Méthode de calcul approchée des ouvrages de décantation

An approximate method for sediment removing structure design calculations

PAR J. LAMBLÉ

INGÉNIEUR A L'ÉLECTRICITÉ DE FRANCE. RÉGION D'ÉQUIPEMENT HYDRAULIQUE ALPES III

Le problème du transport en suspension de matériaux fins par l'eau a fait l'objet d'une théorie, maintenant classique, due à M. Rouse. Cette théorie est applicable en régime permanent et uniforme, c'est-à-dire celui où la distribution des concentrations est la même pour toute section verticale de l'écoulement.

Pour le régime non uniforme, ce qui est le cas de tous les ouvrages où l'on veut provoquer la décantation des matériaux (bassins de décantation, dessableurs ou délimoneurs), la complexité du problème ne permet pas d'aboutir à une solution rigoureuse. Il est toutefois possible d'arriver à une solution approximative en faisant un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, du reste parfaitement justifiées en raison de la faible précision recherchée. En définitive, la solution générale se présente comme la superposition d'un régime uniforme (problème connu) et d'un régime amorti dont une solution générale approchée est donnée sous forme d'abaque.

Les considérations théoriques précédentes sont vérifiées dans le cas des dessableurs des Houches et du Péage-de-Vizille, qui ont fait l'objet d'essais par le Service des Etudes et Recherches Hydrauliques.

The problem of fine suspended loads in water has been dealt with by Rouse in his theory which has now become standard. This theory is applicable to permanent uniform regimes, i.e. regimes in which the concentration distribution is the same in any vertical cross section of the flow.

In non-uniform regimes, which are encountered in all structures designed to make the suspended load settle out, such as settling basins, sand traps and silt traps, the problem is too complicated for a rigorous solution to exist. It is nevertheless possible to obtain an approximate solution by making a certain number of simplifying assumptions which are justifiable on account of the low degree of accuracy required. In short, the general solution consists of the superposition of a uniform regime (known) on a damped regime, of which a general approximate solution is given in chart form.

The foregoing theoretical considerations were checked on the Les Houches and Péage-de-Vizille sand traps, on which tests had been carried out by the Service des Etudes et Recherches Hydrauliques.

Malgré l'abondante littérature qui traite des phénomènes de transport solide en suspension dans l'eau, il n'existe encore aucune méthode qui permette de définir à coup sûr les caractéristiques d'un ouvrage devant assurer la décantation des eaux, tel que dessableur ou bassin de décantation.

Dans l'état actuel de nos connaissances, seul le régime uniforme de transport est bien connu. La théorie, basée sur l'hypothèse de la diffusion turbulente, représente bien l'allure des courbes de répartition des concentrations en fonction de la profondeur, mais en valeur relative seulement. Pour résoudre le problème définitivement, il faudrait connaître les lois qui régissent les échanges entre les couches profondes de l'écoulement et les matériaux constitutifs du fond.

Quand le régime n'est pas uniforme, ce qui est le cas de la décantation, le problème devient immédiatement beaucoup plus complexe. Il a été quelquefois résolu par certains auteurs, mais avec des hypothèses tellement restrictives que l'application de ce calcul est finalement très limitée. Le but de la présente note est d'exposer une méthode de calcul simplifiée de ces phénomènes, méthode qui ne prétend pas à la rigueur mathématique des précédentes, mais dont le champ d'application est beaucoup plus vaste. Il convient d'ailleurs de noter qu'on peut en général se contenter d'une précision médiocre sur ces concentrations. Dans la nature, il est actuellement impossible de les mesurer avec une précision supérieure à 10 %, malgré les précautions prises dans les méthodes de prélèvement.

Avant d'exposer la méthode de calcul du régime varié, il n'est pas inutile de revenir à l'étude du régime uniforme en raison des applications nombreuses que nous en ferons dans le sens général.

I. — ÉTUDE DES SUSPENSIONS EN RÉGIME UNIFORME

1° Loi de répartition des concentrations

Soit un écoulement uniforme dans un canal de largeur indéfinie, de tirant d'eau H. Nous choisirons un axe des abscisses, Ox, orienté positivement dans le sens du courant, un axe des ordonnées Oy, orienté vers le haut, les ordonnées étant comptées à partir du fond.

Nous supposons le régime des suspensions uniforme, c'est-à-dire que la concentration est constante sur une horizontale et ne dépend pas de x.

La théorie moderne des suspensions est basée sur l'hypothèse que la turbulence de l'écoulement assure le brassage des eaux plus ou moins chargées et tend à homogénéiser les concentrations. L'effet de brassage compense la tendance naturelle des particules solides à se rassembler vers le fond du fait de la pesanteur.

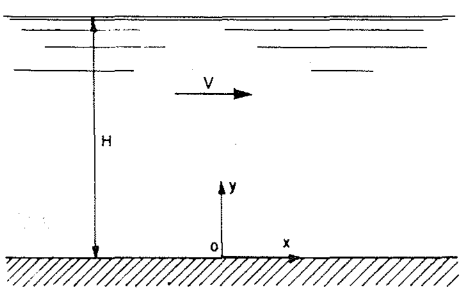

FIG. *a*

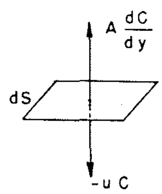

FIG. *b*

Si, par conséquent, nous considérons ce qui se passe à travers un élément de surface horizontale dS, nous constatons qu'il passe vers le bas un flux uC de particules de vitesse de chute u, C étant la concentration exprimée généralement en grammes par litre. Il passe vers le haut un flux $+A\,(dC/dy)$ dû au brassage des couches de concentrations différentes, A étant un coefficient de mélange que l'on peut prendre, avec une bonne approximation, égal au coefficient d'échange turbulent ε de l'écoulement.

Puisque le régime est uniforme, les deux flux s'équilibrent et l'on peut écrire la relation :

$$uC + \varepsilon \frac{dC}{dy} = 0 \qquad (1)$$

soit :

$$\frac{dC}{C} = -\,u \frac{dy}{\varepsilon}$$

L'intégration de cette équation dépend évidemment de la forme de la fonction $\varepsilon\,(y)$. Si l'on suppose la répartition des vitesses parabolique, on trouve pour ε une valeur constante (hypothèse la plus simple) :

$$\varepsilon = (H/15)\sqrt{\tau/\rho}$$

et la distribution des concentrations est régie par une équation de la forme :

$$\frac{C}{C_0} = e^{-15\,[(y - y_0)/H]\,.\,[u/\sqrt{\tau/\rho}]} \qquad (1\,a)$$

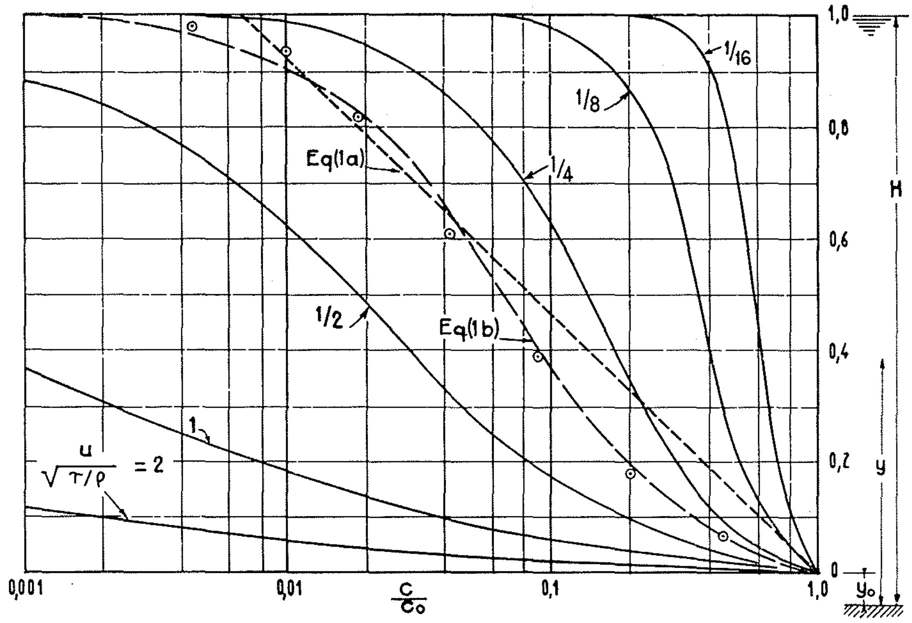

FIG. 1

Courbes de distribution verticale des concentrations

Si l'on suppose la répartition des vitesses logarithmique, ε est de la forme :

$$\varepsilon = 0.4 \sqrt{\tau/\rho}\, y \left[1 - (y/H)\right]$$

et la distribution des concentrations est :

$$\frac{C}{C_0} = \left(\frac{y_0}{y} \cdot \frac{H - y}{H - y_0}\right)^{2.5u/\sqrt{\tau/\rho}} \qquad (1\ b)$$

Cette dernière forme représente généralement mieux la distribution des concentrations au sein de l'écoulement, ainsi que le montre la figure 1; elle a, par contre, l'inconvénient de donner une concentration infinie au fond ($y=0$). On admet généralement qu'elle cesse d'être applicable à une faible distance du fond.

2° Echanges avec le fond

Si l'on veut connaître la valeur de C_0, on est obligé de tenir compte des échanges avec le fond. Reprenant le même raisonnement que précédemment mais appliqué à un élément de surface situé au voisinage du fond, nous voyons que le flux de dépôt uC (0) doit équilibrer un flux F de remise en suspension.

Nous voyons ici l'avantage de l'expression (1 *a*) sur l'expression (1 *b*), car la première peut être appliquée au fond. Dans le second cas, il faut introduire une hypothèse supplémentaire : la profondeur à laquelle il convient de se placer pour rentrer dans le domaine d'application de la formule.

Les conditions de remise en suspension des dépôts sont encore très mal connues. Quelques recherches ont été effectuées au laboratoire, mais leur portée est très limitée et la confrontation avec les données naturelles est loin d'être satisfaisante.

Les résultats les plus sûrs concernent actuellement la condition de début de mise en suspension.

Les travaux de Shields ont montré que la force tractrice τ minimum pour mettre en mouvement des particules de diamètre d et de masse spécifique ρ' était donnée par l'expression :

$$\tau = 0{,}06\, (\rho' - \rho)\, gd$$

Par analogie avec cette loi, on peut exprimer la condition d'apparition de la saltation suivant la même forme; seul le coefficient change :

$$\tau = 0{,}25\, (\rho' - \rho)\, gd$$

La mise en suspension apparaît pour une valeur plus élevée du coefficient :

$$\tau = 0{,}40\, (\rho' - \rho)\, gd$$

Si τ est inférieur à cette valeur, il n'y a pas de possibilité de transport en suspension en régime uniforme.

II. — ÉTUDE DES SUSPENSIONS EN RÉGIME VARIÉ

1° Equation générale

Nous supposons toujours que l'écoulement est uniforme, c'est-à-dire que les caractéristiques de l'écoulement ne sont fonction que de y.

Mais, cette fois, la concentration en un point de l'écoulement est fonction de y et aussi de x.

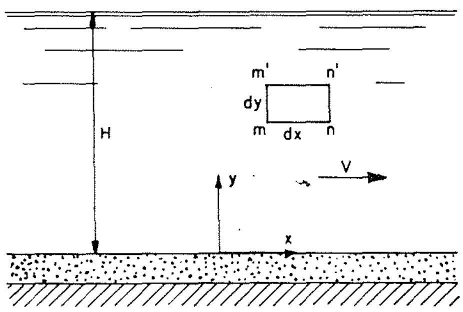

FIG. *c*

On ne peut donc écrire l'équilibre des flux ascendant et descendant. Il faut au contraire exprimer que leur différence a pour effet d'augmenter ou de diminuer la concentration dans le sens du courant. Si l'on considère ce qui se passe à travers un petit rectangle $m\,n\,n'\,m'$ de côté dx, dy, on obtient finalement l'équation générale :

$$V \frac{\partial C}{\partial x} = \varepsilon_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \varepsilon_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + u \frac{\partial C}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial y} \frac{\partial C}{\partial y} \qquad (2)$$

dans laquelle ε_x et ε_y sont des coefficients de mélange dans le sens des x et des y.

2° Conditions aux limites

Les conditions aux limites sont au nombre de trois.

a) A L'ENTRÉE DU CANAL ($x=0$), on suppose connue la répartition des concentrations :

$$C(0, y) = C_0(y) \qquad (2\,a)$$

b) A LA SURFACE DE L'EAU ($y=H$), les échanges sont nuls :

$$uC(x, H) + \left(\varepsilon_y \frac{\partial C}{\partial y}\right)_{y=H} = 0 \qquad (2\,b)$$

c) AU VOISINAGE DU FOND ($y=0$), le flux de matériaux remis en suspension dépend de la nature des dépôts et des conditions hydrauliques, mais pas de la concentration. (On suppose essentiellement ici que l'on a affaire à un fond indéfiniment affouillable.) On peut donc écrire dans ces conditions :

$$\left(\varepsilon_y \frac{\partial C}{\partial y}\right)_{y=0} = F \qquad (2\,c)$$

F peut être une fonction de x si la nature et la granulométrie des dépôts varient avec l'abscisse. C'est une constante dans le cas contraire.

3° Propriétés de l'équation générale

Compte tenu de ces conditions aux limites, l'équation (2) est inintégrable. On peut cependant tirer un certain nombre de résultats de l'ensemble des relations (2), (2 *a*), (2 *b*), (2 *c*) en remarquant qu'elles sont linéaires.

a) RÉGIME UNIFORME :

On vérifie immédiatement que si l'on suppose le régime uniforme, on retrouve l'équation (1).

b) RÉGIME SANS REMISES EN SUSPENSION :

C'est le cas où la turbulence de l'écoulement est trop faible pour remettre en suspension les dépôts; c'est aussi le cas où un système de purge permet de les éliminer au fur et à mesure de leur formation.

La condition (2 *c*) s'écrit alors :

$$\left(\varepsilon_y \frac{\partial C}{\partial y}\right)_{y=0} = 0$$

L'ensemble des équations (2), (2 *b*) et (2 *c*) est alors non seulement linéaire, mais homogène. Si C_1 est une solution de cette équation correspondant à la condition à l'entrée :

$$C_1(0, y) = C_0(y)$$

λC_1 est une solution correspondant à la condition :

$$\lambda C_1(0, y) = \lambda C_0(y)$$

c) CAS GÉNÉRAL :

La solution générale $C(x, y)$ de l'équation (2) peut toujours être représentée comme la somme de deux solutions particulières, et cela de plusieurs façons :

Soient :

$C_1(x, y)$ correspondant à des remises en suspension nulles et à une distribution $C_0(y)$ à l'entrée;

$C_2(x, y)$ correspondant à un flux de remise en suspension égal à F et à des concentrations nulles à l'entrée.

Il est aisé de voir que la somme C_1+C_2 satisfait à toutes les conditions.

En pratique, cette décomposition n'est pas très intéressante, il vaut mieux procéder comme suit :

Soit $C_\infty(y)$ (1) la distribution de concentrations correspondant au régime uniforme, avec un flux de remise en suspension égal à F, constant.

Autrement dit, $C_\infty(y)$ satisfait à l'ensemble des équations

$$\varepsilon_y \frac{\partial C_\infty}{\partial y} + uC_\infty = 0 \qquad (1)$$

$$\left(\varepsilon_y \frac{\partial C_\infty}{\partial y}\right)_{y=0} = F \qquad (1\ c)$$

Compte tenu de l'équation (1), le flux F de remise en suspension peut s'écrire :

$$F = -uC_\infty(o)$$

La concentration $C_\infty(o)$ n'est donc, tout compte fait, qu'une caractéristique des dépôts de fond.

La fonction $C_\infty(y)$ satisfait donc aux conditions (2), (2 *b*) et (2 *c*).

Soit $C'_0(y) = C_0(y) - C_\infty(y)$ une distribution fictive à l'entrée, et soit $C'_1(x, y)$ la solution correspondant à une distribution $C'_0(y)$ à l'entrée et à des remises en suspension nulles. La distribution :

$$C(x, y) = C_\infty(y) + C'_1(x, y)$$

satisfait à l'ensemble des équations (2), (2 *a*), (2 *b*) et (2 *c*).

Donc, si le flux de remise en suspension est constant, la distribution des concentrations peut être représentée comme la somme de deux distributions :

— l'une correspondant à des remises en suspension nulles,

— l'autre correspondant au régime uniforme.

(1) Cette notation sera justifiée plus loin.

Nous avons donc fait un progrès sensible : la distribution du régime uniforme est connue, il ne reste donc plus à intégrer l'équation (2) que dans le cas où les remises en suspension sont nulles, cas que nous appellerons « décantation parfaite ».

Il est important de noter ici que nous n'avons encore fait aucune hypothèse simplificatrice.

4° Equation simplifiée

Si nous voulons aller plus loin dans l'étude des transports en suspension, il est nécessaire de faire une hypothèse supplémentaire, à savoir que l'évolution des concentrations dans le sens de l'écoulement est relativement lente, hypothèse justifiée dans la majorité des cas. Dans ces conditions, le terme $\partial C/\partial x$ est petit et le terme $\partial^2 C/\partial x^2$ est parfaitement négligeable. L'équation (2) s'écrit alors sous la forme simplifiée :

$$V \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_y \frac{\partial C}{\partial y} + uC\right) \qquad (2\ bis)$$

Cette forme est particulièrement pratique et va nous permettre d'aboutir à un certain nombre de résultats.

a) ETUDE DU DÉBIT SOLIDE EN SUSPENSION :

Le débit solide en suspension par unité de largeur q_s a pour expression :

$$q_s = \int_0^H VC\, dy$$

Son évolution dans le sens de l'écoulement est régie par la relation :

$$\frac{dq_s}{dx} = \int_0^H V \frac{\partial C}{\partial x}\, dy$$

Compte tenu de l'équation (2 *bis*), cette expression s'écrit :

$$\frac{dq_s}{dx} = \left[\varepsilon_y \frac{\partial C}{\partial y} + uC\right]_{y=0}^{y=H}$$

et compte tenu des conditions aux limites (2 *b*) et (2 *c*) :

$$\boxed{\frac{dq_s}{dx} = -u\left[C(x, o) - C_\infty(o)\right]} \qquad (3)$$

Nous arrivons donc à ce résultat remarquable :

L'évolution du débit solide ne dépend que de la concentration au voisinage du fond et de la nature des dépôts.

On voit en particulier que si :

$C(x, o) > C_\infty(o)$ le débit solide décroît, il y a décantation;

$C(x, o) > C_\infty(o)$ le débit solide croît, il y a remise en suspension.

b) ETUDE PARTICULIÈRE DE LA DÉCANTATION PARFAITE :

Revenons au cas où les remises en suspension sont nulles :

$$C_\infty(o) = 0$$

Dans ce cas, on a :

$$\frac{dq_s}{dx} = -uC(x, o)$$

Comme les concentrations sont des grandeurs physiques toujours positives, on voit que le cas de la décantation parfaite est celui où la décantation est la plus poussée (dq_s/dx maximum en valeur absolue). On constate également que le débit solide ne peut que décroître et comme il est lui-même positif, il tend donc vers une limite positive ou nulle.

Nous allons montrer que cette limite est nulle et que les concentrations tendent toutes vers 0 pour x_∞.

Pour x très grand, comme q_s tend vers sa limite en décroissant constamment, dq_s/dx tend vers 0. Il en est donc de même de $C(x, o)$ et par conséquent de $(\partial C/\partial x)_{y=0}$ et de toutes les dérivées de C par rapport à x. D'autre part, la condition (2 *c*) montre que $(\partial C/\partial x)$ est nul et qu'il en est de même de toutes ses dérivées par rapport à x.

L'équation (2 *bis*) :

$$V\frac{\partial C}{\partial x} = \varepsilon_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial y}\frac{\partial C}{\partial y} + u\frac{\partial C}{\partial y}$$

montre que $(\partial^2 C/\partial y^2)_{y=0}$ tend aussi vers 0.

Et si nous dérivons successivement cette équation par rapport à x et y, nous voyons que toutes les dérivées de C par rapport à x et à y tendent aussi vers 0 pour $y=0$. Il s'ensuit que C tend vers 0 pour toutes les valeurs de y.

Nous arrivons donc au résultat suivant : quand il n'y a pas remise en suspension, toutes les concentrations tendent vers 0.

On pouvait d'ailleurs arriver au même résultat par un raisonnement physique très simple : pour une longueur de canal infinie et quelle que soit la turbulence de l'écoulement, chaque particule a une probabilité non nulle de rencontrer le fond. A partir de ce moment, elle ne peut être remise en suspension et est éliminée. Donc, toutes les particules sont éliminées au fur et à mesure que x augmente.

c) CAS GÉNÉRAL :

Revenons maintenant au cas général, où il y a remise en suspension. On a vu précédemment que la solution générale peut être représentée comme la superposition de deux distributions,

— l'une correspondant à la décantation parfaite,

— l'autre correspondant au régime uniforme.

Il en résulte que, quelle que soit la distribution des concentrations à l'entrée, le régime de la suspension tend vers le régime uniforme.

5° Intégrale générale de l'équation simplifiée

L'intégrale générale se ramène donc, d'après ce que nous avons établi plus haut, au calcul de l'intégrale d'un régime uniforme et de l'intégrale d'un régime de décantation parfaite.

La première a été établie au cours du premier paragraphe.

$$\frac{C}{C_0} = e^{-15\,(y - y_0/H)\,(u/\sqrt{\tau/\rho})} \qquad (1\,a)$$

$$\frac{C}{C_0} = \left(\frac{y_0}{y}\cdot\frac{H-y}{H-y_0}\right)^{2,5\,u/\sqrt{\tau/\rho}} \qquad (1\,b)$$

Il suffit de prendre $C_0 = C_\infty(o)$ pour $y=o$ dans l'équation (1 *a*). L'équation (1 *b*) demande, comme nous l'avons vu, une précaution supplémentaire dans le choix de la valeur de y.

Pour le régime de décantation parfaite, il n'existe pas de méthodes générales d'intégration. Certains auteurs ont obtenu des solutions rigoureuses pour des cas particuliers :

$$\varepsilon_y = C^{te}$$

$$C_0(y) = C^{te}$$

mais de telles hypothèses sont trop restrictives. Si l'on veut une solution rigoureuse, il semble préférable de faire appel au calcul par différences finies et aux ressources du modèle réduit, qui permet d'éviter des hypothèses plus ou moins hasardeuses sur la valeur du coefficient ε.

6° Méthode de calcul approchée

Généralement il n'est pas nécessaire, surtout au stade de l'avant-projet, d'avoir des données extrêmement précises sur l'évolution des concentrations dans l'ouvrage de décantation. Ce qui intéresse avant tout le projeteur c'est de pouvoir déterminer rapidement une valeur approchée de l'efficacité η de la décantation.

$$\eta = 1 - \frac{q_{s_1}}{q_{s_0}}$$

q_{s_0} débit solide entrant,

q_{s_1} débit solide sortant,

en fonction des dimensions de l'ouvrage.

Le débit solide q_s peut s'exprimer sous la forme :

$$q_s = C_m V_m H$$

C_m étant la concentration moyenne, et V_m la vitesse moyenne.

D'autre part, la variation du débit solide est régie par la loi :

$$\frac{dq_s}{dx} = -uC(o)$$

Posons :

$$C(o) = \lambda C_m$$

Il vient :

$$\frac{dC_m}{C_m} = -\lambda \frac{u}{V_m} \frac{dx}{H}$$

Il est commode de faire le changement de variables.

$$\xi = \frac{u}{V_m} \frac{x}{H}$$

L'expression précédente devient :

$$\frac{dC_m}{C_m} = -\lambda \, d\xi \tag{4}$$

Le paramètre λ, rapport de la concentration au fond à la concentration moyenne, est en général une fonction de x que nous ne connaissons pas. Mais il est possible de fixer à ce rapport des valeurs par excès et par défaut. On remarque qu'il lui correspond, pour la concentration moyenne, des valeurs respectivement par défaut et par excès.

a) Valeur par excès du débit solide :

L'expérience montre que la concentration au fond est toujours supérieure à la concentration moyenne. Donc λ est toujours supérieur à 1. On obtiendra donc une valeur par excès du débit solide en prenant $\lambda = 1$.

L'équation (4) s'intègre alors :

$$C_{1m} = C_{0m} \, e^{-\xi}$$

b) Valeur par défaut du débit solide :

Quand x est très grand, l'évolution des concentrations est très lente et l'on peut négliger le terme $\partial C/\partial x$. Dans ces conditions, l'équation (2 *bis*) s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_y \frac{\partial C}{\partial y} + uC\right) = 0$$

ce qui donne :

$$\varepsilon_y \frac{\partial C}{\partial y} + \mu C = 0$$

compte tenu de la condition (2 *b*). Cette distribution est, à un coefficient près, celle du régime uniforme. Pour x très grand, le rapport λ correspond donc au rapport λ_∞ du régime uniforme. Pour x fini, les concentrations sont plus homogènes et ce rapport est plus petit. Donc la valeur λ_∞ donnera une valeur par défaut du débit solide :

$$C_{2m} = C_{0m} \, e^{-\lambda_\infty \xi}$$

c) Méthode approchée, diagramme général :

On peut encore obtenir une valeur plus précise de la variation du débit solide en opérant comme suit :

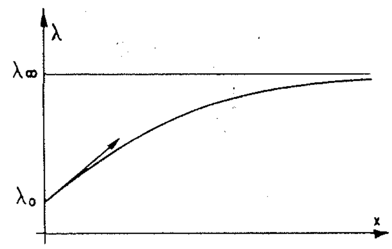

Fig. *d*

On connaît la valeur de λ à l'entrée du canal :

$$x = 0 \qquad \lambda = \lambda_0$$

On connaît sa valeur à l'infini :

$$\lambda = \lambda_\infty$$

D'autre part, on peut aisément calculer sa valeur très près de l'entrée ($x = \Delta x$) en procédant par différences finies au voisinage du point

($x=0$, $y=0$). On en déduit donc la valeur de la tangente $d\lambda/dx$ à l'origine.

$$\left(\frac{d\lambda}{dx}\right)_{x=0} = \frac{u}{\mathrm{V}}\,\frac{1}{\mathrm{H}}$$

On connaît donc deux points et deux tangentes à cette courbe, on peut chercher à la représenter par une fonction mathématique simple.

Pour cela, on peut se placer dans le cas particulier :

$$\varepsilon_y = \mathrm{C^{te}} \qquad \lambda_0 \neq 1$$

pour lequel il est possible d'effectuer un calcul rigoureux. Si nous pouvons trouver une fonction $\lambda(x)$ qui donne des résultats en bon accord avec les résultats du calcul précédent, il est permis de penser que l'accord restera bon quand on se place dans le cas général :

$$\varepsilon_y \neq \mathrm{C^{te}} \qquad \lambda_0 \neq 1$$

On trouve pratiquement que la variation de λ est assez bien représentée par la fonction homographique :

$$\lambda = \lambda_\infty - \frac{(\lambda_\infty - 1)^2}{\xi + (\lambda_\infty - 1)}$$

où l'on suppose $\lambda_0 = 1$. Nous verrons plus loin comment on passe aisément au cas $\lambda_0 \neq 1$.

La variation de la concentration moyenne est donnée par l'expression :

$$\mathrm{Log}\,\frac{\mathrm{C}_m}{\mathrm{C}_{0m}} = -\lambda_\infty\,\xi + (\lambda_\infty - 1)^2\,\mathrm{Log}\left[\frac{\xi + (\lambda_\infty - 1)}{\lambda_\infty - 1}\right]$$

Nous avons tracé sur le diagramme de la figure 2 un réseau de courbes pour diverses valeurs de λ_∞ donnant la valeur de $\mathrm{C/C_0}$ en fonction de ξ.

Rappelons que λ_∞, rapport de la concentration au fond à la concentration moyenne pour le régime uniforme, est essentiellement un paramètre caractéristique de la turbulence de l'écoulement. Pour le calculer, on est obligé, en effet, de déterminer la valeur du rapport $u/\sqrt{\tau/\rho}$, où le dénominateur est lié à la pente de la ligne d'énergie de l'écoulement. Plus l'écoulement est turbulent, plus λ_∞ est voisin de 1. Au contraire, pour λ_∞ très grand, l'écoulement est très calme et la décantation très poussée.

Sur la figure 3, nous avons fait figurer à titre de comparaison la variation du débit solide déduite, d'une part, de la méthode rigoureuse, d'autre part, de la méthode approchée, pour $\lambda_\infty = 5$. On voit que les écarts sont très faibles : on constate, pour $\xi = 0{,}5$, un écart maximum de 0,23 à 0,21, soit 2 % du débit solide initial.

L'avantage de la méthode proposée est d'être beaucoup plus générale que la précédente. Il n'est pas nécessaire de faire l'hypothèse $\varepsilon_y = \mathrm{C^{te}}$. Si l'on fait l'hypothèse de la répartition logarithmique des vitesses, il y a lieu de se limi-

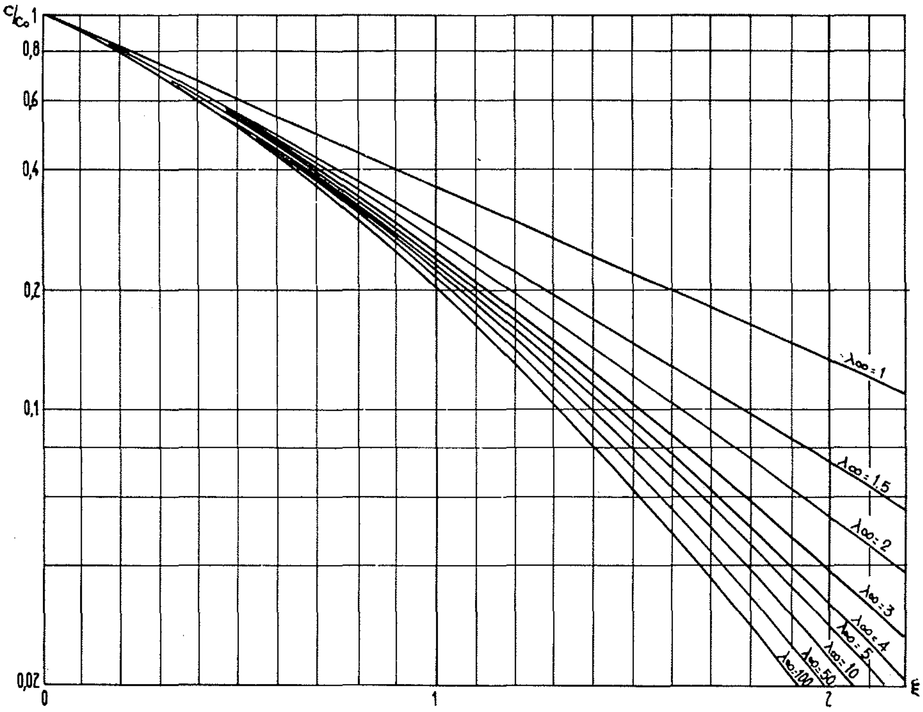

FIG. 2
Diagramme général

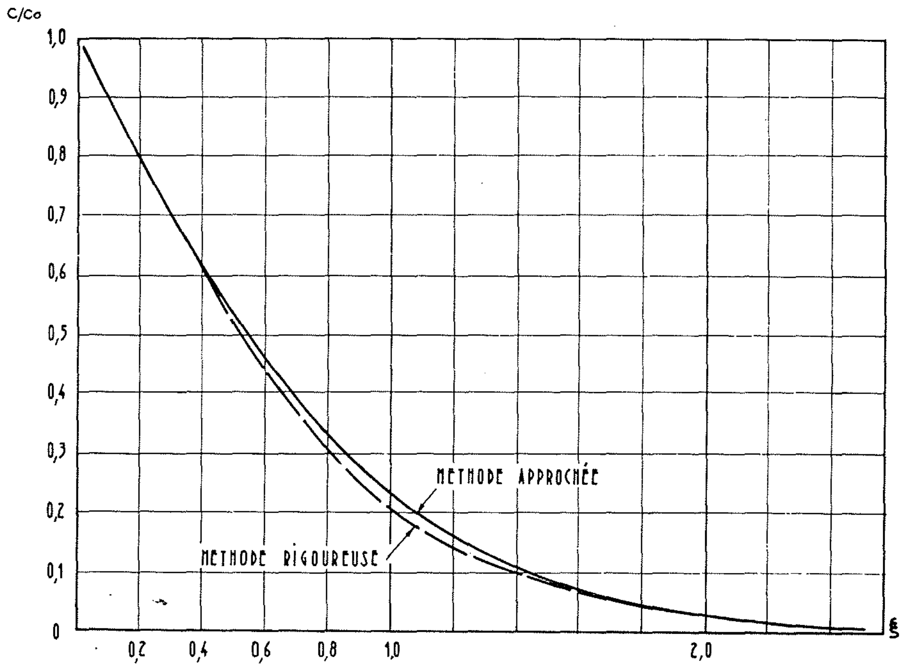

Fig. 3
Comparaison de la méthode rigoureuse et de la méthode approchée

ter à une distance convenable du fond. Si cette précaution est prise, il suffit de faire le calcul de la concentration moyenne, connaissant la courbe de répartition des concentrations (courbes de Rouse), et d'en tirer la valeur de λ_∞.

De même, le diagramme précédent permet de traiter le cas $\lambda_0 \neq 1$, à condition de tracer le diagramme donnant la variation de λ en fonction de ξ pour différentes valeurs de λ_∞ (voir figure 4).

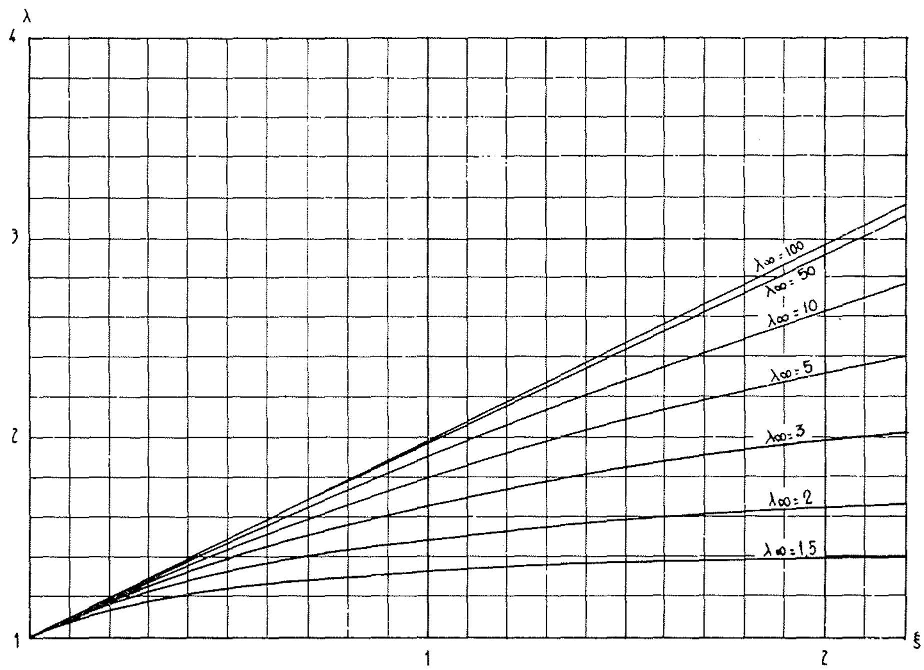

Fig. 4
Diagramme des λ

Supposons par exemple que l'on ait :

$$\lambda_0=1{,}3 \qquad \lambda_\infty=2$$

Sur le diagramme des λ, on voit que la valeur 1,3 est atteinte pour $\xi=0{,}43$. Pour cette valeur de ξ, on trouve sur le diagramme général $C/C_0=0{,}6$. Si l'on veut connaître la décantation après une longueur L de canal, telle que $u/V\ L/H=0{,}50$, on cherche sur le diagramme général la valeur de C/C_0 pour :

$$\xi=0{,}5+0{,}43=0{,}93$$

La valeur trouvée est 0,28 et l'efficacité de la décantation :

$$\eta=\frac{0{,}60-0{,}28}{0{,}60}=0{,}53$$

III. — VÉRIFICATIONS EXPÉRIMENTALES

Pour apprécier la valeur de la méthode proposée, il y a lieu de vérifier que les courbes obtenues par la théorie précédente représentent bien les résultats expérimentaux provenant soit d'études en laboratoire, soit d'essais effectués sur des ouvrages existants.

Les résultats dont on dispose sont malheureusement très peu nombreux : mentionnons les essais effectués par le Service des Etudes et Recherches Hydrauliques sur les dessableurs de Passy et du Péage-de-Vizille.

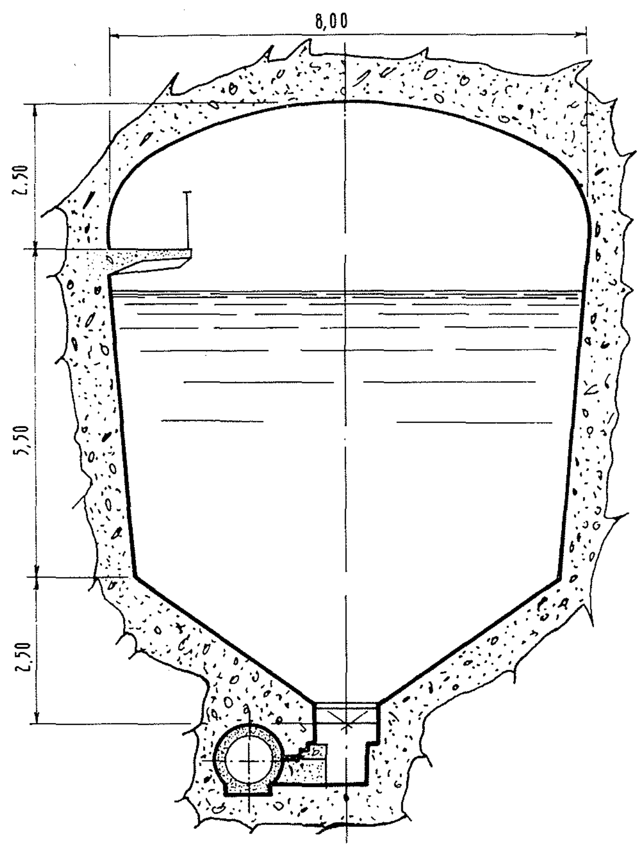

FIG. 5
Dessableur Dufour, type II (coupe transversale)

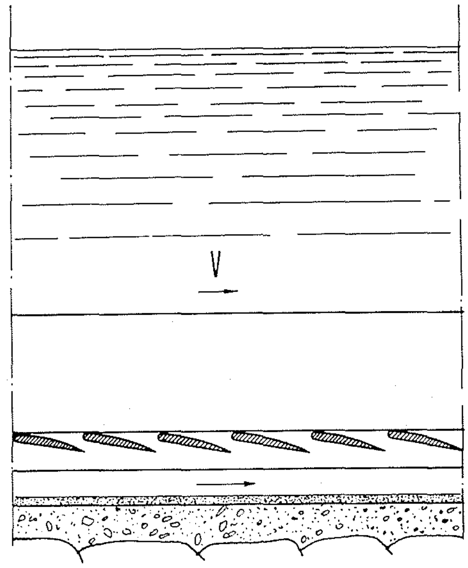

FIG. 6
Dessableur Dufour, type II (coupe longitudinale)

1° Dessableur de Passy

Le dessableur de Passy est un dessableur Dufour type II de 85 m de longueur et de 45 m² de section. Il existe, en fait, deux bassins fonctionnant en parallèle, chacun pour un débit de 15 m³/s.

Ce type de dessableur dispose d'un système de purge qui permet d'éliminer le sable au fur et à mesure qu'il atteint le fond : en section transversale, le radier se présente sous forme de deux parois obliques très inclinées (environ 30°) convergeant vers une rigole centrale; les grains de sable qui, après décantation, atteignent le fond, ne peuvent se maintenir sur les parois en raison de leur forte pente, et se rassemblent dans la rigole; une série d'aubages permet l'entrée des grains dans la rigole mais empêche leur retour vers le canal (voir fig. 5 et 6). Cet ouvrage réalise sensiblement la condition de décantation parfaite.

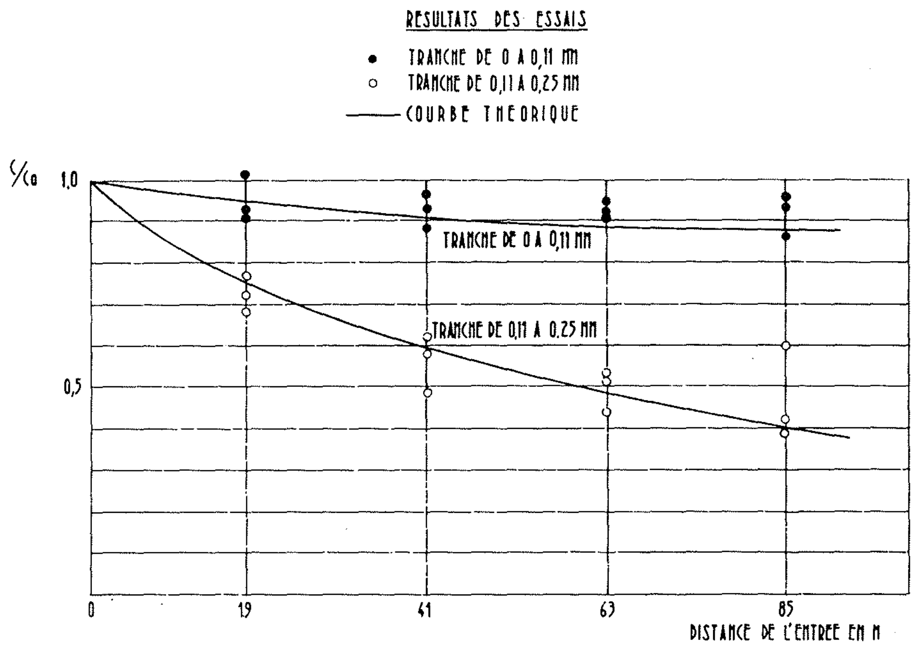

FIG. 7
Dessableur de Passy

Compte tenu de la granulométrie des sables transportés en suspension, il est possible de tracer les courbes d'évolution de la concentration moyenne en fonction de l'abscisse. Ceci a été fait pour les deux tranches granulométriques 0 à 0,11 mm et 0,11 à 0,25 mm) qui ont fait l'objet de prélèvements suffisamment abondants pour se prêter à une analyse granulométrique précise : les courbes théoriques sont en bon accord avec les résultats expérimentaux (voir fig. 7).

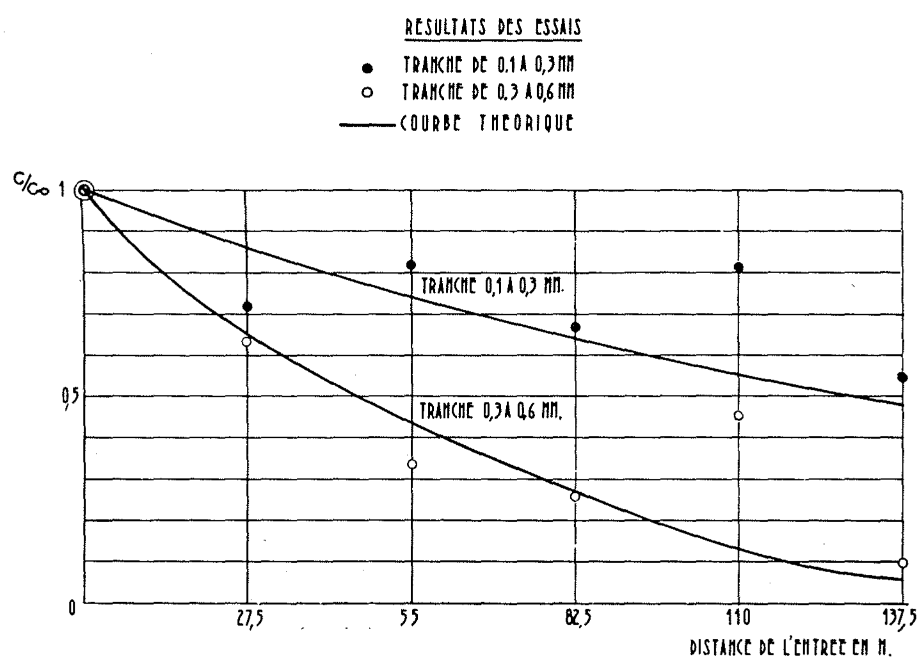

FIG. 8
Dessableur du Péage-de-Vizille

2° Dessableur du Péage-de-Vizille

Le dessableur du Péage-de-Vizille est un dessableur Dufour type III de 130 m de longueur et de 40 m² de section. Le débit d'équipement étant voisin de 40 m³/s, la vitesse moyenne dans le canal de dessablage est relativement élevée, de l'ordre de 1 m/s. Dans un dessableur de ce type, les grains de sable qui atteignent le fond sont transportés par charriage jusqu'aux orifices de purge qui assurent leur évacuation. Il y a donc, pour les grains les plus fins, possibilité de remise en suspension et la condition de décantation parfaite n'est valable en toute rigueur qu'à partir d'un certain diamètre.

Au Péage-de-Vizille, ce diamètre est de 0,5 mm environ; mais de 0,5 à 0,3 mm, les possibilités de remise en suspension sont encore très faibles et limitées à la simple saltation.

Les résultats des essais, indiqués sur la figure 8, concernent deux tranches granulométriques : 0,1 à 0,3 mm et 0,3 à 0,6 mm. L'accord avec les courbes théoriques n'est pas mauvais, mais on constate :

— Que les points expérimentaux sont généralement situés au-dessus de la courbe théorique, notamment pour les grains fins, ce qui semble indiquer que la décantation réelle était moins rapide que la décantation parfaite;

— Que la dispersion est plus grande que pour les essais de Passy, probablement à cause des remises en suspension qui se font généralement par bouffées et non de façon continue.

IV. — APPLICATION DE CES RÉSULTATS AU DIMENSIONNEMENT DES OUVRAGES

A la lumière des développements théoriques précédents, il est possible de chercher les dispositifs les plus propres à assurer la décantation la plus poussée d'un courant d'eaux chargées sans augmenter exagérément le prix des ouvrages ou la consommation d'eau par les purges.

Soit b la largeur d'un canal, de tirant d'eau H, où l'on veut dessabler en débit Q. On a :

$$Q = b\,H\,V$$

Dans l'étude précédente, nous avons vu que le paramètre principal de la décantation était la longueur réduite ξ :

$$\xi = \frac{u}{V}\frac{x}{H}$$

soit :

$$\xi = u\,(bx/Q) = u\,(\Sigma/Q)$$

avec : $\Sigma = bx =$ surface en plan du dessableur ou du bassin.

Autrement dit, le dessablage d'un débit donné sera d'autant meilleur, toutes autres conditions de turbulence restant égales, que la surface du dessableur ou du bassin sera plus grande. Il ne sert à rien d'augmenter le tirant d'eau H.

Généralement, les eaux courantes qu'il s'agit de traiter offrent une gamme de granulométrie assez étendue :

Le premier problème est de se fixer un diamètre minimum à partir duquel on désire obtenir une efficacité quasi totale. Pour ce diamètre, il est nécessaire d'être en régime de décantation parfaite, sinon on risque de voir les matériaux accumulés sur le radier à la suite d'une crue solide, progressivement remis en suspension pendant les périodes d'eaux claires.

Ce résultat peut être obtenu, comme nous l'avons vu :

— soit à l'aide d'un dispositif de purge adéquat (Dufour, type II),

— soit par limitation des vitesses et, par voie de conséquence, de la tension de frottement sur le fond.

Si l'on connaît, pour ce diamètre, les valeurs de λ_0 et de λ_∞ (qui peuvent être déterminées par ailleurs, comme nous le verrons plus loin), il suffit de se reporter au diagramme général pour obtenir la valeur de la longueur réduite ξ, et par conséquent de la surface Σ, correspondant à la valeur de l'efficacité que l'on veut réaliser.

Les dimensions étant ainsi déterminées, on peut alors calculer les efficacités que l'on peut attendre de l'ouvrage pour les autres diamètres. Pour les grains fins, deux cas sont à envisager :

— ou bien le système de purge élimine tous les grains qui arrivent au fond et la décantation réelle est égale à la décantation parfaite calculée;

— ou bien les conditions précédentes ne sont pas réalisées et la décantation réelle est moins poussée que la décantation parfaite.

Il reste à déterminer la valeur de λ_0 et de λ_∞.

Le terme λ_0 peut généralement être calculé compte tenu des conditions d'écoulement à l'entrée du dessableur. Il est au moins égal au rapport λ correspondant à l'état naturel de la rivière, mais il est possible que la valeur à prendre en compte soit plus grande si les ouvrages de prise créent une retenue. De toutes façons, on augmente la sécurité en choisissant pour λ_0 une valeur trop faible, la valeur minimum étant $\lambda_0=1$. Il importe de noter que ce rapport a une très grande influence sur le résultat final et qu'il est toujours préférable de se rapprocher de sa véritable valeur : supposons par exemple que la valeur véritable soit $\lambda_0=2$, et que l'on ait dans le canal du dessableur $\lambda_\infty=100$; pour obtenir une efficacité de 95 %, on est conduit, si on prend $\lambda_0=1$, à majorer la longueur de l'ouvrage de 35 % environ.

Le terme λ_∞, rapport de la concentration au fond à la concentration moyenne en régime uniforme, peut prendre différentes valeurs suivant l'hypothèse que l'on fait sur le coefficient de diffusion turbulente ε. Quelle que soit l'hypothèse admise, le paramètre fondamental pour le calcul de λ_∞ est :

$$\rho = \frac{u}{\sqrt{\tau/\rho}}$$

qui fait intervenir la pente de la ligne d'énergie de l'écoulement dans le dessableur.

CONCLUSION

La détermination des dimensions d'un ouvrage de décantation requiert la connaissance des lois du transport en suspension en régime non uniforme.

Au cours des pages précédentes, nous avons montré que n'importe quelle distribution de concentration peut toujours être considérée comme la superposition de deux régimes :

- Un régime uniforme entièrement déterminé par la nature du fond et les conditions hydrauliques (problème connu);
- Un régime de décantation parfaite, déterminé par la distribution à l'entrée et les conditions hydrauliques mais indépendant des dépôts de fond. Une solution approchée peut en être donnée par un diagramme.

La considération de ces régimes ainsi que des conditions de remise en suspension permettent de déterminer rapidement les caractéristiques essentielles des ouvrages de décantation et éventuellement de comparer plusieurs dispositions, ce qui est très intéressant au stade de l'avant-projet.

Les confrontations effectuées avec les rares résultats naturels que nous possédons sont en bon accord avec la théorie mais il serait souhaitable, pour voir progresser les problèmes de transport solides, de pouvoir disposer de renseignements plus abondants, notamment en ce qui concerne les relations entre les couches profondes de l'écoulement et les dépôts.

DISCUSSION

Président : M. LANGLOIS

M. le Président se fait l'interprète des auditeurs pour remercier M. LAMBLÉ de son intéressante communication, et, avant de leur passer la parole, désire présenter les quelques remarques suivantes :

La communication de M. LAMBLÉ comporte deux parties bien distinctes :

- La première, qui comprend les trois premiers chapitres, expose des considérations essentiellement d'ordre théorique;
- La seconde, qui comprend les deux derniers chapitres, a trait à la détermination pratique du dimensionnement des dessableurs par application de formules classiques déjà en usage, et fait état, par ailleurs, des résultats obtenus sur deux dessableurs existants.

En fait, et ainsi que M. LAMBLÉ l'a indiqué lui-même, il semble bien que la première partie n'est pas à proprement parler une méthode nouvelle et simplifiée de calcul des ouvrages de décantation, mais plutôt « une contribution à l'étude théorique de la décantation ».

Quant à la seconde partie, indépendamment du rappel des méthodes actuelles du calcul du dimensionnement des dessableurs, elle donne d'intéressantes précisions sur l'utilisation et la méthode de détermination du paramètre λ représentant le rapport entre la concentration au fond et la concentration moyenne dans une section déterminée.

Sans insister davantage sur cette seconde partie, je me bornerai à faire ressortir les aspects intéressants de la partie théorique de son exposé :

1° M. LAMBLÉ a eu le mérite d'avoir fait avancer la théorie de la décantation en tirant le meilleur parti de l'équation différentielle générale en régime varié qu'il a rappelée en faisant notamment ressortir mathématiquement, par les conditions aux limites, le caractère physique du phénomène que l'on connaissait déjà par intuition, et selon lequel, dans le cas de la décantation parfaite, toutes les concentrations tendent vers zéro quand il n'y a pas de remise en suspension.

2° D'autre part, il a clairement montré que, dans le cas général des suspensions en régime varié et si le flux de remise en suspension est constant, la distribution des concentrations peut être représentée par la somme des deux distributions :

— l'une avec remise en suspension nulle correspondant à la décantation parfaite,

— l'autre correspondant au régime uniforme.

3° Enfin, il a donné une équation simplifiée, basée sur l'hypothèse d'une évolution lente des concentrations dans le sens de l'écoulement.

C'est une hypothèse simplificatrice qui peut être valable et dont il a tiré le meilleur parti par les dispositions simples et intéressantes auxquelles il a été conduit.

On peut dire, en conclusion, que les considérations théoriques de M. LAMBLÉ méritent d'être poursuivies; je pense que l'on pourrait essayer de confirmer un certain nombre des calculs qu'il a avancés, notamment par une détermination expérimentale des valeurs du coefficient λ. Il a fait, à cet égard, certaines hypothèses qui paraissent valables a priori, mais au sujet desquelles je crois, néanmoins, qu'il serait bon de faire quelques expériences, si possible sur des dessableurs existants ou, à défaut, sur des modèles réduits.

M. le résident ouvre ensuite la discussion en espérant que des auditeurs présenteront des remarques notamment sur les applications faisant l'objet de la deuxième partie de son exposé, à la lumière des expériences qui ont pu être faites sur les dessableurs actuellement en service aux Houches et au Péage-de-Vizille.

M. BOUVARD présente plusieurs observations :

1° « Nous ne croyons pas, dit-il, l'équation de Rouse susceptible de s'appliquer à l'étude des régimes de décantation, et ceci pour deux raisons :

a) ce que donne cette théorie, en régime uniforme, c'est le rapport (C/C_0) pris à l'infini, mais, en aucun point, la valeur absolue des concentrations. L'allure des courbes est la même s'il s'agit de concentration moyenne de 1 g ou de 1 kg de corps en suspension par mètre cube d'eau.

Le paramètre C_∞ de l'équation (3) de M. LAMBLÉ ne nous paraît donc pas susceptible d'être déterminé autrement que sous la forme d'une fonction du débit solide restant à l'extrémité aval du dessableur.

b) la mise en équation écrit que la quantité de matériaux remontée est égale à $\varepsilon\,(dC/dy)$:

ε n'est, d'après la théorie, pas lié à la vitesse de chute des matériaux, donc à leur grosseur, et par suite la turbulence serait capable de les remonter quelles que soient leurs caractéristiques; autrement dit, la remise en suspension ne serait jamais nulle.

Ceci paraît en contradiction avec la seconde équation qu'a posée M. LAMBLÉ, par laquelle il exprime que la turbulence n'est plus capable de remonter les matériaux de diamètre supérieur à une valeur correspondant à :

$$\tau_0 = 0{,}25\;(\rho' - \rho)\;gd$$

Nous sommes d'ailleurs tout à fait d'accord avec cette expression. Nous avions eu l'occasion de développer ce point de vue à la séance du Comité Technique de la S.H.F. du 16 juin 1955. Mais il faudrait insérer cette expression sous une certaine forme dans la mise en équation de Rouse, en écrivant, par exemple, que le flux de remise en suspension est défini par la formule :

$$\varepsilon_0\,(w - u_*)\;dc/dy$$

lorsque :

$$u_*^2 = (\tau_0/\rho) > 0{,}25\,[(\rho' - \rho)/\rho]\;gd$$

w représentant une caractéristique de la vitesse de chute des grains en eau calme.

On prendrait ainsi en compte le fait qu'au-delà d'une certaine vitesse de précipitations, la remise en suspension s'annule.

2° Nous ne croyons pas possible de confronter la théorie avec l'expérience en partant des intervalles granulométriques définis par M. LAMBLÉ. En effet, si les diamètres extrêmes définissant les intervalles granulométriques sont, par exemple, 0,11 et 0,25 mm, on aura une variation de u (vitesse de chute en eau calme) de 1 à 3 et une variation de l'exposant de Rouse du même ordre. La différence serait encore plus grande s'il s'agit de l'intervalle 0 — 0,11 mm, puisque l'exposant est nul pour une vitesse de chute des grains tendant vers zéro avec leur diamètre.

Il serait nécessaire, pour faire la comparaison, d'utiliser des fuseaux granulométriques dont les diamètres extrêmes seraient peu différents. »

M. LAMBLÉ répond :

Les objections théoriques présentées par M. BOUVARD font ressortir les difficultés que l'on rencontre quand on veut analyser les interactions de l'écoulement et du fond.

a) Il est exact que la théorie de Rouse donne, en régime uniforme, le rapport C/C_0 et non les valeurs absolues des concentrations. Mais, pour un écoulement donné et une nature bien déterminée des dépôts de fond, il n'y a qu'un régime uniforme possible. Par conséquent la valeur de C_0 (ou $C_\infty\,(o)$ avec les notations ci-dessus), prise au voisinage du fond, est bien définie et peut être considérée comme caractéristique des remises en suspension. C'est donc le débit solide restant à l'aval qui est une fonction de $C_\infty\,(o)$ et non l'inverse.

b) Dans l'expression du flux F de remise en suspension :

$$F = [\,\varepsilon\,(\partial c/\partial y)\,]_{y=0}$$

le coefficient ε est bien indépendant de la nature (granulométrie, vitesse de chute) des matériaux, mais la dérivée $(\partial c/\partial y)_{y=0}$ elle, en dépend. Physiquement, cela signifie que la proportion des matériaux remis en suspension est susceptible d'affecter profondément l'allure des courbes des concentrations au voisinage du fond. Si le diamètre des grains qui constituent les dépôts est tel que :

$$\tau_0 < 0{,}25\;(\rho' - \rho)\;gd$$

cela signifie que $(\partial c/\partial y)_{y=0} = 0$. Il n'y a donc aucune contradiction.

En fait, les difficultés de la formule de Rouse proviennent du fait qu'il faut en limiter l'application à une certaine distance au voisinage du fond. En effet pour $y=0$, ε est nul et pour que l'expression $\varepsilon\,(\partial c/\partial y)$ ait une valeur finie, il faut que $(\partial c/\partial y)$ soit infinie.

C'est pourquoi toute expression — que ce soit celle proposée par M. BOUVARD ou une autre — qui fait intervenir une valeur finie de ε semble préférable.

En ce qui concerne les intervalles granulométriques qui font l'objet des vérifications expérimentales, il n'a pas été possible d'utiliser des définitions plus serrées. En effet, pour des grains de cette dimension, la méthode d'analyse la mieux adaptée est le tamisage. Si l'on veut définir des tranches très étroites, on perd toute précision sur la définition du diamètre. La très grande dispersion des résultats aurait alors enlevé toute valeur à la confrontation.

Celle-ci a été menée de la façon suivante : nous avons tracé les courbes de décantation pour des tranches très serrées et nous avons ensuite effectué la sommation en pondérant chaque tranche du pourcentage de grains contenus dans la tranche considérée. C'est ce bilan global qui a fait l'objet de la comparaison avec les résultats expérimentaux. Il eût peut-être été plus convaincant d'opérer sur des tranches plus serrées, mais nous pensons que la vérification du bilan n'est pas dépourvue de valeur ».

M. le Président pense, tout de même, que la détermination, par expérimentation, de ces courbes, présenterait de l'intérêt : sans aucun doute, on pourrait avoir des concentrations plus constantes si l'on faisait des essais, sur modèle réduit notamment.

M. LAMBLÉ répond qu'il avait été envisagé, même sur des ouvrages existants, de faire des injections de sables dont la granulométrie était bien déterminée; malheureusement, cela n'a pu être fait.

M. MAITRE craint qu'une étude de ces phénomènes sur modèle réduit ne soit pas valable en raison de l'incertitude des lois de similitude de la turbulence.

Tout en partageant l'opinion de M. BOUVARD sur les imperfections de la théorie de Rouse dans certaines expression limites, M. MAITRE pense que M. LAMBLÉ a tiré le maximum de l'application de cette théorie au régime variable : en tant que projeteur, il est reconnaissant à M. LAMBLÉ d'avoir défini rationnellement un paramètre, ξ, qui est comparable au coefficient de majoration utilisé dans les projets et estimé, jusqu'à présent, suivant une méthode empirique.

D'autre part, M. MAITRE pense que le rapport des concentrations à l'entrée et à la sortie, qui est défini pour un même volume d'eau turbinée, serait pour l'exploitant plus significatif de l'efficacité d'un dessableur que le rapport des débits solides; mais il précise que ceci ne diminue en rien la valeur de l'exposé de M. LAMBLÉ, puisque toutes ses expressions sont homogènes et que l'on passe des débits solides aux concentrations.

Enfin, M. MAITRE remarque que, dans le cas du Péage-de-Vizille, où il y a, par suite du charriage, un dépôt de dunes ou de matériaux sur le fond, le coefficient de Chézy devrait avoir une valeur plus faible que celle du fond propre en béton que M. LAMBLÉ fait intervenir.

M. le Président s'associe particulièrement à la dernière remarque de M. MAITRE.

M. LAMBLÉ convient qu'il faudrait prendre un coefficient plus faible, ce qui aurait pour effet de diminuer le λ_∞ et par conséquent la décantation, ceci compte non tenu du fait que les dépôts peuvent engendrer des remises en suspension.

M. le Président remercie M. BOUVARD et M. MAITRE de leurs remarques; il remercie également M. LAMBLÉ de ses réponses.