Ecoulement en milieu poreux de profondeur finie sous un radier protégé à l'amont et à l'aval par des écrans d'étanchéité

Flow in a porous medium
of finite depth underneath an apron protected
by grout curtains at its upstream
and downstream ends.

R. BREPSON
INGÉNIEUR-DOCTEUR

PAR
ET

Mlle M. L. CLÉMENT
LICENCIÉE ÈS SCIENCES

Les auteurs établissent les formules d'une transformation conforme faisant correspondre au plan de l'ouvrage et de ses diverses protections — horizontales et verticales — un demi-plan sur la frontière duquel figurent les points caractéristiques de la fonction. Les dimensions des protections sont établies au moyen des intégrales elliptiques de première et de troisième espèces s'exprimant en fonction des paramètres de la transformation. Le débit de fuite fait intervenir deux paramètres abscisses des points caractéristiques de la transformation représentant respectivement, pour l'un, le passage à l'infini amont de la ligne de fond à l'équipotentielle de surface et, pour l'autre, l'origine de l'équipotentielle de surface aval. La perte de charge en un point courant du radier horizontal principal de l'ouvrage s'exprime par une formule faisant intervenir les deux paramètres précités. La correspondance est établie entre cette transformation et la transformation symétrique par l'intermédiaire du rapport anharmonique. En conclusion, est signalée l'existence d'une table comprenant un nombre relativement élevé de cas.

The authors establish the formulae for a conformal transformation by means of which the plan layout of the structure and its various horizontal and vertical protections is assimilated to a half-plane, on the boundary of which lie the characteristic points of the function. The protecting curtain dimensions are determined for elliptical integrals of the first and third kind, which are expressed as functions of the parameters of the transformation. The leakage rate involves two parameters that are abscissae of the characteristic points of the transformation; they represent the transition, at upstream infinity, of the bed line to the surface equipotential line, and the origin of the downstream, surface equipotential line respectively. The loss of head at any point on the main horizontal apron of the structure is expressed by a formula involving the two above parameters. This transformation and the symmetrical transformation are shown to correspond through the anharmonic ratio. The article concludes by referring to the existence of a table covering a very large number of cases.

L'implantation d'un ouvrage de retenue sur une assise perméable impose généralement le souci de prévoir et de pallier le débit de fuite sous un tel ouvrage. Les dispositifs prévus sont des écrans d'étanchéité le plus souvent verticaux à

l'amont et à l'aval, qui peuvent être complétés par des radiers imperméables horizontaux. Les protections peuvent être réalisées, soit par des masques de béton, soit par des files de palplanches métalliques ou encore par des noyaux d'ar-

gile compacte. Selon que l'auteur d'un projet prévoit l'emploi simultané des écrans verticaux et des radiers horizontaux ou des combinaisons des uns avec les autres en jouant sur les longueurs des éléments, la configuration de l'écoulement et le débit de fuite changeront dans des proportions notables et, corrélativement, la distribution des sous-pressions sous le radier principal de l'ouvrage, dont la connaissance est nécessaire pour l'établissement des conditions de stabilité. C'est dans le but de mieux connaître l'incidence sur ces divers facteurs du choix des protections, que nous exposons dans cette note les principes généraux du calcul du débit de fuite et des sous-pressions dans le cas où les écoulements en milieu poreux se caractérisent par un petit nombre de Reynolds, dû à la faible valeur de la vitesse; nous supposons en outre le terrain poreux homogène et sa perméabilité constante; l'écoulement dans ce cas, régi par la loi de Darcy, se traduit par :

$$U = -\lambda \frac{dH}{ds}$$

λ caractérisant la perméabilité supposée constante;
et dH/ds étant le gradient de la charge dans la direction du mouvement.

Rappelons brièvement que le cas particulier du radier protégé par deux écrans égaux et symétriques a été traité par Rossbach [1]. Le radier protégé par un écran a été traité par G. Sauvage de Saint-Marc [2]. Dachler, en utilisant une méthode approximative, parvint à traiter le problème en donnant aux deux files de palplanches des profondeurs différentes et en enfonçant le corps de fondation dans la couche perméable. Toutefois, Tison [3] estime l'approximation de Dachler insuffisamment justifiée pour ces cas complexes.

Polubarinova-Kocina [4] traite le problème complet par les transformations conformes. Les résultats sont très condensés et ne semblent pas rapidement exploitables pour l'Ingénieur.

Nous exposerons les deux cas suivants (A) et

(B) (fig. 1) prenant en considération une bande de terrain poreux de profondeur finie.

où $l, l+h, \Delta, l'+h', l'$ peuvent varier en A,

$e, l, l+h, \Delta, l'+h', l', e'$ peuvent varier en B,

$l+h \geq l$ ou $l+h \leq l$,

$l'+h' \geq l+h$ ou $l'+h' \leq l+h$,

$l'+h' \geq l'$ ou $l'+h' \leq l'$;

en traduisant la loi de Darcy dans le plan pour l'épaisseur unité :

$$U_x = -\lambda \frac{dH}{dx} \quad U_y = -\lambda \frac{dH}{dy}$$

En portant les valeurs de ces composants dans l'équation de continuité :

$$\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} = 0$$

il vient :

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0$$

H joue le rôle d'un potentiel des vitesses.

Nous serons donc amenés à rechercher le potentiel F à partir duquel on déterminera la vitesse :

$$V = \frac{dF}{dz}$$

Nous exposerons la méthode de calcul basée sur la transformation de Schwartz-Christoffel (cf. Julia [6]) appliquée au cas de dégénérescence posé par la présence d'une bande de profondeur finie et de longueur infinie. Nous étudierons les singularités de la transformation en relation avec les éléments géométriques de l'ouvrage. Puis une transformation par inversion du champ obtenu ramènera sa configuration dissymétrique à celle d'un champ symétrique connu; enfin, nous passerons de ce champ symétrique à l'équation d'un damier. Par le jeu des dérivations de fonctions de fonctions, la vitesse complexe dF/dz sera dé-

FIG. 1

FIG. 2

terminée dans le plan z de l'ouvrage ainsi que le débit de fuite total et les sous-pressions.

Un exemple illustrera le cas A :

Cas A. — Considérons le cas de la figure 2; soit z le plan complexe et A l'origine.

La transformation de Schwartz-Christoffel :

$$z = M \int_0^{\zeta} \frac{(1-\zeta)(r-\zeta)}{(\zeta-n)\sqrt{-\zeta(p-\zeta)(q-\zeta)(s-\zeta)}} d\zeta \quad (1)$$

établit la correspondance entre le plan z de la figure 2 et le plan ζ de la figure 3.

FIG. 3

$(-\infty, n)$ représente la ligne de fond HI,

$(n, 0)$ représente l'équipotentielle JA,

$(0, s)$ représente le contour polygonal ABCDEF,

$(s, +\infty)$ représente l'équipotentielle FG.

En calculant successivement l'intégrale (1) entre les limites $0 \rightarrow 1$, $1 \rightarrow p$, $p \rightarrow q$, $q \rightarrow r$, $r \rightarrow s$, les longueurs l , $l+h$, Δ , $l'+h'$, l' s'expriment à

l'aide des fonctions elliptiques de Jacobi. Nous formerons les rapports de ces différentes longueurs à la profondeur D de la couche.

Pour calculer D , nous remarquons que le passage de la ligne de courant du fond à l'équipotentielle de surface dans le plan z correspond dans le plan ζ à la rotation autour du pôle n suivant un petit cercle de rayon ε , de centre n , $\varepsilon \rightarrow 0$; posons :

$$\zeta - n = \varepsilon e^{i\theta}$$

avec :

$$-\pi \leq \theta \leq 0$$

L'intégrale de Schwartz devient :

$$M \int_{-\pi}^0 \frac{(1-n)(r-n) i \varepsilon e^{i\theta} d\theta}{\varepsilon e^{i\theta} \sqrt{-n(p-n)(q-n)(s-n)}} = iD$$

$$D = \frac{M\pi(1-n)(r-n)}{\sqrt{-n(p-n)(q-n)(s-n)}} \quad (2)$$

les rapports :

$$\frac{l}{D}, \quad \frac{l+h}{D}, \quad \frac{\Delta}{D}, \quad \frac{l'+h'}{D}, \quad \frac{l'}{D}$$

figurent au tableau I suivant.

En posant :

$$\tau = \frac{2}{\pi(1-n)(r-n)} \sqrt{\frac{-n(p-n)(q-n)(s-n)}{q(s-p)}}$$

TABEAU I

$$\begin{aligned} \frac{l}{D} &= \tau \left\{ F(\varphi, k) \frac{s-1}{s-n} (s-r) - \Pi(\varphi, \alpha^2, k) s - \Pi(\varphi, \alpha_3^2, k) \frac{(1-n)(r-n)}{s-n} \frac{s}{n} \right\} \\ \frac{l+h}{D} &= \tau \left\{ F(\varphi, k) \frac{q-1}{q-n} (r-q) + \Pi(\varphi, \alpha^2, k) [q-p] - \Pi(\varphi, \alpha_3^2, k) \frac{(r-n)(q-p)}{(p-n)(q-n)} (1-n) \right\} \\ \frac{\Delta}{D} &= \tau \left\{ -F(\varphi, k) \frac{s-r}{s-n} (s-1) + \Pi(\varphi, \alpha^2, k) [s-q] - \Pi(\varphi, \alpha_3^2, k) \frac{(r-n)(s-q)}{(s-n)(q-n)} (1-n) \right\} \\ \frac{l'+h'}{D} &= \tau \left\{ F(\varphi, k) \frac{r-p}{p-n} (p-1) - \Pi(\varphi, \alpha^2, k) [q-p] + \Pi(\varphi, \alpha_3^2, k) \frac{(r-n)(q-p)}{(q-n)(p-n)} (1-n) \right\} \\ \frac{l'}{D} &= \tau \left\{ -F(\varphi, k) \frac{r}{n} + \Pi(\varphi, \alpha^2, k) s + \Pi(\varphi, \alpha_1^2, k) \frac{(1-n)(r-n)}{s-n} \frac{s}{n} \right\} \end{aligned}$$

Les valeurs de φ , k^2 , α^2 , α_3^2 , α_1^2 sont inscrites dans le tableau II ci-après.

TABLEAU II

	φ	k^2	α^2	α_3^2	α_1^2
$\frac{l}{D}$	$\text{Arc sin } \sqrt{\frac{s-p}{p(s-1)}}$	$\frac{(s-q)p}{(s-p)q}$	$\frac{-p}{s-p}$	$-\frac{p}{n} \frac{n-s}{s-p}$	
$\frac{l+h}{D}$	$\text{Arc sin } \sqrt{\frac{q(p-1)}{p(q-1)}}$	$\frac{(s-q)p}{(s-p)q}$	$\frac{p}{q}$	$\frac{p}{q} \frac{(n-q)}{n-p}$	
$\frac{\Delta}{D}$	$\text{Arc sin } \sqrt{\frac{(s-p)(q-p)}{(q-p)(s-p)}} = \frac{\pi}{2}$	$\frac{(q-p)s}{(s-p)q}$	$\frac{q-p}{s-p}$	$\frac{(n-s)(q-p)}{(n-q)(s-p)}$	
$\frac{l'+h'}{D}$	$\text{Arc sin } \sqrt{\frac{(s-p)(r-q)}{(s-q)(r-p)}}$	$\frac{(s-q)p}{(s-p)q}$	$\frac{s-q}{s-p}$	$\frac{(n-p)(s-q)}{(n-q)(s-p)}$	
$\frac{r}{D}$	$\text{Arc sin } \sqrt{\frac{q(s-r)}{(s-q)r}}$	$\frac{(s-q)p}{(s-p)q}$	$\frac{q-s}{q}$		$\frac{n(s-q)}{q(s-n)}$

Pour rendre symétrique le champ de la figure 3, nous pouvons définir la correspondance entre le plan ζ et un plan χ , la transformation conservant le rapport anharmonique (cf. fig. 4).

FIG. 4

Le rapport anharmonique s'écrit :

$$\frac{\xi-1}{\xi-\infty} : \frac{-1}{-\infty} = \frac{\mu+b}{\mu+g} : \frac{-1+b}{-1-g}$$

$$1-\xi = \frac{\mu+b}{\mu+g} \cdot \frac{1+g}{b-1}$$

Dans la suite de l'exposé, nous envisageons une configuration symétrique du champ, plus imagée, obtenue par une inversion appropriée.

Considérons, figure 5, le champ de la figure 3 auquel on superpose le cercle d'inversion passant par A, de rayon ρ , choisi de telle façon que les inverses des tronçons $-\infty n$ et AF soient égaux. Le point rejeté à $-\infty$ se trouve au centre du cercle O.

FIG. 5

On s'impose $AF' = ON'$ qui est un cas d'écoulement autour de deux plaques, symétrique connu.

$$OF' \times OF'' = \rho^2$$

$$ON' \times ON = \rho^2$$

soit en posant $AF' = s'$, $AN' = n'$:

$$s' = s \left[-1 + \sqrt{\frac{s}{s-n}} \right]$$

$$\rho = -s + \sqrt{s(s-n)}$$

$$n' = \frac{n\sqrt{s}}{\sqrt{s-n}}$$

L'abscisse du point I est :

$$\frac{n \sqrt{s}}{2 \sqrt{s-n}}$$

Pour trouver l'équation du champ t (fig. 5), on pose :

$$OP' \times OP = \varrho^2$$

$$OP = \varrho + \zeta$$

$$OP' = OI + t = \frac{\varrho + s'}{2} + t$$

en développant et en remplaçant ϱ et s' par leurs valeurs.

L'équation du champ s'écrit :

$$t = \frac{s [2s - n - 2\sqrt{s(s-n)}]}{\zeta - s + \sqrt{s(s-n)}} + s - \left(s - \frac{n}{2}\right) \sqrt{\frac{s}{s-n}} \quad (3)$$

nous établissons la transformation :

$$t = adnf \quad (4)$$

avec :

$$f = \Phi + i\Psi$$

Nous formons le tableau de variation (III) :

TABLEAU III

f	$-iK'$	$-\frac{iK'}{2}$	0	K	$K - \frac{iK'}{2}$	$K - iK'$	$K - 2iK'$	$-2iK'$	$-\frac{3}{2}iK'$	$-iK'$
$t/a = dn f$	$+\infty$	$+\sqrt{1+k}$	1	$+\sqrt{1-k^2}$	$+\sqrt{1-k}$	0	$-\sqrt{1-k^2}$	-1	$-\sqrt{1+k}$	$-\infty$

Les figures 6 et 7 illustrent le tableau et montrent la correspondance des plans t et f .

FIG. 6

FIG. 7

Nous posons :

$$a(1 - \sqrt{1-k^2}) = -s'$$

$$a = -\frac{n'}{2}$$

remplaçons s' et n' par leurs valeurs :

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{-n \sqrt{s}}{2 \sqrt{s-n}} \\ k &= \frac{2}{n} \sqrt[4]{s(s-n)} [\sqrt{s} - \sqrt{s-n}] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

A l'aide des relations (4), (3), (1), nous pouvons écrire l'expression de la vitesse complexe dans le plan z , où figure dF/df , expression de la vitesse complexe dans le plan f ; elle est portée par une ligne de courant du damier; si donc le damier $(0, K, 2iK')$ représente le champ z par les transformations successives, la vitesse :

$$\frac{dF}{df} = \frac{Q}{2K'}$$

où Q est le débit de fuite total se produisant dans le plan z de $-\infty$ au point A.

Mais nous savons d'autre part que :

$$Q = \lambda H \frac{\partial \Psi}{\partial \Phi} = \lambda H \frac{2K'}{K}$$

d'où il résulte que :

$$\frac{dF}{df} = \frac{\lambda H}{K}$$

L'expression générale de la vitesse complexe en un point quelconque du plan z est alors, tous calculs effectués :

$$\frac{dF}{dz} = \frac{in}{2} \frac{1}{\sqrt{s-n} - \sqrt{s}} \left| \frac{\lambda H}{KM} \frac{\sqrt{(\zeta-n)(\zeta-p)(\zeta-q)}}{(\zeta-1)(\zeta-r)} \right| \quad (6)$$

CALCUL DU DÉBIT DE FUITE :

En appliquant la transformation de Gauss :

$$K(k) = (1 + k_1) K(k_1)$$

où :

$$k_1 = \frac{1 - \sqrt{1 - k^2}}{1 + \sqrt{1 - k^2}}$$

on transforme le débit de fuite $Q = \lambda H (2K'/K)$, qui s'écrit :

$$Q = \frac{-n}{s - n - \sqrt{s(s-n)}} \lambda H \frac{K(k_0)}{K(k)} \quad (7)$$

avec $K(k)$ = intégrale complète de première espèce avec k donné par la formule (5);

$K(k_0)$ = intégrale complète de première espèce avec $k_0 = \sqrt{-n/(s-n)}$.

la formule (7) peut être établie directement en partant de l'expression de v :

$$= -\frac{n}{2} \frac{1}{[\sqrt{s-n} - \sqrt{s}]} \frac{\lambda H}{KM} \frac{\sqrt{(\zeta-n)(\zeta-p)(\zeta-q)}}{(\zeta-1)(\zeta-r)}$$

$$Q = \int_{-\infty}^0 v dz = \int_n^0 v \frac{dz}{d\zeta} \cdot d\zeta$$

Sous-pressions :

Nous avons vu que l'écoulement régi par la loi de Darcy s'exprimait par la relation :

$$v = -\lambda \frac{dH}{ds}$$

d'où :

$$H = H_0 - \frac{1}{\lambda} \int_c^s v ds$$

si donc, nous calculons l'intégrale curviligne $\int_c v ds$ relative au contour de l'ouvrage, nous connaissons en chaque point la charge résiduelle H , d'où la possibilité d'estimer la stabilité de l'ouvrage eu égard aux sous-pressions.

FIG. 8

Considérons sur la figure 8 un point M situé sur le contour de l'ouvrage :

$$h_M - h_A = -\frac{1}{\lambda} \int_A^M v ds$$

$$h_M = H - \frac{1}{\lambda} \int_A^M v ds$$

d'autre part :

$$h = \frac{p}{\gamma} + z,$$

d'où la pression en M :

$$\frac{p_M}{\gamma} = H - \frac{1}{\lambda} \int_A^M v ds + |z_M| \quad (8)$$

Pour établir le diagramme des sous-pressions, la marche à suivre est la suivante :

— On commence par faire varier ζ entre 0 et q , de A à D; on peut construire la courbe $H - (1/\lambda) \int v ds$ (courbe A'B'), puis nous portons à partir de A'B' la cote $z_M = M'z$. Le segment Mz mesure la sous-pression.

Détermination de $(1/\lambda) \int v ds$:

Nous remarquons que la distribution des sous-pressions est intéressante à connaître le long de CD. Nous calculerons donc l'intégrale :

$$\int \frac{dF}{dz} dz = \int_0^y \frac{dF}{dz} \cdot \frac{dz}{d\zeta} \cdot d\zeta$$

pour y compris entre p et q :

$$\begin{aligned} \int_0^y \frac{dF}{dz} \frac{dz}{d\zeta} d\zeta &= \frac{in}{2} \frac{1}{\sqrt{s-n} - \sqrt{s}} \frac{\lambda H}{K} \times \\ &\times \int_0^y \frac{\sqrt{(\zeta-n)(p-\zeta)(q-\zeta)}}{(1-\zeta)(r-\zeta)} \times \\ &\times \frac{(1-\zeta)(r-\zeta)}{(\zeta-n)\sqrt{-\zeta}(p-\zeta)(q-\zeta)(s-\zeta)} dz \\ \frac{1}{\lambda} \int_c^s v dz &= -\frac{n}{2} \frac{1}{\sqrt{s-n} - \sqrt{s}} \frac{H}{K} \times \\ &\times \int_0^{p < y < q} \frac{d\zeta}{\sqrt{\zeta(\zeta-n)(s-\zeta)}} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\lambda} \int_c^s v dz = \frac{-nH}{s-n-\sqrt{s(s-n)}} \frac{F(\varphi, k_0)}{K(k)} \quad (9)$$

avec :

$$k_0 = \sqrt{\frac{s}{s-n}} \quad \varphi = \text{Arc sin} \sqrt{\frac{s-n}{s} \frac{y}{y-n}}$$

k donné par la formule (5).

Deuxième cas - Cas B : considérons le cas B de la figure 1, la figure 5 devenant la figure 9 :

FIG. 9

Dans ce cas :

$$a = \frac{m-n}{2} \sqrt{\frac{g-m}{g-n}}$$

$$k^2 = \frac{4 \sqrt{(g-m)(g-n)} [\sqrt{g-n} - \sqrt{g-m}]^2}{(m-n)^2} \quad (10)$$

on établit de la même façon que précédemment dF/dz :

$$\frac{dF}{dz} = \frac{i}{2} \frac{\lambda H}{KM} \frac{n-m}{\sqrt{g-n} - \sqrt{g-m}} \times$$

$$\times \frac{1}{(\zeta-r)(\zeta-1)} \sqrt{\frac{(\zeta-n)(0-\zeta)(p-\zeta)(q-\zeta)(s-\zeta)}{(g-\zeta)(m-\zeta)}} \quad (11)$$

Aux formules (2), il faut ajouter les formules (2') :

$$\frac{e}{D} = \tau \left\{ F(\varphi, k) \left[-1 + n - p - r + \frac{(1-n)(r-n)}{p-n} \right] \right.$$

$$\left. + p \Pi(\varphi, \alpha^2, k) - \frac{p}{n} \frac{(1-n)(r-n)}{p-n} \Pi(\varphi, \alpha_3^2, k) \right\} \quad (2')$$

$$\frac{e'}{D} = \tau \left\{ F(\varphi, k) \left[-1 + n - r + q + \frac{(1-n)(r-n)}{q-n} \right] \right.$$

$$\left. + (s-q) \Pi(\varphi, \alpha^2, k) - \frac{(1-n)(r-n)(s-q)}{(s-n)(q-n)} \Pi(\varphi, \alpha_3^2, k) \right\}$$

	φ	k^2	α^2	α_3^2
$\frac{e}{D}$	$\text{Arc sin } \sqrt{\frac{(s-p)(-m)}{s(p-m)}}$	$\frac{(q-p)s}{(s-p)q}$	$\frac{s}{s-p}$	$\frac{(n-p)s}{n(s-p)}$
$\frac{e'}{D}$	$\text{Arc sin } \sqrt{\frac{q(g-s)}{s(g-q)}}$	$\frac{(q-p)s}{(s-p)q}$	$\frac{s}{q}$	$\frac{(n-q)s}{(n-s)q}$

Le débit de fuite s'établit comme précédemment :

$$Q = \frac{m-n}{g-n - \sqrt{(g-m)(g-n)}} \frac{\lambda H}{K(k)} K(k_0) \quad (12)$$

formule dans laquelle :

$K(k)$ est l'intégrale complète de première espèce avec k donné par la formule (10);

$K(k_0)$ intégrale complète de première espèce avec $k_0 = \sqrt{(m-n)/(s-n)}$.

Application [7]

$$s = + 60,8888$$

$$n = - 2,468468$$

$$p = + 2,5137615$$

$$q = + 57,20879$$

$$r = + 59,40708$$

$$\frac{l}{D} = 0,10634$$

$$\frac{l+h}{D} = 0,11746$$

$$\frac{\Delta}{D} = 0,93882$$

$$\frac{l'+h'}{D} = 0,01302$$

$$\frac{l''}{D} = 0,006686$$

La formule (7) donne $Q/\lambda H = 0,5229$.

La formule (8) donne $1/\lambda f v dz$:

en C au début du radier horizontal

$$1/\lambda f v dz = 0,3009 H;$$

en D à l'extrémité aval du radier horizontal

$$1/\lambda f v dz = 0,9160 H.$$

CONCLUSION

L'ensemble des considérations exposées ci-dessus permet de dégager une série d'expressions, dans lesquelles interviennent un nombre déterminé de paramètres, $n, m, p, q, \dots$. Ces expressions établissent les relations qui existent entre :

1° Les dimensions des ouvrages de protection rapportées à la profondeur de la couche perméable amont;

2° Le débit de fuite total sous l'ouvrage;

3° La charge résiduelle et les sous-pressions qui en résultent à différents points de l'ouvrage et notamment sous le radier principal.

Les différentes expressions sus-mentionnées tiennent compte des différents arrangements des éléments géométriques des ouvrages de protection que l'on peut réaliser à partir de deux cas fondamentaux, à savoir :

1° Deux écrans verticaux amont et aval;

2° Deux écrans verticaux amont et aval respectivement précédés et suivis par des radiers secondaires imperméables horizontaux.

Nous remarquons que l'expression de débit de fuite total fait apparaître seulement les pôles n et s ou n, m, g , suivant les cas. Son calcul est immédiat dès que la valeur de ces paramètres

est fixée. Pour un débit de fuite imposé à l'avance, la variation des paramètres p, q, r , dans l'intervalle os , avec la condition $r > q > p$, détermine différentes dispositions équivalentes des protections. A ce stade, tous les paramètres $n, s, p, q, r, \dots$ étant choisis, le calcul des sous-pressions est immédiat.

La seule partie du calcul demandant un certain tâtonnement est la détermination des paramètres en fonction des dimensions des ouvrages de protection qu'impose un avant-projet. La construction de tables donnant les différents rapports :

$$\frac{l}{D}, \frac{l+h}{D}, \frac{\Delta}{D}, \frac{l'+h'}{D} \text{ et } \frac{l'}{D}, \frac{e}{D}, \frac{e'}{D}$$

permettra de dégager deux séries de valeurs suffisamment voisines encadrant les données du projet; il sera alors possible de procéder à une interpolation conduisant aux valeurs exactes.

Une table établie au moyen de l'I.B.M. 704 de la SOGRÉAH relie les paramètres de la transformation aux dimensions de l'ouvrage et de ses protections. Il devient donc possible de concilier, dans le choix des divers éléments à prendre en considération, les facteurs économie, efficacité des protections et sécurité, par le contrôle du diagramme des sous-pressions.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] ROSSBACH. — Ueber Grund Wasser Strömungen. *Ing. Arch.*, 1936, n° 342.
- [2] G. SAUVAGE DE SAINT-MARC. — *La Houille Blanche*, mars/avril 1947.
- [3] TISON. — Cours d'Hydraulique, Gand, 1953.
- [4] POLUBARINOVA-KOCINA. — Moscou, 1952.
- [5] F. SUQUET. — Notes non publiées.

- [6] JULIA. — Leçons sur la représentation conforme des aires simplement connexes, Paris, *Gauthier-Villars et Cie*, 1931.
- [7] Pour le calcul des fonctions, se reporter au livre de Paul F. BYRD et MORRIS B. FRIEDMANN, - * Handbook of elliptic integrals for engineers and physicists. *Springer-Verlag*, Berlin.