Utilisation, aux fins d'irrigation, d'un puits alimenté par une nappe d'eau douce située au-dessus d'une nappe d'eau saumâtre

The use of a well supplied by a fresh water aquifer overlying a salt water aquifer for irrigation

PAR GUGLIELMO BENFRATELLO

INGÉNIEUR — PROFESSEUR LIBRE D'HYDRAULIQUE
ASSISTANT A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MILAN
CHARGÉ DU COURS D'HYDRAULIQUE AGRICOLE A L'UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE MILAN

Les eaux prélevées de puits proches de la mer sont parfois des solutions salines dont la concentration augmente avec le temps selon une loi expérimentalement déterminable, qui se reproduit à chaque prélèvement d'eau lorsque celui-ci est séparé du précédent par un intervalle de temps suffisant.

L'auteur étudie un mode d'exploitation particulier des puits où les concentrations atteintes se révèlent rapidement intolérables pour le système culture-irrigation-terrain-climat.
Le système en question consiste à remplir un réservoir par différents pompages espacés, effectués entre deux irrigations, et à opérer le mélange salin même au cours de l'arrosage en transportant du puits au réservoir un débit égal à celui qui est fourni au réseau d'irrigation. A égalité de concentration maximale, on peut alors arroser pendant une période de temps sensiblement supérieure à la somme du temps correspondant à la vidange totale du réservoir et du temps pendant lequel il serait possible de pomper directement l'eau du puits dans le réseau d'irrigation.

L'auteur en déduit des graphiques et un tableau qui permettent de calculer immédiatement la capacité du réservoir nécessaire à une irrigation d'une durée préalablement fixée, ainsi que le nombre et la durée des pompages de remplissage du réservoir en question.

Water pumped from seaside wells is often a salt solution the concentration of which rises through time according to a law which can be experimentally determined. The cycle will be repeated over and over again after an adequate period of time has elapsed since the previous cycle has been completed.
A particular method is studied providing a more efficient well exploitation wherever salt concentrations would quickly rise above such limit as the cultivation-water-soil-climate system can bear.
It consists of filling a tank by several pumping cycles, these being suitably spaced and performed between two subsequent irrigations, and of effecting the salt-blending process even while irrigation is in progress, conveying from the well into the tank the same discharge as is delivered from the tank into the distribution canals. For a given limit concentration, irrigation may thus be continued for a considerably longer time than the sum of the time required for emptying the tank and the time during which the water could otherwise be pumped directly from the well into the distribution canals.
Diagrams are furnished, together with a table providing a ready means for calculating the capacity of the tank required for any given irrigation time, as well as the number and duration of the tank-filling pumping cycles.

I. — AVANT-PROPOS. — TERMES DU PROBLÈME

Dans une étude qui sera prochainement publiée par les « Annales » de la Faculté d'Agriculture de l'Université Catholique, nous avons passé en revue un certain nombre d'intéressants problèmes se rattachant à l'irrigation effectuée au moyen d'eaux souterraines contenant en solution des substances susceptibles d'exercer une action toxique sur les cultu-

Article published by SHF and available at http://www.shf-lhb.org or http://dx.doi.org/10.1051/lhb/1961021

res, mais constituant d'autre part — notamment dans certaines zones arides — la seule ressource hydraulique disponible sur laquelle puisse se fonder la réussite de telle ou telle production agricole de qualité, cultivée dans quelque région économiquement prospère.

Nos recherches ont été entreprises dans l'intention principale de tirer des nombreuses publications en la matière, des conclusions qualitatives et quantitatives susceptibles de constituer à leur tour la base de conception et le point de départ d'une étude sur la possibilié d'améliorer l'utilisation pratique de puits d'exploitation agricole caractérisés par un comportement particulier; le problème nous avait été soumis par quelques propriétaires terriens de la campagne palermitaine, mais il se pose aussi, notoirement, dans d'autres régions littorales telles que la côte adriatique de la Pouille et la côte septentrionale des Pays-Bas. Nous envisagerons justement ici une constatation en cette matière: à savoir que l'eau provenant de ces puits est une solution saline contenant surtout du chlorure de sodium et dont la concentration n'est pas constante, mais s'accroît en fonction du temps, pendant le prélèvement au puits, selon une loi qui peut être expérimentalement déterminée; cette loi peut varier d'un mois à l'autre de la saison d'irrigation, mais demeure en moyenne la même dans le cadre d'un mois donné et se reproduit à un intervalle de temps également déterminable (heures ou jours) après la cessation du prélèvement d'eau. L'utilisation de ces eaux en vue de l'irrigation, par amenée directe dans le réseau de distribution, est actuellement réduite en raison des concentrations salines intolérables atteintes par ces eaux dans un délai généralement bien inférieur à celui qu'exige l'irrigation de toute la propriété; de sorte que le pompage doit être bientôt interrompu, même si l'on dispose d'un débit suffisant, ce qui restreint les bienfaits de l'arrosage à une faible portion de la superficie cultivée. On se trouve contraint, par conséquent, de limiter l'étendue des cultures à irriguer, ou de subir des dommages économiques considérables au cas — malheureusement assez fréquent — où le comportement du puits aurait été constaté avec un regrettable retard, c'est-à-dire après la réalisation de plantations sur large échelle.

D'autre part, cette situation critique ne saurait être imputée entièrement à la légèreté avec laquelle plusieurs agriculteurs entreprennent l'amélioration de leurs propriétés, comme nous pouvons le comprendre aisément en analysant le phénomène qui provoque ce comportement du puits et qui a été reconnu et étudié de plusieurs côtés, tout au moins sous l'angle qualitatif : à savoir que la nappe phréatique se trouve à une cote supérieure au niveau de la mer et que le puits considéré est alimenté par une nappe d'eau douce, ce qui a été prouvé — notamment lors du forage — par les spécimens prélevés dans des conditions statiques, c'est-à-dire sans pompage. Cette nappe flotte cependant au-dessus d'une masse d'eau saumâtre, plus lourde, provenant de la mer voisine et imprégnant la partie inférieure de la formation poreuse. L'augmentation de la concentration saline dans les débits pompés n'est pas due à l'épuisement de la masse d'eau douce, mais essentiellement à l'intrusion d'eau saumâtre provenant principalement du fond du puits, par suite de l'élévation du niveau de la surface de séparation (« interface ») entre eau douce et eau saumâtre, à la suite de l'abaissement du niveau de la surface phréatique du fait du pompage : considérons à ce sujet la figure 1, qui se rapporte évidemment à une situa-

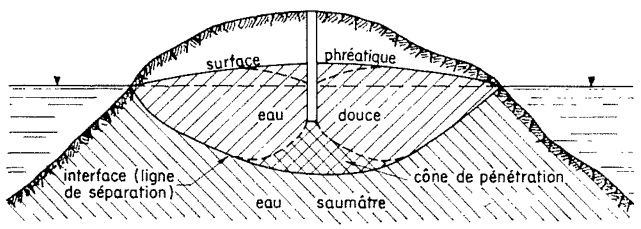

FIG. 1

tion des plus schématiques. Il est facile d'en conclure — en négligeant, pour plus de simplicité, toute influence dynamique — que par suite de la faible différence de poids spécifique entre l'eau douce et l'eau saumâtre, toute dépression, même légère, du niveau phréatique peut se traduire — même si ledit niveau demeure au-dessus de celui de la mer — par une élévation considérable de l'interface, qui peut rapidement atteindre le fond du puits. Il est clair, par conséquent, que le mélange eau saumâtre-eau douce donne lieu, au fur et à mesure du pompape, à un pourcentage toujours plus élevé de la première, et qu'un certain temps doit s'écouler après la cessation du pompage pour que les conditions statiques d'équilibre se rétablissent entre la veine d'eau douce et la masse d'eau saumâtre sous-jacente, autrement dit pour que les positions de la surface phréatique et de l'interface — indiquées en trait continu dans la figure — se reconstituent entièrement. Nous voyons en effet clairement se superposer au rapide phénomène local de l'abaissement du niveau phréatique à la suite du pompage un autre phénomène, lent, de nature saisonnière et étendu à la totalité de l'horizon : celui de l'appauvrissement de la nappe d'eau douce — à moins que cette dernière ne soit grossie par quelque apport d'infiltration pluviale.

Au cours de l'étude citée — qui traite principalement de la question sous un jour techno-

logique — nous avons passé en revue quelques mesures envisagées pour retarder l'intrusion de l'eau saumâtre dans le puits : entre autres, le scellement du fond. Nous avons également rappelé certaines coutumes agricoles pratiquées en vue de limiter au minimum possible la concentration de la solution imprégnant la couche de terrain explorée par les racines des végétaux et d'éviter l'accumulation progressive de sel dans la terre : entre autres, l'usage parcimonieux des eaux suspectes, autrement dit adoption de débits d'irrigation plus faibles et d'arrosages plus fréquents lorsque le régime pluviométrique annuel délave le sol, ou par contre de débits plus élevés et d'irrigations plus espacées, avec association, dans la plupart des cas, d'un réseau de drainage, au cas où le « lessivage » du terrain serait confié aux eaux d'irrigation elles-mêmes. Citons également certaines pratiques culturales bien connues destinées à empêcher la remontée, par capillarité, des eaux chargées de sels qui s'infiltrent dans les couches profondes : tels sont, par exemple, les traitements superficiels destinés à briser la croûte du sol et à en grossir la structure.

Les recherches les plus récentes, qui ont fait l'objet d'un rapport détaillé bien connu de la part de l'UNESCO, confirment d'autre part qu'il faut renoncer à tout processus de déminéralisation des eaux; même lorsqu'elles sont basées sur des techniques électrolytiques à membranes sélectives, ou sur des échanges d'ions (et de ce fait destinées à éliminer le sel de l'eau plutôt qu'à déshydrater le sel) leur prix n'en demeure pas moins trop élevé, même dans l'hypothèse favorable d'utilisation d'énergie à un prix exceptionnellement bas.

Nous nous bornerons à illustrer, dans le présent mémoire, une mesure d'une simplicité quasi-banale, grâce à laquelle cependant l'exploitation du puits s'améliore sensiblement : une mesure d'ordre hydraulique, suggérée par la façon même dont le puits se comporte.

Le procédé que nous proposons se résume comme suit : au lieu d'envoyer directement dans le réseau d'irrigation la quantité d'eau puisée jusqu'à ce que sa concentration devienne intolérable et d'attendre ensuite, pour l'exécution de l'irrigation suivante, le retour de la nappe phréatique à sa situation initiale, le débit puisé sera envoyé à un réservoir collecteur; la durée du pompage pourra être alors prolongée, pour que les débits terminaux, trop concentrés, puissent se mélanger à ceux du débit qui le sont considérablement moins. L'eau sera amenée au réservoir à plusieurs reprises entre une irrigation et l'autre, jusqu'à remplissage complet, ou tout au moins jusqu'à accumulation du volume d'eau permettant ultérieurement l'arrosage pendant une durée déterminée. Le prélèvement d'eau du réservoir débutera en même temps qu'une des introductions d'eau, afin que le débit correspondant puisse participer au mélange, et se prolongera ensuite, une fois cette introduction terminée, jusqu'à vidange totale du réservoir. Cela permet, comme nous le verrons mieux plus loin, de prolonger chaque irrigation pendant une période sensiblement supérieure à la somme du temps nécessaire à la vidange complète du réservoir et de la durée totale possible du pompage avec envoi direct de l'eau dans le réseau d'irrigation.

Dans ces conditions, en définitive, on peut adopter — à égalité de durée d'irrigation — un réservoir d'une capacité inférieure à celle qu'il devrait avoir s'il exerçait un rôle d'accumulation pure et simple, et non d'accumulation et mélange associés; la seconde de ces opérations permet également de prolonger chaque pompage, de réduire par conséquent le total des pompages ainsi que le total des intervalles, autrement dit des temps morts, et d'adopter, en définitive, des espacements d'irrigation assez courts.

Tout en supposant — dans le schéma exposé par le présent mémoire — que le débit fourni par le réservoir soit égal à celui qu'on y introduit — de sorte que le bassin ne joue aucun rôle de concentration des débits et que le « plan d'eau » demeure le même que lors du pompage direct dans le réseau d'irrigation — l'accumulation dans le bassin, dont le coût représente le prix de l'amélioration susceptible d'être atteinte dans l'exploitation du puits, peut offrir également quelques autres avantages de différente nature, entre autres le chauffage de l'eau qui y demeure emmagasinée. Il est en effet reconnu que, notamment dans les régions chaudes, les eaux souterraines sont trop froides pendant la période d'irrigation pour pouvoir être directement déversées sur les cultures sans provoquer des dommages biologiques, d'autant plus graves que les espèces végétales sont plus sensibles aux écarts de température, compte tenu aussi du fait que les caractéristiques de l'eau utilisée sont loin de créer les conditions idéales de la croissance de ces plantes.

Afin de pouvoir obtenir du bassin le double effet d'accumulation et de mélange, il faudra tout d'abord fixer — comme donnée de départ — la valeur de la concentration en ions qu'il ne faut pas dépasser et que nous appellerons par la suite « limite ». Cette évaluation devra résulter d'une recherche très délicate et plutôt difficile, nécessairement basée entre autres sur des traditions locales et sur l'expérimentation spécifique, cette concentration-limite ne dépendant pas uniquement de l'espèce et de la variété de la culture à irriguer : elle dépend aussi, en effet, de la nature et de la concentration des autres ions présents dans l'eau, des caractéristiques physico-chimiques du sol et des vicissitudes cli-

matiques de la zone. Il est reconnu que des phénomènes complexes d'antagonisme réciproque et d'échange d'ions, dans l'eau comme au sein du terrain, la possibilité que ce dernier soit délavé par les eaux de pluie et que ces dernières s'infiltrent dans les couches les plus profondes, situées hors de la portée des racines, etc., constituent autant de causes susceptibles d'étendre sensiblement la gamme des valeurs pour lesquelles la concentration d'un certain ion s'avère toxique pour une certaine culture, autrement dit provoque, sans aller jusqu'à la dessécher, la diminution de son rendement productif au-dessous d'une saine rentabilité dans le cadre de l'exploitation agricole. Dans ces conditions, la concentration-limite objet de nos recherches regardera l'élément-ion le plus nocif, et en général prédominant; par « concentration », on entendra tout simplement le rapport adimensionnel entre le poids de produit dissous et le poids de solution; il s'agira toujours, au maximum, d'un nombre atteignant quelques unités pour mille.

Une autre donnée de départ identifiable, pour le débit fixé, moyennant prélèvement et analyse de spécimens extraits du puits — si possible au cours de quelques saisons — c'est la loi, que nous appellerons « caractéristique », et qui diffère généralement d'un mois à l'autre, selon laquelle la concentration de l'eau pompée varie en fonction du temps. Il faudra naturellement adopter celle qui donnera lieu à la capacité maximale du réservoir (résultat final de la recherche entreprise) car il est nécessaire que le rôle du réservoir soit garanti tout le long de la saison.

Il faudra également identifier le temps à laisser s'écouler après cessation du pompape pour que l'équilibre souterrain puisse se reconstituer pleinement, afin que la même loi se reproduise lors du pompage ultérieur; nous donnerons par la suite à ce temps le nom d' « intervalle »; dans les puits examinés par nous, il était de l'ordre de dix heures.

Il y aura lieu enfin de fixer préalablement la concentration « initiale » de la masse liquide contenue dans le réservoir, autrement dit la concentration correspondant au début de l'irrigation, après remplissage complet du réservoir. Le calcul sera effectué, sur la base de l' « intervalle » en question, selon les critères que nous exposerons au point 4; il est clair, en tout cas, qu'il sera avantageux de fixer, à égalité d'autres conditions, la plus petite valeur possible de cette concentration initiale car, de cette façon, le processus de mélange se prolonge le plus possible (autrement dit, on arrive le plus tard possible à la concentration-limite).

II. — EQUATION DU MÉLANGE DANS LE BASSIN. SA RÉSOLUTION

Soit y la concentration, à un temps t quelconque, du débit prélevé dans le puits. L'équation « caractéristique » s'écrira en général sous la forme:

$$y = a + b\,t^n \qquad (1)$$

où a indique évidemment la concentration à l'instant initial $t = 0$ de chaque pompage, autrement dit la concentration (faible, mais de toute évidence supérieure à zéro) de l'eau douce, et b une autre constante positive. Enfin l'exposant n, également positif, est en général inférieur à 1 : en effet, si la loi (1) demeure la même, la concentration y doit tendre, lorsque le temps augmente, vers la valeur correspondant à l'eau saumâtre; mais si la loi ne demeure pas la même, l'exposant n peut être égal ou même supérieur à l'unité pendant l'intervalle de temps réservé au pompage (1).

(1) On connaît le procédé, basé sur l'utilisation de graphiques logarithmiques, qui permet d'obtenir par déduction, en interposant les points expérimentaux, les constantes figurant dans l'équation (1).

Soit Y la concentration atteinte à un instant donné par la masse liquide contenue dans le réservoir, et par conséquent égale à celle du débit sortant au même instant. L'équation différentielle présidant au phénomène du mélange opéré dans le réservoir s'écrit immédiatement dans l'hypothèse d'une diffusion saline très rapide (dont la réalisation pourra exiger l'emploi d'agitateurs).

Cette équation exprime la continuité de la substance dissoute, autrement dit la balance entre le poids de cette substance entrant dans le réservoir avec le débit hydraulique introduit, le poids sortant du réservoir avec le débit fourni et la variation du poids de la quantité de substance dissoute contenue dans le bassin.

L'équation s'écrit ainsi :

$$y\,(t)\,q\,dt - \mathrm{Y}\,(t)\,q\,dt = \mathrm{W}\,d\,\mathrm{Y}\,(t)\ ,$$

W indiquant la capacité du réservoir (constante parce que le débit sortant a une valeur fixe).

En d'autres termes, compte tenu de l'équation (1), nous parvenons à l'équation linéaire très simple :

$$\frac{dY}{dt} + \frac{q}{W} Y - \frac{q}{W}(a + b\,t^n) = 0. \qquad (2)$$

Si nous indiquons encore en général par Y_0 la concentration initiale dans le réservoir, autrement dit celle de la masse liquide qui s'y trouve à l'instant $t = 0$ où débutent l'introduction et la fourniture d'eau ainsi que l'évaluation des temps, l'intégrale générale de l'équation (2) s'écrit, pour une valeur quelconque fractionnaire de n :

$$Y = (Y_0 - a)\, e^{-(q/W)t} + a + b e^{-(q/W)t}\, t^n \left[\frac{q}{W}\frac{t}{n+1} + \frac{q^2}{W^2}\frac{t^2}{(n+2)} + \frac{q^3}{W^3}\frac{t^3}{2\,(n+3)} + \frac{q^4}{W^4}\frac{t^4}{2.3\,(n+4)} + \frac{q^5}{W^5}\frac{t^5}{2.3.4\,(n+5)} + \ldots, \right] \qquad (3)$$

tandis que pour $n = 1$, nous avons

$$Y = a - \frac{b\,W}{q} + bt + \left(Y_0 - a + \frac{b\,W}{q}\right) e^{-(q/W)t}, \qquad (4)$$

et pour $n = 2$:

$$Y = a + 2b\frac{W^2}{q^2} - 2b\frac{W}{q}t + bt^2 + \left(Y_0 - a - 2b\frac{W^2}{q^2}\right) e^{-(q/W)t}. \qquad (5)$$

La capacité W du réservoir (qui doit être déterminée en cours des présentes recherches) et sa concentration initiale Y_0 (qui doit être donnée au départ) sont les deux paramètres définissant l'un des processus de mélange possibles sur la base des données de départ q, a, b, n.

Le réservoir ayant reçu le courant d'eau prélevé du puits, il est clair que nous avons dans la pratique $Y_0 \geqslant a$. Pour $Y_0 = a$, la concentration s'accroît progressivement avec le temps, tandis que pour $Y_0 > a$, Y décroît tout d'abord, parce que la quantité entrante de produit dissous est inférieure à celle qui sort simultanément; le contraire se produit pendant l'intervalle de temps suivant, au cours duquel, par conséquent, Y augmente avec le temps.

III. — DÉTERMINATION DE LA CAPACITÉ DU RÉSERVOIR EN VUE D'OBTENIR UNE IRRIGATION D'UNE DURÉE DONNÉE

Après avoir établi — conformément aux critères mentionnés au point 1 — la valeur de la concentration-limite, que nous indiquerons par Y_m, nous dirons que cette valeur sera atteinte, dans le courant d'eau prélevé du puits, après un intervalle de temps (toujours compté à partir de l'origine $t = 0$) que nous indiquerons par T_p, tandis que, dans la masse liquide du réservoir, cette même valeur sera atteinte après un intervalle de temps en général plus long, que nous indiquerons par t_m.

Nous avons ainsi défini trois temps caractéristiques du processus de mélange réalisable par un système puits-pompe-réservoir donné :

$T_r = \dfrac{W}{q}$ — temps nécessaire au vidage ou au remplissage du réservoir de capacité W (à déterminer) pour le débit constant q;

$T_p = \sqrt[n]{\dfrac{Y_m - a}{b}}$ — temps pendant lequel le courant d'eau prélevé du puits parvient à la concentration-limite Y_m fixée; (6)

$T_0 = \sqrt[n]{\dfrac{Y_0 - a}{b}}$ — temps pendant lequel le courant d'eau prélevé du puits parvient à la concentration initiale préalablement fixée Y_0 de la masse liquide dans le réservoir.

Comme nous l'avons mentionné à plusieurs reprises, le but pratique de nos recherches consiste à calculer la valeur de la capacité W du réservoir susceptible de permettre une irrigation de durée fixée, à une concentration ne dépassant jamais la limite Y_m, à partir d'une concentration Y_0 préalablement fixée correspondant au début de l'irrigation considérée.

A cet effet, il est bon d'écrire sous une forme adimensionnelle les équations (3), (4) et (5) pour l'instant t_m correspondant à la concentration-limite Y_m dans le réservoir. Il suffit de prendre, comme temps-unité, le temps T_p connu sur la base de données de départ (caractéristique du puits et concentration-limite); il est bon, en

d'autres termes, de prendre comme variable numérique (temps « réduit ») la valeur :

$$\tau = \frac{t}{T_p} \tag{7}$$

et d'écrire par conséquent :

$$\tau_m = \frac{t_m}{T_p}, \quad \tau_0 = \frac{T_0}{T_p}, \quad \tau_v = \frac{T_v}{T_p}. \tag{8}$$

Disons de plus : du moment que la réalisation d'un réservoir d'accumulation et de mélange permet de disposer, pour chaque irrigation, d'un total d'heures t_u égal à la somme de la durée t_m du pompage dans le réservoir (au cours duquel ce dernier demeure toujours plein, car, comme nous l'avons dit, le débit entrant est supposé égal au débit sortant) et du temps T_v pendant lequel le bassin se vide, il est opportun, en définitive, d'adopter la variable τ_v et la variable ;

$$\tau_u = \frac{t_u}{T_p} = \frac{t_m + T_v}{T_p} \tag{9}$$

correspondant — dans la réduction adimensionnelle choisie — à la durée totale, en heures, de chaque irrigation.

Les équations (3), (4) et (5) s'écrivent alors, respectivement, comme suit :

$$(\tau_u - \tau_v)^n e^{-[(\tau_u/\tau_v)-1]} (f(\tau_u, \tau_v; n) + \tau_0^n e^{-[(\tau_u/\tau_v)-1]} - 1 = 0 \tag{3'}$$

où :

$$f(\tau_u \tau_v; n) = \frac{1}{n+1}\left(\frac{\tau_u}{\tau_v} - 1\right) + \frac{1}{n+2}\left(\frac{\tau_u}{\tau_v} - 1\right)^2 + \frac{1}{2(n+3)}\left(\frac{\tau_u}{\tau_v} - 1\right)^3 + \frac{1}{6(n+4)}\left(\frac{\tau_u}{\tau_v} - 1\right)^4 + \frac{1}{24(n+5)}\left(\frac{\tau_u}{\tau_v} - 1\right)^5 + \dots \tag{10}$$

$$\tau_u = (\tau_0 + \tau_v) e^{-[(\tau_u/\tau_v)-1]} - 2\tau_v - 1 = 0, \tag{4'}$$

$$\tau_u^2 - 4\tau_u \tau_v + (\tau_0 - 2\tau_v^2) e^{-[(\tau_u/\tau_v)-1]} + 5\tau_v^2 - 1 = 0. \tag{5'}$$

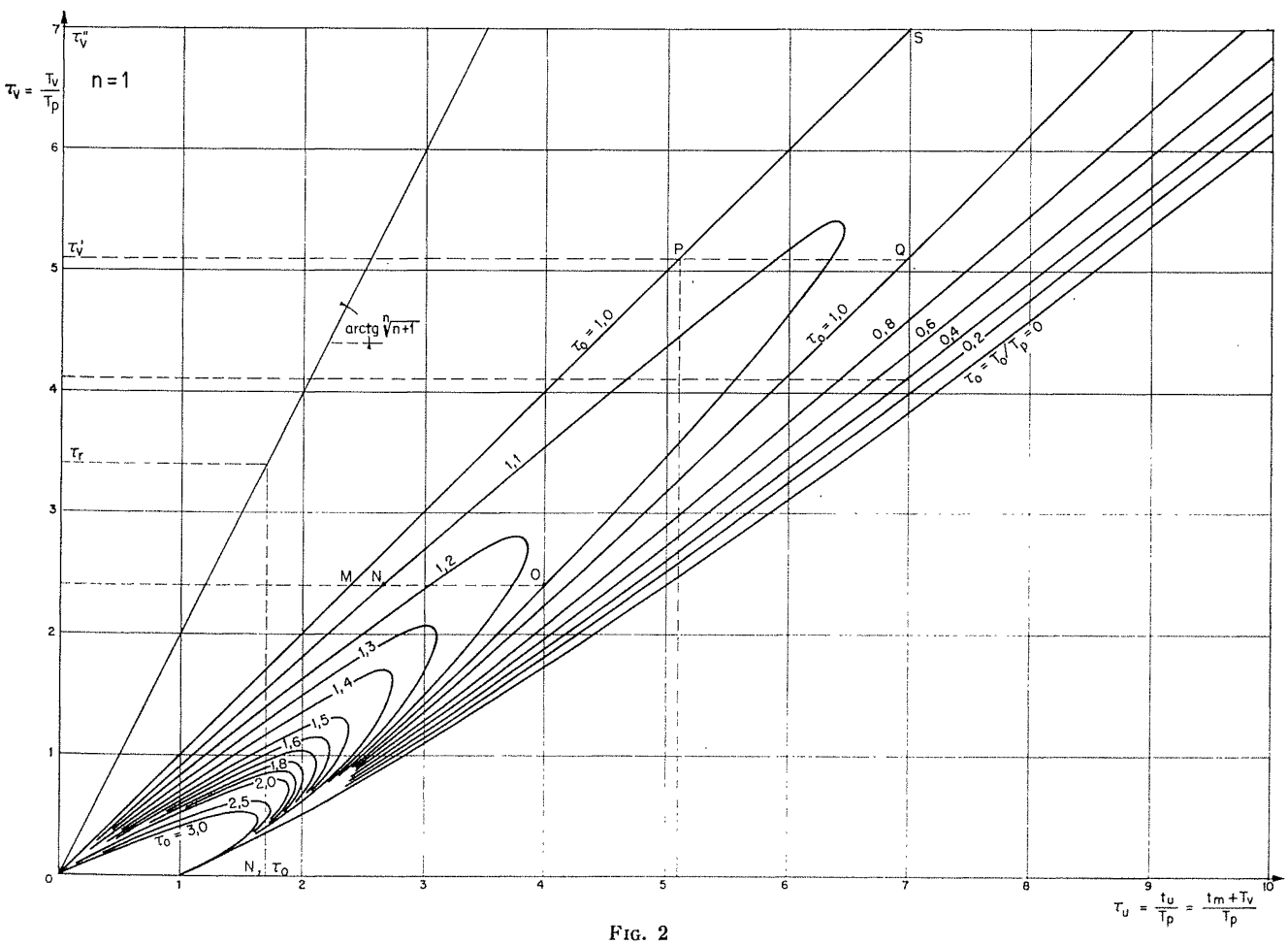

FIG. 2

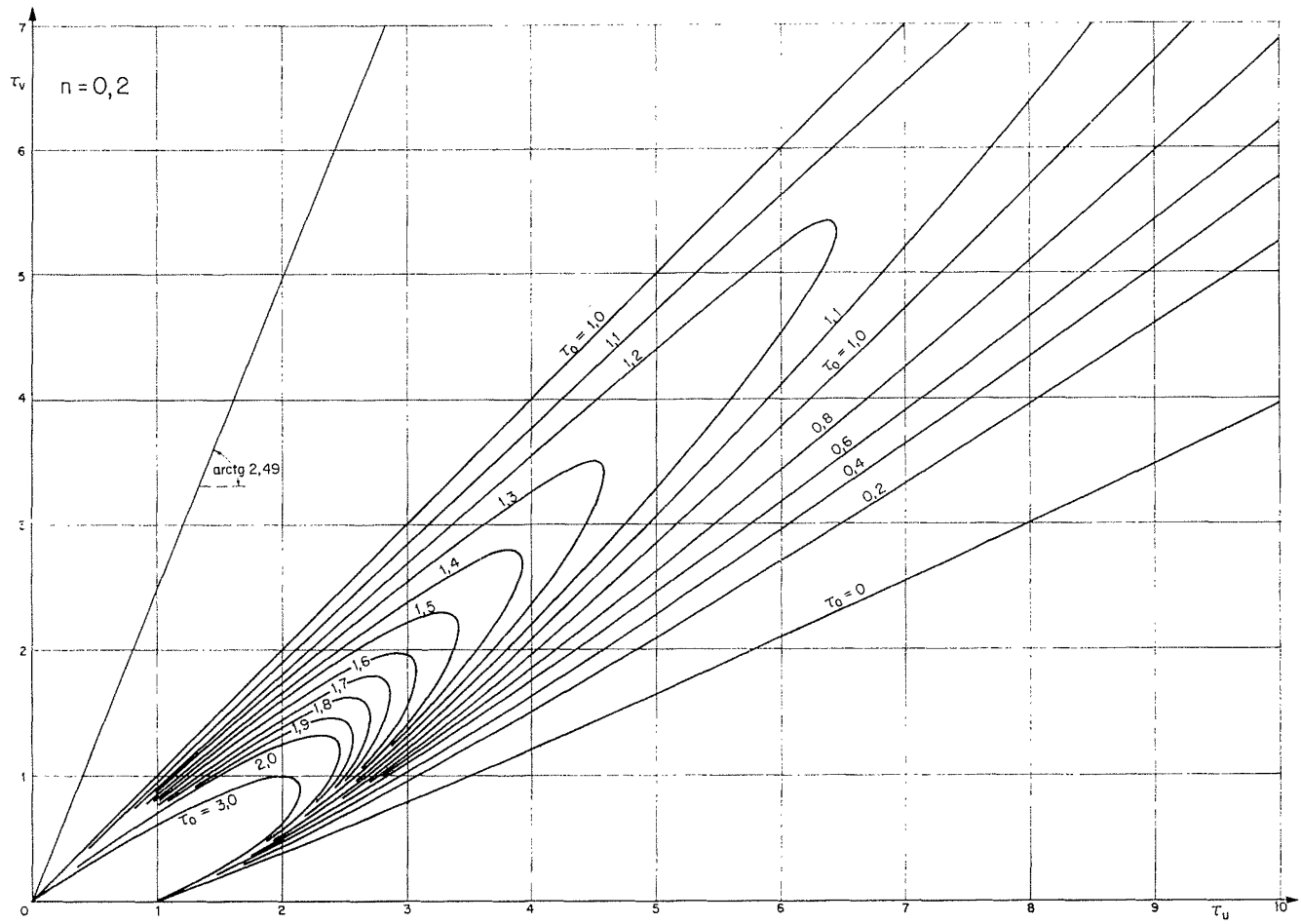

FIG. 3

Ces équations ne peuvent être résolues ni par rapport à la variable τ_u ni par rapport à la variable τ_v, mais on peut de toute évidence les résoudre par tâtonnements et les traduire par des courbes à chacune desquelles correspondent deux valeurs des deux paramètres, qui sont actuellement n et τ_0.

C'est ainsi que nous avons procédé pour les graphiques des figures 2, 3 et 4 qui correspondent respectivement aux valeurs $n = 1$, $n = 0{,}2$ et $n = 2$. Quant à l'autre paramètre, τ_0, il résulte clairement des définitions (8) et (6) que $\tau_0 = 0$ signifie $Y_0 = a$, autrement dit une concentration initiale dans le réservoir égale à celle de l'eau « douce » du puits; tandis que $\tau_0 = 1$ signifie $Y_0 = Y_m$, autrement dit une concentration initiale dans le réservoir égale à la concentration-limite. Evidemment, dans ces conditions, les courbes dont le paramètre τ_0 est compris entre 0 et 1 concernent des concentrations initiales Y_0 comprises entre a et Y_m, tandis que les courbes concernant les valeurs de τ_0 supérieures à 1 regardent les processus débutant par une concentration initiale supérieure à la concentration-limite, processus réalisables dans la pratique, comme nous le verrons au point suivant.

L'emploi des graphiques des figures 2, 3 et 4 est simple et résout immédiatement le problème pratique, une fois qu'on a établi la valeur de T_p et fixé également, au préalable, la valeur de T_0 (à soumettre aux contrôles dont nous parlerons au point 4).

Après avoir en effet fixé le nombre d'heures t_u pour effectuer chaque irrigation et lu en abscisses sa valeur réduite $\tau_u = t_u/T_p$, nous trouvons, sur la courbe concernant la valeur $\tau_0 = (T_0/T_p)$ préalablement fixée, un point dont l'ordonnée mesure le temps caractéristique réduit $\tau_v = (T_v/T_p)$. Il est possible de calculer par conséquent T_v et, pour la première des équations (6), la capacité W du réservoir permettant justement une irrigation de la durée totale de t_u heures.

En fait, pour $0 \leqslant \tau_0 < 1$, les courbes ont une seule branche, et, de ce fait, à chaque abscisse τ_u correspond un seul point, et par conséquent une seule ordonnée τ_v. En effet, le processus de mélange a alors lieu selon les modalités indiquées

par les petits schémas *a*) et *b*) de la figure 5 (comme nous pourrons le démontrer de façon détaillée en une autre occasion). Plus précisément, la concentration Y est toujours croissante (pour $\tau_0 = 0$, c'est-à-dire $Y_0 = a$), ou d'abord décroissante, puis croissante (pour $0 < \tau_0 < 1$ c'est-à-dire $a < Y_0 < Y_m$), mais dans les deux cas elle n'atteint la valeur-limite Y_m qu'une seule fois, pour des valeurs croissantes, à l'instant t_m. La différence $t_m - T_p$ représente l'accroissement de la durée d'irrigation permise par le mélange dans le réservoir, l'irrigation étant arrêtée dans chaque cas lorsqu'on atteint la concentration-limite Y_m. Pour donner un exemple numérique, considérons un puits d'où l'on prélève un débit d'eau $q = 0{,}015$ m³/s. Posons, pour ce débit, une concentration en ion Cl^- obéissant à la loi caractéristique $y = 0{,}0001 + 0{,}0029\,t$, où le temps t serait exprimé en heures (autrement dit $a = 0{,}0001$, $b = 0{,}0029$ heure^{-1} et $n = 1$). La valeur-limite $Y_m = 0{,}003$ une fois fixée, c'est-à-dire une fois qu'on a décidé de ne pratiquer aucune irrigation à des concentrations en ions supérieures à 3 pour mille, nous obtenons également, pour la seconde des équations (6), $T_p = 1$ heure; supposons encore la possibilité d'entreprendre le processus de mélange pour une concentration dans le réservoir $Y_0 = 0{,}0012$ (en nous réservant d'effectuer les contrôles nécessaires sur cette valeur adoptée, conformément aux critères que nous exposerons point 4). Il en découle que nous devons considérer la courbe de la figure 2 ($n = 1$), à laquelle correspond le paramètre

$$\tau_0 = \frac{0{,}0012 - 0{,}0001}{0{,}0030 - 0{,}0001} \cong 0{,}4.$$

Le graphique nous prouve que si nous voulons réaliser une irrigation pendant 7 heures consécutives, autrement dit :

$$\tau_u = \frac{t_u}{T_p} = \frac{7 \text{ heures}}{1 \text{ heure}} = 7,$$

nous devons avoir $\tau_v = 4{,}14$, c'est-à-dire disposer d'un réservoir ayant un temps de vidange totale de 4,14 heures, justement parce que nous avons $T_v = \tau_v\, T_p = 4{,}14 \times 1$ heure; le mélange entraînera un accroissement de la durée de l'irrigation égal à :

$$(t_u - T_v) - T_p = (7 - 4{,}14) - 1 = 1{,}86 \text{ heure}.$$

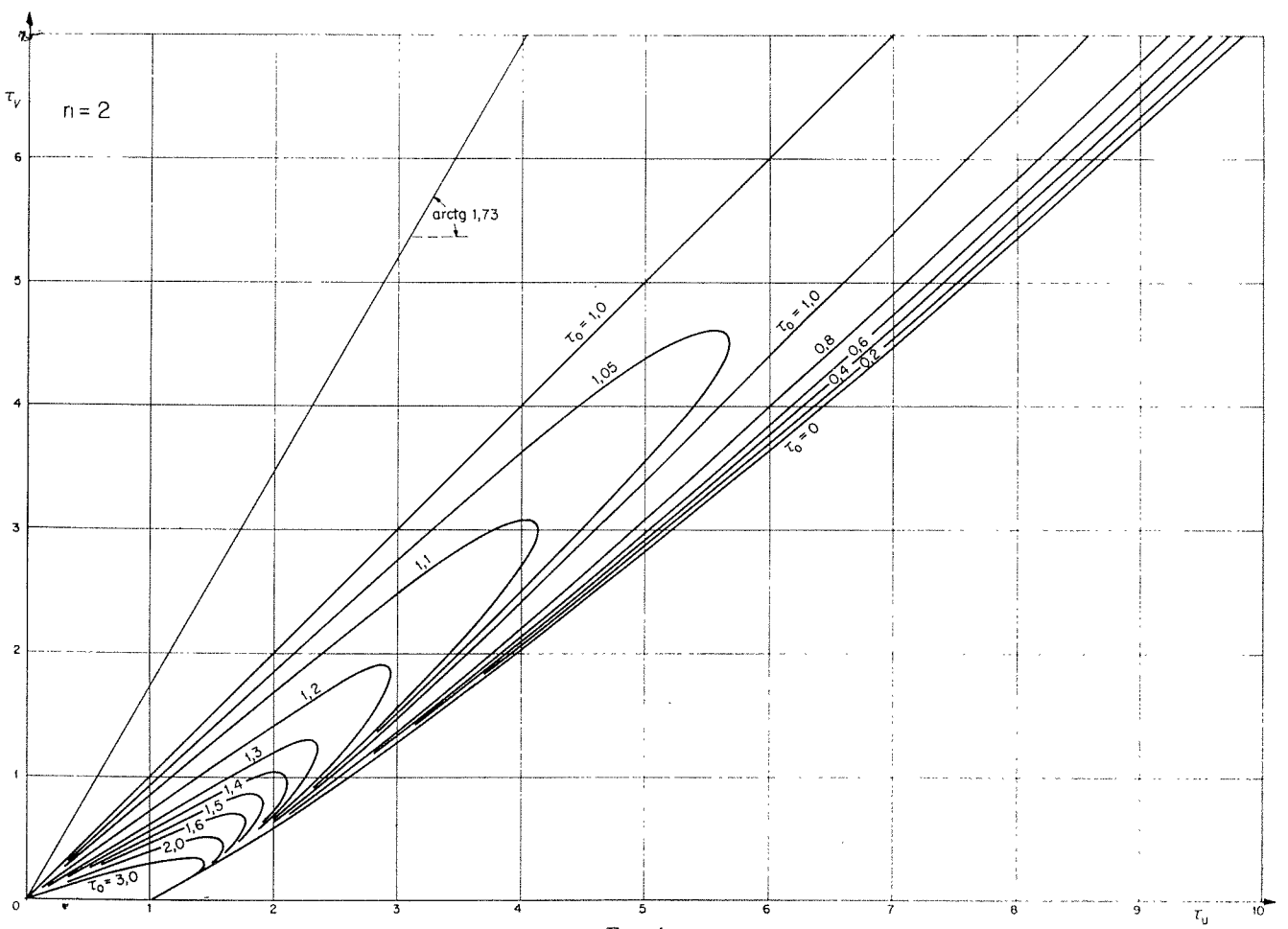

FIG. 4

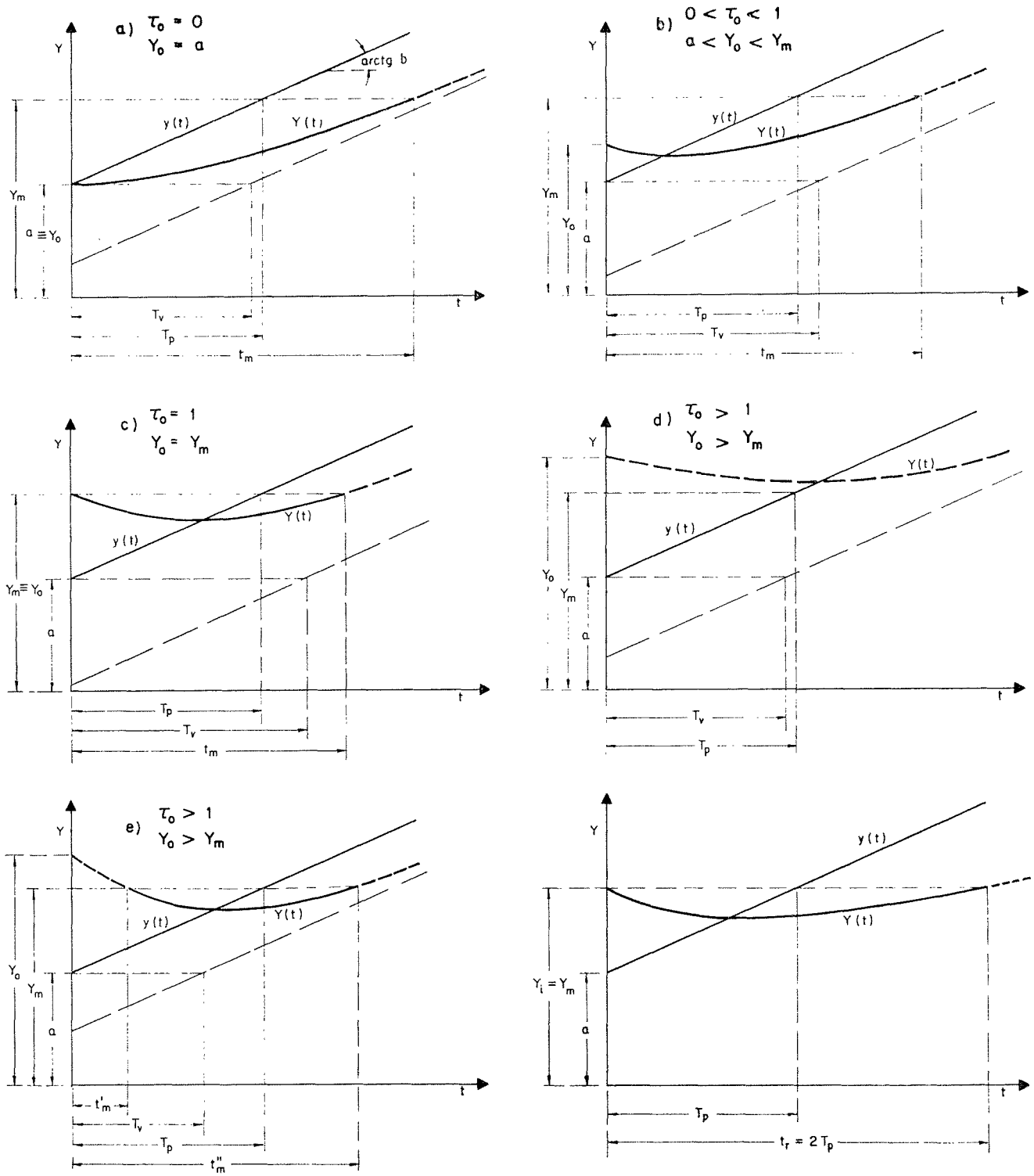

FIG. 5

En d'autres termes, si nous disposons d'un réservoir de la capacité :

$$W = T_v \times 3\,600 \times q = 4{,}14 \times 3600 \times 0{,}015 = 224 \text{ m}^3,$$

rempli d'eau à la concentration $Y_0 = 1{,}2$ pour mille, et que nous commencions à y pomper le débit $q = 0{,}015$ m³/s prélevé du puits, avec fourniture simultanée, par ledit réservoir, du même débit q à utiliser pour l'irrigation, nous devons arrêter le pompage (pour ne pas dépasser la concentration-limite $Y_m = 3$ pour mille) après

$7 - 4{,}14 = 2{,}86$ heures, au cours desquelles il aura été procédé à la distribution de :

$$2{,}86 \times 3\,600 \times 0{,}015 = 154 \text{ m}^3;$$

plus tard, un supplément de 224 m³ sera disponible lors de la vidange totale du réservoir; nous pourrons donc disposer au total, pendant la période fixée de 7 heures, d'un volume d'eau de $154 + 224 = 378$ m³. Le pompage direct dans le reséau d'irrigation permettait par contre de disposer seulement de :

$$T_p \times 3\,600 \times q = 1 \times 3\,600 \times 0{,}015 = 54 \text{ m}^3,$$

car à la fin du temps $T_p = 1$ heure, la concentration de l'eau prélevée du puits a déjà atteint la concentration-limite de 3 pour mille. Même en ajoutant cette valeur de 54 m³ à celle de 224 m³ éventuellement emmaganisée dans le réservoir, nous ne disposerons en définitive que de $54 + 224 = 278$ m³. L'effet du mélange a fait par conséquent « gagner », dans l'exemple exposé :

$$378 - 278 = 100 \text{ m}^3 \ (= 1{,}36 \times 3\,600 \times 0{,}015),$$

soit 36 % de la somme du volume de pompage direct et de la capacité du réservoir (2).

Pour $\tau_0 = 1$, la courbe correspondante est à deux branches, dont l'une est la droite à 45°; dans ces conditions, à chaque abscisse τ_u correspondent deux points et par conséquent deux ordonnées différentes τ_v. Cela dérive du fait que le processus de mélange se déroule, en pareil cas, comme indiqué par le schéma *c*), autrement dit la concentration-limite Y_m correspond justement à l'instant initial $t = 0$ et se trouve atteinte une deuxième fois à l'instant t_m. Il est clair, dans ces conditions, qu'une même durée d'irrigation τ_u pourrait être obtenue soit par utilisation d'un réservoir de plus grande capacité τ''_v avec vidange totale pure et simple de ce dernier ($\tau_u = \tau''_v =$ ordonnée du point S le plus haut, c'est-à-dire sur la branche de la courbe $\tau_0 = 1$ coïncidant avec la droite à 45°), autrement dit sans exploiter le mélange avec le débit pompé du puits, soit en exploitant ce mélange et en adoptant un réservoir de capacité moindre τ'_v (ordonnée du point Q de la branche inférieure de la courbe $\tau_0 = 1$). Il y a lieu, évidemment, de choisir la seconde solution, et en pareil cas (comme pour $\tau_0 < 1$), le segment $\overline{PQ}$, parallèle à l'axe des abscisses et compris entre la branche inférieure de la courbe $\tau_0 = 1$ et la droite à 45°, atteint la valeur (t_m/T_p), c'est-à-dire la fraction d'horaire d'irrigation pendant laquelle s'effectue le pompage. Bien entendu, si nous revenons à notre exemple précédent, la concentration de départ dans le réservoir étant supposée supérieure et précisément égale à $Y = 0{,}003 = Y_m$, la capacité nécessaire du réservoir s'avère supérieure :

$$T'_v = \tau'_v T_p = 5{,}1 \times 1 = 5{,}1 \text{ heures},$$

autrement dit :

$$W = 5{,}1 \times 3\,600 \times 0{,}015 = 276 \text{ m}^3.$$

Le « gain » entraîné par l'opération de mélange s'est donc réduit à $378 - (276 + 54) = 48$ m³, soit 14,6 % de la somme (330 m³) du volume de pompage direct et de la capacité du réservoir, ces derniers étant supposés successifs et distincts.

Si enfin le processus de mélange débute à une concentration dans le réservoir supérieur à la concentration-limite, autrement dit si nous avons $\tau_0 > 1$, deux cas peuvent encore se présenter.

Dans le premier, il arrive que l'abscisse maximale de la courbe à nœud correspondant à la valeur de τ_0 est inférieure à la valeur τ_u fixée; en

(2) Tout ce qui vient d'être dit prouve clairement que ce « gain » est au fond rendu possible par la dégradation de la qualité de l'eau fournie par le bassin, eau dont la concentration est toujours inférieure à la concentration-limite (tant que dure le mélange) ou égale à cette concentration (pendant tout le temps de la vidange du bassin), mais en fait supérieure, pendant une première phase, à la concentration de l'eau puisée, qui est nettement « douce » au début du pompage.

Ce qui compte, toutefois, c'est le poids du sel fourni au terrain pendant tout le temps de l'irrigation, poids évidemment proportionnel à la surface comprise entre la courbe $Y(t)$ (dans le service par réservoir) ou $y(t)$ (dans le service par pompage direct), l'axe des abscisses et les deux ordonnées délimitant l'intervalle d'irrigation.

Si nous tenons compte du fait que même pendant les heures au cours desquelles s'effectue le mélange (2,86 dans l'exemple précédent), l'eau fournie par le réservoir est ensuite amenée à différentes parcelles du terrain de l'exploitation, il est clair, d'après les schémas *a*) et *b*) de la figure 5, que l'eau fournie par le bassin amène à chaque parcelle — exception faite des parcelles arrosées les premières — une dose totale de sel inférieure à celle qu'amènerait l'eau directement pompée du puits, inférieure aussi à la dose-limite pendant toute la période au cours de laquelle le mélange s'effectue et exactement égale à cette dose-limite pendant la période suivante de vidange du réservoir.

La dégradation de la qualité de l'eau employée aux fins de l'irrigation aurait donc un effet négligeable; c'est même justement sous l'effet du mélange que la fonction Y varie moins que la fonction y dans le temps, et que de ce fait le service par réservoir assure un traitement plus uniforme à toutes les parcelles de terrain de l'exploitation en ce qui concerne la dose de sel fournie. Cette uniformité est opportune, compte tenu entre autres des mesures culturales et agronomiques dont la nécessité s'impose toujours dans les terrains irrigués à l'eau « non douce », mesures qui en pareil cas sont simplifiées et unifiées.

L'avantage de permettre un traitement uniforme des parcelles de terrain viendrait donc s'associer à l'effet fondamental de la présence du réservoir, qui consiste à assurer l'arrosage de toutes les parcelles à la fois, c'est-à-dire dans chaque irrigation.

d'autres termes, il n'existe aucun point de la courbe ayant une abscisse τ_u. Cela veut dire que le processus se déroule en pareil cas conformément à la description du schéma *d*), autrement dit qu'il n'existe aucune capacité du réservoir capable de déterminer la diminution de la concentration dans le réservoir jusqu'à la valeur-limite Y_m et de permettre l'irrigation pendant t_u heures; que, par conséquent, l'eau accumulée dans le réservoir est inutilisable, et qu'il faudra compter uniquement sur la durée du pompage direct dans le réseau d'irrigation. Ce cas, pour lequel l'effet du réservoir s'avère nul, se réaliserait déjà dans notre exemple où $\tau_u = 7$, si l'on avait $\tau_0 = 1{,}1$, autrement dit si la concentration initiale Y_0 dans le réservoir avait la valeur 0,0033, c'est-à-dire une valeur supérieure à celle de la concentration limite Y_m dans une mesure qui pouvait être considérée, en pourcentage, comme négligeable *a priori*.

Dans l'autre cas, par contre, nous voyons qu'à une valeur en abscisse correspondent deux différents points dans les deux branches de la courbe à nœud, et par conséquent deux ordonnées différentes. Omettons, par souci de concision, le raisonnement qui permet aisément de conclure qu'il faut toujours prendre en considération le point inférieur. Il en est ainsi si nous fixons encore la valeur $\tau_0 = 1{,}1$, mais en limitant la durée de l'irrigation, par exemple, à la valeur $\tau_u = 4$. Le processus se déroule comme indiqué par le schéma *e*); c'est-à-dire que la concentration-limite est atteinte une première fois, pour des valeurs décroissantes, à l'instant t'_m et une seconde fois, pour des valeurs croissantes, à l'instant t''_m. Il est de même évident, dans le schéma, qu'on ne pourra utiliser les eaux fournies par le réservoir pendant l'intervalle compris entre l'instant initial et l'instant t'_m pendant lequel ces eaux ont des concentrations supérieures à la limite; dans le graphique, cet intervalle de temps est représenté, dans la réduction adimensionnelle, par la longueur du segment $\overline{MN}$. On ne pourra encore atteindre, dans ce cas, la durée d'irrigation τ_u préalablement fixée, pour la capacité T_v correspondant à l'ordonnée des points M, N et O, mais la durée $\tau_u = \overline{MN}$. En tout cas, l'avantage du mélange par rapport à la somme des temps distincts de vidange totale du réservoir et de pompage direct existe chaque fois que la longueur du segment $\overline{NO}$ est supérieure au rapport (T_p/T_p), c'est-à-dire à l'unité. C'est ainsi que, dans ce dernier exemple numérique où $\tau_u = 4$, nous avons $\overline{MN} = 0{,}26$, et l'on peut disposer, par conséquent, effectivement d'une irrigation d'une durée égale à $(4 - 0{,}26)\ T_p = 3{,}74$ heures, équivalant à :

$$3{,}74 \times 3\,600 \times 0{,}015 = 202 \text{ m}^3 \text{ d'eau};$$

nous avons, d'autre part, $\tau_v = 2{,}4$, ce qui exige la disponibilité d'un réservoir de :

$$2{,}4 \times T_p \times 3\,600 \times 0{,}015 = 129 \text{ m}^3.$$

Sans le mélange, c'est-à-dire moyennant vidange totale du réservoir et pompage direct, on disposerait de $129 + 54 = 183$ m³, de sorte que le gain serait actuellement de $202 - 183 = 19$ m³, soit un peu plus de 10 % de la somme susdite.

Il est donc évident que nous n'avons aucun avantage à entreprendre le processus de mélange, autrement dit l'irrigation, si nous avons dans le réservoir une eau à concentration supérieure à la limite. Il pourra cependant s'avérer opportun de s'adresser à cette solution de pis-aller en cas de nécessité de s'en tenir à des espacements des irrigations très courts; en pareil cas, en effet, pour parvenir à remplir le bassin pendant l'espacement des irrigations (c'est-à-dire pendant le temps entre chaque irrigation), il est nécessaire de prolonger chaque durée de pompage et de décroître leur nombre et, par là, le nombre des intervalles, c'est-à-dire des temps morts; on parvient cependant inévitablement, de la sorte, à des concentrations dans le réservoir supérieures à la concentration-limite. Tout cela sera plus clair à l'issue des considérations que nous énoncerons au point suivant.

La comparaison numérique entre plusieurs résolutions analogues, qui ne diffèrent que par la valeur de l'exposant n de la caractéristique du puits, peut aisément s'effectuer sur la base des graphiques analogues des figures 3 et 4.

Vis-à-vis des exemples numériques que nous avons exposés pour le cas $n = 1$, et à égalité de toute autre donnée de départ, cette comparaison nous amène à reconnaître que pour n inférieur à 1, la capacité nécessaire du réservoir s'avère moindre et le gain en pourcentage est supérieur, et que le contraire — capacité supérieure et gains inférieurs — se produit pour n supérieur à 1; ce qui était d'ailleurs aisé à prévoir, car, dans le premier cas, la concentration du débit pompé du puits s'accroît moins rapidement en fonction du temps, tandis que, dans le second cas, elle augmente plus rapidement.

Pour ne pas trop alourdir la présente communication de figures et de tableaux, nous avons reproduit dans le tableau indiqué à la fin de notre mémoire le rapport entre les variables τ_v et τ_u pour d'autres valeurs encore de l'exposant n en nous limitant aux seules valeurs 0 et 1 du paramètre τ_0.

IV. — DÉTERMINATION DE LA CONCENTRATION « INITIALE » DANS LE RÉSERVOIR, C'EST-A-DIRE DE LA CONCENTRATION AU MOMENT DE L'ACHÈVEMENT DU REMPLISSAGE ET DU DÉBUT DE L'IRRIGATION

Les processus de mélange au cours des pompages préliminaires diffèrent de celui — déjà étudié — qui a lieu au cours de l'irrigation; au cours des premiers, en effet, le réservoir ne fournit aucun débit, et par conséquent le volume accumulé n'est pas constant, mais continuellement croissant en fonction du temps.

La balance entre le produit dissous entrant dans le réservoir pendant un certain intervalle de temps et la variation simultanée du produit contenu dans le réservoir donne lieu simplement à l'équation :

$$y(t)\, q\, dt = d\,[W(t)\, Y(t)] = W(t)\, d\, Y(t) + Y(t)\, d\, W(t),$$

à laquelle il est nécessaire d'associer l'équation de continuité de la solution :

$$q\, dt = d\, W(t).$$

Nous en tirons l'équation différentielle linéaire suivante :

$$\frac{dY}{dt} + \frac{q\, Y - q\,(a + bt^n)}{W_i + q\, t} = 0 \qquad (11)$$

qui sera également discutée en détail dans une autre communication et dont la solution s'écrit :

$$Y = \frac{Y_i\, W_i + q\, a\, t + q\, b\,(t^{n+1}/n + 1)}{W_i + q\, t} \qquad (12)$$

Nous avons évidemment indiqué par W_i le volume déjà emmagasiné au début de chaque pompage, et par Y_i sa concentration correspondante; dans ces conditions, pour le premier de ces pompages effectué dès la vidange totale : $W_i = 0$.

L'équation (12) nous montre que le premier pompage, au cours duquel, justement, $W_i = 0$ et qui doit être arrêté pour $Y = Y_m$ aussi bien que les suivants, qui débutent pour cette même valeur $Y_i = Y_m$ et doivent être arrêtés lorsque encore $Y = Y_m$, doivent avoir la durée t_r obtenue sur la base de l'équation :

$$Y_m = a + \frac{b}{n+1}\, t_r^n\ ; \qquad (12')$$

autrement dit, pour la deuxième équation (6) :

$$\tau_r = \frac{t_r}{T_p} = \sqrt[n]{n+1} \qquad (13)$$

Ce résultat, qui peut être directement déduit par une autre voie, est aisé à comprendre parce que chaque processus se superpose dans l'ensemble aux précédents et la compensation saline se produit dans chacun. Dans le cas d'une loi $y(t)$ linéaire, autrement dit de $n = 1$, cette compensation s'effectue évidemment par moyenne arithmétique; on écrit, en effet :

$$\tau_r = 2\ ; \qquad (13')$$

en pareil cas, par conséquent, la concentration-limite Y_m dans le réservoir a lieu après une période de temps double de celle pendant laquelle la même concentration est atteinte dans le débit pompé du puits (cf. dernier schéma fig. 5). Le volume susceptible d'être élevé à chaque pompage dans le réservoir est double de celui qu'on pourrait élever par pompage direct dans le réseau.

Si nous supposons que l'irrigation doit débuter à une concentration initiale Y_0 égale à la concentration-limite Y_m, et que nous calculions la valeur respective τ_v nécessaire (en nous adressant, comme déjà expliqué, à la courbe correspondant à la valeur $\tau_0 = 1$), le nombre N de pompages exigés pour le remplissage complet du réservoir s'écrira comme suit :

$$N = \frac{\tau_v}{\tau_v} = \frac{\tau_v}{\sqrt[n]{n+1}}\,. \qquad (14)$$

Afin qu'on puisse effectivement compléter le remplissage du réservoir sans dépasser la valeur-limite Y_m, ce nombre N doit s'avérer inférieur ou égal au rapport entre l'espacement d'irrigation R et la somme de la durée $\sqrt[n]{n+1}\, T_p$ de chaque pompage et de la période de temps que nous avons appelée « intervalle » et que nous indiquerons ici par I.

Ainsi encore, dans notre exemple ($n=1$, $\tau_0=1$) où nous avons obtenu $\tau_v = 5{,}1$, nous avons $\tau_r = 2$ et par conséquent $N = 2{,}55$; autant dire

que les deux premiers pompages seront de $\tau_r \times T_p = 2 \times 1 = 2$ heures chacun, tandis que le troisième pompage sera plus bref, chose très avantageuse car, en pareil cas, la concentration atteinte lors du remplissage total du réservoir sera inférieure à la valeur $Y_m = 0{,}003$ préalablement fixée. En tout cas, si nous supposons un espacement d'irrigation $R = 6$ jours et un intervalle de dix heures (autrement dit la nécessité de suspendre pendant dix heures le pompage d'eau dans le puits considéré en vue de reproduire la loi caractéristique $y = 0{,}0001 + 0{,}0029\, t$), la somme de la durée d'un intervalle et d'un pompage s'écrit :

$$10 + 2\, T_p = (10 + 2) \text{ heures} = 0{,}5 \text{ jour},$$

et, de ce fait, le schéma de remplissage proposé est réalisable, car 2,55 est inférieur à (6/0,5).

Si nous avons, comme dans cet exemple, $N \ll R/(I + \sqrt[n]{n+1}\, T_p)$, il sera même opportun de contrôler si l'inégalité analogue :

$$N < \frac{R}{I + \tau_0 \sqrt[n]{n+1}\, T_p} \qquad (15)$$

est encore vérifiée si l'irrigation débute à des concentrations Y_0 inférieures à Y_m, qui permettent — indépendamment des avantages agronomiques considérables dont nous avons parlé — l'adoption de réservoir de capacité moindre. Nous pouvons y parvenir aisément car — comme nous pouvons le comprendre de toute évidence — l'équation (12′) subsiste pour la valeur générale Y_0, ce qui revient à l'écrire :

$$Y_0 = a + \frac{b}{n+1}\, t_r^{\,n}; \qquad (12'')$$

dans ces conditions, pour les deux secondes équations de la (6), la durée de chaque pompage s'exprime par :

$$\tau_r = \frac{t_r}{T_p} = \frac{T_0}{T_p} \sqrt[n]{n+1} = \tau_0 \sqrt[n]{n+1} \qquad (13'')$$

et le total des pompages par :

$$N = \frac{\tau_v}{\tau_r} = \frac{\tau_v}{\tau_0 \sqrt[n]{n+1}} \quad . \qquad (14')$$

C'est ainsi que, dans notre exemple habituel ($n = 1$), mais en supposant que l'irrigation débute pour une concentration $Y_0 = 0{,}0012$ (c'est-à-dire $\tau_0 \cong 0{,}4$), nous sommes parvenu à une valeur $\tau_v = 4{,}14$ et nous trouvons :

$$\tau_r = 0{,}4 \times 2 = 0{,}8 \quad \text{et} \quad N = (4{,}14/0{,}8) = 5{,}2.$$

Nous avons donc ici encore :

$$(\text{puisque } 10 + 0{,}4 \times 2 \times 1 = 10{,}8 \text{ heures} = 0{,}45 \text{ jour}) : 5{,}2 < (6/0{,}45).$$

En d'autres termes, nous pouvons exécuter cinq pompages de 0,8 heure chacun et un cinquième pompage de plus courte durée. Evidemment, il sera bon de répéter les tentatives jusqu'à adoption de la concentration Y_0 la plus faible possible, autrement dit à égalité de durée t_u de l'irrigation, la plus faible capacité du réservoir T_v.

Si, par contre, l'inégalité (15) n'était pas vérifiée — si, par exemple, l'intervalle I était de deux jours et l'espacement R de quatre jours — il serait encore nécessaire de procéder par tâtonnements, comme on l'a fait dans l'exemple immédiatement précédent. Nous fixerons provisoirement un premier τ_0 supérieur à 1 ($Y_0 > Y_m$) pour en tirer — en triomphant des difficultés citées au point précédent en ce qui concerne l'utilisation de la courbe à nœud — le τ_v correspondant, sur la base duquel, ainsi que du τ_r obtenu à partir de l'expression (13″), on calculera la valeur de N, ce qui permettra de contrôler l'inégalité (15). Il suffira, en général, d'un nombre limité de tâtonnements pour trouver les valeurs de la capacité T_v du bassin et de la concentration Y_0 de la masse liquide accumulée susceptibles de permettre une irrigation d'une durée aussi proche que possible des sept heures préalablement fixées. Il est fréquemment opportun, toutefois, de retoucher également la valeur de l'espacement R.

Dans les graphiques des figures 2, 3 et 4, les droites les plus inclinées facilitent l'usage des expressions (14) et (13″), car elles représentent la relation entre τ_v et N ou entre τ_r, à lire en ordonnées, et τ_0 à lire en abscisses.

Tableau experiment le rapport fonctionnel entre les variables τ_v et τ_u, pour différentes valeurs de l'exposant n *de la loi « caractéristique » du puits et pour les valeurs* 0 *et* 1 *du paramètre* τ_0.

τ_u	τ_v		τ_v		τ_v		τ_v		τ_v		τ_v		τ_v		τ_v	
	$n = 0{,}2$ $\sqrt[n]{n+1} = \tau_v/N = 2{,}49$		$n = 0{,}4$ $\sqrt[n]{n+1} = 2{,}32$		$n = 0{,}6$ $\sqrt[n]{n+1} = 2{,}19$		$n = 0{,}8$ $\sqrt[n]{n+1} = 2{,}09$		$n = 1{,}0$ $\sqrt[n]{n+1} = 2$		$n = 1{,}5$ $\sqrt[n]{n+1} = 1{,}84$		$n = 2{,}0$ $\sqrt[n]{n+1} = 1{,}73$		$n = 2{,}5$ $\sqrt[n]{n+1} = 1{,}65$	
	$\tau_0=0$	$\tau_0=1$	$\tau_0=0$	$\tau_0=1$	$\tau_0=0$	$\tau_0=1$	$\tau_0=0$	$\tau_0=1$	$\tau_0=0$	$\tau_0=1$	$\tau_0=0$	$\tau_0=1$	$\tau_0=0$	$\tau_0=1$	$\tau_0=0$	$\tau_0=1$
1,00....	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1,20....	0,07	0,08	0,08	0,09	0,08	0,09	0,09	0,10	0,09	0,10	0,09	0,10	0,10	0,11	0,10	0,11
1,40....	0,15	0,17	0,17	0,18	0,17	0,19	0,18	0,20	0,20	0,21	0,20	0,21	0,21	0,22	0,21	0,23
1,60....	0,22	0,26	0,26	0,29	0,27	0,30	0,29	0,31	0,30	0,33	0,31	0,33	0,32	0,34	0,33	0,35
1,80....	0,30	0,36	0,35	0,39	0,37	0,41	0,40	0,41	0,41	0,42	0,43	0,45	0,45	0,48	0,46	0,48
2,00....	0,38	0,47	0,46	0,52	0,47	0,53	0,50	0,54	0,52	0,57	0,54	0,59	0,57	0,62	0,59	0,63
2,20....	0,46	0,58	0,55	0,64	0,56	0,66	0,60	0,67	0,63	0,70	0,66	0,73	0,70	0,78	0,74	0,78
2,40....	0,54	0,72	0,63	0,77	0,67	0,80	0,71	0,82	0,75	0,86	0,79	0,89	0,84	0,94	0,88	0,95
2,60....	0,62	0,84	0,72	0,92	0,77	0,94	0,82	0,97	0,86	1,01	0,92	1,05	0,97	1,11	1,03	1,13
2,80....	0,71	1,00	0,82	1,07	0,87	1,10	0,93	1,13	0,98	1,17	1,05	1,21	1,11	1,28	1,18	1,31
3,00....	0,79	1,15	0,92	1,22	0,99	1,26	1,04	1,30	1,10	1,34	1,19	1,39	1,26	1,46	1,34	1,50
3,20....	0,87	1,31	1,01	1,39	1,10	1,42	1,16	1,48	1,22	1,51	1,33	1,57	1,41	1,64	1,49	1,69
3,40....	0,95	1,47	1,11	1,55	1,20	1,60	1,28	1,65	1,35	1,69	1,47	1,75	1,57	1,82	1,65	1,88
3,60....	1,03	1,63	1,21	1,72	1,32	1,77	1,40	1,82	1,48	1,86	1,61	1,94	1,72	2,01	1,80	2,07
3,80....	1,11	1,81	1,31	1,89	1,43	1,94	1,53	2,00	1,61	2,05	1,76	2,12	1,87	2,20	1,96	2,27
4,00....	1,20	1,97	1,41	2,06	1,54	2,11	1,65	2,18	1,74	2,23	1,90	2,31	2,03	2,39	2,13	2,46
4,20....	1,28	2,15	1,51	2,24	1,66	2,28	1,77	2,36	1,87	2,42	2,05	2,51	2,19	2,58.	2,29	2,66
4,40....	1,37	2,32	1,61	2,42	1,77	2,46	1,90	2,54	2,01	2,60	2,20	2,70	2,35	2,78	2,46	2,86
4,60....	1,45	2,50	1,72	2,60	1,90	2,64	2,03	2,73	2,14	2,80	2,35	2,89	2,51	2,97	2,63	3,06
4,80....	1,54	2,67	1,82	2,78	2,01	2,83	2,16	2,92	2,28	2,99	2,50	3,09	2,67	3,17	2,80	3,25
5,00....	1,63	2,85	1,94	2,97	2,13	3,01	2,29	3,10	2,42	3,17	2,66	3,29	2,84	3,37	2,97	3,45
5,20....	1,72	3,03	2,04	3,15	2,25	3,20	2,42	3;29	2,56	3,37	2,81	3,48	3,00	3,57	3,15	3,64
5,40....	1,80	3,22	2,15	3,34	2,37	3,39	2,55	3,48	2,70	3,57	2,97	3,67	3,16	3,77	3,32	3,84
5,60....	1,89	3,40	2,26	3,53	2,50	3,57	2,68	3,66	2,84	3,75	3,13	3,87	3,32	3,98	3,50	4,04
5,80....	1,98	3,58	2,37	3,72	2,61	3,76	2,82	3,84	2,98	3,94	3,39	4,06	3,48	4,18	3,67	4,23
6,00....	2,07	3,77	2,48	3,92	2,73	3,96	2,96	4,03	3,13	4,13	3,45	4,25	3,64	4,38	3,85	4,44
6,20....	2,17	3,95	2,58	4,12	2,86	4,15	3,09	4,23	3,27	4,32	3,61	4,45	3,80	4,59	4,03	4,63
6,40....	2,26	4,14	2,69	4,32	2,98	4,35	3,23	4,42	3,41	4,52	3,77	4,64	3,96	4,80	4,20	4,83
6,60....	2,36	4,32	2,80	4,52	3,10	4,55	3,37	4,62	3,55	4,71	3,93	4,84	4,12	5,00	4,38	5,03
6,80....	2,44	4,50	2,91	4,72	3,23	4,76	3,51	4,81	3,70	4,91	4,09	5,03	4,29	5,21	4,55	5,23
7,00....	2,52	4,70	3,02	4,92	3,36	4,96	3,65	5,00	3,84	5,11	4,25	5,23	4,46	5,42	4,73	5,43
7,20....	2,61	4,90	3,14	5,12	3,48	5,18	3,79	5,20	3,99	5,31	4,41	5,42	4,64	5,59	4,91	5,63
7,40....	2,70	5,09	3,25	5,33	3,61	5,38	3,93	5,40	4,14	5,51	4,57	5,62	4,80	5,79	5,08	5,82
7,60....	2,79	5,30	3,37	5,53	3,74	5,59	4,07	5,61	4,28	5,71	4,93	5,82	4,98	5,99	5,26	6,02
7,80....	2,88	5,50	3,48	5,74	3,87	5,80	4,20	5,82	4,44	5,90	4,89	6,01	5,16	6,19	5,44	6,22
8,00....	2,97	5,69	3,60	5,94	4,00	5,90	4,34	6,00	4,58	6,10	5,05	6,21	5,34	6,38	5,61	6,42
8,20....	3,07	5,89	3,72	6,15	4,13	6,19	4,48	6,20	4,74	6,30	5,22	6,41	5,51	6,59	5,89	6,62
8,40....	3,16	6,09	3,84	6,33	4,26	6,39	4,62	6,40	4,89	6,51	5,38	6,60	5,69	6,78	5,97	6,82
8,60....	3,26	6,29	3,96	6,53	4,39	6,60	4,77	6,59	5,05	6,70	5,54	6,80	5,87	6,98	6,14	7,02
8,80....	3,35	6,49	4,07	6,74	4,52	6,80	4,91	6,79	5,20	6,91	5,71	7,00	6,05	7,18	6,32	7,22
9,00....	3,45	6,69	4,19	6,94	4,66	7,00	5,05	6,99	5,36	7,10	5,87	7,19	6,23	7,39	6,49	7,42
9,20....	3,55	6,85	4,31	7,14	4,79	7,20	5,19	7,19	5,52	7,29	6,03	7,39	6,41	7,60	6,67	7,62
9,40....	3,65	7,04	4,43	7,33	4,93	7,39	5,33	7,38	5,67	7,49	6,19	7,59	6,60	7,79	6,84	7,83
9,60....	3,75	7,24	4,55	7,54	5,06	7,59	5,47	7,66	5,83	7,69	6,34	7,77	6,77	7,99	7,02	8,02
9,80....	3,85	7.42	4,67	7,73	5,20	7,79	5,62	7,77	5,99	7,90	6,50	7,97	6,95	8,19	7,20	8,22
10,00....	3,95	7,62	4,79	7,93	5,34	8,00	5,76	8,05	6,14	8,10	6,66	8,16	7,13	8,40	7,37	8,42