Étude des spectres de houle à proximité des côtes

Wave spectra in the vicinity of the coast

PAR M. GOHIN

INGÉNIEUR A LA SOGREAH, LIEUTENANT DE VAISSEAU (C.R.)

Communication présentée à la Société Hydrotechnique de France le 18 juin 1959

La méthode de Tukey permet d'obtenir à partir d'un enregistrement de la dénivellation en fonction du temps le spectre d'énergie de la houle. Les spectres d'énergie obtenus en un même point d'observation se classent en un certain nombre de familles : les spectres d'une famille ont tous la même forme.

Pour pouvoir prévoir les spectres de la houle, il faut avoir, en particulier, étudié les relations entre les paramètres fondamentaux des spectres et les données météorologiques. Lorsque la prévision sera suffisamment sûre, on pourra envisager d'établir la statistique des spectres d'énergie.

Tukey's method makes it possible to obtain wave energy spectra from a recording of water level changes with time.

The energy spectra obtained at a given observation point can be classified in families. All the spectra of any one family have the same shape.

In order to be able to forecast wave spectra it is necessary to have studied the relationships between the fundamental parameters of the spectra and of the corresponding meteorological data. When forecasts become sufficiently accurate it will be possible to prepare energy spectra statistics.

AVANT-PROPOS

L'étude de la houle retient depuis une cinquantaine d'années l'attention de nombreux mathématiciens et physiciens; la prévision de la houle a été tout particulièrement développée depuis une vingtaine d'années. Les méthodes proposées sont en général valables en pleine mer, c'est-à-dire par grand fond et à grande distance des côtes; certains auteurs ont étudié la prévision de la houle pour une région côtière déterminée — par exemple Gelci et Cazalet pour le Maroc.

Dans cet article, on présente une méthode d'étude faisant largement appel à l'expérience. Elle s'applique à toutes les régions côtières, et conduit non seulement à la prévision de la houle, mais aussi à la prévision de la statistique des efforts de la houle sur un ouvrage maritime.

La plupart des figures du texte proviennent de dépouillements de relevés effectués au sud des îles Chausey par le Service d'Etudes sur l'utilisation des marées de l'Electricité de France.

I. — DÉPOUILLEMENT D'ENREGISTREMENT

Considérons un navire immobile situé en une position N de la mer; à bord de ce bâtiment, un sondeur très précis enregistre la profondeur z en fonction du temps t .

Examinons cette courbe $z(t)$; les ordonnées

fluctuent rapidement autour d'une certaine valeur moyenne Z^* ; ces fluctuations sont dues

(*) Z varie au cours du temps en raison de la marée; sa valeur moyenne h est la profondeur au lieu N.

à la houle. Nous appellerons « dénivellations » et noterons ζ la différence : $z - Z$ et nous admettrons dans tout ce qui suit que l'enregistrement effectué est celui de la dénivellation au cours du temps $\zeta(t)$.

FIG. 1

Etudions la portion de la courbe $\zeta(t)$ enregistrée sur une durée θ de quelques minutes, à partir d'un instant arbitrairement choisi t_i . L'analyse harmonique classique de Fourier permet d'obtenir un spectre de raies. La période T_m de la raie d'ordre m est θ/m , son amplitude complexe $\bar{A}_m$ est donnée par la relation :

$$\bar{A}_m = \frac{1}{\theta} \int_{t_i}^{t_i+\theta} \zeta(t) e^{-j \frac{2\pi m t}{\theta}} dt$$

Inversement, la dénivellation ζ à un instant t compris entre t_i et $t_i + \theta$ est donnée par la relation :

$$\zeta = \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} \bar{A}_m e^{j 2\pi (m t / \theta)}$$

Admettons que les conditions météorologiques (vitesse du vent, pression, etc.) et océanographiques (profondeurs, courants de marée, etc.) ne varient pas d'une position à l'autre de la surface de la mer visible depuis le navire, et ne varient pas non plus dans l'heure qui suit l'instant t_i (*).

A partir d'un nouvel instant initial t'_i , effectuons le dépouillement de $\zeta'(t)$ enregistrée sur la même durée : les $\bar{A}'_m$ obtenus sont différents des $\bar{A}_m$.

Imaginons qu'un autre navire est situé en N_1 — en deçà de l'horizon visible depuis N — et enregistre la dénivellation $\zeta_1(t)$ à partir de t_i sur la durée θ . L'analyse conduit à un spectre de raies dont les amplitudes $\bar{A}_{m1}$ sont différentes de $\bar{A}_m$.

En d'autres termes, bien que *grosso modo* les spectres de $\zeta(t)$, $\zeta'(t)$ et $\zeta_1(t)$ soient semblables, il n'en reste pas moins que, pour des enregistrements ayant par hypothèse les mêmes pro-

priétés statistiques, dans le détail ces spectres sont différents.

On dispose depuis quelques années d'une nouvelle méthode, due à Tukey, permettant d'obtenir, pour des surfaces de la mer ayant les mêmes propriétés statistiques, un même spectre. Nous décrirons dans cette première partie les étapes de cette méthode (*).

En premier lieu, on détermine, nous y reviendrons, la valeur précise des paramètres suivants :

0 durée de l'enregistrement : au cours de cette durée, la houle est considérée comme *stationnaire*. Ce caractère est absolument essentiel.

2 Δt et $2 m \Delta t$ périodes minimum et maximum présentant quelque importance.

En second lieu, on divise θ en N intervalles élémentaires de durée Δt . Pour chaque valeur $i \Delta t$ du temps, compté depuis l'origine de la portion d'enregistrement retenue, on relève la dénivellation ζ_i .

On calcule ensuite la « fonction » d'autocorrélation suivante :

$$R_q = \frac{1}{N - q} \sum_{i=1}^{i=N-q} \zeta_i \zeta_{i+q} (**)$$

pour $q = 0, 1, \dots, m - 1, m$.

On porte sur un graphique les valeurs R_q en fonction des abscisses $q \Delta t$. La courbe interpolant les points R_q , courbe dite « correlogramme », est la suivante :

FIG. 2

La « fonction » R_q est paire. En effet, au lieu de multiplier la dénivellation au temps $i \Delta t$ par la dénivellation au temps postérieur $(i + q) \Delta t$, on pourrait tout aussi bien multiplier la dénivellation au temps $j \Delta t$ par la dénivellation au

(*) Ces précisions sur la stationnarité de la houle dans le temps et l'espace étant données là simplement pour fixer les idées.

(*) Référence : Article paru dans « Symposium on applications of autocorrelation analysis to physical problems », Office of Naval Research Department of the Navy, June 1949.

(**) Cette « fonction » est en fait une série de valeurs discrètes.

temps antérieur $(j - q) \Delta t$. On obtiendrait la « fonction » :

$$R_{-q} = \frac{1}{N - q} \sum_{j=N}^{j=1+q} \zeta_j \zeta_{j-q}$$

En posant $j - q = i$, il vient :

$$R_{-q} = \frac{1}{N - q} \sum_{i=N-q}^{i=1} \zeta_{i+q} \zeta_i$$

d'où : $R_{-q} = R_q$.

En troisième lieu, on procède à l'analyse harmonique de Fourier de la « fonction » R_q sur l'intervalle $2m\Delta t$. Cette analyse ne comporte que des termes en cosinus, puisque $R_{-q} = R_q$.

La raie d'ordre p est donnée par l'expression :

$$E_p = \frac{1}{m} R_0 + \frac{2}{m} \sum_{q=1}^{q=m-1} R_q \cos \frac{pq\pi}{m} + \frac{1}{m} R_m \cos p\pi$$

E_p représente, à un facteur de proportionnalité constant près, l'énergie contenue dans la bande de fréquence,

$$\frac{2\pi}{2m\Delta t} \left(p - \frac{1}{2} \right) \leq k \leq \frac{2\pi}{2m\Delta t} \left(p + \frac{1}{2} \right)$$

centrée sur la fréquence :

$$k_p = \frac{2\pi p}{2m\Delta t}$$

Ce spectre est dit « spectre d'énergie », nous le noterons (E_p, k_p) .

FIG. 3

En pratique (E_p, k_p) s'étend de :

$$k_p = \frac{2\pi}{2m\Delta t} \text{ à } k_p = \frac{2\pi}{2\Delta t}$$

Examinons maintenant le choix des paramètres θ , $2\Delta t$, m .

1. La durée θ est fixée dans une certaine mesure par le caractère stationnaire du phénomène enregistré. Pour la houle, on pourra prendre :

$\theta = 10$ minutes pour une houle s'établissant,

$\theta = 30$ minutes pour une mer bien formée.

2. La plus petite période $2\Delta t$ dépend du phénomène étudié; on la fixe par expérience à une valeur de l'ordre de quelques secondes.

3. Le choix de m , ou encore de $2m\Delta t$, peut être fait en considérant un ou plusieurs des points suivants :

a) Le nombre de raies désiré : m .

b) La séparation de deux périodes T_1 et T_2 :

$$\frac{2\pi}{T_1} - \frac{2\pi}{T_2} = \frac{2\pi}{2m\Delta t}$$

d'où :

$$2m\Delta t = \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1}$$

c) La précision ε du spectre étroitement liée au rapport :

$$\frac{\theta}{2m\Delta t}$$

Examinons ce point particulièrement important.

Si l'on pouvait prendre θ très grand, la méthode de Tukey conduirait au spectre d'énergie exact (E_p^*, k_p) .

θ étant limité, le calcul fournit le spectre (E_p, k_p) .

Nous appellerons précision et noterons ε , chiffré en %, un nombre tel que l'on ait la double inégalité :

$$\frac{\varepsilon E_p}{100} \leq E_p^* \leq \frac{100}{\varepsilon} E_p$$

avec une probabilité de 90 %; autrement dit, l'on a :

— 5 chances sur 100 pour que la valeur vraie E_p^* soit inférieure à $(\varepsilon/100) E_p$.

— 5 chances sur 100 pour que la valeur vraie E_p^* soit supérieure à $(100/\varepsilon) E_p$.

Tukey a établi, moyennant certaines hypothèses restrictives, une loi donnant ε ; en simplifiant cette loi, on peut admettre que ε est lié au rapport $\theta/(2m\Delta t)$, pour les valeurs de $\theta/(2m\Delta t)$ les plus courantes, par l'expression :

$$\varepsilon = 85 - 300 \times \frac{2m\Delta t}{\theta}$$

et on a souvent en pratique ε de l'ordre de 60 à 80.

Pour chaque valeur k_p de la fréquence, on doit associer à E_p un « segment d'incertitude » placé entre les ordonnées :

$$\frac{\varepsilon E_p}{100} \quad \text{et} \quad \frac{100 E_p}{\varepsilon}$$

(*) Nous noterons par un astérisque les grandeurs exactes, d'ailleurs inaccessibles par le calcul.

En joignant d'une part les ordonnées maxima $100 E_p/\varepsilon$, d'autre part les ordonnées minima $\varepsilon E_p/100$, on délimite une zone : nous l'appellerons « zone d'incertitude » et la noterons (E_p, ε) . Nous sommes « quasi-certains » (*) que le spectre d'énergie vrai (E_p^*, k_p) est à l'intérieur de la zone d'incertitude.

A partir du spectre d'énergie, on peut obtenir diverses grandeurs physiques, dont nous donnerons d'abord les définitions.

Considérons une portion très grossie de la courbe $\zeta(t)$ qui coupe le « niveau moyen » ($\zeta=0$) par valeurs croissantes aux instants t et $t + T_j$.

FIG. 4

Nous appellerons « T_j » la période apparente (variable évidemment avec le temps t); autrement dit, les passages successifs de $\zeta(t)$ par la valeur zéro — la dérivée première étant positive — se produisent aux instants :

$$t_1, \quad t_1 + T_1, \quad t_1 + T_1 + T_2, \dots$$

$$t_1 + \sum_{i=1}^{j-1} T_i, \quad t_1 + \sum_{i=1}^j T_i.$$

II. — FAMILLES DE SPECTRES. — SPECTRES TYPES

Admettons que, pour un lieu d'observation donné, nous ayons réuni une collection de spectres d'énergie. Nous nous proposons, par une nouvelle étude, de classer ces spectres logiquement.

Reprenons le spectre (E_p, k_p) ; d'après la définition même de E_p , l'amplitude des raies est proportionnelle à la largeur de bande :

$$\Delta k = \frac{2\pi}{2m\Delta t}$$

Il est donc tout indiqué de s'affranchir, dans le tracé, du paramètre de dépouillement $2m\Delta t$

(*) Cette expression rappelle que l'on a 10 chances sur 100 seulement de voir E_p^* sortir de la zone d'incertitude.

Entre t et $t + T_j$, ζ passe par un maximum maximorum et un minimum minimorum; on notera H_j la différence algébrique de ces deux extrêmes, H_j est la hauteur apparente.

On appellera « hauteur moyenne apparente mesurée » $\bar{H}$ la valeur moyenne de tous les H_j , et « période moyenne apparente mesurée » $\bar{T}$ la valeur moyenne de tous les T_j .

Rice et Longuet-Higgins (*) ont établi, pour un spectre continu et suffisamment étroit, des expressions donnant les valeurs : de l'énergie totale, de la hauteur moyenne apparente calculée, de la période moyenne apparente calculée.

Dans le cas d'un spectre de raies, ces formules sont les suivantes :

— Energie : $E = \sum_p E_p$.

— Hauteur : $\bar{H}_c = \sqrt{\pi E}$.

— Période :

$$\bar{T}_c = 2\pi \sqrt{\frac{E}{\sum_p k_p^2 E_p}} = 2m\Delta t \sqrt{\frac{E}{\sum_p p^2 E_p}}$$

L'expérience montre que l'on obtient en général, c'est-à-dire lorsque les conditions de validité de ces formules sont satisfaisantes :

$$\bar{H}_c \approx \bar{H} \quad \bar{T}_c \approx \bar{T}$$

les erreurs étant de l'ordre de quelques %.

en représentant le spectre sous la forme du « spectre de densité spectrale » :

$$\left(W_p = \frac{E_p}{\Delta k}, k_p \right)$$

Si $\Delta k \rightarrow 0$, $W_p \rightarrow W$ fonction continue de la fréquence appelée « courbe de densité spectrale énergétique » $W(k)$.

Considérons d'une part une valeur particulière k_1 de la fréquence, d'autre part une valeur particulière W_1 de la densité spectrale [non obligatoirement prise sur la courbe $W(k)$].

(*) Cf. en particulier « The statistical analysis of a random, moving surface » par LONGUET-HIGGINS, publié dans les « Philosophical transactions of the Royal Society of London », Series A, Mathematical and Physical Sciences, volume 249, pp. 321 à 387 (21-2-57).

Posons :

$$y = \frac{W}{W_1} \quad x = \left(\frac{k}{k_1}\right)^{-1}$$

on a :

$$\int_0^\infty W dk = \int_0^\infty y W_1 x^{-2} k_1 dx$$

$$= W_1 k_1 \int_0^\infty x^{-2} y dx = m_0 W_1 k_1$$

$$\text{avec } m_0 = \int_0^\infty x^{-2} y dx$$

$$\int_0^\infty k^2 W dk = m_2 W_1 k_1^3 \quad \text{avec } m_2 = \int_0^\infty x^{-4} y dx$$

Par suite, les relations de Rice s'écrivent :

$$\bar{H}_c = \sqrt{\pi} W_1^{1/2} k_1^{1/2} m_0^{1/2}$$

$$\bar{T}_c = 2\pi k_1^{-1} m_0^{1/2} m_2^{-1/2}$$

Inversement :

$$W_1 = \left(\frac{\bar{H}_c^2 \bar{T}_c}{2\pi}\right) \times (1/\pi) m_2^{1/2} m_0^{-3/2}$$

$$k_1 = \left(\frac{2\pi}{\bar{T}_c}\right) \times m_0^{1/2} m_2^{-1/2}$$

Nous prendrons pour valeurs k_1 et W_1 :

$$k_r = \frac{2\pi}{\bar{T}}$$

$$\text{et : } W_r = \frac{\bar{H}^2 \bar{T}}{2\pi}$$

En principe, ces deux valeurs peuvent être obtenues très simplement à partir de mesures faites sur l'enregistrement $\zeta(t)$.

La raie d'ordre p : de fréquence k_p , d'amplitude W_p , deviendra la raie réduite d'ordre p :

$$\text{— d'abscisse } x_p = \frac{k_r}{k_p} = \frac{2\pi}{k_p \bar{T}}$$

$$\text{— d'ordonnée } y_p = \frac{W_p}{W_r} = \frac{2\pi \cdot W_p}{\bar{H}^2 \bar{T}}$$

La précision du spectre réduit (y_p, x) reste ε . En fait, ceci n'est pas absolument exact, car les mesures faites sur l'enregistrement ne conduisent pas aux vraies valeurs $\bar{H}^*$ et $\bar{T}^*$, mais à des valeurs entachées d'erreur $\bar{H}$ et $\bar{T}$. La nouvelle zone d'incertitude (y_p, ε) contient « fort probablement » la courbe de densité spectrale réduite exacte $y^*(x)$ (*) que nous supposons être analytique et comporter un nombre minimum de zéros pour toutes ses dérivées.

En effectuant cette réduction sur la totalité des spectres de la collection, on obtiendra pour une suite de valeurs discrètes de x une série de « segments d'incertitude ». Pour $x = x_p$, ces segments se situent entre :

$$y_{pi} \times (\varepsilon/100) \text{ et } y_{pi} \times (100/\varepsilon),$$

i étant le numéro d'ordre du spectre de la collection.

Nous appellerons « famille » un ensemble de spectres dont pour toute valeur de x comprise entre deux limites — arbitrairement fixées, mais identiques pour toutes les familles, par exemple $x = 0,5$ et $x = 2,5$ — les zones d'incertitude ont une partie commune.

Nous appellerons « spectre type » y^*_σ de la famille Σ , la courbe continue et régulière passant au centre de cette partie commune, et nous admettrons que cette courbe est la courbe de densité spectrale réduite vraie de la famille.

En tenant compte des conditions d'établissement du spectre d'énergie, des hypothèses admises par Rice, nous préciserons les limites du tracé du spectre type.

EXEMPLE :

A partir d'une douzaine d'enregistrements effectués à Chausey, correspondant à des périodes moyennes variables dans le rapport 1 à 3, et à des hauteurs moyennes variables dans le rapport 1 à 5, dépouillés dans des conditions variables, on a obtenu une famille caractérisée par le spectre type $y^*_1(x)$, défini pour $0,6 \leq x \leq 2,1$ tracé sur la figure 5 :

FIG. 5

Il est bien clair que ce classement de la collection des spectres en un certain nombre de familles doit constituer un « outil » pratique,

(*) Cette courbe $y^*(x)$ est celle qui serait obtenue à partir d'une part de la courbe exacte de densité spectrale $W^*(k)$, d'autre part des grandeurs de réduction exactes $2\pi/\bar{T}^*$ et $\bar{H}^{*2} \bar{T}^*/2\pi$.

maniable pour la suite de l'étude de la houle au lieu d'observation. Pour qu'il en soit ainsi, il faut que le nombre de familles soit aussi réduit que possible.

Admettons qu'un premier classement nous ait conduit à ranger 90 % des spectres dans deux familles, toutes deux à une bosse. Nous assouplirons le critère de constitution de la famille — recouvrement des zones d'incertitudes des spectres la formant — pour faire entrer les 10 % restant dans les deux familles.

- On adjoindra à la partie commune des zones d'incertitudes deux bandes latérales dont la largeur sera, par exemple, les 25 % de la largeur de la partie commune (ceci revient en quelque sorte à considérer que l'erreur relative de détermination des W_r et k_r est de $\pm 25\%$).
- On introduira la notion de superposition de spectres de houle : dans un spectre à deux bosses, ou dans un spectre à une bosse, mais à front doux on tentera de distinguer deux spectres élémentaires.

EXEMPLE :

Le dépouillement d'un enregistrement de Chausey a permis d'établir la zone d'incertitude (W_p, ϵ) de la figure. La courbe obtenue à l'aide de $y^*_1(x)$ — obtenue à Chausey — $\bar{H} = 1,0$ m; $\bar{T} = 3,5$ s, ne s'inscrit pas dans (W_p, ϵ) pour les grandes périodes.

On introduit alors les deux courbes de densité spectrale :

$$y^*_1, \bar{H}_1 = 1,0 \text{ m} \quad \bar{T}_1 = 3,5 \text{ s}$$

$$y^*_2, \bar{H}_2 = 0,35 \text{ m} \quad \bar{T}_2 = 7,0 \text{ s}$$

La courbe $W = W_1(k) + W_2(k)$ s'inscrit à l'intérieur de (W_p, ϵ).

Cette décomposition suppose évidemment qu'un critère permette de distinguer dans les couples (H_j, T_j) deux groupements, le premier donnant ($\bar{H}_1, \bar{T}_1$), le second ($\bar{H}_2, \bar{T}_2$). Nous n'étudierons pas dans cet article ce critère.

REMARQUE :

Spectre type de Neumann.

Pierson et Neuman (*) ont établi, pour la mer « pleinement développée », la formule suivante :

$$W^* = A k^{-6} e^{-b k^{-2}}$$

(*) Cf. par exemple « Ships at Sea », « The Seaway », par Korvin Kroukovsky, janvier 1957.

FIG. 6

où A est une constante et b un coefficient du type $b = \beta/v^2$, v étant la vitesse du vent.

La courbe de densité spectrale présente un maximum pour :

$$\frac{dW}{dk} = 0 \quad \text{soit pour } k = k_M = \sqrt{b/3}.$$

On prendra pour réduire le spectre k_M et W_M :

$$\frac{W}{W_M} = (k_M/k)^6 e^3 [1 - (k_M/k)^2]$$

On obtient, en utilisant la relation :

$$\int_0^\infty x^m e^{-ax^2} dx = (1/2) n^{-(m+1)/2} \Gamma[(m+1)/2]$$

$$W_M^* = 0,53 \frac{\bar{H}^2 \bar{T}}{2\pi}$$

$$T_M^* = \bar{T} \sqrt{2}$$

Au total, la courbe type correspondant au spectre de Neuman :

- Présente un maximum légèrement supérieur à celui observé à Chausey, pour une période nettement supérieure à celle obtenue à Chausey ($\sqrt{2} \bar{T}$ au lieu de $1,25 \bar{T}$);
- Pour une période inférieure à $\bar{T}$, elle est située légèrement en dessous de la courbe de Chausey, pour une période supérieure à $1,25 \bar{T}$ nettement au-dessus.

Nous donnerons ci-dessous une explication possible de la différence observée pour les grandes périodes.

III. — SPECTRES ÉTABLIS A PRIORI SUR DONNÉES MÉTÉOROLOGIQUES

Nous avons donné ci-dessus une description simple d'une méthode permettant d'obtenir en définitive, pour un lieu d'observation donné, un nombre aussi réduit que possible de « spectres types ».

Chaque spectre de la collection possédée d'une part est rattaché à une famille, donc caractérisé par le spectre type $y^* \sigma(x)$ de cette famille, d'autre part dépend de deux grandeurs physiques mesurables sur l'enregistrement : $\bar{H}$ et $\bar{T}$.

Nous avons pu jusqu'ici nous appuyer sur les études effectuées à partir des enregistrements de Chausey; nous nous proposons maintenant d'indiquer dans quel sens pourrait s'orienter les études ultérieures.

Le premier problème à étudier est celui d'un critère permettant de *diagnostiquer a priori* à quelle famille se rattachera le spectre d'énergie d'un enregistrement effectué mais non encore dépouillé. Si ce diagnostic est exact, si l'on a choisi par exemple le spectre $y^* \sigma$, on établira :

- a) Le spectre de densité spectrale, et plus précisément la zone d'incertitude (W_p, ϵ);
- b) Le spectre d'énergie *a priori* donné par les relations :

$$k = \frac{2\pi}{x\bar{T}} \quad W = \frac{\bar{H}^2 \bar{T}}{2\pi} \cdot y^* \sigma$$

Si le critère de diagnostic est exact, ce spectre doit être tout entier compris dans (W_p, ϵ).

Ce but étant fixé, resterait à étudier ce critère; nous nous bornerons à indiquer quelques voies : hypothèses possibles s'excluant ou non.

- a) Ce critère repose sur un examen visuel de l'état de la mer;
- b) Ce critère repose sur un examen visuel de l'enregistrement $\zeta(t)$;
- c) Ce critère repose sur une étude de la distribution des grandeurs apparentes (H, T)_p.

Le deuxième problème à étudier est celui de la « prévision des spectres à partir des différents facteurs physiques pouvant jouer un rôle dans la formation de la houle ».

La diversité des spectres types provient vraisemblablement d'une part de l'influence des données météorologiques, et d'autre part des conditions géographiques et océanographiques locales : le fond, le tracé des côtes, la proximité des côtes

dans telle ou telle direction, etc... En particulier, il semble possible d'attribuer à la profondeur réduite au fond de la baie du Mont-Saint-Michel le fait que l'énergie observée dans les longues périodes est plus faible que ne l'indique le spectre de Neuman.

Il va de soi que le « catalogue » des spectres types doit être établi pour chaque point d'observation : par exemple celui correspondant au nord de Chausey n'est pas celui établi au sud de Chausey — du moins *a priori*.

Pour Neuman, les deux paramètres $\bar{H}$ et $\bar{T}$ dépendent uniquement de la vitesse v du vent :

$$\frac{H^*}{v^{5/2}} = C^{te} \quad \frac{\bar{T}}{v} = C^{te}$$

à condition que celui-ci ait soufflé pendant un temps et sur une surface suffisamment longs pour que la mer ait pu atteindre son état de plein développement.

En reprenant ces notions et en les adaptant à la méthode empirique décrite plus haut, il faut rattacher par des lois qualitatives ou quantitatives $y^* \sigma$, $\bar{H}$, $\bar{T}$ aux données météorologiques :

- 1) actuelles locales,
- 2) passées locales,
- 3) passées lointaines.

Par exemple, dans le cas de Chausey, il faut considérer :

- 1) La vitesse du vent en Manche occidentale;
- 2) La variation du vent en Manche occidentale au cours des 24 heures, par exemple, écoulées;
- 3) L'existence et le déplacement des dépressions au large des côtes de France et d'Irlande dans les 48 heures écoulées.

Car il existe essentiellement à Chausey deux types de houle distincts :

- l'une d'origine océanique pénétrant entre Ouessant et Land's End,
- l'autre d'origine proche se formant dans la zone Ouessant, Land's End, Portland, Bréhat.

Lorsque les lois empiriques sont ébauchées, il est aisé de confronter les spectres prévus aux

spectres réellement obtenus, et naturellement corriger selon les résultats les lois liant $y^* \sigma$, $\bar{H}$, $\bar{T}$ aux données météorologiques.

Lorsque ces lois seront bien au point, on pourra enfin étudier la répartition statistique annuelle des spectres d'énergie; étude qui, à notre sens, couronnerait l'ensemble des travaux effectués au site considéré.

Pour cela, il faudra répartir les différentes situations météorologiques en un certain nombre de groupes, définir pour chaque groupe une situation météorologique moyenne, et connaître enfin la répartition dans l'année moyenne de ces différentes situations météorologiques; à

chaque situation, nous ferons correspondre un spectre d'énergie.

Admettons par exemple qu'au point considéré le vent local actuel influe seul sur la houle. Nous disposons d'un tableau donnant pour l'année moyenne la fréquence du vent — c'est-à-dire le nombre n d'heures où ce vent souffle — en fonction de :

sa direction,
son intensité.

A chacun de ces vecteurs vents, l'étude de la prévision permet de rattacher un spectre d'énergie dont nous connaissons la probabilité d'apparition $\varpi = n/8\,760$.

IV. — CONCLUSION

La méthode décrite dans cet article présente l'indiscutable inconvénient d'être longue pour aboutir à son terme, et de n'être possible que pour des positions favorables où les spectres types sont en très petit nombre et où les conditions météorologiques influant sur l'état de la mer sont claires et précises.

La méthode décrite présente des avantages certains sur les méthodes classiques : elle s'adapte naturellement à toute région — sous la réserve faite ci-dessus — où l'on peut relever aisément des enregistrements de houle, elle suit pas à pas et de près dans chaque étape la réalité physique concrète.

Rappelons pour finir ses différentes étapes :

1. Dépouillements — en laboratoire d'étude par la méthode de Tukey — d'un nombre aussi grand que possible (au minimum une trentaine) de courbes $\zeta(t)$ établies dans des conditions variées.

Etablissement des surfaces (W_{pi}, ε_i).

2. Classement de la collection obtenue en un nombre aussi restreint que possible de spectres types $y^* \sigma(x)$.

Etude d'un critère permettant de diagnostiquer *a priori* la famille (τ) à laquelle se rattachera le spectre tiré d'un enregistrement nouveau.

3. Détermination des lois empiriques, quantitatives ou qualitatives, liant les trois « paramètres » : $\bar{H}$, $\bar{T}$, $y^* \sigma$ aux données météorologiques.

Confrontation entre les « spectres du lendemain » et les spectres réellement obtenus.

4. Détermination de la statistique annuelle des conditions météorologiques utilisées en "3".

Etablissement de la statistique des spectres.

DISCUSSION

Président : M. CHAPOUTHIER

M. le Président remercie M. GOHIN de sa contribution à ce problème de mise en ordre des résultats d'une expérience. C'est le plus souvent sous la forme spectrale qu'on conserve de la houle le souvenir le plus parlant et le plus utilisable.

M. le Président souligne le caractère statistique et non physique de la stationnarité à laquelle M. GOHIN a fait allusion : il s'agit de houles progressives au sens de la physique, dont on recherche le caractère stationnaire de

la période moyenne, et la méthode de Tukey ne s'applique qu'à cette condition.

M. MICHE souligne que la méthode de Tukey pour l'analyse spectrale des houles, qui représente le mode d'application pratique de la méthode inaugurée par Taylor pour la turbulence stationnaire, a fourni des résultats nettement plus satisfaisants que l'analyse harmonique habituelle, même portant sur un grand nombre de termes. Au point de vue théorique, cette dernière

analyse, qui suppose le phénomène se reproduisant indéfiniment avec une période égale à la durée de l'enregistrement étudié, n'est pas conforme à la réalité, mais une critique analogue peut être faite à la méthode de Taylor qui suppose nulle la fonction à analyser hors du domaine étudié. C'est pourquoi il est nécessaire d'utiliser des enregistrements de houle de plusieurs minutes au moins pour neutraliser cette cause d'erreur. Par ailleurs, les enregistrements ne pourraient être trop longs (plus d'une heure par exemple), car alors l'évolution de l'agitation de la mer (modification de la période et de l'amplitude moyennes) devient appréciable.

M. GOHIN indique que, pour les seiches, on peut porter l'intervalle de temps à plusieurs heures, mais que pour la houle quelques dizaines de minutes suffisent.

M. le Président conclut qu'il faut prendre la plus grande durée possible compatible avec une certaine stationnarité.

M. MICHE indique qu'il serait intéressant de comparer les spectres obtenus à des spectres théoriques, notamment à celui de Neumann (1) qui est mis à la base de la théorie de prédiction des houles de Pierson aux États-Unis. Il précise que cette comparaison, qu'il a pu faire à l'occasion de quelques enregistrements de houles relevés dans la Manche dans la même région (entre les îles Chausey et la pointe du Grouin) et qui ont été mis obligeamment à sa disposition par le Service d'études sur l'utilisation des marées, a révélé quelques faits intéressants.

L'analyse de deux fortes houles lors d'une tempête de décembre 1958 a montré, en accord avec les conditions météorologiques à courte et grande distance, que l'agitation résultait de la conjonction de deux trains de houle, l'un d'origine lointaine, l'autre proche, chacun justiciable, au moins à titre approché et quant à la forme de son spectre, de la courbe théorique de Neumann. On peut se demander si de telles conditions ne sont pas relativement fréquentes en cas de forte houle, dans la Manche du moins.

(1) M. GOHIN nous a fait remarquer, après la séance, qu'il n'a pas pu, faute de temps, indiquer à M. MICHE au cours de la discussion :

- 1° que le texte de son mémoire précise que les spectres types à une bosse ont été rapprochés du spectre de Neumann réduit;
- 2° qu'il estime également possible d'observer des spectres « à deux bosses » pour lesquels la méthode de spectres-types exposée ne s'applique pas telle qu'elle est actuellement. L'adaptation indispensable est en cours d'étude.

M. BANAL confirme que les spectres obtenus par la méthode de Tukey ont été comparés aux spectres de Neumann.

Aucun des spectres obtenus ne faisait apparaître clairement que la houle était la composition de deux phénomènes d'origines différentes; en particulier, tous les spectres étaient à une seule bosse.

M. BANAL pense d'ailleurs qu'il faudrait que les énergies des deux trains de houle soient comparables et leurs périodes moyennes très différentes pour que le spectre de Tukey présente deux maxima. Ces circonstances ne doivent se rencontrer en pratique que très rarement.

C'est peut-être l'inconvénient de la méthode : en essayant de réduire ce qui est fortuit, on risque de perdre une partie de l'information.

En remarque à une observation de M. BANAL sur la forme apparente des spectres, M. MICHE précise que ceux relatifs à la tempête de décembre 1958 ne présentaient qu'un seul maximum, mais trop aplati pour pouvoir s'inscrire, avec une probabilité acceptable, dans une seule courbe de Neumann.

Pour en revenir à Neumann, M. GOHIN indique que : d'une part, la concordance entre le spectre réduit de Neumann et le spectre-type déterminé à partir des enregistrements jusqu'ici dépouillés est satisfaisante. D'autre part, il lui semble délicat de chercher à rapprocher le spectre de Neumann non réduit, donc sous sa forme donnée par Neumann, des spectres de Chausey non réduits pour déterminer par exemple l'influence du vent. En effet on trouve en appliquant des formules très simples que la hauteur moyenne varie comme la puissance $5/2$ du vent, ce qui est certainement une puissance trop forte. En particulier pour un vent d'environ 50 nœuds, on obtient $H_{1/3}^{(60)}$ (amplitude de l'onde significative) de l'ordre de 25 mètres, pour 60 nœuds $H_{1/3}^{(60)} = 36$ m, valeurs nettement trop fortes.

M. MICHE pense que la houle, au moins dans la Manche, représente certes un phénomène aléatoire, mais souvent assez hétérogène. A titre d'exemple, la dénivellation de la surface de l'eau obéit bien, dans l'ensemble, à la loi de Laplace-Gauss, mais des écarts appréciables subsistent la plupart du temps. C'est pourquoi la méthode d'analyse de Taylor est précieuse, car elle demeure valable en toute hypothèse; elle fait ressortir l'aspect énergétique intrinsèque du phénomène. Notamment, les phases des mouvements élémentaires peuvent être quelconques et non pas nécessairement réparties au hasard. Elles pourraient varier systématiquement, en fonction des constantes du vent, par exemple; le spectre obtenu resterait identique.