MISCELLANÉES

MISCELLANY

AVEC LA COLLABORATION DU PROFESSEUR CYPRIEN LEBORGNE

Mes chers amis,

Si certains d'entre vous pensent parfois que j'ai de quoi me faire du tracas au sujet des Miscellanées — un certain nombre de problèmes restés sans réponse pourrait le motiver — je suis quant à moi tout à fait optimiste. On me parle « miscellanées », on m'écrit « miscellanées », on répond aux « miscellanées », on me soumet des « miscellanées »! Et, attention! « on » est pris ici avec son sens du petit Larousse illustré : « pronom indéfini désignant d'une manière vague une ou plusieurs personnes, pouvant représenter le masculin, le féminin ou le pluriel ».

J'ai donc le plaisir aujourd'hui d'exciter votre sagacité sur une colle proposée par Onésime de la Gargoulette, vieux lecteur (qu'il dit!), mais à coup sûr « virginal » correspondant. Le poète a pu dire : « O temps, suspends ton vol... »; le vol ne s'en poursuit pas moins, et le temps rythme toujours implacablement l'écoulement turbulent ou non de nos vies et des fluides. Serions-nous pourtant sur le point de nous en libérer, ou tout au moins de nous dispenser de le mesurer pour démontrer certaines des lois que nous appliquons journellement? C'est du moins ce que semble penser l'ancien professeur de physique de notre correspondant.

Cela vaut bien la peine de recourir à la presse hydraulique à matière grise.

J'ai confiance en vous et je m'imagine déjà présentant un mémoire, en notre nom à tous, à l'Académie des Sciences, et débutant par une phrase qui deviendra historique : « Le temps est escamoté, messieurs, vive le temps! ».

J'ai encore le plaisir de vous transmettre aujourd'hui une réponse au problème des Mesures (1), réponse donnant une théorie générale du problème des transvasements (2). Que notre cher correspondant Hydrophile Dupichet en soit ici remercié. Saint-Cyprien-sur-Gartempe ne démérite pas et reste toujours un des Hauts-Lieux de l'Hydraulique!

Nul, plus que moi, ne souhaite qu'il y ait de par le monde beaucoup de Saint-Cyprien-sur-Gartempe.

C. L.

O TEMPS, SUSPENDS TON VOL...

(Problème n° 82)

A Monsieur le Professeur CYPRIEN LEBORGNE.

Monsieur et cher Professeur,

Je bénis l'ami, appartenant à une grande Administration avec qui j'avais rendez-vous l'autre jour et qui, par suite de ne je sais quel imprévu, n'a pu me recevoir à l'heure convenue. Ceci m'a valu de passer une demi-heure dans la salle d'attente de son service, salle d'attente très confortable, abondamment munie de revues et notamment de numéros de *la Houille Blanche*. Pour tout vous dire, je connaissais fort bien *la Houille Blanche,* mais je n'avais jamais « dégusté » comme elle le mérite votre rubrique des Miscel-

(1) Cf. n° 3/1957 de *la Houille Blanche*.

(2) NOTE DE LA RÉDACTION. — Au moment de mettre sous presse, nous recevons une réponse, générale également, de M. Jean Goutail, Directeur général des Mines et de l'Industrie, Ministère du Développement, Bagdad (Iraq).

Elle paraîtra dans notre prochain numéro et, par la précision et la clarté de son exposé, clôturera, pensons-nous, le débat.

lanées. C'est chose faite maintenant et soyez sûr que vous comptez parmi les lecteurs de la *Houille Blanche* un fervent de plus. Est-il permis à un « nouveau » de vous confier ses soucis hydrauliques? L'indulgence souriante dont vous me semblez pétri m'encourage à le faire, d'autant plus que vous restez, bien sûr, le seul et le meilleur juge de l'intérêt de la question que je vais soulever.

Il y a quelques jours, je rendais visite, comme chaque année, à mon ancien professeur de Physique du lycée de ma ville natale. Les hasards des répartitions de cours m'ont permis de l'avoir comme professeur pendant la plus grande partie de mes années de lycée, et j'avais gagné très tôt sa sympathie au cours d'une manipulation où, facétieux comme à son habitude, il avait utilisé le morse pour nous dire : « Vous êtes tous nuls » et où je lui avais répondu dans le même langage : « Nous sommes vos élèves ».

Bâtie sur une aussi solide base, cette sympathie du professeur pour l'élève se transforma avec le temps en une solide amitié.

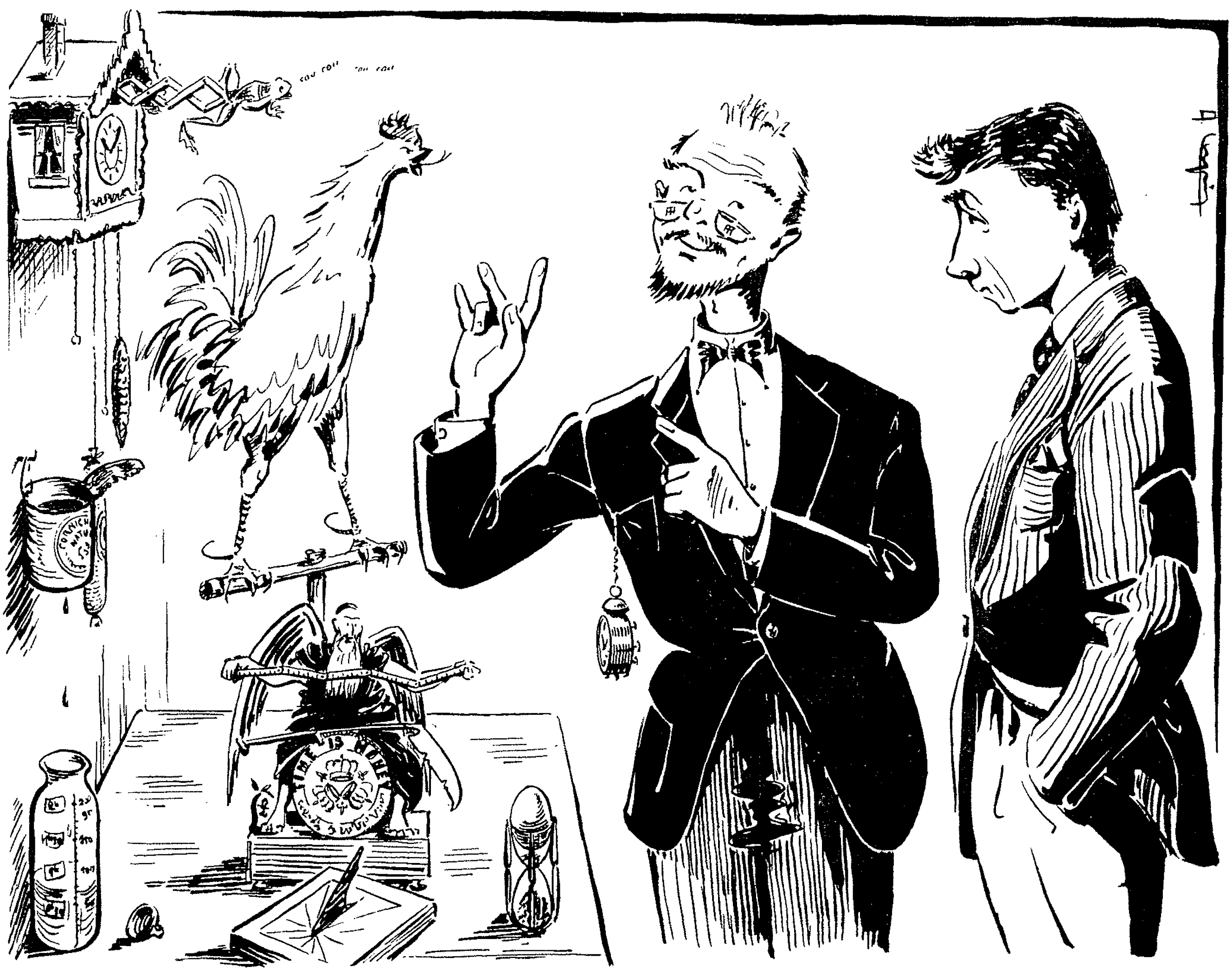
M. M... jouit maintenant d'une retraite bien gagnée qui lui permet de se livrer à de multiples occupations dont celle de collectionneur. Ni les timbres, ni les soldats de plomb ne sont l'objet de sa douce manie; ce qu'il affectionne, ce sont les instruments à mesurer le temps, autrement dit tous les « chrono-métreurs ».

Plusieurs cadrans solaires se côtoient dans son jardin; quant à sa maison, elle connait l'invasion silencieuse ou bruyante de tout ce qui indique le temps, car tous les appareils qui peuvent fonctionner sont en mouvement! Tic-tac, bourdonnements, sonneries, carillons des multiples horloges, pendules, réveils, montres, chronomètres, etc., font considérer le sablier d'un œil plein d'envie.

L'autre jour donc, où mon vieil ami me montrait ses dernières trouvailles, je ne pus m'empêcher de me montrer gentiment ironique sur l'intérêt réel d'une telle passion. Et la réponse de M. M... ne manqua pas de me laisser pantois.

« Mon cher ami, je ne vous en veux pas de me considérer comme un maniaque, mais en nier l'intérêt est autre chose.

« Avez-vous réfléchi que l'une des grandes



difficultés que rencontrèrent les premiers hydrauliciens — pour vous ramener à votre spécialité — fut la mesure des débits et des vitesses.

« Dans une discussion pertinente, Héron d'Alexandrie montre la difficulté de la mesure d'un débit par capacité jaugée quand on mesure le temps avec un cadran solaire. On a pu dire que l'hydraulique moderne a commencé à se développer dès que la mesure des temps est devenue suffisamment facile et précise.

« Songez aux multiples lois de la Physique où intervient le temps; sa mesure n'est rien maintenant avec les appareils perfectionnés dont nous disposons, mais rappelez-vous qu'il n'y a pas si longtemps que l'on dispose d'un chronomètre précis à 1/10e de seconde, aboutissement des perfectionnements successifs apportés depuis les premières montres datant de la fin du XVe siècle et qui donnaient l'heure avec une approximation de 1/4 d'heure à 1 heure par jour! N'oubliez pas que c'est Huyghens, au XVIIe siècle, qui apporta des améliorations décisives à l'horlogerie d'antan...

« Et pourtant, maintes lois fondamentales de l'Hydraulique auraient pu être étudiées expérimentalement sans avoir à mesurer le temps : loi de Toricelli, loi de Bernoulli, mesure des coefficients de débit des divers orifices, etc. Trouvez les moyens de le faire et vous pourrez alors me dire que ma collection n'a que peu d'intérêt. Ma petite vengeance doit paraître bien anodine à un hydraulicien tel que vous! »

Eh bien! l'hydraulicien sèche lamentablement. Comment diable mesurer des vitesses et des débits en l'absence de chronomètre? Par votre intermédiaire, je lance un S.O.S. à tous vos lecteurs et les prie de m'aider à résoudre le problème, les problèmes, plutôt, posés par mon vieux professeur.

Ma gratitude vous est déjà acquise, mais elle deviendra indépendante du temps si vous voulez bien m'accorder votre soutien.

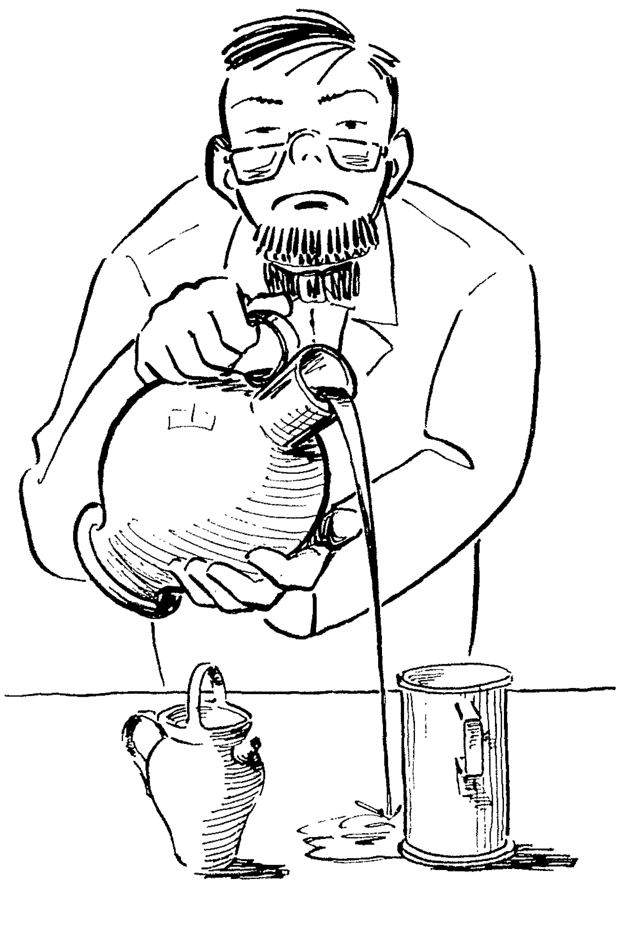
Je vous prie d'agréer, monsieur et cher Professeur, l'expression de mes sentiments respectueusement dévoués.

Onésime DE LA GARGOULETTE,

Ingénieur spécialiste en Hydraulique et en Réfrigération.

LE PROBLÈME DES MESURES

(Réponse n° 1 au problème n° 81) (1)



Monsieur et cher Professeur,

J'ai lu avec grand intérêt le « Problème des Mesures » posé par notre honorable collègue Monsieur du Bouchon.

Oserai-je faire remarquer que l'énoncé contient quelques erreurs, dues vraisemblablement à l'esprit de mystification de son auteur (2)?

Comme vous le pensez bien, ce problème est fort connu dans notre bonne ville de Saint-Cyprien-sur-Gartempe. Les élèves de l'École Maternelle d'Hydraulique se livrent, à titre de travaux pratiques, à ces exercices de transvasement. Ils sont passés maîtres dans les problèmes de nombre minimum de transvasements et je puis vous donner la théorie générale à laquelle ils sont arrivés.

Il faut d'abord que nous analysions l'opération appelée transvasement.

Elle se fait à l'aide d'un récipient A transvaseur, de capacité a et contenant x chopines que l'on verse, en totalité ou en partie, dans un récipient B, de capacité b et contenant y chopines.

1° Si $y=b$, transvasement impossible, B étant plein (toutefois le transvasement est alors pos-

(1) Cf. n° 3/1957 de *la Houille Blanche*.

(2) « Si mes correspondants exigent maintenant des données exactes... où sera la difficulté? » C.L.

sible de A vers le troisième récipient).

2° Si $y<b$, il faut distinguer trois cas :

$x+y>b$, le résultat sera : B plein, A contenant $x+y-b$.

$x+y=b$, le résultat sera : B plein, A vide.

$x+y<b$, le résultat sera : B contenant $x+y$, A vide.

Donc, quelles que soient les conditions de transvasement, le résultat comporte toujours un récipient plein ou un récipient vide (deux dans la répartition 11—0—0).

Ceci nous permet d'écarter comme absurde la possibilité, évoquée dans l'énoncé du problème, d'atteindre les répartitions :

3—4—4
4—4—3
5—4—2
6—4—1

Ces répartitions ne peuvent être le résultat d'une série de transvasements, puisqu'elles ne comportent ni récipient vide, ni récipient plein. Elles ne pourraient exister que comme répartitions de départ (encore aurait-il fallu disposer d'autres mesures pour les réaliser) et alors il n'y aurait pas de problème.

Seules, restent donc possibles les deux répartitions :

7—4—0
et 2—4—5

Un premier problème que nous allons poser est le suivant :

Quel est le nombre des répartitions possibles?

Appelons :
p la capacité et x le contenu du pichet P.
m la capacité et y le contenu de la mesure M.
c la capacité et z le contenu du cruchon C.

Classons maintenant les répartitions possibles par valeurs décroissantes de x.

$x=11$	$y=0$	$z=0$
10	1	0
10	0	1
9	2	0
9	0	2
		etc...
2	8	1
2	4	5
1	8	2
1	5	5
0	8	3
0	7	4
0	6	5

Nous voyons que, si $1 \leqslant x \leqslant 10$, chaque valeur de x donne deux répartitions possibles, ce qui fait en tout $2(p-1)$ répartitions.

La répartition 11—0—0 est unique en son genre.

Quant aux répartitions pour lesquelles P est vide, on voit qu'elles sont ici au nombre de 3 et, dans le cas général, au nombre de :

$$m-(p-c)+1$$

Finalement, le nombre de répartitions possibles est :

$$2(p-1)+1+m-(p-c)+1=p+m+c$$

A condition toutefois, — ce que le raisonnement précédent ne fait pas apparaître à première vue, — que p, m et c soient premiers entre eux.

S'il n'en était pas ainsi, on ne pourrait jamais avoir dans chacun des vases, à un moment donné, que des quantités de liquide multiples du plus grand commun diviseur de p, m et c.

Remarquons qu'il suffirait alors de prendre ce p.g.c.d. comme unité de mesure pour être ramené au cas où p, m et c sont premiers entre eux.

Si nous analysons d'une façon plus précise la structure de chacune des répartitions possibles, nous voyons que, dans la suite des transvasements, elles ne jouent pas toutes le même rôle.

1° Nous distinguerons cinq répartitions primaires, parmi lesquelles on a :

a) D'une part, la répartition mère 11—0—0, qui ne peut donner par transvasement que deux répartitions distinctes 3—8—0 et 6—0—5;

b) D'autre part, quatre répartitions comportant à la fois un récipient vide et un récipient plein :

6—0—5, 0—6—5, 0—8—3, 3—8—0

Ces cinq répartitions peuvent s'engendrer mutuellement par permutation circulaire suivant le graphique n° 1, dont le sens de parcours est indifférent.

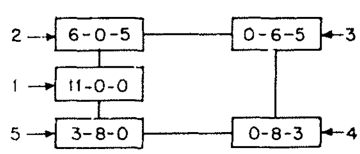


FIG. 1

Pour simplifier les écritures, nous numéroterons ces cinq répartitions de 1 à 5 ainsi qu'il est indiqué sur le graphique. Constatons que si la répartition mère se trouve « saturée », il n'en est pas de même des quatre autres qui, entre les deux répartitions primaires qui leur sont liées, donnent un départ possible vers les répartitions

6—5—0, 5—6—0, 3—3—5, 5—6—0 (voir graphique n° 2).

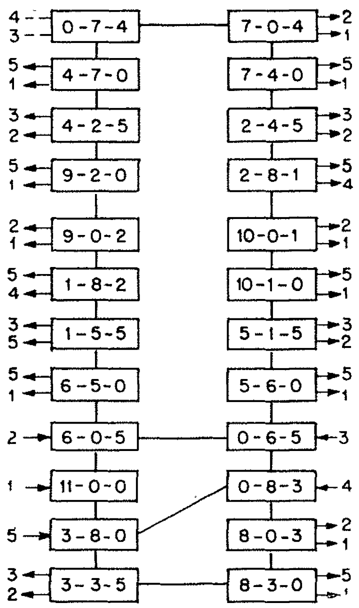


FIG. 2

2° Les quatre répartitions que nous venons de rencontrer ont les propriétés suivantes :

Elles peuvent être liées directement à *trois* répartitions primaires.

En effet, on peut passer de 6—5—0 non seulement à 6—0—5, ainsi que l'indique le graphique, mais encore à 11—0—0 ou à 3—8—0.

Il y a lieu cependant de faire une distinction entre ces trois possibilités :

Le transvasement 6—5—0 6—0—5 est réversible.

Les transvasements 6—5—0 11—0—0 et 6—5—0 3—8—0 sont irréversibles.

3° Les quinze répartitions qui restent ont, comme les quatre précédentes, la propriété d'avoir seulement un récipient plein ou un récipient vide. Nous les baptiserons toutes : répartitions secondaires.

Les propriétés des quinze dernières sont toutefois légèrement différentes :

a) Elles peuvent être liées, par transvasement irréversible, à *deux* répartitions primaires;

b) Elles peuvent être liées, par transvasement réversible, à deux répartitions secondaires.

Tous les raisonnements qui précèdent peuvent paraître un peu longs et relever davantage de la « tétrapilectomie » que de l'hydraulique pure. Ils nous ont paru cependant indispensables pour bâtir la solution générale qui va suivre.

Avant de l'aborder, nous pensons être plus clairs en donnant la solution du cas particulier posé dans *la Houille Blanche.*

Prenons le graphique restreint des répartitions primaires et complétons-le par des répartitions secondaires qui s'engendrent naturellement les unes les autres.

On aboutit ainsi (ô Hardy Cross!) à un superbe réseau maillé à trois mailles (graphique n° 2).

Dans ce graphique, chaque répartition secondaire est pourvue de deux flèches extérieures indiquant les répartitions primaires sur lesquelles elle peut être immédiatement « court-circuitée ».

Ce graphique a les propriétés suivantes :

a) Il est unique (aux questions de symétrie près qui n'ont ici aucun intérêt).

Ceci résulte du fait que chaque répartition secondaire, fille elle-même d'une répartition secondaire, ne peut engendrer qu'une seule autre répartition secondaire;

b) Chaque répartition n'y figure qu'une seule fois.

En effet, si l'une d'elles (la répartition *r*) y figurait deux fois, on pourrait remplacer le graphique n° 2 par un graphique comportant une boucle supplémentaire (fig. 3). Mais ceci impli-

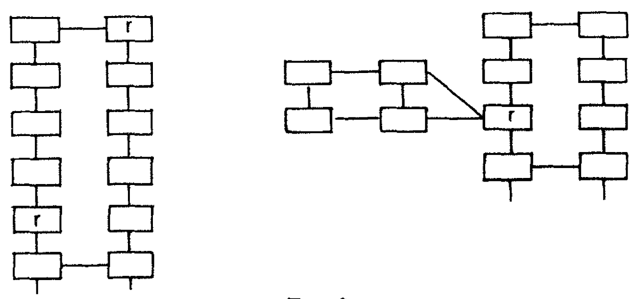


FIG. 3

querait que la répartition *r* puisse engendrer quatre répartitions secondaires distinctes, ce qui est impossible;

c) Toutes les répartitions possibles y figurent.

Nous verrons plus loin que cette propriété n'est pas générale.

d) Ce graphique peut être consulté comme un « plan du Métro ».

Métro d'un luxe inhabituel, puisque chaque station est pourvue de deux lignes « express » vers les stations de correspondance.

A l'aide de ce plan, nous résoudrons nos problèmes de parcours minimum avec autant d'aisance que le Parisien qui cherche le chemin le plus court pour aller de « Argentine » à « Barbès-Rochechouart ».

Il s'agit simplement de combiner astucieusement les parcours directs et express pour trouver le trajet le plus court.

Exemple : le parcours 1—5—5, 2—4—5 peut se faire en neuf transvasements par voie directe, mais en sept seulement si on prend l'express 1—5—5 0—6—5.

Autre exemple (problème proposé) : le plan montre d'une façon évidente que le parcours de onze transvasements (parcours qu'on retrouve sans difficulté sur le plan) est plus long en réalité que le parcours suivant :

11—0—0
6—0—5
5—6—0
5—1—5
10—1—0
10—0—1
2—8—1
2—4—5
7—4—0

Et on peut voir que le but proposé (quatre chopines dans la mesure) peut être atteint en sept transvasements (huit, si le but fixé est la répartition 7—4—0).

Il est, d'autre part, assez amusant de constater sur ce plan que, contrairement au vieux bon sens, il est parfois plus court d'aller de Rome à Paris que de Paris à Rome.

En effet, le parcours 8—0—3 2—8—1 nécessite sept transvasements, mais son inverse 2—8—1 8—0—3 n'en nécessite que deux.

GÉNÉRALISATION DU PROBLÈME

Nous supposerons toujours réalisées les conditions suivantes :

p, m et c premiers entre eux;

$p<m+c$ avec $p>m>c$

quantité totale de liquide$=p$.

Si ces conditions n'étaient pas réalisées, le problème serait différent et d'ailleurs beaucoup moins intéressant.

Toutes les propositions énoncées jusqu'ici subsistent.

On peut toujours établir un réseau à trois mailles, comportant cinq stations primaires, mais rien ne prouve que ce réseau comprend toutes les répartitions possibles.

Nous ne pouvons donner de meilleure preuve... du contraire qu'en examinant le problème :

$$p=11 \quad m=9 \quad c=6$$

Une fois le graphique à trois mailles établi (fig. 4), on s'aperçoit que certaines répartitions possibles sont « restées en carafe ».

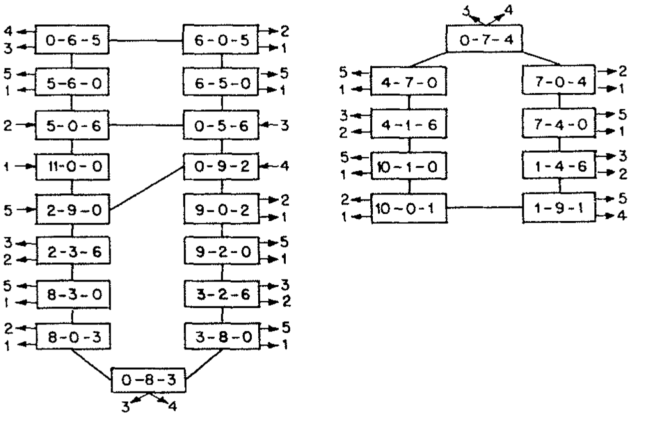


FIG. 4

Si nous prenons l'une d'elles comme station de départ, nous voyons que toutes les stations oubliées se groupent en une maille unique, complètement indépendante des trois autres (mais comportant cependant des express vers les stations primaires).

Il n'est pas démontré que cette maille indépendante soit toujours unique. Nous laissons au lecteur le soin d'étudier le problème :

$$p=20 \quad m=19 \quad c=18$$

Il s'apercevra que les 57 répartitions possibles se groupent en :

Un réseau de 3 mailles de 12 répartitions au total,
7 mailles indépendantes de 6 répartitions chacune,
1 maille indépendante de 3 répartitions.

Lorsqu'un graphique se présente avec une ou plusieurs mailles indépendantes, on peut tomber sur des parcours impossibles, car, s'il est possible de sortir des mailles indépendantes, il est impossible d'y rentrer.

Exemple : Dans le cas de la figure n° 4, il est impossible d'aller de 3—2—6 à 7—0—4, alors que le parcours inverse est parfaitement possible.

Hydrophile DUPICHET,
Professeur
à l'Ecole Maternelle Hydraulique
de Saint-Cyprien-sur-Gartempe,
Auteur du célèbre mémoire :
Sur les transvasements vaseux,
couronné par l'Académie des Sciences.