

Le réglage de la fréquence en réseau séparé par des turbines Francis de n_s moyen, le dosage du régleur étant optimisé

PAR G. RANSFORD

INGÉNIEUR A LA SOGREAH

English text, p. 48

Résumé pratique des données sur le réglage de la fréquence sur des turbines Francis de vitesse spécifique moyenne, compte tenu de l'effet de l'autorégulation et de la pente de la courbe de rendement.

L'article donne, pour 25 combinaisons de ces facteurs, les valeurs optimales des paramètres de réglage et les courbes de réponse en fréquence lors d'une prise de charge brutale.

I. — INTRODUCTION

Dans une publication précédente (*La Houille Blanche*, n° 3, 1958, pp. 213-228), nous avons exposé une méthode d'analyse permettant d'optimiser le dosage des régulateurs des turbines Francis, compte tenu du coefficient d'autorégulation du réseau et de la pente de la courbe de rendement en fonction de l'ouverture du vannage. Nous n'avons fait qu'effleurer à cette époque l'étude de la précision du maintien de la fréquence par des turbines réglées de cette manière. Cependant, nous avons attiré l'attention sur l'intérêt que pourrait présenter une formule du type :

$$|u_{\max}| = \beta \sqrt{I/t_n} \quad (\text{où } \beta \approx 0,95)$$

formule qui donne l'écart maximum de la fréquence après un saut brutal de la puissance demandée. La valeur de l'intégrale I pouvait être déterminée à l'aide des graphiques accompagnant l'article en question; t_n désignait un paramètre, voisin de 2, défini comme étant le temps, en variables réduites, mis pour atteindre u_{\max} après la perturbation.

Nous voudrions maintenant faire le point de cette question laissée en suspens. Les résultats obtenus peuvent se résumer ainsi :

Le paramètre β reste voisin de 0,95 dans une large gamme de conditions d'exploitation. Quant à t_n , nous avons trouvé des valeurs allant de 1,25 à 3,25 environ, dans les cas étudiés. Toutefois, ce facteur intervient sous le radical dans la for-

mule donnant u_{\max} ; de ce fait, l'effet des erreurs possibles d'interpolation dans le tableau accompagnant notre texte sera atténué.

Cinq graphiques (les figures 1 à 5) traduisent, en variables réduites, le comportement détaillé des turbines Francis dont le réglage obéit à notre critère de $(I/w_0^2)_{\min}$, pour différentes valeurs de a , le coefficient d'autorégulation en variables réduites, et de b , la pente relative de la courbe de rendement.

Soulignons, une fois de plus, l'intérêt qu'il y aurait à diminuer quelque peu, dans la pratique, les facteurs de dosage « optima », λ et μ , qui correspondent ici à notre critère de base déjà mentionné.

Ainsi, au lieu de prendre, pour $a = b = 0$,

$$\begin{aligned} \mu &= 0,12 \\ \lambda &= 0,73 \end{aligned}$$

nous ferions mieux de choisir :

$$\begin{aligned} \mu &= 0,10 \\ \lambda &= 0,70 \end{aligned}$$

par exemple.

Nous n'avons pas entrepris d'étude systématique de cette question, mais il y a lieu de croire que l'amortissement des oscillations de fréquence bénéficierait du changement, l'écart maximum de fréquence restant à peu près inchangé. Il est à noter en passant que nous sommes arri-

vés à des conclusions contraires, en ce qui concerne les groupes bulbes, dans notre étude sur les Kaplans; les deux cas diffèrent sur bien des points, en effet.

Le présent texte contient tous les détails inté-

ressant les applications pratiques, un exemple numérique ayant été ajouté pour mieux illustrer le raisonnement. Toutefois, le premier article contient les études de base indispensables à une connaissance générale de nos méthodes.

II. — NOTATIONS

Les notations sont celles que nous avons employées dans l'article paru dans *La Houille Blanche*, n° 3, 1958 (voir aux pages 221-223). En particulier :

- $a = \frac{cf^{2\theta}}{\tau} A$: Le coefficient d'autorégulation du réseau en « variables réduites » ;
- $b = \frac{cf}{\eta} \frac{d\eta}{d(\Delta Y)}$: La pente relative de la courbe de rendement ;
- $c = \frac{\eta_1}{\eta_n}$: L'inverse du rendement relatif ;
- $f = \frac{Y_n}{c}$: La puissance relative à fournir par la turbine ;
- $t = \frac{T}{cf\theta}$: Le temps en variables réduites ;
- t_u : Temps, en variables réduites, mis pour atteindre u_{\max} ;
- $u = \frac{\tau}{cf^{2\theta}} \left(\frac{\Delta\Omega}{\Omega_1} \right)$: La variation relative de vitesse du groupe, en variables réduites ;
- u_{\max} : Le premier écart maximum de u survenant après une variation brutale de la puissance demandée ;

$w_0 = \frac{\Delta W}{W_n}$: La variation relative (brutale) de la puissance demandée ;

A : Le coefficient d'autorégulation du réseau, compris en général entre 0 et 2 ;

$I = \int_0^\infty u^2 dt$: Intégrale chiffrée après un saut de puissance ;

η_n : Le rendement à l'ouverture partielle n ;

η_1 : Le rendement à la pleine puissance ;

$\theta = \frac{Q_1}{gH_1} \sum \frac{L}{S}$: Le temps de lancer de la conduite ;

$\lambda = \frac{f\theta}{\tau} K_\lambda$: Le dosage tachymétrique du régulateur, en variables sans dimensions ;

$\mu = \frac{cf^{2\theta^2}}{\tau} K_\mu$: Le dosage accélérométrique du régulateur, en variables réduites ;

τ : Le temps de lancer du groupe, évalué pour la pleine puissance.

III. — BUT DE L'ÉTUDE

Nous nous sommes attachés à évaluer :

- 1° Les combinaisons de μ et de λ conduisant, pour a et b donnés, à la valeur minimum de I/w_0^2 ;
- 2° La valeur correspondante de I/w_0^2 ;
- 3° Les valeurs λ_{\max} et λ_{\min} qui fixent les deux extrémités, sur l'axe $\mu=0$, de la zone de stabilité; ces paramètres permettent de se rendre compte de l'étendue de cette zone, ainsi qu'il a été démontré dans l'article sur les turbi-

nes Kaplan paru dans *La Houille Blanche*, n° 6, 1959 ;

- 4° La valeur de t_u pour la combinaison de λ et de μ choisie ;

- 5° La valeur de $-(u_{\max}/w_0)$; ce paramètre est positif, du moment qu'une augmentation de la puissance demandée ($w_0 + ve$) se traduit par un premier écart maximum de u , de signe négatif ;

- 6° $\beta = |u_{\max}| \sqrt{t_u/I}$.

Nous avons déjà souligné l'intérêt de ce paramètre.

IV. — LES RÉSULTATS

On est prié de se reporter à la table qui présente les paramètres de réglage « optima », selon le sens que nous attribuons à ce terme, pour les combinaisons suivantes :

$a = 0$	$b = + 0,4$
$a = 0,1$	$b = + 0,2$
$a = 0,2$	$b = 0$
$a = 0,3$	$b = - 0,2$
$a = 0,4$	$b = - 0,4$

a	b	τ	λ	Valeur correspondante de $1/w_0^2 = (1/w_0^2)_{\max}$	λ_{\max}	λ_{\min}	t_u	$-(u_{\max}/w_0)$	Facteur de forme β	b	a
0	+ 0,4	0,179	0,866	3,63	1,250	0	1,54	1,43	0,932	+ 0,4	0
	+ 0,2	0,148	0,791	6,40	1,111	0	1,81	1,785	0,949	+ 0,2	
	0	0,121	0,734	11,94	1,000	0	2,14	2,28	0,964	0	
	- 0,2	0,097	0,687	24,48	0,909	0	2,58	3,015	0,979	- 0,2	
	- 0,4	0,074	0,651	59,06	0,833	0	3,22	4,25	0,992	- 0,4	
0,1	+ 0,4	0,211	0,892	2,785	1,312	- 0,071	1,45	1,29	0,933	+ 0,4	0,1
	+ 0,2	0,178	0,812	4,71	1,167	- 0,083	1,685	1,59	0,949	+ 0,2	
	0	0,150	0,750	8,33	1,050	- 0,100	1,97	1,98	0,964	0	
	- 0,2	0,125	0,701	15,84	0,955	- 0,125	2,34	2,54	0,975	- 0,2	
	- 0,4	0,102	0,662	33,94	0,875	- 0,167	2,85	3,40	0,984	- 0,4	
0,2	+ 0,4	0,245	0,918	2,195	1,375	- 0,143	1,37	1,18	0,934	+ 0,4	0,2
	+ 0,2	0,210	0,834	3,60	1,222	- 0,167	1,58	1,43	0,949	+ 0,2	
	0	0,181	0,767	6,10	1,100	- 0,200	1,84	1,75	0,962	0	
	- 0,2	0,155	0,717	10,98	1,000	- 0,250	2,15	2,19	0,972	- 0,2	
	- 0,4	0,131	0,675	21,75	0,917	- 0,333	2,58	2,84	0,977	- 0,4	
0,23	+ 0,4	0,280	0,944	1,77	1,438	- 0,214	1,302	1,09	0,935	+ 0,4	0,3
	+ 0,2	0,244	0,857	2,82	1,278	- 0,250	1,495	1,30	0,949	+ 0,2	
	0	0,214	0,784	4,64	1,150	- 0,300	1,73	1,57	0,961	0	
	- 0,2	0,186	0,734	8,00	1,045	- 0,375	2,00	1,93	0,967	- 0,2	
	- 0,4	0,1615	0,689	15,00	0,958	- 0,500	2,37	2,44	0,969	- 0,4	
0,43	+ 0,4	0,317	0,971	1,45	1,500	- 0,286	1,24	1,01	0,935	+ 0,4	0,4
	+ 0,2	0,279	0,878	2,265	1,333	- 0,333	1,42	1,20	0,948	+ 0,2	
	0	0,247	0,804	3,63	1,200	- 0,400	1,63	1,43	0,958	0	
	- 0,2	0,218	0,751	6,07	1,091	- 0,500	1,88	1,73	0,963	- 0,2	
	- 0,4	0,193	0,705	10,92	1,000	- 0,667	2,20	2,14	0,962	- 0,4	

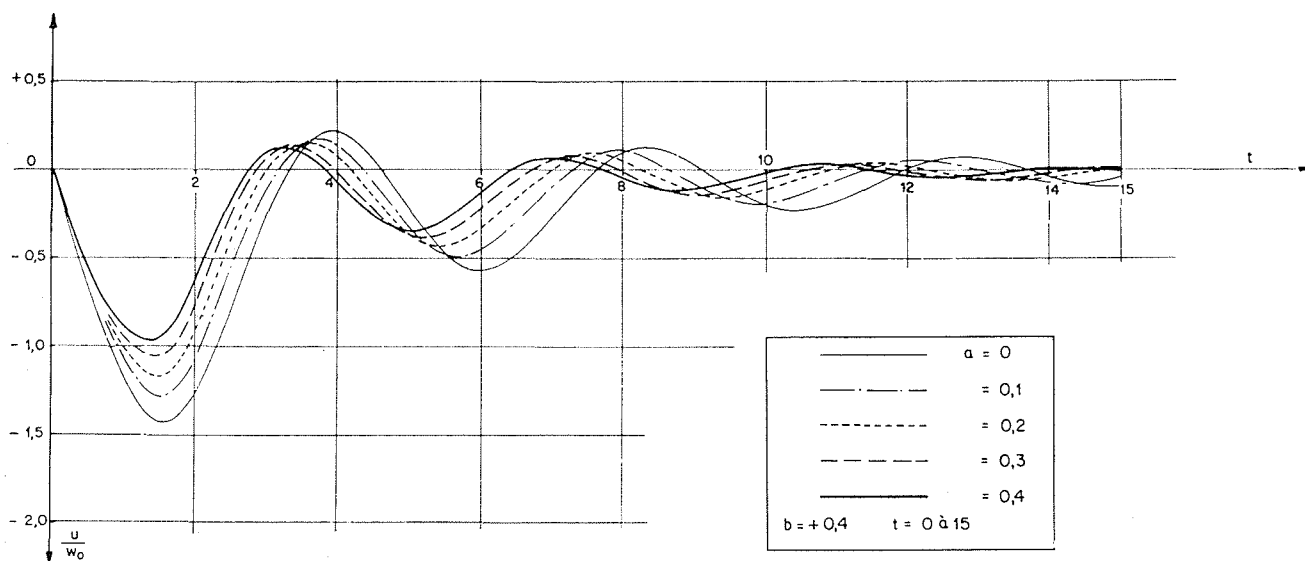


FIG. 1.

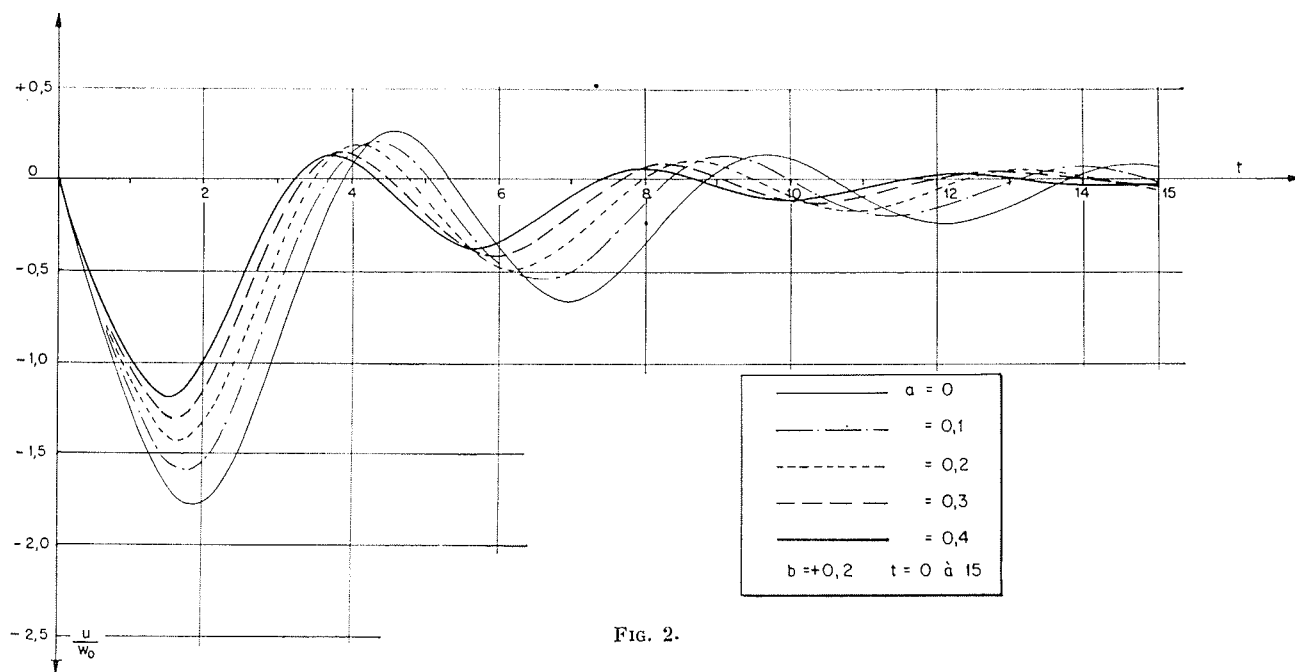


FIG. 2.

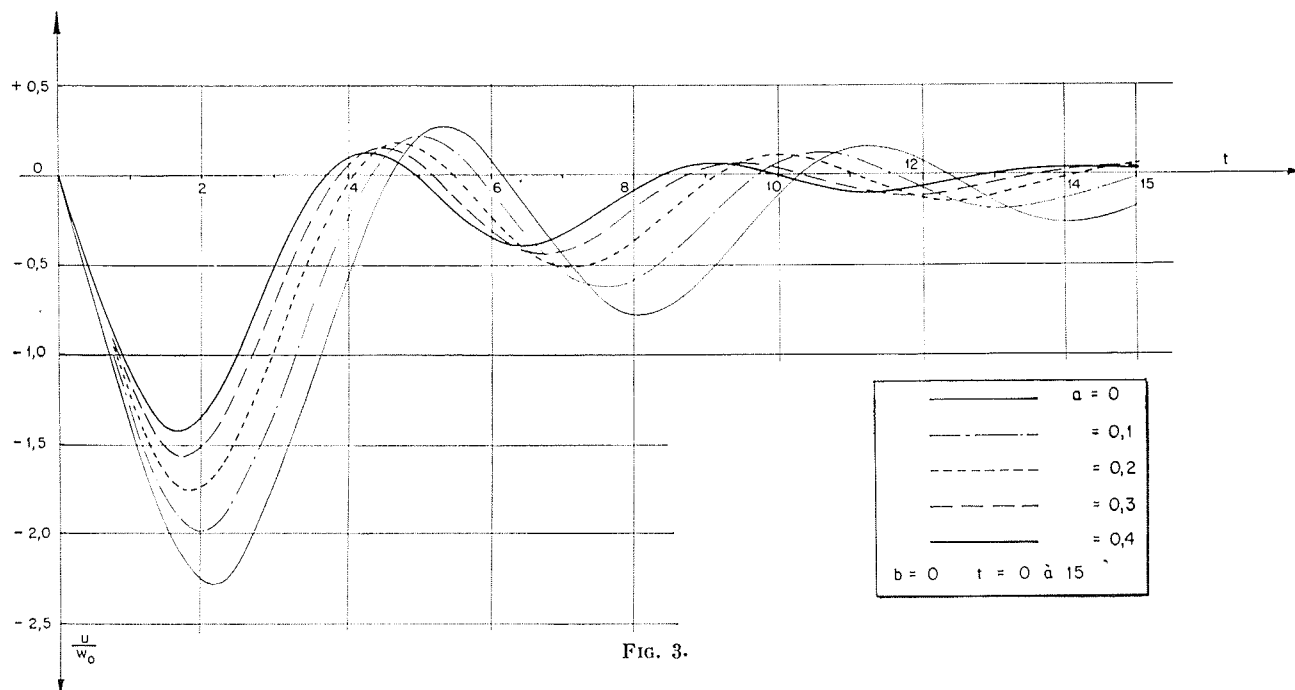


FIG. 3.

Les figures 1 à 5 concrétisent le comportement du groupe réglé pour chaque combinaison étudiée. Rappelons enfin qu'une légère diminution de λ et de μ résulterait sans doute en une amélioration de l'amortissement, selon ce que nous avons déjà dit.

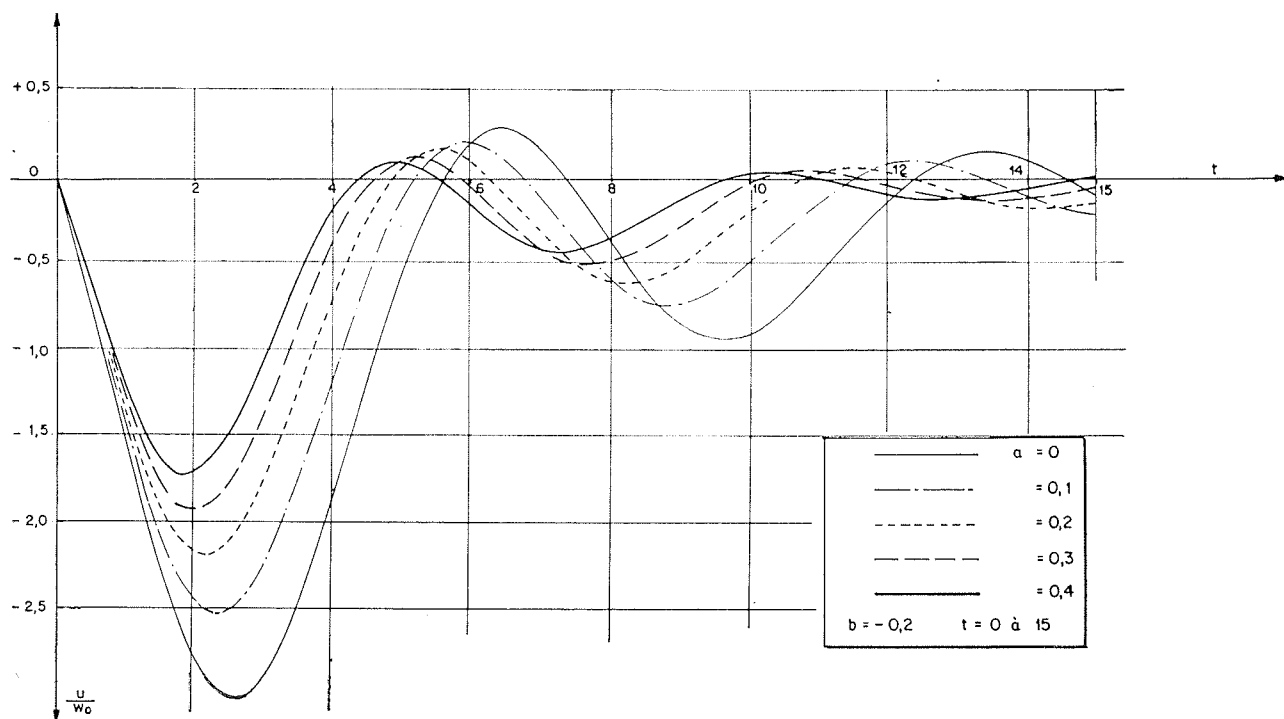


FIG. 4.

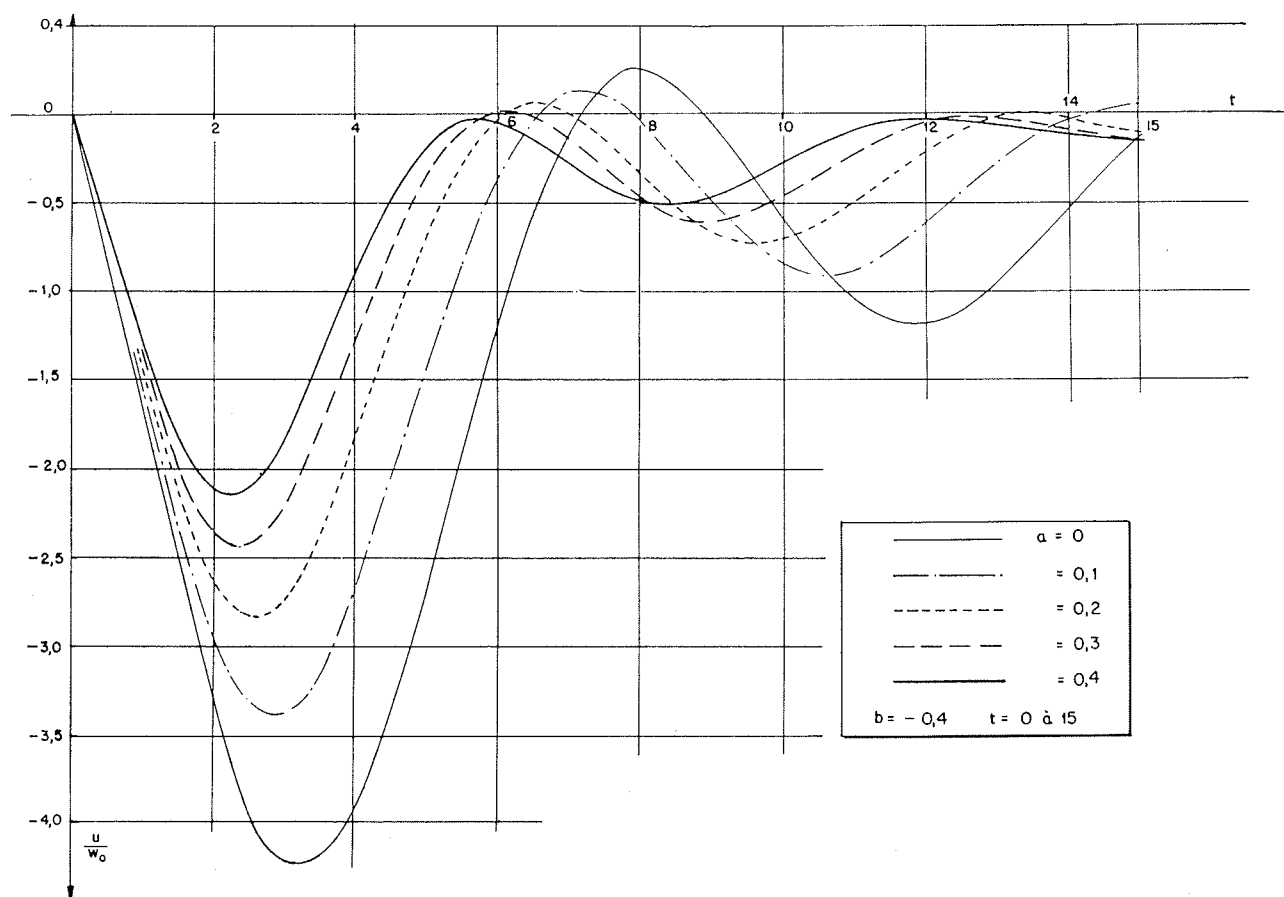


FIG. 5.

V. — EXEMPLE NUMÉRIQUE

Cet exemple a été suggéré par l'étude d'un aménagement en construction. Les caractéristiques choisies sont toutefois fictives en partie.

Un ensemble de turbines Francis de 142 000 ch/112 500 kVA chacune et d'une vitesse de rotation de 187,5 tr/mn doit fournir de l'énergie électrique en réseau séparé, la fréquence étant de 50 périodes. Chaque turbine possède sa conduite forcée de 4,88 mètres de diamètre; la chute nette est de 103,8 mètres. L'inertie (PD^2) du rotor de l'alternateur se chiffre à 7 600 t.m².

Compte tenu du rendement de la turbine et de son alternateur, nous savons que le débit à la puissance nominale s'élève à 112 m³/s. Il s'ensuit que la vitesse maximum dans la conduite forcée égale 6,01 m/s. La longueur de cette conduite peut être évaluée à 160 mètres, s'agissant des calculs d'inertie de l'eau : ce chiffre tient compte d'une majoration pour la bêche spirale et l'aspirateur.

Le rendement de la turbine à l'ouverture maximum se chiffre à :

$$\frac{75 \times 142\,000}{1\,000 \times 103,8 \times 112,5} = 91,2\%$$

(Voir la figure 6).

On peut mentionner que, le facteur de puis-

sance nominal étant de 90 %, le rendement de l'alternateur s'établit à 97 % :

$$\frac{112\,500 \times 0,90}{142\,000 \times 0,1355} = 97\%$$

D'autre part, la vitesse spécifique des turbines est égale à :

$$\frac{187,5 \times 142\,000}{(103,8)^{5/4}} = 214$$

Les turbines sont du type « moyen » auquel notre analyse s'applique en toute rigueur.

Le φ de la conduite s'identifie à 3 environ [$\varphi = (aV)/2gH$], à la pleine charge. Nous sommes autorisés par conséquent à négliger le coup de bélier d'onde dans la conduite; il serait possible d'en tenir compte de la façon expliquée dans *La Houille Blanche*, n° 1, 1959, pp. 32-46.

Le temps de lancer d'un groupe est donné par :

$$\tau = \frac{(187,5)^2 \times 7\,600}{270 \times 142\,000} = 7,0 \text{ secondes}$$

Le temps de lancer d'une conduite s'identifie à :

$$\theta = \frac{160 \times 6,01}{9,8 \times 103,8} = 0,95 \text{ seconde}$$

On examinera le cas où le coefficient d'auto-réglage vaut 2,0.

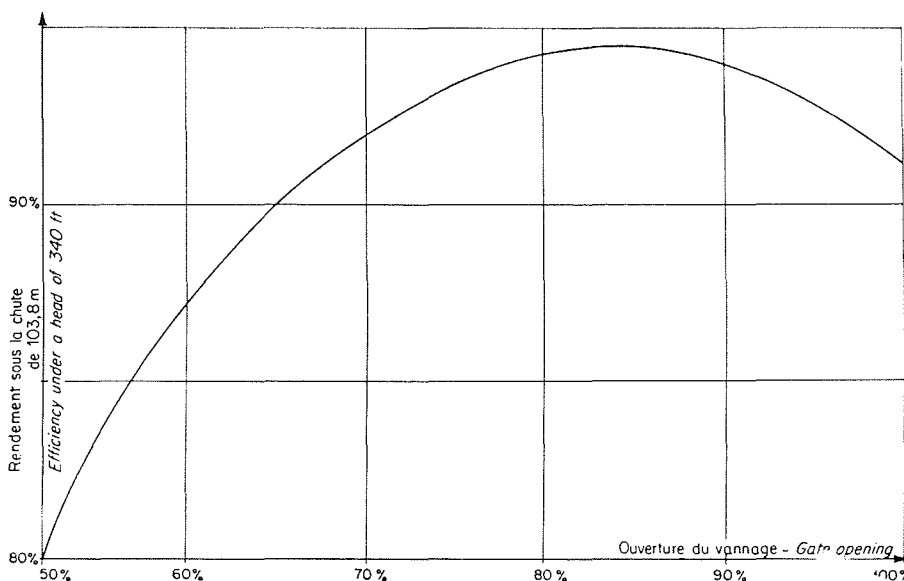


FIG. 6.

Les calculs se déroulent, suivant le tableau ci-dessous, pour trois valeurs typiques (70 %, 85 %, 100 %) de l'ouverture du vannage :

L'analyse, étant linéarisée, n'est valable que pour des faibles variations w_0 de la charge, de l'ordre de 5 % à 10 % au maximum :

$$(w_0 = 0,05 \text{ à } 0,10).$$

Les résultats soulignent l'amélioration très nette du maintien de la fréquence à mesure que la charge diminue. Cette conclusion, quoique exacte, est sujette à deux remarques :

a) w_0 est le changement *relatif* de la puissance demandée, et ne représente pas le même nombre de kilowatts à des ouvertures partielles qu'à la pleine ouverture;

b) Pour des valeurs du paramètre φ inférieures à 2 environ, il convient de prendre le coup de bélier d'onde en considération; le réglage de la fréquence en est influencé défavorablement, lorsqu'on le compare avec le schéma simple présenté ici (coup de bélier de masse). Cependant, dans notre exemple, ce paramètre se chiffre encore à 2,1 environ à l'ouverture de 70 %, donc l'analyse telle que nous la présentons est valable dans tous les cas étudiés. On se souviendra, d'après l'article paru dans *La Houille Blanche*, n° 1, 1959, pp. 32-46, que le coup de bélier d'onde conduit à des valeurs de λ et de μ plus faibles que celles évaluées sur la base du coup de bélier de masse.

Ouverture Y_n	0,70	0,85	1,00
c	0,99	0,965	1,00
f	0,707	0,881	1,00
Puissance (ch)	100 500	125 000	142 000
cf^{20}/τ	0,067	0,102	0,136
a	0,134	0,204	0,272
$d\eta/d(\Delta Y)$	+ 0,33	0	— 0,38
b	+ 0,25	0	— 0,416
μ pour $(I/w_0^2)_{\min}$	0,195	0,182	0,152
λ pour $(I/w_0^2)_{\min}$ (par interpolation)	0,839	0,768	0,682
μ recommandé	0,18	0,17	0,14
λ recommandé	0,80	0,75	0,65
K_μ correspondant	2,8 s ⁻¹	1,7 s ⁻¹	1,3 s ⁻¹
K_λ correspondant	8,3	6,25	4,8
Pente de la came de statisme*	0,12	0,16	0,21
Temps de relaxation du dash-pot*	3 s	3,7 s	3,7 s
$(I/w_0^2)_{\min}$ par interpolation	3,8	6,05	17
t_u par interpolation	1,60	1,84	2,45
— (u_{\max}/w_0) , par interpolation	1,465	1,74	2,58
β , par interpolation	0,945	0,962	0,971
$\beta/w_0 \sqrt{I/t_u}$ à titre de contrôle de la valeur de — (u_{\max}/w_0) donnée précédemment	1,455	1,75	2,56
Temps en secondes, mis pour atteindre $(\Delta\Omega/\Omega_1)_{\max}$	1,06 s	1,49	2,33 s
Valeur de $(\Delta\Omega/\Omega_1)_{\max}$	0,098 w_0	0,173 w_0	0,35 w_0
$\Delta\Omega_{\max}$ en fréquence	4,9 w_0	8,9 w_0	17,5 w_0
$\Delta\Omega_{\max}$ en fréquence pour un saut de puissance de 5 %	0,25	0,45	0,88

* Les grandeurs étoilées se rapportent à des régleurs à statisme temporaire.

Separate-network frequency control by medium n_s Francis turbines with optimized governor parameters

BY G. RANSFORD

ENGINEER AT THE SOGREAH

Texte français, p. 41

A summary for practical design purposes of frequency control data for medium specific speed Francis turbines, including the effect of grid inherent stability and runner efficiency droop.

A selection of optimum governor parameters and corresponding response curves after a sudden throwing-on of load are given for 25 possible combinations.

I. — INTRODUCTION

A former article (*La Houille Blanche*, Nr. 3, 1958, pp. 205-219) discussed a method of optimizing Francis turbine governor parameters, taking account of the grid inherent stability factor and the turbine (efficiency/opening) droop. Little was said however about the performance of turbines as far as the accuracy of frequency control goes. However, on the basis of some approximate figures, evidence was put forward to support the belief that this performance, or more particularly, the maximum deviation from the assigned frequency after a sudden throwing on or off load could be determined by a formula of the type :

$$|u_{\max}| = \beta \sqrt{I/t_u}$$

where :

$$\beta \cong 0.95$$

It can be found from the diagrams published in the article referred to, and t_u is a time factor generally equal to about 2.

The usefulness of this formula has now been made evident by the further studies to be described here. It has been found that β is very nearly constant at 0.95 over a wide range of conditions. As for t_u , which in fact denotes the

time (in dimensionless variables) taken for the maximum frequency variation to occur after the sudden load change, it ranges from 1.25 to 3.25 approximately in the cases studied here. However, t_u occurs under the square-root sign in the formula for $|u_{\max}|$ and hence any error in interpolation in the table to be given later on will be attenuated.

Referring now to the detailed behaviour of the unit after a sudden load change, and in particular to the damping out of the speed variation, five graphs show what can be expected for values of b (the dimensionless efficiency slope) ranging from $+0.4$ to -0.4 and with a , the grid inherent stability factor in reduced variables, ranging from 0 to 0.4. It should be noted that the choice of governor parameters, λ and μ , corresponds in all cases to the least value of I/w_0^2 . As pointed out in the first article, it would doubtless be preferable to choose points slightly closer to the origin; for example instead of :

$$\mu = 0.12$$

$$\lambda = 0.73$$

for $a = b = 0$, it would be better to select :

$$\mu = 0.10$$

$$\lambda = 0.70,$$

Though no systematic study has been made of this point, there is good reason to believe that an improvement in damping out of the oscillations would result. The maximum frequency variation would be little affected by this change, however.

The present article sums up the main practical points of use to designers; the earlier article already referred to gives the background of these studies. A numerical example has been added to make the present text self-contained.

II. — NOTATION

The symbols are as used previously (see *La Houille Blanche*, Nr. 3, 1958, pp. 206-207). In particular,

- $a = \frac{cf^2\theta}{\tau} A$: The inherent stability factor of the grid in dimensionless variables;
- $b = \frac{cf}{\eta} \frac{d\eta}{d(\Delta Y)}$: The relative slope of the efficiency curve;
- $c = \frac{\eta_1}{\eta_n}$: The reciprocal of relative efficiency;
- $f = \frac{Y_n}{c}$: The relative load on the turbine;
- $t = \frac{T}{cf\theta}$: Time in dimensionless form;
- t_u : Time in dimensionless form, required to attain u_{\max} ;
- $u = \frac{\tau}{cf^2\theta} \left(\frac{\Delta\Omega}{\Omega_1} \right)$: The relative speed variation of the runner in dimensionless form;

- u_{\max} : The first extreme value of u after a load change;
- $w_0 = \frac{\Delta W}{W_n}$: The relative (sudden) load change;
- A : Inherent stability factor of the grid, ranging generally from 0 to 2;
- $I = \int_0^\infty u^2 dt$: Evaluated after a sudden load change;
- η_n : Efficiency at partial opening n ;
- η_1 : Efficiency at full load;
- $\theta = \frac{Q_1}{gH_1} \sum \frac{L}{S}$: The so-called penstock starting time;
- $\lambda = \frac{f\theta}{\tau} K_\lambda$: Tachymetric effect of governor in dimensionless form;
- $\mu = \frac{cf^2\theta^2}{\tau} K_\mu$: Accelerometric effect of governor in dimensionless form;
- τ : Specific inertia of unit at maximum load.

III. — PURPOSE OF THE INVESTIGATION

The aim has been to determine :

- (a) optimum combinations of μ and λ (i.e., those giving minimum values of I/w_0^2);
- (b) the corresponding values of I/w_0^2 ;
- (c) values of λ_{\max} and λ_{\min} bounding the zone of stability on the axis $\mu = 0$ (cf. article on Kaplan turbines in *La Houille Blanche*, Nr. 6,

- 1959; this enables the extent of the zone of stability to be pictured easily);
- (d) t_u for the optimum μ and λ ;
- (e) — (u_{\max}/w_0) , this quantity being positive; thus a throwing on of load (positive w_0) is followed by a decrease in speed to a first extreme negative value of u ;
- (f) $\beta = |u_{\max}| \sqrt{t_u/I}$.
The utility of β has been explained.

IV. — RESULTS

The results are presented in tabular form for the following combinations of values : —

$a = 0$	$b = + 0.4$
$a = 0.1$	$b = + 0.2$
$a = 0.2$	$b = 0$
$a = 0.3$	$b = - 0.2$
$a = 0.4$	$b = - 0.4$

Frequency variation after a sudden load change has been plotted for each case on figures 1 to 5 (1). It should be recalled once again that somewhat improved damping would no doubt result from slightly smaller values of λ and μ than those chosen here, which correspond to (I/w_0^2) minimum. However an investigation of this point has not been undertaken.

(1) See French text, pp. 41-47.

a	b	μ	λ	Corresponding value of $I/w_0^2 = (I/w_0^2)_{\max}$	λ_{\max}	λ_{\min}	t_w	(U_{\max}/w_0)	Form factor β	b	a
0	+ 0.4	0.179	0.866	3.63	1.250	0	1.54	1.43	0.932	+ 0.4	0
	+ 0.2	0.148	0.791	6.40	1.111	0	1.81	1.785	0.949	+ 0.2	
	0	0.121	0.734	11.94	1.000	0	2.14	2.28	0.964	0	
	- 0.2	0.097	0.687	24.48	0.909	0	2.58	3.015	0.979	- 0.2	
	- 0.4	0.074	0.651	59.06	0.833	0	3.22	4.25	0.992	- 0.4	
0.1	+ 0.4	0.211	0.892	2.785	1.312	- 0.071	1.45	1.29	0.933	+ 0.4	0.1
	+ 0.2	0.178	0.812	4.71	1.167	- 0.083	1.685	1.59	0.949	+ 0.2	
	0	0.150	0.750	8.33	1.050	- 0.100	1.97	1.98	0.964	0	
	- 0.2	0.125	0.701	15.84	0.955	- 0.125	2.34	2.54	0.975	- 0.2	
	- 0.4	0.102	0.662	33.94	0.875	- 0.167	2.85	3.40	0.984	- 0.4	
0.2	+ 0.4	0.245	0.918	2.195	1.375	- 0.143	1.37	1.18	0.934	+ 0.4	0.2
	+ 0.2	0.210	0.834	3.60	1.222	- 0.167	1.58	1.43	0.949	+ 0.2	
	0	0.181	0.767	6.10	1.100	- 0.200	1.84	1.75	0.962	0	
	- 0.2	0.155	0.717	10.98	1.000	- 0.250	2.15	2.19	0.972	- 0.2	
	- 0.4	0.131	0.675	21.75	0.917	- 0.333	2.58	2.84	0.977	- 0.4	
0.3	+ 0.4	0.280	0.944	1.77	1.438	- 0.214	1.302	1.09	0.935	+ 0.4	0.3
	+ 0.2	0.244	0.857	2.82	1.278	- 0.250	1.495	1.30	0.949	+ 0.2	
	0	0.214	0.784	4.64	1.150	- 0.300	1.73	1.57	0.961	0	
	- 0.2	0.186	0.734	8.00	1.045	- 0.375	2.00	1.93	0.967	- 0.2	
	- 0.4	0.1615	0.689	15.00	0.958	- 0.500	2.37	2.44	0.969	- 0.4	
0.4	+ 0.4	0.317	0.971	1.45	1.500	- 0.286	1.24	1.01	0.935	+ 0.4	0.4
	+ 0.2	0.279	0.878	2.265	1.333	- 0.333	1.42	1.20	0.948	+ 0.4	
	0	0.247	0.804	3.63	1.200	- 0.400	1.63	1.43	0.958	0	
	- 0.2	0.218	0.751	6.07	1.091	- 0.500	1.88	1.73	0.963	- 0.2	
	- 0.4	0.193	0.705	10.92	1.000	- 0.667	2.20	2.14	0.962	- 0.4	

V. — NUMERICAL EXAMPLE

The following example corresponds approximately to the characteristics of some large Francis turbines at present being installed in a power station under construction, except that the head in the real case is not so high.

A set of 140,000 B.H.P./112,500 kVA Francis turbines running at 187.5 r.p.m. is designed to deliver power to an isolated 50 cycle grid. There is one penstock per unit ($\varnothing = 16$ ft.) supplied under a head, penstock losses deducted, of 340 ft. The inertia of the alternator rotor is 45×10^6 lb. ft² in British units; in metric ones, these figures become :

$\varnothing = 4.8$ m; $H = 103.8$ m; $PD^3 = 7,600$ t.m², the latter being four times the British definition, which is based on the radius.

Allowing for electrical and hydraulic losses, the maximum discharge per unit to supply the stated power output is 3,970 cusecs (112.5 m³/sec); the maximum flow velocity in the penstock is thus 19.8 f.p.s. (6.01 m/sec). For inertia computations, the equivalent length of penstock, after allowing for the scroll case and draught tube, may be taken as equal to 525 ft. (160 m).

The efficiency of the turbine at full opening works out at :

$$\frac{140,000}{62.5 [(3,970 \times 340)/550]} = 91.2 \%$$

(See figure 6)

In passing, it may be mentioned that at a 90 % rated power factor, alternator efficiency turns out to be 97 % :

$$\frac{112,500 \times 0.90}{140,000 \times 0.7457} = 97 \%$$

The specific speed of the turbines is equal to :

$$\frac{187.5 \times \sqrt{140,000}}{(340)^{5/4}} = 48$$

in British units, and :

$$\frac{187.5 \times \sqrt{142,000}}{(103.8)^{5/4}} = 214$$

in metric ones. The units are thus of the medium specific type to which the present analysis is fully applicable.

The calculations proceed according to table p. 52 for three typical values (70 %, 85 % and 100 %) of gate opening:

On the other hand, the Allievi water hammer parameter [$\varphi = (aV/2gH)$] = 3, approximately, at full load. The neglect of elastic water hammer effects is therefore fully justified, though these could be accounted for in the way explained in *La Houille Blanche*, No. 1, 1959, pp. 23-27.

The machine inertia parameter may be obtained in British units as follows :

$$\tau = \frac{(187.5)^2 \times 45 \times 10^6}{1.6 \times 140,000 \times 10^6} = 7.0 \text{ seconds}$$

and in metric ones, according to the formula :

$$\tau = \frac{(187.5)^2 \times 7,600}{270 \times 142,000} = 7.0 \text{ seconds}$$

On the other hand :

$$0 = \frac{525 \times 19.8}{32.2 \times 340} \text{ or } \frac{160 \times 6.01}{9.8 \times 103.8} = 0.95 \text{ second}$$

The grid inherent stability factor A may be taken as equal to 2.0.

The analysis, being linearized, only applies to small values of the load change w_0 , say of the order of 5 % or 10 % at the most ($w_0 = 0.05$ to 0.10).

The results indicate a great improvement in governing when the load is lessened. This is true, but two points must also be considered in this connection :

- (i) w_0 is the *relative* load change, and does not represent the same number of kilowatts at partial openings as for the full one;
- (ii) For Allievi water hammer parameters of less than about 2, elastic effects must be considered and adversely affect the governing as compared with the simple picture presented here. However, in the above exam-

ple, at 70 % opening, this parameter is still equal to about 2.1, so the analysis as given is justified. It should be noted (cf. *La Houille Blanche*, Nr. 1, 1959, pp. 23-

37) that the elastic water hammer leads to choosing smaller values of λ and μ than according to the bulk water hammer theory treated here.

Gate opening Y_n	0.70	0.85	1.00
c	0.99	0.965	1.00
f	0.707	0.881	1.00
B.H.P output.....	99 000	123 000	140 000
cI^{20}/τ	0.067	0.102	0.136
a	0.134	0.204	0.272
$d\tau/d(\Delta Y)$	+ 0.33	0	— 0.38
b	+ 0.25	0	— 0.416
μ for $(I/w_0^2)_{\min}$ (by interpolation).....	0.195	0.182	0.152
λ for $(I/w_0^2)_{\min}$ (by interpolation).....	0.839	0.768	0.682
Recommended μ	0.18	0.17	0.14
Recommended λ	0.80	0.75	0.65
Corresponding K_μ	2.8 sec ⁻¹	1.7 sec ⁻¹	1.3 sec ⁻¹
Corresponding K_λ	8.3	6.25	4.8
Corresponding slope of cam*.....	0.12	0.16	0.21
Corresponding dash-pot relaxation time*.....	3 secs.	3.7 secs.	3.7 secs.
$(I/w_0^2)_{\min}$ (by interpolation).....	3.8	6.05	17
t_u (by interpolation).....	1.60	1.84	2.45
$-(u_{\max}/w_0)$ (by interpolation).....	1.465	1.74	2.58
β , by interpolation.....	0.945	0.962	0.971
$\beta/w_0 \sqrt{I}/t_u$ as a check on $-(u_{\max}/w_0)$ given above.....	1.455	1.75	2.56
Time in secs. to attain $(\Delta\Omega/\Omega_1)_{\max}$	1.06 secs.	1.49 secs.	2.33 secs.
Value of $(\Delta\Omega/\Omega_1)_{\max}$	0.098 w_0	0.178 w_0	0.35 w_0
$\Delta\Omega_{\max}$ in cycles.....	4.9 w_0	8.9 w_0	17.5 w_0
$\Delta\Omega_{\max}$ for a 5 % load change, in cycles.....	0.25	0.45	0.88

The values marked with an asterisk refer to dashpot type governors.