

ANNEXE

Note sur le calcul des couples pulsatoires pendant les démarrages asynchrones

PAR MM. L. CARPENTIER ET G. RUELLE

INGÉNIEURS A LA SOCIÉTÉ ALSTHOM

La méthode de calcul des couples pulsatoires pendant les démarrages asynchrones est classique.

La présente note expose le principe de cette méthode, en cherchant à mettre en évidence physiquement les éléments qui interviennent dans la formation de ces couples perturbateurs. A titre d'exemple, elle fournit le résultat des calculs relatifs au groupe bulbe expérimental de Saint-Malo et aux machines de la Rance en cours d'exécution.

$$\begin{vmatrix} i_a \\ i_q \\ i_0 \end{vmatrix} \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 2 \cos \theta & 2 \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & 2 \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ -2 \sin \theta & -2 \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & -2 \sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{vmatrix}$$

On aboutit alors aux « équations de Park » (écrites en « valeurs relatives ») :

$$\begin{aligned} e_a &= p\psi_a - \psi_a p\theta - r_{ia} \\ e_q &= p\psi_q + \psi_a p\theta - r_{iq} \\ e_0 &= p\psi_0 - r_{i0} \end{aligned} \quad (1)$$

et aux équations qui relient les flux et les courants :

$$\begin{aligned} \psi_a &= x_a(p) i_a \\ \psi_q &= x_q(p) i_q \\ \psi_0 &= x_0(p) i_0 \end{aligned} \quad (2)$$

Ces deux systèmes d'équations peuvent être simplifiés, si l'on admet que la circulation des courants homopolaires est impossible ($i_0 = 0$), si l'on considère le fonctionnement asynchrone comme une suite d'états permanents pendant lesquels la vitesse peut être considérée comme constante, et si l'on suppose que la machine est reliée (au besoin à travers des impédances convenables) à un réseau de puissance infinie.

On a alors :

$$\begin{aligned} e_a &= -e \sin gt \\ e_q &= e \cos gt \\ p\theta &= g \end{aligned}$$

Equations du couple en fonctionnement asynchrone.

L'étude des machines asynchrones à pôles saillants conduit à analyser leur comportement électromagnétique dans les deux axes directs en quadrature.

Les courants réels dans les phases, les tensions et les flux doivent alors être remplacés par des combinaisons linéaires indépendantes de la forme :

et les équations se réduisent à :

$$-e \sin gt = p\psi_a - g\psi_q - r_{ia} \quad (1')$$

$$\begin{aligned} e \cos gt &= p\psi_q + g\psi_a - r_{iq} \\ \psi_a &= x_a(p) i_a \\ \psi_q &= x_q(p) i_q \end{aligned} \quad (2')$$

On remarque que toutes les grandeurs seront sinusoïdales et de pulsation g . Il est alors commode d'introduire les nouvelles variables :

$$\begin{aligned} \bar{E} &= e_a + j e_q = j E e^{jgt} \\ \bar{\Psi} &= \psi_a + j \psi_q \\ \bar{I} &= i_a + j i_q \end{aligned}$$

Chacune de ces grandeurs complexes a pour image un vecteur tournant qui représente respectivement, dans la machine :

\bar{I} , la réaction d'induit;

$\bar{\Psi}$, le flux bouclé par les enroulements induits;

\bar{E} , le vecteur « force électromotrice induite » qui doit être projeté dans l'axe de chacune des phases.

On montre facilement que les relations (2') permettent d'écrire :

$$\bar{\psi} = -(x_s + x_D S) \bar{I}$$

avec :

$$x_s = \frac{x_d + x_q}{2} \quad x_D = \frac{x_d - x_q}{2}$$

(opérateurs fonctions de p)

et S un symbole qui indique qu'on doit prendre le conjugué de \bar{I} (ou le symétrique par rapport à l'axe réel) avant d'effectuer l'opération x_D .

Dans ces conditions, on aboutit au système encore plus simple :

$$\bar{E} = [p + j(1 - g)] \bar{\psi} - r \bar{I} \quad (3-1)$$

qui résulte de (1') (3)

$$\text{et } \bar{\psi} = -(x_s + x_D S) \bar{I} \quad (3-2)$$

puis en éliminant $\bar{\psi}$:

$$\bar{E} = -[(p + j(1 - g))(x_s + x_D S) - r] \bar{I} \quad (4)$$

L'inversion directe de cette relation n'est pas immédiate, à cause de l'existence des opérateurs x_s et x_D .

I dans le cas général résulte de la composition de deux grandeurs i_d et i_q sinusoïdales, de même pulsation, mais d'amplitudes inégales; on peut donc poser :

$$\bar{I} = \bar{I}_1 e^{j\sigma t} + \bar{I}_2 e^{-j\sigma t} \quad (5)$$

La réaction d'induit résulte alors de la superposition de deux ondes tournant en sens inverse.

Le flux $\bar{\psi}$ obtenu par (3-2) sera de la même forme :

$$\begin{aligned} \bar{\psi} &= e^{j\sigma t} [-x_s(jg) \bar{I}_1 - x_D(jg) \bar{I}_2] \\ &+ e^{-j\sigma t} [-x_D(-jg) \bar{I}_1 - x_s(-jg) \bar{I}_2] \\ &= \bar{\psi}_1 e^{j\sigma t} + \bar{\psi}_2 e^{-j\sigma t} \end{aligned} \quad (6)$$

en notant \underline{I} le conjugué de \bar{I} et en remplaçant p par $+$ ou $-jg$, suivant que les opérations s'appliquent à $e^{j\sigma t}$ ou à $e^{-j\sigma t}$.

En revenant maintenant à l'équation (4), on peut écrire :

$$jE e^{j\sigma t} = -\{ [p + j(1 - g)] [x_s(p) + x_D(p) S] - r \} [I_1 e^{j\sigma t} + I_2 e^{-j\sigma t}]$$

On effectue les opérations indiquées par S et par $x(p)$ en remplaçant comme ci-dessus p par $+$ ou $-jg$. On obtient finalement le système

équivalent en égalant dans les deux membres les coefficients des exponentielles :

$$\begin{aligned} jE &= -j^{s_s}(jg) \bar{I}_1 - r \bar{I}_1 - j^{s_D}(jg) \bar{I}_2 \\ 0 &= -j(1 - 2g) x_s(-jg) \bar{I}_2 \\ &\quad - r \bar{I}_2 - j(1 - 2g) x_D(-jg) \bar{I}_1 \end{aligned}$$

En prenant la conjuguée de la seconde et en divisant par $1 - 2g$:

$$\begin{aligned} jE &= -[x_s(jg) + r] \bar{I}_1 - jx_D(jg) \bar{I}_2 \\ 0 &= + \left[jx_s(jg) - \frac{r}{1 - 2g} \right] \bar{I}_2 + jx_D(jg) \bar{I}_1 \end{aligned}$$

Ce système permet de calculer \bar{I}_1 et \bar{I}_2 connaissant les impédances et la tension appliquée. Il est équivalent au schéma électrique suivant :

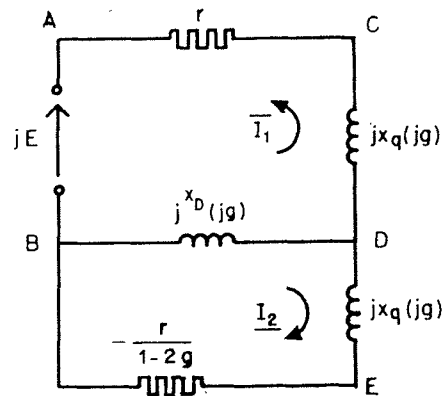


FIG. 1

On peut en outre remarquer que, dans ce schéma :

$$\bar{E}_{CB} = \bar{E}_C - \bar{E}_B = \bar{j}\bar{\psi}_1 \quad (7)$$

$$\bar{E}_{EB} = \bar{E}_E - \bar{E}_B = \bar{j}\bar{\psi}_2$$

compte tenu des égalités (6).

Couple. — Le couple électromagnétique est donné par la formule :

$$T = i_q \psi_d - i_d \psi_q \text{ (couple résistant)}$$

qui peut s'écrire, en fonction de I et ψ définis plus haut :

$$T = \frac{1}{2} \left[(j\bar{\psi} S \bar{I} + I S(j\bar{\psi})) \right]$$

En remplaçant I par son expression (5), puis $j\bar{\psi}$ par sa valeur tirée de (6) et (7) :

$$j\psi = \bar{E}_{CB} e^{j\sigma t} + \bar{E}_{EB} e^{-j\sigma t}.$$

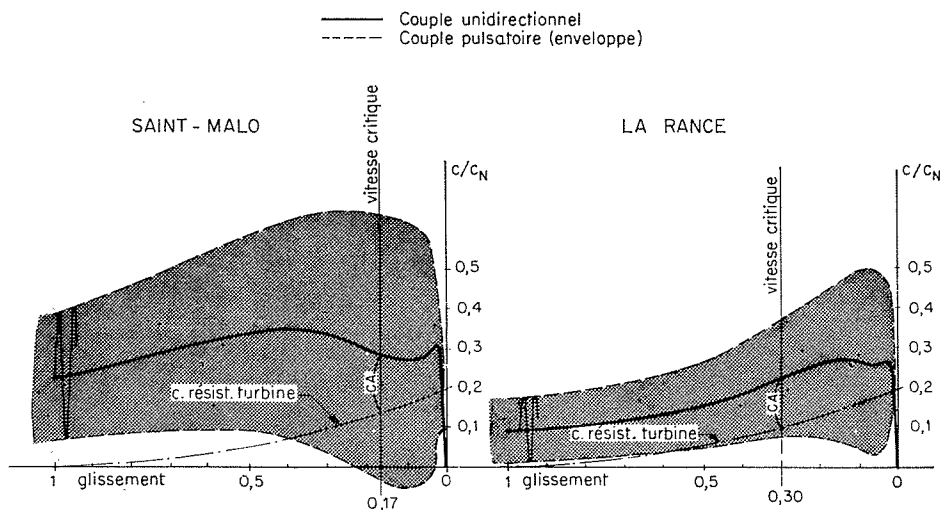


FIG. 2
Fonctionnements asynchrones comparés à Saint-Malo et la Rance.

On trouve finalement que le couple comprend : une composante unidirectionnelle égale à la différence des parties réelles de :

$$\overline{E}_{CB} \overline{I}_1 \quad \text{et} \quad \overline{E}_{EB} \overline{I}_2 (*)$$

et deux composantes pulsatoires chacune d'amplitude :

$$|E_{CB}| |I_2| \quad \text{et} \quad |E_{EB}| |I_1|$$

et de pulsation $2g(\omega)$.

Application.

Les calculs précédents sont laborieux à effectuer, car l'expression des impédances x_d et x_q est relativement complexe. On peut les représenter par des schémas équivalents dans les deux axes de la machine, qui doivent être ensuite résolus avec l'aide d'une calculatrice électronique. Ces opérations ont été détaillées dans un article des mêmes auteurs, cité en référence, auquel on voudra bien se reporter.

De tels calculs ont été effectués pour l'alternateur bulbe prototype de Saint-Malo et ceux de l'usine marémotrice de la Rance, placés dans leurs conditions de démarrage. La figure 2 illustre les résultats obtenus.

(*) Avec les conventions de signe adoptées, on trouvera naturellement un couple négatif.

Remarquons cependant que, si l'on s'intéresse uniquement aux couples pulsatoires, on peut en obtenir rapidement l'ordre de grandeur en partant de la figure 1 et en faisant l'hypothèse que la résistance stator est négligeable :

$$jE = E_{CB} \quad \text{et} \quad |E_{CB}| = E$$

$$E_{EB} = 0$$

On admet par ailleurs qu'on fonctionne assez loin de la demi-vitesse.

Le couple pulsatoire se réduit alors à $E I_2$ avec :

$$I_2 \cong \frac{E}{x_q + (x_d x_q)/(x_d + x_q)} \times \frac{x_d}{x_d - x_q}$$

$$\cong \frac{E}{2} \left(\frac{1}{x_d} + \frac{1}{x_q} \right) \times \frac{x_d - x_q}{x_d + x_q}$$

Le premier terme est peu différent du courant de démarrage moyen I_D . Le couple $(E) (I_2)$ peut alors s'exprimer approximativement par :

$$C_{100} = P_D \frac{x_d - x_q}{x_d + x_q} = P_D \frac{1 - (x_q/x_d)}{1 + (x_q/x_d)}$$

P_D étant la puissance apparente absorbée au démarrage.

On voit ainsi que ce couple sera d'autant plus élevé que la puissance absorbée au démarrage et que la différence entre les deux axes caractérisée par x_q/x_d seront plus importantes (les x sont considérés ici avec leur valeur complexe).

RÉFÉRENCES

Ch. CONCORDIA. — Synchronous Machines, John Wiley & Sons, New York.

L. CARPENTIER et G. RUELLE. — Analyse du fonctionne-

ment asynchrone des machines à pôles saillants à l'aide d'un calculateur électronique numérique, *Revue d'Electricité et de Mécanique* (septembre 1957).