 + 2\sigma_2^2 \eta' \eta''' + \sigma_3^2 \eta'''^2)/2\delta^2}$$

où $C_1, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ sont des constantes et :

$$\delta^2 = \sigma_1^2 \sigma_3^2 - \sigma_2^2 = \sigma_1^2 \sigma_3^2 (1 - r^2) = \sigma_2^4 f^2$$

Ainsi :

$$p(\eta', \eta''')_{\eta_0} = C_2 |\eta'| e^{-(\sigma_1^2 \eta'^2 + 2\sigma_2^2 \eta' \eta''' + \sigma_1^2 \eta)} \quad (3)$$

où C_2 est une autre constante. Si on fait maintenant la substitution :

$$\frac{\eta'''}{\eta'} = x, \quad \eta' = y, \quad \left| \frac{\partial(\eta', \eta''')}{\partial(x, y)} \right| = |y|$$

on trouve que :

$$p(x, y)_{\eta_0} = C_3 y^2 e^{-y^2(\sigma_3^2 + 2\sigma_2^2 x + \sigma_1^2 x^2)/2\delta^2}$$

et en éliminant y par intégration entre les limites $\pm \infty$ on obtient :

(1) Propriétés des Trains d'Ondes océaniques et de laboratoire, pp. 362-363.

(2) Bell System Technical Journal, t. 24, pp. 46-156 (1948).

$$p(x)_{\eta_0} = C_4 \frac{1}{(\sigma_3^2 + 2\sigma_2^2 x + \sigma_1^2 x^2)^{3/2}}$$

Puisque :

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1$$

on a :

$$C_4 = \frac{\delta^2}{2\sigma_1}$$

En introduisant la variable :

$$X = \frac{T}{T_1} = \frac{\sigma_3}{\sigma_2} \left(-\frac{\eta'}{\eta'''} \right)^{1/2} = \frac{\sigma_3}{\sigma_2} \left(-\frac{1}{x} \right)^{1/2}$$

de sorte que :

$$x = -\frac{\sigma_3^2}{\sigma_2^2} \frac{1}{X^2}$$

on trouve enfin :

$$p(X)_{\eta_0} = \frac{|r| f^2 X^3}{[(X^2 - 1)^2 + f^2]^{3/2}}$$

Comme le spectre de η est supposé étroit, cette expression est d'accord avec celle de S.O. Rice. Car on a $\sigma_1^2 \sigma_3^2 = \sigma_2^4$, $r = 1$, $f \ll 1$, $X \doteq 1$ et ainsi :

$$p(X)_{\eta_0} = \frac{f^2}{[4(X-1)^2 + f^2]^{3/2}} = \frac{1}{2} \frac{(f/2)^2}{[(X-1)^2 + (f/2)^2]^{3/2}} \quad (4)$$

D'autre part, selon (2), la densité de τ/τ_1 est donnée par :

$$p(\tau/\tau_1) = \frac{(a\tau_1)^{-2}}{[(\tau/\tau_1 - 1)^2 + (a\tau_1)^{-2}]^{3/2}} \quad (5)$$

qui est la même que (4) pourvu que :

$$f/2 = (a\tau_1)^{-1}. \quad (6)$$

La relation (6) peut se déduire des définitions de f et de a de l'œuvre de M. MICHE :

$$f^2 = \frac{\sigma_1^2 \sigma_3^2 - \sigma_2^4}{\sigma_2^4} \quad (7)$$

où (p. 344) :

$$\sigma_N^2 = \frac{1}{2} \sum_n n^{2N} A_n^2 \quad (8)$$

(Les A_n sont les amplitudes des ondes composantes du spectre de η)

D'autre part, avec la notation de M. RICE (p. 63), on a :

$$a^2 = -\frac{\eta_0 \beta^2}{(\eta_0'' + \eta_0 \beta^2) \tau_1^2}$$

où β est la fréquence moyenne du spectre. Avec la notation de M. MICHE on aura :

$$\eta_0 = \sigma_0^2, \quad \eta_0'' = -\sigma_1^2, \quad \beta = \frac{\sigma_{1/2}^2}{\sigma_0^2}$$

et ainsi :

$$(a\tau_1)^{-2} = \frac{\sigma_0^2 \sigma_1^2 - \sigma_{1/2}^4}{\sigma_{1/2}^4} \quad (9)$$

Mais de l'équation (8) on déduit :

$$\sigma_1^2 \sigma_3^2 - \sigma_2^4 = 1/4 \sum_n \sum_{n'} (n^2 n'^2 - n^2) A_n^2 A_{n'}^2.$$

En échangeant les indices n et n' et en ajoutant les équations, on trouve :

$$\begin{aligned} 2(\sigma_1^2 \sigma_3^2 - \sigma_2^4) &= 1/4 \sum_n \sum_{n'} n^2 n'^2 (n^2 - n'^2)^2 A_n^2 A_{n'}^2 \\ &= 1/4 \sum_n \sum_{n'} n^2 n'^2 (n + n')^2 (n - n')^2 A_n^2 A_{n'}^2 \end{aligned}$$

Tout pareillement :

$$2(\sigma_0^2 \sigma_1^2 - \sigma_{1/2}^4) = 1/4 \sum_n \sum_{n'} (n - n')^2 A_n^2 A_{n'}^2.$$

Comme le spectre est étroit, n, n' ne sont appréciables que si n et n' sont près de la fréquence moyenne β . Ainsi le facteur $n^2 n'^2 (n + n')^2$ est presque constant et égal à $4\beta^6$ pendant la sommation de l'équation (8). Par conséquent :

$$\sigma_1^2 \sigma_3^2 - \sigma_2^4 = 4\beta^6 (\sigma_0^2 \sigma_1^2 - \sigma_{1/2}^4)$$

Pour la même raison :

$$\sigma_2^4 = \beta^6 \sigma_{1/2}^4.$$

Ainsi, de (7) et (9) on déduit :

$$f^2 = 4(a\tau_1)^{-2},$$

ce qui est équivalent à (6).

Ainsi on a démontré la formule (4) équivalente à l'expression (2) donnée par RICE. Puisque le spectre est supposé étroit, ce qui est équivalent à supposer que les ondes sont presque sinusoïdales, cette formule n'est qu'approximative. Mais on peut démontrer que la formule (2), ainsi que la formule prochaine (A), est valable lorsque $f \ll 1$ et $(X-1)$ de l'ordre de f , c'est-à-dire pour $a(\tau-\tau_1)$ de l'ordre de l'unité. Ainsi les courbes (2) et (4) contiennent, dans leur région de validité, la *plupart* des valeurs de τ .

De l'autre part, les deux formules (1) et (2) ne pourraient être ramenées l'une à l'autre que lorsque $a(\tau-\tau_1) \ll 1$, c'est-à-dire dans une région insignifiante des courbes.

Au National Institute of Oceanography nous avons mesuré des enregistrements de houles ayant des spectres étroits, et nous avons trouvé que les périodes sont d'accord avec la formule (2) de RICE. Nous espérons que ces résultats seront publiés prochainement. »

M. MICHE fait, au sujet de la communication précédente, les commentaires ci-après :

M. LONGUET-HIGGINS vient de signaler la possibilité d'obtenir, pour la courbe de distribution statistique des périodes d'une houle naturelle, une relation différente de celle indiquée dans l'ouvrage cité sur les trains d'ondes océaniques, p. 363, et plus proche d'une autre formule donnée antérieurement par M. RICE.

Ces calculs sont réputés valoir uniquement dans l'hypothèse d'un spectre étroit de fréquences des ondes élémentaires composantes, c'est-à-dire pour des périodes peu fluctuantes et, dans ce domaine limité, les formules en cause diffèrent peu. Toutefois, ceci ne saurait restreindre l'intérêt de cette contribution à l'étude d'une question complexe et non entièrement résolue. En effet, même pour des houles peu fluctuantes et un intervalle étroit encadrant la période moyenne du mouvement, on ne connaît — semble-t-il aujourd'hui — aucune loi rigoureuse de distribution des périodes.

Or, il faut bien constater que les houles naturelles sont, en général, assez fluctuantes et, si l'on veut aborder le problème réel, il paraît nécessaire, même au détriment d'une rigueur qu'on ne peut déjà obtenir pour des conditions trop restrictives, de partir d'une hypothèse susceptible de couvrir tous les cas.

La formule $Q_{II}(X)$ indiquée dans l'ouvrage cité (formule 1 de l'exposé de M. LONGUET-HIGGINS) a été établie dans cet esprit et n'est pas limitée, *a priori*, comme paraît le supposer cet auteur, à un spectre de fréquences étroit. Elle est basée sur l'hypothèse simple, apparemment fructueuse, car applicable à une série de courbes de probabilités, d'une agitation de la mer constituée, entre chaque crête et creux consécutifs, de demi-ondes de forme *sinusoïdale*, de caractéristiques en général différentes et se succédant l'une l'autre. Cette hypothèse, motivée par les développements asymptotiques de la dénivellation qui font ressortir, en première approximation, des ondes de cette nature, conduisant à des calculs simples et, au surplus, en accord acceptable avec l'observation, même pour des houles très fluctuantes, est cependant *approchée*, ainsi qu'il l'a été signalé dans l'ouvrage en question; elle est évidemment perfectible, mais l'écueil sur lequel on bute très vite est la complexité des calculs. L'exposé de M. LONGUET-HIGGINS montre déjà la nécessité de certains développements, si l'on cherche, même avec des hypothèses restrictives, à serrer la réalité de plus près. Ceci confirme l'intérêt d'un moyen d'approche simple et d'un caractère général, pourvu que l'expérience en montre l'efficacité. Or, dans le cas des distributions de périodes, par exemple, les contrôles effectués avec la formule (1), même pour des houles fortement fluctuantes, se sont révélés parmi les plus significatifs.

Ceci exposé, la communication de M. LONGUET-HIGGINS appelle quelques remarques :

a) Comme on part, pour établir la formule (1), de l'hypothèse d'ondes *sinusoïdales*, il n'y a pas défaut d'appréciation dans l'application du calcul des probabilités. En effet, dans ce cas, la relation de base (p. 358 de l'ouvrage cité) :

$$2T^2 = -4\pi^2 \frac{\eta'}{\eta'''} \quad (A)$$

$2T$ étant la période, η la dénivellation, est *rigoureuse*, dans les limites de l'hypothèse faite, et inconditionnelle, c'est-à-dire indépendante des valeurs de η pour chaque demi-ondulation. Elle n'est nullement limitée au temps correspondant à la valeur particulière $\eta = 0$ ou à une autre, et fixe notamment la demi-période T relative à la demi-onde considérée, cette demi-période étant, par exemple et comme d'habitude, mesurée par le temps écoulé entre le passage d'un creux et d'une crête consécutifs. Dans ces conditions, l'introduction de conditions annexes faisant intervenir les liens de nature aléatoire existant entre η et ses dérivées n'a plus de raison d'être. Bien entendu, comme l'hypothèse de base est *approchée*, on peut essayer de l'améliorer en introduisant ces liaisons, comme l'a fait M. LONGUET-HIGGINS.

En résumé, si les ondes sont admises *sinusoïdales*, on n'a pas le droit d'ajouter à la relation (A), qui détermine entièrement le problème, des relations annexes. Si, par contre, on admet cette relation ajustée sur une valeur déterminée de η , ce qui paraît être l'hypothèse de M. LONGUET-HIGGINS, on a non seulement le droit, mais l'obligation de la compléter en tenant compte des liens aléatoires entre η et ses dérivées. Ni l'une ni l'autre des deux méthodes n'est en désaccord avec les principes du calcul des probabilités, et ni l'une ni l'autre n'est rigoureuse, car la relation (A) dont on part ne l'est pas en réalité.

Ceci étant, et pour des ondes réputées *sinusoïdales*, le carré de la période apparaît, à l'exclusion de toute autre

condition, comme le quotient de deux variables aléatoires, en corrélation, et répondent à la loi normale des écarts selon les propriétés générales de la dénivellation et de ses dérivées. Il en résulte que sa loi de distribution est celle de CAUCHY, d'où l'on déduit *immédiatement*, pour les périodes, la formule (1).

b) La loi de distribution des périodes indiquées par M. Rice (formule 2) et celle donnée par M. LONGUET-HIGGINS se ramènent sensiblement à celle ressortant de la formule (1) si, comme l'admettent aussi ces auteurs, on limite le domaine d'application à une variation assez faible de X à partir de l'unité, ou de τ à partir de τ_1 , τ étant la période, τ_1 une période moyenne et τ/τ_1 pouvant être assimilé à X . Pour s'en assurer, il suffit de développer la puissance $3/2$ figurant au dénominateur de la formule (2), en se bornant au domaine de variation pour lequel il est suffisant de conserver uniquement le premier terme du développement faisant suite à l'unité et proportionnel à $(\tau - \tau_1)^2$.

Toutefois, les formules, tout en étant alors de forme mathématique équivalente, ne sont pas strictement les mêmes, car l'identification des constantes a et f conduit, pour $Q_{II}(X)$, à la relation suivante :

$$f/2 = \sqrt{2/3} (a \tau_1)^{-1} \quad (B)$$

en lieu et place de (6), étant noté que $f < 1$.

En tenant compte ou non de cette dernière condition, des exemples concrets montrent alors que les domaines de X à l'intérieur desquels les formules (1) et (2) sont comparables, sont loin d'être négligeables.

c) Les calculs de M. LONGUET-HIGGINS étant basés sur la relation (A), la formule complète $p(X)_{\eta_0}$ précédant immédiatement, dans l'exposé de cet auteur, la formule simplifiée (4) à laquelle il aboutit, devrait, semble-t-il, être utilisable même si X diffère passablement de l'unité et si le spectre est large. En effet, jusqu'à ce point du raisonnement de l'auteur, ces dernières restrictions ne s'imposent pas si, en s'appuyant sur l'observation, on admet la formule (A) toujours valable (dans ces conditions, toutefois, la constante f n'aurait plus la valeur théorique donnée par (6)). Il serait intéressant de contrôler expérimentalement, pour des houles assez fluctuantes comme elles le sont ordinairement, les résultats donnés par les deux formules : $p(X)_{\eta_0}$ sous sa forme complète d'une part, $Q_{II}(X)$ de l'autre.

On notera qu'elles tendent toutes deux vers zéro comme X^{-3} , si X est assez grand.

Toutefois, si l'on envisage des valeurs X nettement différentes de l'unité, il se présenterait la difficulté suivante : on a signalé (p. 360 de l'ouvrage cité, remarque) la possibilité de remplacer la relation (A) par une autre, d'une approximation en général équivalente,

$$(2T)^2 = -4\pi^2 \frac{\eta}{\eta''} \quad (A')$$

Dans ce cas, si les ondes sont admises *sinusoïdales*, la loi de distribution des périodes conserve la forme (1), le nouveau paramètre f différant très peu du précédent.

Par contre si, dans ces conditions, on adopte le mode de raisonnement de M. LONGUET-HIGGINS (il faut alors ajuster les densités de probabilité non sur une valeur η_0 de la dénivellation, mais sur une valeur η'_0 de sa dérivée pour que le procédé de calcul puisse être directement transposé), on obtient une loi de distribution des périodes $p(X)_{\eta'_0}$ analogue, mais non identique à la première. Le dénominateur conserve la même forme, tandis qu'au numérateur apparaît le terme $f^2 X$ et non plus un terme en X^3 . Les deux formules se ramènent sensiblement l'une à l'autre dans le domaine $X \approx 1$ encadrant la période moyenne; par contre, si X est assez grand, disons

égal à 2, ce qui correspond encore à des périodes observables, la nouvelle formule conduirait à une densité de probabilité beaucoup plus faible, car elle tend vers zéro comme X^{-5} , lorsque X croît suffisamment. On peut alors se demander laquelle des deux formules $p(X)$ devrait être utilisée, car on ne voit pas, *a priori*, de raison déterminante de préférer l'une à l'autre.

Les considérations précédentes n'enlèvent rien aux études inaugurées par M. LONGUET-HIGGINS; elles montrent cependant que, si l'on entend faire progresser, au point de vue strictement théorique, le problème de la distribution des périodes des houles fluctuantes hors d'un domaine étroit encadrant la période moyenne, de nombreuses recherches restent à entreprendre.

M. VALEMBOIS signale qu'il est intéressant, lorsqu'on ne peut pas disposer de mesures de houles très continues, et pendant très longtemps, d'étalonner les observations faites en un lieu. A partir d'observations faites à Bayonne pendant sept ans, on a établi une corrélation entre les observations qui sont données sous la forme d'un nombre caractérisant la force de la houle et les

mesures. La dispersion observée est de l'ordre de $\pm$ ou -10 à 15% , mais la précision est suffisante.

M. LARRAS fait remarquer que cet étalonnage ne vaut que pour la hauteur même pour laquelle il est fait. Ayant voulu faire le même travail sur des résultats d'observations du port de Gênes, qui portaient sur quinze à dix-huit ans, il s'est aperçu que la corrélation convenait dans une marge de 1 ou 2 mètres de hauteur, mais si on admettait que le coefficient de corrélation fût constant, on avait un résultat qui donnait, tous les hivers, des houles de 14 mètres de creux dans le port de Gênes, ce qui est impossible. On ne peut pas extrapoler immédiatement de 1 mois à 7 ans, il faut le faire seulement de quelques années à quelques dizaines d'années.

M. VALEMBOIS répond à M. LARRAS qu'à Bayonne on a eu la chance d'avoir, en 1 mois, pratiquement toute la gamme des houles intéressantes.

La séance est levée à 10 h. 25.

LES ÉNERGIES DE LA MER

Compte rendu intégral des QUATRIÈMES JOURNÉES DE L'HYDRAULIQUE.
de la Société Hydrotechnique de France

DEUX VOLUMES, brochés..... 8 000 F