

Étude du début d'entraînement des matériaux mobiles sous l'action de la houle

Application à l'étude de la couche limite oscillatoire
Critères de similitude

The initial stages of the transport of materials under wave action

PAR J. GODDET

INGÉNIEUR AU LABORATOIRE NATIONAL D'HYDRAULIQUE DE CHATOU

Communication présentée à la Société Hydrotechnique de France le 18 juin 1959

Loi expérimentale liant entre elles les caractéristiques du matériau (densité et diamètre) et les caractéristiques de la houle au début d'entraînement.

Justification de cette loi, dans la limite des essais effectués au Laboratoire National d'Hydraulique, à partir de quelques hypothèses simples sur l'existence d'une couche limite oscillatoire laminaire. Identification qualitative et quantitative du mécanisme d'entraînement des matériaux, à l'intérieur de la couche limite et en considérant les vitesses locales, au mécanisme d'entraînement dans un écoulement permanent.

Confirmation de l'existence d'une couche limite, dont les caractéristiques sont très voisines des caractéristiques prévues par le calcul.

Critères de similitude nécessaires à la reproduction sur modèles des conditions d'entraînement des fonds mobiles par une houle dont la couche limite est laminaire. Orientation vers les essais à effectuer pour étendre les connaissances et les règles de similitude à la couche limite turbulente.

Experimental law connecting the density and diameter of material with wave characteristics when transport begins.

Justification of the above law as provided by tests performed at the Laboratoire National d'Hydraulique on the basis of a few simple hypotheses concerning the existence of a laminar oscillatory boundary layer.

Confirmation of the existence of a boundary layer with characteristics very similar to those predicted by calculation.

Similitude criteria required for simulating moveable bed transport conditions under the action of swell with a laminar boundary layer. Tests that will have to be carried out to extend the similitude laws to turbulent boundary layers and to improve our knowledge of this factor.

Des essais effectués au Laboratoire National d'Hydraulique pour déterminer la vitesse de début d'entraînement par la houle des matériaux de fond, ont permis d'établir une loi expérimentale liant entre elles les caractéristiques du matériau (densité et diamètre) et les caractéristiques

de la houle (amplitude, période et profondeur) au moment du début d'entraînement.

Cette loi expérimentale peut être justifiée, dans la limite des essais effectués, à partir de quelques hypothèses simples sur l'existence d'une couche limite oscillatoire laminaire. Elle montre

que le mécanisme d'entraînement des matériaux, à l'intérieur de la couche limite, et si l'on considère les vitesses locales, est qualitativement et quantitativement identique au mécanisme d'entraînement dans un écoulement permanent.

Cette interprétation confirme l'existence d'une couche limite laminaire dont les caractéristiques sont très voisines des caractéristiques prévues par le calcul.

Enfin, les résultats exposés permettent de prévoir les critères de similitude nécessaires à la reproduction sur modèle des conditions d'entraînement des fonds mobiles par une houle dont la couche limite est laminaire, et d'indiquer la voie des essais à effectuer pour étendre les connaissances et les règles de similitude à la couche limite turbulente.

La présente note décrit :

- 1° les essais effectués pour déterminer la vitesse de début d'entraînement sous l'action de la houle, et la loi expérimentale liant les caractéristiques de la houle et du matériau;
- 2° les hypothèses faites sur l'existence de la couche limite et sur son épaisseur, ainsi que sur la poussée subie par les grains constituant le fond;
- 3° les résultats obtenus sur la répartition des vitesses dans la couche limite;
- 4° l'application de ces résultats à l'établissement de critères de similitude des modèles maritimes à fonds mobiles.

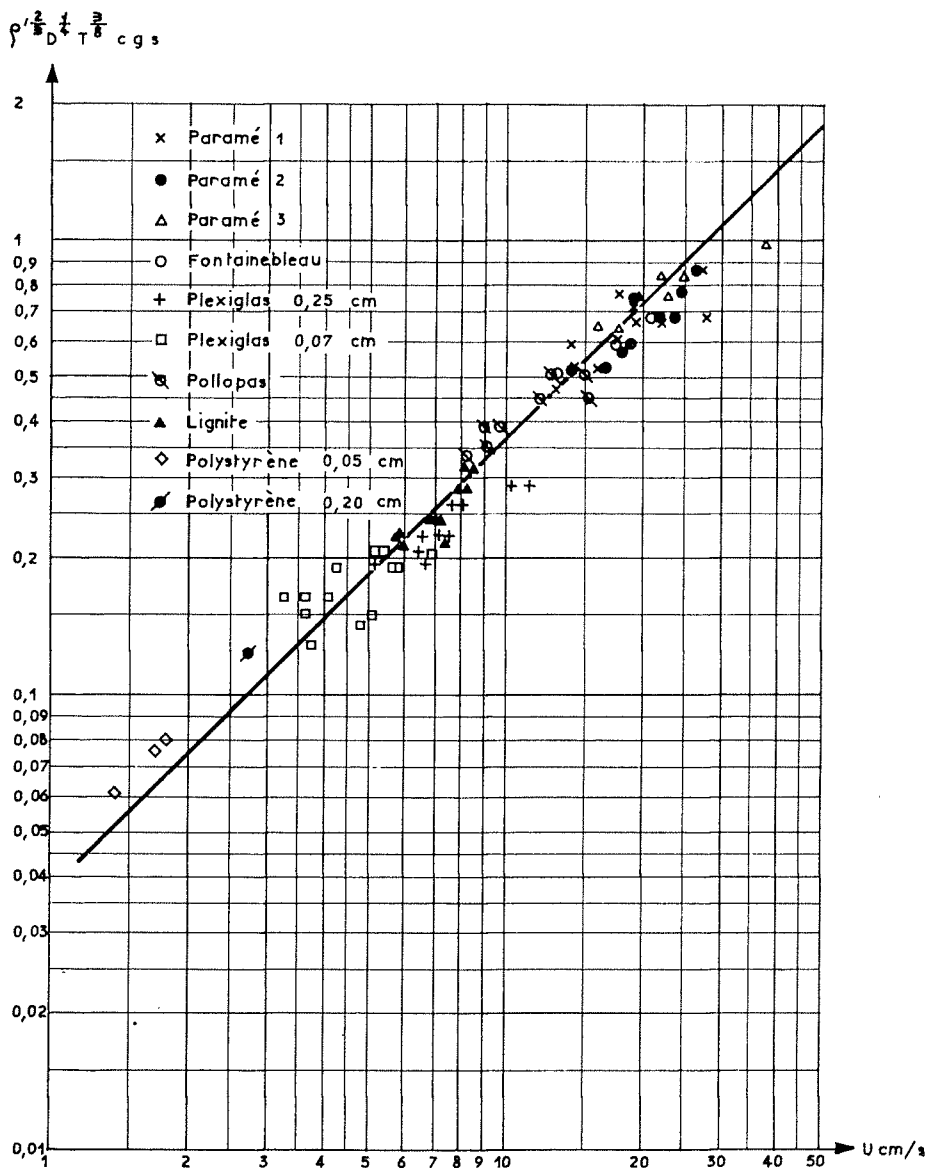


FIG. 1

I. — DESCRIPTIONS DES ESSAIS EFFECTUÉS. — RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

Les différents matériaux mobiles, de densités et de diamètres variables, ont été disposés sur le fond d'un canal à houle, en une couche horizontale de quelques centimètres d'épaisseur, et soumis à des houles variables par leur période, leur amplitude, et par la profondeur.

Pour chaque essai, on fixait la densité et le diamètre du matériau, la profondeur, la période de houle, et on faisait croître l'amplitude jusqu'à l'obtention du début d'entraînement, caractérisé par l'apparition, sur fond plat, d'un léger déplacement des grains, tel qu'après 10 minutes il entraîne la formation de légères rides.

On a défini comme suit les différentes variables mises en jeu, en utilisant, dans un souci de normalisation, les symboles en usage dans les pays anglo-saxons :

ρ_0	masse spécifique de l'eau;
ν	viscosité cinématique de l'eau = $1,3 \cdot 10^{-2}$ c.g.s. pour les conditions moyennes de température des essais;
ρ	masse spécifique du matériau mobile;
$\rho' = \rho - \rho_0$	masse spécifique apparente du matériau mobile;
D	diamètre moyen des grains;
d	tirant d'eau;
T	période de la houle;
H	amplitude de la houle;
L	longueur d'onde de la houle;
U	amplitude de la vitesse au voisinage du fond, mais en dehors de la couche

limite, vitesse qu'on peut déduire des caractéristiques de la houle par l'équation :

$$U = H \frac{\pi/T}{\text{sh}(2\pi d/L)}$$

et qu'on a pu vérifier expérimentalement par la mesure de l'excursion des particules d'eau au voisinage du fond.

Les résultats d'essais ont pu être mis sous la forme d'une relation de proportionnalité entre la vitesse U au voisinage du fond et un groupement de la forme $\rho'^{2/3} D^{1/4} T^{3/8}$:

$$U_{\text{cm.s}} = 27 \rho'^{2/3} D^{1/4} T^{3/8} \text{ c.g.s.} \quad (2)$$

Les résultats des mesures sont portés sur le tableau pp. 126-127, et la couche représentative de la relation (2) sur la figure 1.

Cette relation présente en elle-même un certain intérêt, en ce sens qu'elle permet le classement des matériaux de fond utilisables en laboratoire, suivant leur mobilité. Dans la mesure où elle peut être extrapolée au cas des houles naturelles, elle donne également un critère de similitude du début d'entraînement.

Nous allons voir que les essais qui viennent d'être décrits sont susceptibles d'une interprétation plus poussée qui explique le mécanisme du début d'entraînement des matériaux de fond et confirme les caractéristiques de la couche limite, prévues par le calcul.

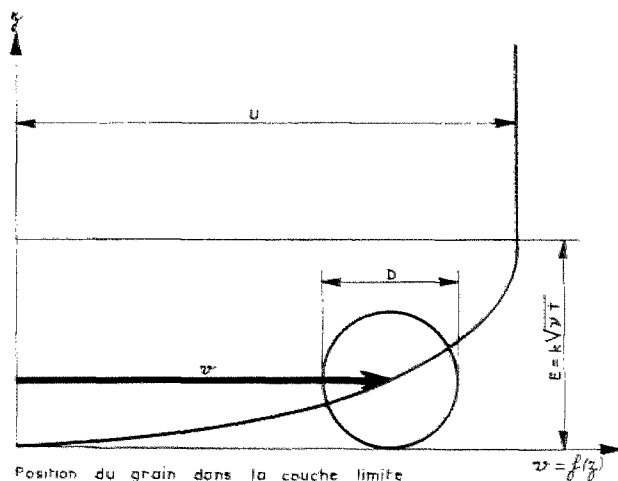
II. — HYPOTHÈSE DE BASE

A) Existence d'une couche limite.

Nous avons admis l'existence d'une zone de transition, entre la surface du fond, où la vitesse est nulle, et la zone où le mouvement de houle est à potentiel des vitesses et la vitesse horizontale U calculable par la formule (1). Dans cette zone de transition, constituant la couche limite, la vitesse v , fonction de la distance z au fond, varie d'une manière continue de 0 à U.

Nous avons admis que la couche limite avait une épaisseur E toujours négligeable par rapport à la profondeur, et proportionnelle à $\sqrt{\nu T}$ (voir figure 2) :

$$E = k \sqrt{\nu T}, \quad (3)$$



Position du grain dans la couche limite

FIG. 2

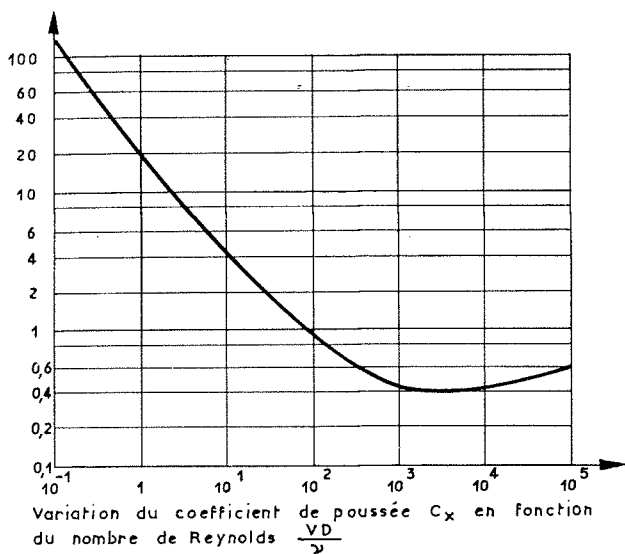


FIG. 3

de sorte qu'on peut poser :

$$\frac{v}{U} = \varphi \left(\frac{z}{\sqrt{\nu T}} \right)$$

avec :

$$\begin{aligned} \varphi &= 0 \text{ pour } z = 0 \\ \varphi &= 1 \text{ pour } z = \sqrt{\nu T} \end{aligned}$$

B) Efforts subis par un grain.

Un grain reposant sur le fond et commençant à se mouvoir est soumis à son poids :

$$P = a D^3 \rho' g \tag{4}$$

et à une poussée :

$$F = (b/2) C_x \rho_0 D^2 V^2 \tag{5}$$

où a et b sont des constantes dépendant de la forme du grain, V est la vitesse moyenne quadratique appliquée à la section S du maître-couple, donnée par :

$$V^2 = 1/S \iint_S v^2 dS \tag{6}$$

et liée à U par $V/U = \Psi(D/\sqrt{\nu T})$, avec

$$\Psi = 0 \text{ pour } D = 0;$$

par ailleurs, $C_x = f(VD/\nu)$ est le coefficient de traînée du grain, dépendant d'un nombre de

Reynolds « moyen », relatif à la vitesse moyenne V (fig. 3).

C) Condition de début d'entraînement.

Nous avons admis que le début d'entraînement a lieu pour une valeur constante du rapport F/P :

$$F/P = K,$$

d'où, d'après (4) et (5) :

$$V^2 = A \cdot \frac{g}{C_x} \cdot \frac{\rho'}{\rho_0} D = U^2 \Psi^2 \left(\frac{D}{\sqrt{\nu T}} \right)$$

relation qui peut s'écrire :

$$\frac{U}{\sqrt{g \rho' D}} = \sqrt{\frac{A}{\rho_0 C_x}} \cdot \frac{1}{\Psi} \tag{7}$$

Cette relation est à rapprocher de la formule établie par MM. Durand et Condolios [1] pour l'entraînement des matériaux de fond par un écoulement unidirectionnel :

$$\frac{U'}{\sqrt{g \rho' D}} = \log y/D + 1,8 \tag{8}$$

où y/D caractérise la position d'un grain de diamètre D dans un écoulement turbulent de profondeur y et de vitesse moyenne U' .

Nous faisons l'hypothèse que ces deux formules coïncident, si on les fait tendre vers leurs formes limites respectives :

— d'une part :

$$\frac{U}{\sqrt{g \rho' D}} = \sqrt{\frac{A}{\rho_0 C_x}}$$

pour un grain de dimensions très grandes vis-à-vis de la couche limite de la houle, soit $\Psi = 1$,

— d'autre part :

$$\frac{U'}{\sqrt{g \rho' D}} = 1,8$$

pour un grain de grandes dimensions vis-à-vis du tirant d'eau y , de telle sorte qu'il soit soumis à la vitesse moyenne U' .

Dans ces conditions, la turbulence devant être élevée dans les deux cas, on peut donner à C_x sa valeur limite 0,2, et la comparaison des deux formules donne :

$$\sqrt{\frac{A}{\rho_0 C_x}} = 1,8, \text{ soit } A = 0,66.$$

TABLEAU : RÉSULTATS D'ESSAIS

MATÉRIAU	Diamètre (cm) D	Densité apparente (g/cm ³) $\rho' = \rho - \rho_0$	Période (s) T	Amplitude (cm) H	Profondeur (cm) d	Vitesse près du fond (cm/s) U	$\rho'^{2/3} D^{1/4} T^{3/8}$ (cgs)	$D/\sqrt{\nu \cdot T}$	UD/ ν
Polystyrène	0,05	0,08	0,5	0,22	8	1,39	0,062	0,63	5
			0,7	0,20	8	1,70	0,077	0,51	6
			0,8	0,20	8	1,85	0,081	0,485	7
Polystyrène	0,20	0,08	1,0	0,27	8	2,74	0,124	1,75	42
Plexiglas	0,07	0,18	0,5	0,95	11	3,78	0,127	0,88	20
			0,8	0,50	11	3,65	0,151	0,67	19
			1,0	0,45	11	3,63	0,164	0,63	19
			1,5	0,65	11	5,80	0,191	0,485	32
			2,0	0,60	11	5,45	0,212	0,44	29
			0,7	1,50	20	4,85	0,143	0,73	26
			1,0	0,65	20	3,30	0,164	0,63	18
			1,5	0,70	20	4,27	0,191	0,485	23
			2,0	0,80	20	5,20	0,212	0,44	28
			0,8	3,20	36	5,1	0,151	0,67	28
			1,0	1,50	36	4,1	0,164	0,63	22
			1,5	1,40	36	5,7	0,191	0,485	31
			2,0	1,50	36	6,9	0,212	0,44	37
			Plexiglas	0,25	0,18	0,7	0,65	8	5,15
0,6	0,70	8				6,50	0,206	2,4	125
1,0	0,75	8				7,45	0,224	2,2	143
0,7	2,45	22				6,75	0,196	2,62	129
1,0	1,60	22				7,35	0,224	2,2	140
1,5	1,40	22				8,05	0,263	1,71	154
2,0	1,75	22				11,40	0,291	1,55	220
1,0	2,45	36				6,65	0,224	2,2	128
1,5	1,90	36				7,74	0,263	1,71	148
2,0	2,25	36				10,30	0,291	1,55	200
Pollopas	0,20	0,44				0,7	3,00	22	8,25
			1,0	2,10	22	9,65	0,389	1,75	148
			1,5	2,10	22	12,10	0,450	1,44	186
			2,0	2,10	22	12,90	0,507	1,23	198
			0,8	5,70	36	9,10	0,353	1,95	139
			1,0	3,30	36	9,00	0,389	1,75	137
			1,5	3,78	36	15,40	0,450	1,44	237
			2,0	3,26	36	15,00	0,507	1,23	230

TABLEAU : RÉSULTATS D'ESSAIS (suite)

MATÉRIAU	Diamètre (cm) D	Densité apparente (g/cm ³) $\rho' = \rho - \rho_0$	Période (s) T	Amplitude (cm) H	Profondeur (cm) d	Vitesse près du fond (cm/s) U	$\rho'^{2/3} D^{1/4} T^{3/8}$ (cgs)	D/\sqrt{vT}	UD/v			
Lignite	0,06	0,35	0,7	0,70	8	6,00	0,214	0,63	28			
			0,8	0,80	8	7,40	0,224	0,58	34			
			1,0	0,70	8	7,00	0,245	0,51	32			
			0,8	1,45	20	5,80	0,224	0,58	27			
			1,0	1,35	20	6,90	0,245	0,51	31			
			1,5	1,30	20	7,90	0,285	0,43	36			
			2,0	1,25	20	8,20	0,318	0,38	38			
			0,8	3,50	36	5,80	0,224	0,58	27			
			1,0	2,60	36	7,10	0,245	0,51	33			
			1,5	2,00	36	8,20	0,285	0,43	38			
			2,0	1,85	36	8,50	0,318	0,38	39			
			Sable (Fontainebl.) . . .	0,015	1,60	1,0	2,00	15	12,8	0,514	0,131	15
						1,5	2,40	15	17,6	0,595	0,106	20
2,0	2,75	15				21,0	0,668	0,094	24			
Sable (Paramé 1)	0,02	1,60	0,8	3,30	20	13,0	0,472	0,194	20			
			1,0	3,15	20	16,0	0,514	0,175	25			
			1,5	2,90	20	17,7	0,595	0,144	27			
			2,0	3,40	20	22,3	0,668	0,123	35			
			1,0	5,25	36	14,3	0,514	0,175	22			
			1,5	3,45	36	14	0,595	0,144	22			
			2,0	4,25	36	19,5	0,668	0,123	30			
			2,5	4,00	36	19,4	0,723	0,113	30			
			2,2	10,0	77	28,0	0,687	0,119	43			
			3,0	7,75	120	18,0	0,773	0,101	28			
			4,0	10,5	120	27,0	0,870	0,088	41			
Sable (Paramé 2)	0,02	1,60	1,0	3,25	20	16,5	0,514	0,175	25			
			1,5	3,10	20	18,9	0,595	0,144	29			
			2,0	3,25	20	21,9	0,668	0,123	34			
			1,0	5,20	36	14,1	0,514	0,175	22			
			1,5	4,45	36	18,2	0,595	0,144	28			
			2,0	5,15	36	23,7	0,668	0,123	36			
			2,0	3,90	36	18,0	0,595	0,123	28			
			3,0	7,75	77	24,6	0,773	0,101	38			
			2,7	8,50	120	19,2	0,750	0,095	30			
			4,0	10,50	120	27	0,870	0,088	42			
Sable (Paramé 3)	0,05	1,60	1,0	3,50	20	17,8	0,646	0,49	68			
			1,5	3,15	20	19,2	0,750	0,365	74			
			2,0	3,80	20	24,9	0,841	0,315	95			
			1,0	5,95	36	16,2	0,646	0,49	63			
			1,5	5,60	36	22,8	0,750	0,365	88			
			2,0	5,80	36	22,0	0,841	0,315	85			
			3,0	16,50	120	38,0	0,977	0,250	146			

III. — INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS D'ESSAIS

Nous avons cherché à vérifier à l'aide des résultats d'essais la relation (7) écrite sous la forme ci-après :

$$\Psi^2 = \frac{Ag}{\rho_0 C_x} \frac{\rho' D}{U^2} \quad (9)$$

Le coefficient de traînée C_x étant variable avec

le nombre de Reynolds moyen VD/ν suivant la courbe donnée à la figure 3, nous avons successivement fait les hypothèses suivantes :

— domaine laminaire :

$$C_x = \frac{K_1}{VD/\nu}$$

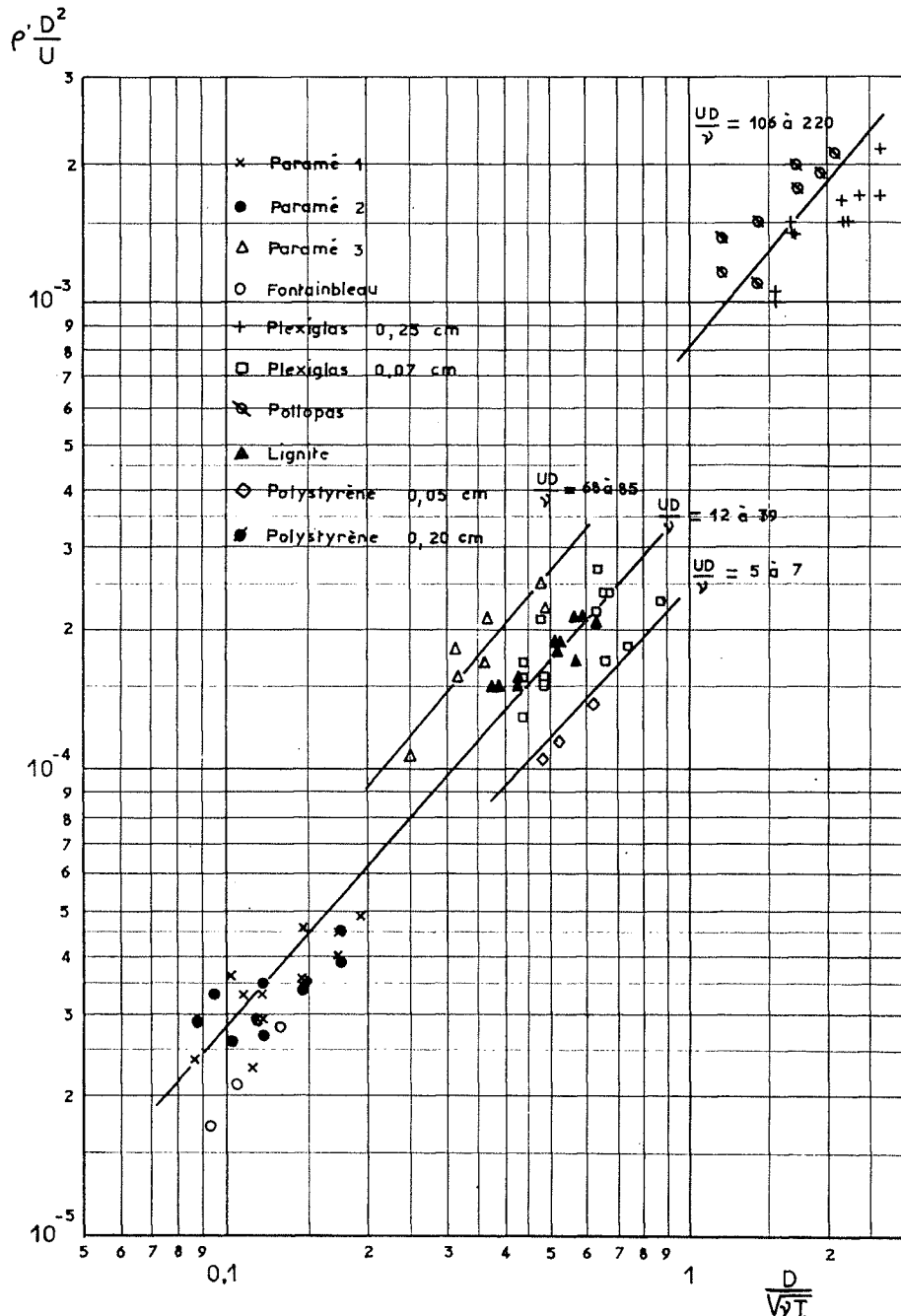


FIG. 4

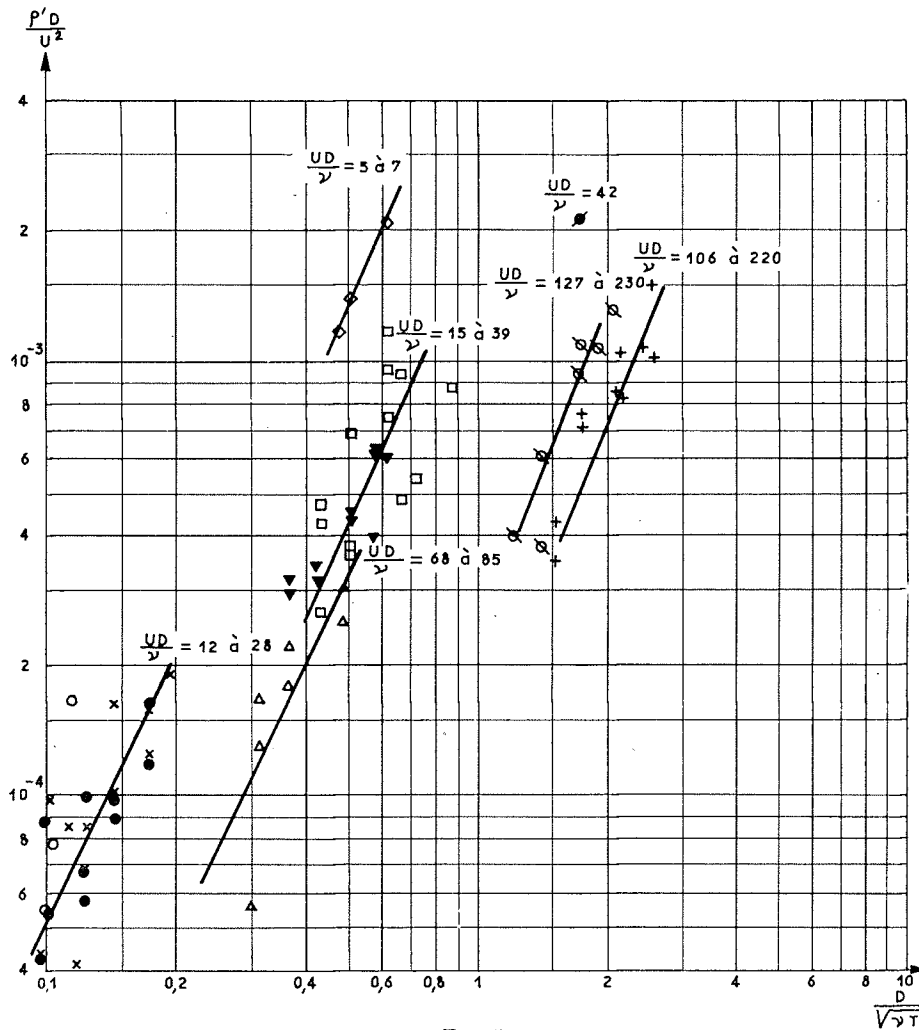


FIG. 5

-- domaine turbulent :

$$C_w = K_2$$

-- domaine transitoire :

$$C_w = \frac{K_3}{(VD/\nu)^{1/2}}$$

(formule d'Allen) avec $K_3 = 13$

Dans ces formules, K_1 , K_2 , K_3 sont des constantes.

A chacune de ces hypothèses correspond l'une des formes suivantes prise par la relation (9), en se souvenant que $V = \Psi U$:

-- domaine laminaire :

$$\Psi = \frac{Ag}{\rho_0 K_1 \nu} \frac{\phi' D^2}{U} \quad (10)$$

-- domaine turbulent :

$$\Psi^2 = \frac{Ag}{\rho_0 K_2} \frac{\phi' D}{U^2} \quad (11)$$

-- domaine transitoire :

$$\Psi^2 = \left(\frac{Ag}{\rho_0 K_3} \right)^{4/3} \nu^{-2/3} \phi'^{4/3} \frac{D^2}{U^2} \quad (12)$$

Ψ devant être une fonction du seul paramètre $D/\sqrt{\nu T}$, nous avons tracé les courbes représentatives des trois fonctions :

$$\frac{\phi' D^2}{U}, \frac{\phi' D}{U^2} \quad \text{et} \quad \left(\frac{Ag}{\rho_0 K_3} \right)^{4/3} \nu^{-2/3} \phi'^{4/3} \frac{D^2}{U^2}$$

en fonction de $D/\sqrt{\nu T}$ pour tous les résultats d'essais (fig. 4, 5 et 6).

Les graphiques montrent que ni l'hypothèse d'une traînée laminaire, ni celle d'une traînée turbulente ne rendent compte de l'ensemble des essais, les points expérimentaux se groupant suivant des courbes correspondant à différentes gammes d'un nombre de Reynolds approché UD/ν (pris à défaut de VD/ν qui est inconnu avec V).

Par contre, le graphique de la figure 6 mon-

$$3350 \rho^{1/3} \frac{D^2}{U^2} = \Psi^2 = \frac{V^2}{U^2}$$

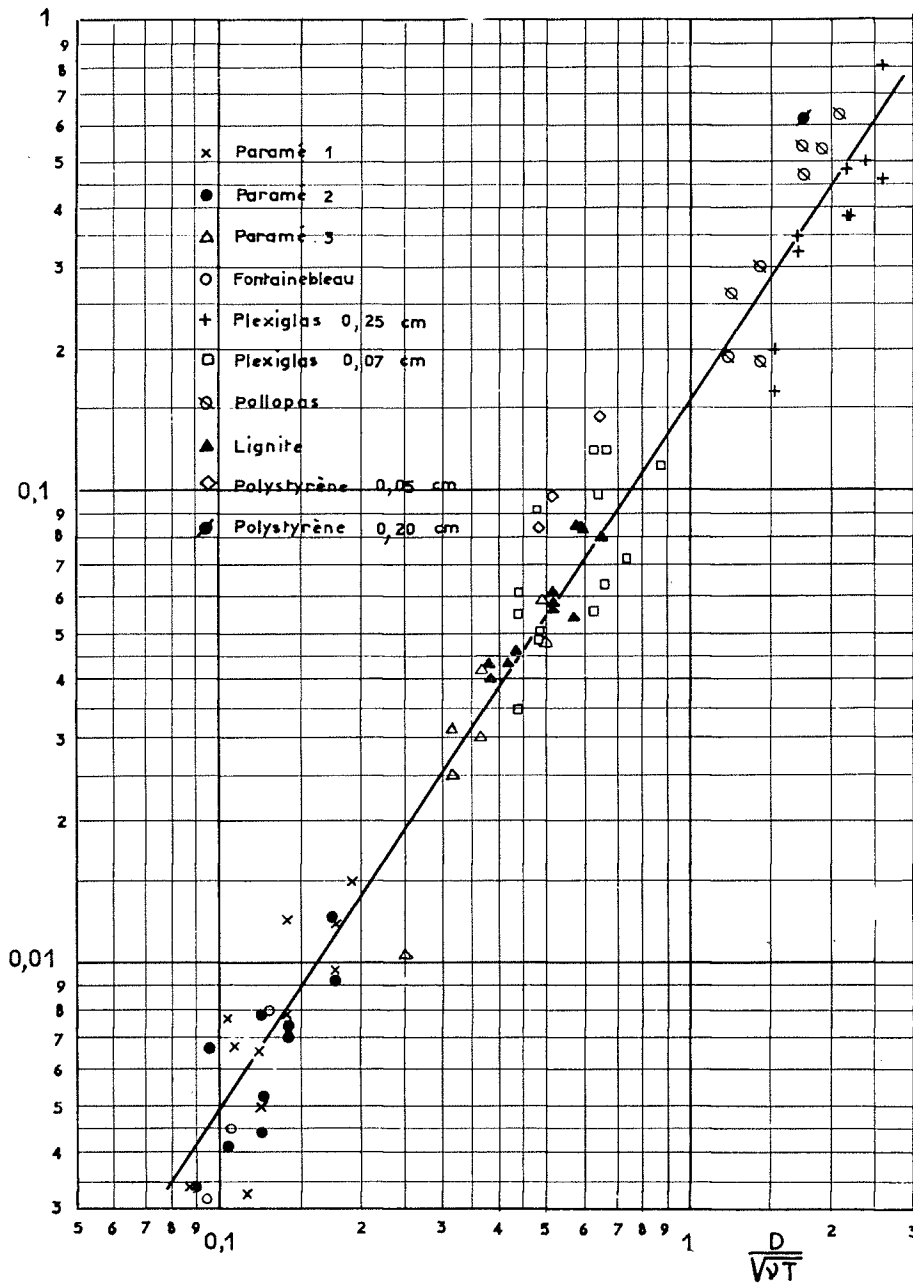


FIG. 6

tre qu'en admettant la formule d'Allen, valable pour le régime transitoire, tous les points expérimentaux se groupent d'une manière très satisfaisante autour d'une courbe non dimensionnelle.

$$\Psi^2 = 0,175 \left(\frac{D}{\sqrt{vT}} \right)^{3/2} \quad (13)$$

La connaissance de Ψ permet d'ailleurs de calculer $v = U\Psi$, et VD/v pour chaque essai, et l'on vérifie que les valeurs du nombre de Reynolds

sont effectivement comprises entre 1 et 1 000, domaine justiciable de la formule d'Allen.

CONSÉQUENCES.

Ce résultat fondamental permet d'énoncer les conclusions suivantes :

1° Le coefficient de traînée C_x du grain, fonction du nombre de Reynolds VD/v , joue un rôle essentiel dans la condition de début d'en-trainement.

Dans le domaine de variation du nombre de Reynolds correspondant aux essais effectués, on peut adopter la formule d'Allen :

$$C_w = \frac{K}{(\nu D/v)^{1/2}}$$

Si l'on égale les deux expressions de Ψ^2 données par (12) et (13), on aboutit à la relation :

$$U = 0,33 (g/\rho_0)^{2/3} \nu^{1/24} \rho^{2/3} D^{1/4} T^{3/8} \quad (14)$$

Cette expression n'est rien d'autre que la rela-

tion expérimentale (2), mise sous une forme dimensionnellement homogène.

2° La figure 6, définissant la relation qui lie V^2/U^2 , caractéristique de la vitesse locale dans la couche limite, à $D/\sqrt{\nu T}$, montre l'importance de ce dernier paramètre, qui caractérise la position du grain dans la couche limite.

3° Les résultats d'essais, mis sous la forme de l'équation (12), illustrée par la figure 6, confirment la répartition théorique des vitesses dans la couche limite laminaire oscillatoire, établie par différents auteurs [2].

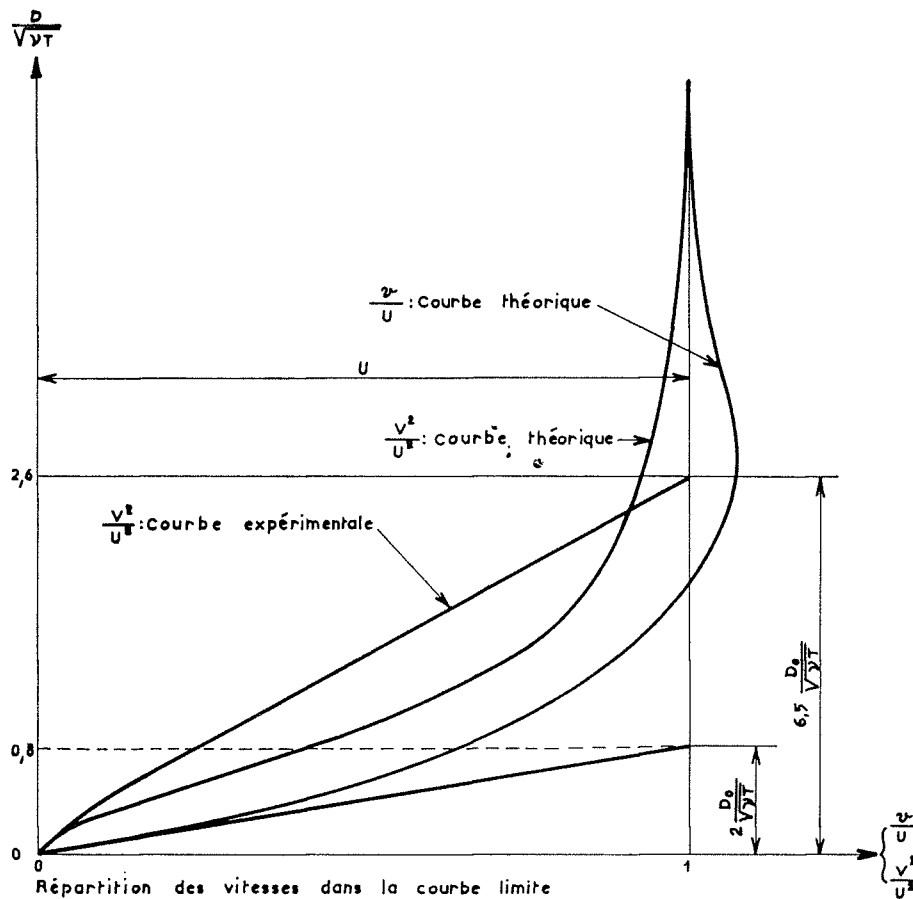


FIG. 7

La répartition théorique est donnée par la formule :

$$v/U = \sqrt{1 - 2 e^{-(\sqrt{\pi/2}) (D/\sqrt{\nu T})} \cos [(\sqrt{\pi/2}) (D/\sqrt{\nu T})] + e^{-\sqrt{\pi} (D/\sqrt{\nu T})}} \quad (15)$$

v et U étant les amplitudes de la vitesse respectivement à la distance $D/2$ du fond et à l'extérieur de la couche limite.

Nous avons porté sur la figure 7 :

$v/U = f\left(\frac{D}{\sqrt{vT}}\right)$: courbe de répartition théorique (15).

$V^2/U^2 = f\left(\frac{D}{\sqrt{vT}}\right)$: courbe de répartition de la vitesse quadratique moyenne théorique, $V^2 = 1/S \iint_S v^2 dS$, S étant le maître-couple d'une sphère de diamètre D qui repose sur le fond; cette courbe est déduite par intégration graphique de la précédente;

$V^2/U^2 = f\left(\frac{D}{\sqrt{vT}}\right)$: courbe expérimentale obtenue et déjà présentée (figure 6).

La figure 7 montre que D_0 étant un paramètre caractéristique de l'épaisseur de la couche limite théorique, donné par $D_0 = 0,4 \sqrt{vT}$, et l'épaisseur de celle-ci étant définie habituellement par :

$$E = 3,25 D_0 = 1,3 \sqrt{vT},$$

la répartition expérimentale de V^2 conduit à admettre une couche limite laminaire dont l'épaisseur $D/2$, de l'ordre de $1,3 \sqrt{vT}$, est identique à la valeur théorique. Comme nous l'avons vu, cette répartition tend vers une variation linéaire très près du fond, ainsi que le veut la théorie. Enfin, les courbes en V^2 , théorique et expérimentale, diffèrent de moins de 40 % de V^2 dans les cas les plus défavorables, ce qui revient à dire que les vitesses expérimentales diffèrent de moins de 20 % des vitesses théoriques.

IV. — APPLICATION A L'ÉTABLISSEMENT DE CRITÈRES DE SIMILITUDE

Les essais ont mis en évidence l'influence de deux paramètres non dimensionnels D/\sqrt{vT} et VD/v . Nous allons d'abord préciser ci-dessous l'influence de ces paramètres, et celle d'un troisième, qui caractérise la turbulence de la couche limite, $D_1/D_0 = 2 UD_0/v$, où D_1 est l'excursion maximum au point où la vitesse est U , $D_1 = UT/\pi$ et $D_0 = 0,4 \sqrt{vT}$ caractérise l'épaisseur de la couche limite.

A) Influence du paramètre $D/\sqrt{vT} = 0,4 D/D_0$.

Les essais effectués correspondent tous à des valeurs de ce paramètre inférieures à 2,85, c'est-à-dire que les grains étaient toujours assez petits pour que l'influence de la couche limite soit prépondérante.

Il est très probable que pour des grains dont le diamètre serait grand par rapport à l'épaisseur de la couche limite, D/\sqrt{vT} devenant élevé, le grain se trouverait soumis presque intégralement à la vitesse U , et de ce fait la vitesse de début d'entraînement ne dépendrait plus de la période de la houle, mais serait la même que dans le cas d'un écoulement permanent à profondeur relative pas trop grande (y/D inférieur à 5).

B) Influence du « nombre de Reynolds » du grain VD/v .

Le nombre de Reynolds du grain intervient

sur la valeur de son coefficient de traînée C_x . Nous avons vu l'importance de ce facteur dans l'interprétation des résultats.

Le tableau pp. 126-127 montre que, dans la gamme des essais effectués, qui englobe les matériaux usuels de laboratoire, en diamètre et en densité, le coefficient C_x et le nombre de Reynolds restent dans la zone de transition justiciable de la formule d'Allen :

$$C_x = \frac{K}{(VD/v)^{1/2}}$$

C) Influence du nombre de Reynolds de la couche limite D_1/D_0

Divers auteurs[3] admettent que la couche limite devient turbulente et les formules relatives à son épaisseur et à la répartition des vitesses en son sein, peuvent cesser d'être valables, quand $D_1/D_0 = 2 (UD_0/v)$ atteint une valeur de l'ordre de 800.

Or, tous les essais effectués correspondent à des valeurs de D_1/D_0 inférieures à ce seuil. Il n'est donc pas certain que les formules telles que la formule (14), établies pour la couche limite laminaire, restent applicables pour une couche limite turbulente qui, d'après le critère ci-dessus, existerait le plus souvent dans les houles naturelles. Il apparaît du plus haut intérêt de réaliser au Laboratoire des houles à couche limite turbulente pour voir ce que deviennent les relations établies ci-dessus.

D) Définition d'une similitude du début d'entraînement.

Dans l'attente de leur justification pour une couche limite turbulente, nous n'appliquerons les formules établies qu'à la recherche d'une similitude de début d'entraînement, dans le cas de couches limites laminaires.

Sous cette réserve, la formule (15) appliquée au prototype et au modèle permettra de déterminer une relation entre la densité et le diamètre du matériau utilisable sur le modèle, pour que les vitesses de début d'entraînement soient

à l'échelle des vitesses hydrauliques, la similitude est donc possible avec un matériau de densité quelconque, et détermine son diamètre.

Si nous considérons le début d'entraînement d'un matériau sous l'action simultanée de la houle et de courants permanents ou lentement variables, tels que les courants de marée, il sera par contre nécessaire de respecter à la fois la relation (15) et la relation (8). Dans ces conditions, la similitude sera possible d'une seule manière, les relations (8) et (15) n'étant compatibles que pour une valeur déterminée de la densité apparente ρ' et du diamètre D du matériau d'essai.

V. — CONCLUSIONS

Les résultats d'essais ont pu être interprétés d'une manière très satisfaisante en admettant l'existence d'une couche limite laminaire où la répartition de vitesse est très voisine de celle donnée par la théorie.

Les résultats mettent en évidence l'importance de trois paramètres non dimensionnels :

Nombre de Reynolds :

$$\frac{VD}{\nu} : \text{caractéristique du grain,}$$

Nombre de Reynolds :

$$\frac{D_1}{D_0} = \frac{2UD_0}{\nu} : \text{caractéristique de la couche limite,}$$

Paramètre $\frac{D}{\sqrt{\nu T}}$: caractéristique de la position du grain dans la couche limite.

Ces paramètres n'interviennent que pour caractériser le régime de l'écoulement (laminaire ou turbulent) au voisinage du grain, et la répartition des vitesses dans l'écoulement. Leur prise en compte montre que, si l'on rapporte l'entraînement du grain à la vitesse locale, il n'existe aucune différence essentielle entre ses comportements respectifs dans un écoulement permanent ou dans un écoulement oscillatoire.

Enfin, les essais permettent de déterminer, du moins dans la gamme des matériaux utilisés et des houles réalisées, une loi donnant la vitesse du début d'entraînement d'un matériau en fonction de sa densité apparente, de son diamètre et de la période de houle. L'extension de cette loi au cas d'une couche limite turbulente, c'est-à-dire vraisemblablement à la majorité des houles naturelles, permettra de préciser complètement les lois de similitude du début d'entraînement des sédiments sous l'action de la houle.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] DURAND et CONDOLIOS. — « Etude expérimentale du début d'entraînement des matériaux par les écoulements à surface libre. »
Communication à la *Société Hydrotechnique de France*, Paris, 16 novembre 1953 (23 p.).
- [2] VALEMOIS (J.). — « Contribution à l'étude de la mesure des pressions variables. »
Paris, *Hermann et Cie*, 1948 (voir p. 41).

- [3] VALEMOIS (J.). — « Quelques considérations sur la similitude dans les essais de houle sur modèle. »
IV^{es} Journées de l'Hydraulique, Paris, 1956.
- HUON LI. — « Stability of oscillatory laminar flow along a wall. »
Beach Erosion Board, Technical Memorandum n° 47 (1954).

DISCUSSION

Président : M. CHAPOUTHIER

M. le Président remercie M. GODDET et donne la parole à M. LARRAS.

M. LARRAS rend hommage à la valeur de l'étude de M. GODDET : cette étude souligne à fond l'intérêt de la considération de la couche limite et celui de l'étude de la phase intermédiaire dans les courbes donnant C_x en fonction du nombre de Reynolds; elle ouvre une voie extrêmement intéressante vers des recherches nouvelles, parce qu'on dispose maintenant d'une formule empirique susceptible d'explications théoriques : elle attire par ailleurs l'attention sur un certain nombre d'analogies.

M. LARRAS constate qu'on voit apparaître à nouveau, dans cette étude, les sables comme un matériau véritablement exceptionnel, qui se place dans une zone intermédiaire de la courbe de variation du coefficient de résistance en fonction du nombre de Reynolds, entre les résistances turbulentes et les résistances laminares, et qui se comporte donc suivant la loi exprimée par la formule d'Allen.

M. LARRAS rappelle que, d'après les observations les plus courantes, ce sont les tempêtes les plus lentes qui remuent le plus violemment le fond; or, il semblerait apparaître le contraire d'après la formule proposée, puisque le début d'entraînement est proportionnel à la puissance $3/8$ de la période.

M. LARRAS explique cette contradiction dans une note qu'il a rédigée sur les critères de début d'entraînement des matériaux mobiles sous l'action de la houle, et dont il donne lecture en séance :

« L'étude de M. l'Ingénieur GODDET prend comme critère du début d'entraînement des matériaux mobiles l'apparition de légères rides sur le fond en moins de 10 minutes.

« Mais les phénomènes n'atteignent pas le même développement dans ce même temps de 10 minutes suivant la nature des matériaux étudiés.

« Le fond a déjà pris son modelé définitif bien avant 10 minutes dans le cas des matériaux très légers comme les petits grains d'afcolène, de brai, de plexiglas ou de pollopas dont nous avons exposé le comportement aux *IV^{es} Journées de l'Hydraulique* de 1956 (*Les « Energies de la Mer »*, publiées par *La Houille Blanche*, p. 579 à 589). La formule de M. GODDET conduit alors aux mêmes ordres de grandeur que les résultats d'observation et la formule que nous avons publiés à l'époque. En unités CGS pour une période de 2 secondes :

	D	U GODDET	U LARRAS	U Mesuré
Afcolène....	0,009	1,5	2,85	2,85
Brai.....	0,08	3,8	4,76	3,9
Plexiglas....	0,015	3,8	4,24	5
	0,065	5,9	5,41	5,1
	0,09	6,4	6,02	6,2
	0,15	7,2	7,02	7

« Le fond continue par contre son évolution bien au-delà de 10 minutes dans le cas des matériaux plus lourds comme les petits grains de pollopas, d'anthracite, de silice, de corindon ou de magnétite. La formule de M. GODDET conduit alors à des vitesses limites très dif-

férentes de celles données par notre formule (et mesurées sur modèle) pour le début d'entraînement des derniers matériaux remués au bout d'un temps pratiquement infini.

En unités CGS pour une période de 2 secondes :

	D	U GODDET	U LARRAS	U Mesuré
Pollopas....	0,09	11,4	10,31	10,8
Anthracite..	0,115	15,9	11,36	10,5
	0,15	16,9	12,48	14
Silice.....	0,009	15,2	8,57	8,5
	0,025	19,6	10,61	11,4
	0,045	22,6	12,96	13,3
	0,115	28,6	17,36	18,5
Corindon....	0,009	22,6	10,89	10,7
	0,022	28,2	12,7	12
	0,040	32,8	14,4	13,4
Magnétite...	0,0125	28,8	13,1	11,4

« L'écart est d'autant plus grand que les matériaux sont plus lourds et plus difficiles à remuer, et la formule de M. GODDET conduit à des vitesses n fois plus grandes que celles qu'on trouve sur modèle au bout d'un temps infini, avec :

$n = 1,06$	pour le pollopas,
1,21 à 1,51	pour l'anthracite,
1,55 à 1,79	pour silice,
2,11 à 2,45	pour corindon,
2,52	pour magnétite.

« La formule de M. GODDET ne correspond donc qu'à la « phase de début du début d'entraînement » des matériaux sous l'action de la houle. »

Après avoir donné lecture de cette note, M. LARRAS indique qu'il reste, parmi les innombrables études que M. GODDET a indiquées comme encore possibles, l'étude essentielle de la fin du début d'entraînement, c'est-à-dire celle du début d'entraînement des matériaux, non plus au bout des premières minutes, mais au bout de 20 ou 30 heures. Aucun essai de laboratoire ni aucune mesure à la mer n'ont étudié, jusqu'à présent, le problème essentiel pour l'ingénieur des travaux maritimes : A partir de quel seuil la houle creuse-t-elle *profondément* les matériaux, non pas sur les 2 ou 3 centimètres dont on s'occupe en laboratoire (et pour lesquels les formules comme celle de M. GODDET sont valables) mais sur des épaisseurs de 5 à 10 mètres, comme, par exemple, à la jetée de Mustapha en 1934?

M. LARRAS dit qu'il reste également à savoir pourquoi la formule de M. GODDET comporte une puissance positive de T , alors que celle qui opère sur des temps beaucoup plus longs, et qui correspond aux essais qu'il a faits lui-même il y a deux ans, comporte une puissance négative de T .

M. GODDET déclare qu'ayant suivi les travaux antérieurs, il ne peut qu'être d'accord avec M. LARRAS sur le fait qu'il y a une bonne coïncidence des résultats

actuels avec ces travaux dans certains cas et une divergence dans d'autres.

M. le Président remarque que, d'après ce qu'a dit M. LARRAS, le phénomène n'est pas périodique parce qu'il y a modification des données aux limites.

M. LARRAS explique que le phénomène se déforme de lui-même au cours du temps : ayant parlé tout à l'heure du début de début d'entraînement, il peut parler maintenant, suivant une nouvelle cascade de mots, de *déformation du phénomène hydraulique par la déformation du fond*. Cependant M. LARRAS estime que, si l'on explique le phénomène initial, c'est déjà un très grand progrès.

Par ailleurs, M. GODDET souligne l'intérêt, pour les études sur modèle réduit, de passer en revue tous les critères de similitude qui sont nécessaires, même s'ils ne sont pas suffisants, notamment le critère de début d'entraînement, qu'il est nécessaire de respecter, même s'il faut aller plus loin et s'il faut s'assurer encore que

l'évolution dans le temps des processus d'érosion s'effectue suivant une échelle de temps bien définie et commune à l'ensemble de ces processus.

M. le Président pense, toutefois, que le fait que le critère n'est pas suffisant est un peu inquiétant pour la validité des éléments qu'il permet de déterminer.

M. GODDET remarque qu'on peut toutefois, pour l'application de la formule relative à la vitesse de début d'entraînement au choix d'un matériau mobile, se fixer *a priori*, soit la densité, soit le diamètre, et s'arranger pour satisfaire ainsi aux limitations susceptibles d'intervenir du fait de la nécessité d'autres critères de similitude. Parmi ceux-ci, on peut citer, en particulier, l'entraînement des matériaux par les courants, dont les conditions de compatibilité avec la représentation de l'entraînement par la houle font l'objet de la communication présentée par ailleurs par MM. GODDET et JAFFRY.

