Détermination des surpressions et des survitesses des groupes hydroélectriques munis de turbines Francis ou Kaplan

Determination of overpressure and overspeed conditions
in hydro-electric units
featuring Francis or Kaplan turbines

PAR

R. MEYER,

ET

G. MEUNIER

PROFESSEUR A L'E.N.S.E.H.G.,
INGÉNIEUR AUX ÉTABLISSEMENTS NEYRPIG

INGÉNIEUR AUX ÉTABLISSEMENTS NEYRPIG

Les surpressions et survitesses qui apparaissent lors du fonctionnement des groupes hydroélectriques conditionnent un certain nombre d'organes dont le prix est relativement élevé (cheminée d'équilibre, déchargeur, pression d'essai des bâches, des robinets sphériques, des conduites forcées, etc.).

Le présent article contient une description et des exemples d'application d'une méthode de calcul des surpressions et des survitesses qui a les avantages suivants :

1° Elle permet de tenir compte, de façon exacte, de toutes les caractéristiques de l'installation (y compris des « collines » de rendement et de débit de la turbine);

2° Son principe est simple et elle s'applique à tous les cas;

3° Elle permet d'obtenir assez rapidement, et avec des moyens simples, un résultat de grande précision.

The overpressure and overspeed conditions associated with the operation of hydro-electric power units affect the design of a certain number of comparatively expensive items and accessories, such as the surge tank, pressure relief arrangements, spherical valves, penstocks, spiral casing testing pressures, etc.

This article contains a description and examples of the use of a method for the calculation of overpressures and excessive speeds, which offers the following advantages :

1. It enables an exact allowance to be made for all the characteristics of the plant, including turbine efficiency and discharge characteristics.

2. It is based on a simple principle and can be applied to any case.

3. It provides a simple fairly rapid means of obtaining a very accurate result.

NOTATIONS

Les dimensions des grandeurs indiquées sont marquées entre crochets [...]; kg signifie « kilogramme-poids » (sauf indication contraire).

Indices

Les grandeurs intervenant dans cet article,

peuvent être munies d'indices dont la signification est la suivante :

X_M = valeur maximale de la grandeur X;

X_m = valeur minimale de la grandeur X;

X_0 = valeur nominale de la grandeur X.

Les valeurs nominales sont relatives à un régime de fonctionnement, désigné plus ou moins

arbitrairement sous le nom de « régime nominal ».

L = longueur de conduite ou de galerie [m];

L_n = longueur du n^{eme} tronçon de conduite ou de galerie [m];

s = section de la conduite ou de la galerie [m²];

s_n = section du n^{eme} tronçon de conduite ou de galerie [m²];

Q = débit [m³/s].

Les valeurs Q_M , Q_m et Q_0 peuvent être fonction de la chute si celle-ci est variable.

H = chute [m];

$h = \frac{H}{H_0}$ [sans dimensions];

g = accélération de la pesanteur :
9,81 [m/s²];

a = célérité des ondes de coup de bélier (cette célérité dépend légèrement de l'élasticité des parois de la conduite ou galerie, mais surtout de l'élasticité de l'eau, environ 900 à 1 300 [m/s]);

$r = \frac{aQ}{2gsH_0}$ [sans dimensions];

ΔH = suppression (ou dépression) [m];

$\Delta h = \frac{\Delta H}{H_0}$ suppression ou dépression relative [sans dimensions];

n = vitesse de rotation du groupe :
[tr/mn];

$\Omega = \frac{\pi n}{30}$ vitesse de rotation du groupe :
[rad/s];

$n_s = n \sqrt{\frac{P}{H^{5/2}}}$ [tr/mn, m et ch];

P = puissance fournie par la turbine à l'alternateur [kgm/s];

Y = ouverture relative du distributeur : rapport entre la course du servomoteur mesurée à partir de la position de fermeture et la course totale de ce servomoteur [sans dimensions];

Z = inclinaison relative des pales : rapport entre la course du servomoteur mesurée à partir de la position de fermeture et la course totale de ce servomoteur [sans dimensions];

$n_{11} = \frac{nD}{\sqrt{H}}$ [tr/mn et m];

$Q_{11} = \frac{Q}{D^2 \sqrt{H}}$ [m³/s et m];

D = diamètre de la turbine [m];

η = rendement de la turbine [sans dimensions];

$x = r \frac{n_0}{n} = \frac{r_0 Q_{11}}{Q_{110}} \frac{n_{110}}{n_{11}}$ [sans dimensions];

$y = h \frac{n_0^2}{n^2} = \frac{n_{110}^2}{n_{11}^2}$ [sans dimensions];

$z = \frac{2L}{a\tau} \frac{\eta}{\eta_0} \frac{Q_{11}}{Q_{110}} \frac{n_{110}^3}{n_{11}^3}$ [sans dimensions];

t = temps [s];

$\theta = \frac{at}{L}$ = temps relatif [sans dimensions];

ϖ = poids spécifique de l'eau [kg/m³];

$\tau = \frac{\Omega_0^2 I}{P_0} = \frac{(PD^2)}{4g} \frac{n^2 \pi^2}{900} \frac{1}{P_0}$ = temps dit de « lancer du groupe » [s];

I = moment d'inertie du rotor :
[kg « masse » et m];

(PD^2) = moment d'inertie du rotor calculé avec le poids et le diamètre de giration [kg.m²];

$\Theta = \frac{LQ_0}{gsH_0}$ temps caractéristique d'une conduite [s];

$\Delta\omega = \frac{\Omega - \Omega_0}{\Omega_0}$ = survitesse relative [sans dimensions];

$\Delta\Omega = \Omega - \Omega_0$ survitesse ou sous-vitesse :
[rad/s];

T = temps dit de fermeture de la turbine (*) [s];

T' = temps dit d'ouverture de la turbine (*) [s];

$b = \frac{n_e - n_0}{n_0}$ [sans dimensions];

n_e = vitesse d'emballement [tr/mn].

(*) Rappelons qu'en pratique les régulateurs ne font que rarement manœuvrer linéairement les servo-moteurs (soit par suite des embiellages classiques, soit parce qu'on veut réaliser une « loi de manœuvre » non linéaire).

I. — INTRODUCTION

Le but du présent article est de présenter la méthode que nous employons pour calculer les surpressions et survitesses (et éventuellement les dépressions et sous-vitesses) qui se produisent dans les groupes hydroélectriques lors des changements importants de leur régime de fonctionnement.

Les changements de régimes les plus fréquemment étudiés sont les disjonctions. Mais d'autres changements importants de régime peuvent poser des problèmes pour la résolution desquels la présente méthode s'applique : phénomènes se produisant au passage à l'emballlement des turbines, sous-vitesses consécutives aux prises de charge des groupes travaillant en réseau séparé, problèmes de reniflards et de cheminées d'équilibre, etc.

Rappelons à ce propos que les valeurs des surpressions, dépressions, et survitesses atteintes lors des disjonctions ne sont souvent pas les valeurs les plus élevées que peuvent prendre ces grandeurs pendant le fonctionnement normal (*) des groupes hydroélectriques. Ainsi, la pression dans la conduite forcée peut, dans de nombreuses installations, atteindre une valeur de l'ordre de deux fois la pression statique si le vannage s'ouvre et se ferme plusieurs fois consécutivement (par exemple par suite de variations oscillantes de la puissance demandée) et ceci avec une amplitude suffisante et une période voisine de quatre fois le temps d'aller-retour de l'onde de coups de bélier dans cette conduite. Ce fonctionnement est très exceptionnel et pose le problème des contraintes très exceptionnellement admissibles et de celles habituellement admissibles, problème sortant du cadre du présent article.

L'originalité de la présente méthode de calcul réside dans le fait qu'elle permet d'obtenir les surpressions et les survitesses par une épure guère plus compliquée qu'une « épure Berge-ron », et ceci en tenant compte de *toutes* les caractéristiques de l'installation, en particulier des caractéristiques exactes de débit et de rendement des turbines (qu'on appelle souvent « collines » des turbines). A la place de l'épure graphique, on peut aussi, bien entendu, faire le calcul numérique correspondant (à la main ou à l'aide d'une machine à calculer plus ou moins perfectionnée).

On verra au chapitre III (Applications) que la présente méthode, qui permet de tenir compte des caractéristiques exactes de la turbine, donne souvent des résultats très différents de ceux obtenus avec les méthodes classiques ne tenant pas compte de ces caractéristiques.

La simplicité d'exécution est également une qualité fondamentale de la présente méthode. Elle permet non seulement de résoudre rapidement les problèmes sans l'aide d'une machine à calculer, mais elle garantit aussi une grande précision quel que soit le moyen de calcul adopté : même avec une machine à calculer très perfectionnée, les risques d'erreur matérielle, ainsi que les erreurs d'interpolation, d'itération, etc., voire même les erreurs d'arrondi, augmentent fortement avec la complexité du calcul à effectuer.

Une simplification importante provient de l'emploi constant de la théorie du coup de bélier d'onde, mais avec des simplifications considérables provenant de l'utilisation simultanée de la théorie du coup de bélier en masse. (voir paragraphe II.1.).

II. — EXPOSÉ DE LA MÉTHODE DE CALCUL DES SURPRESSIONS ET DES SURVITESSES

II.1. Application de la méthode de Bergeron au calcul des surpressions dans le cas des centrales hydroélectriques.

La méthode de calcul des surpressions et des survitesesses que nous allons exposer se base, quant à la détermination de la surpression, sur la méthode par « épure de Bergeron ». L'exécution des tracés ou des calculs servant à la détermination des surpressions peut être notablement simplifiée en faisant appel aux remarques suivantes.

A. INSTALLATIONS A COUP DE BÉLIER « EN MASSE ».

Si $r_m > 2$, la théorie dite du « coup de bélier en masse » ($\Delta H = -\frac{L}{gs} \frac{dQ}{dt}$) donne des résultats précis tant que la surpression ne dépasse pas 100 % et que la vitesse de vannage ne varie pas plus que de un à quatre durant la même manœuvre. Dans ce cas, on peut, tout en employant la théorie du « coup de bélier d'onde » (qui est toujours la plus précise) modifier l'installation comme suit :

a) On peut remplacer le conduit s'étendant en amont du distributeur jusqu'au prochain plan d'eau libre (retenue ou cheminée d'équilibre) par une conduite à section constante telle que la grandeur $\Sigma(L_n/s_n)$ conserve la même valeur.

b) On peut de même remplacer le conduit en aval du distributeur (et dans le cas des turbines Kaplan, le conduit entre distributeur et roue) par une conduite à section constante.

c) Soient $(L/s)_1$ et $(L/s)_2$ les grandeurs L/s à l'amont et à l'aval du distributeur et ΔH_1 et ΔH_2 la surpression en amont et la dépression en aval du distributeur. On a alors (sauf en cas de cavitation généralisée dans une section ou d'entrée d'air dans l'installation) :

$$\frac{\Delta H_1}{(L/s)_1} = \frac{\Delta H_2}{(L/s)_2} = \frac{\Delta H_1 + \Delta H_2}{(L/s)_1 + (L/s)_2} \quad (1)$$

Il suffit donc de remplacer les deux conduites situées respectivement à l'amont et à l'aval du

distributeur par une seule conduite située entièrement en amont du distributeur et telle que :

$$\frac{L}{s} = \left(\frac{L}{s}\right)_1 + \left(\frac{L}{s}\right)_2$$

La théorie du coup de bélier appliquée à cette installation donne la grandeur $\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2$; les valeurs ΔH_1 et ΔH_2 se déduisent alors de la relation (1).

d) On peut modifier la valeur de la célérité « a » de façon à diminuer au maximum le nombre d'allers-retours d'ondes de coups de bélier entre le niveau amont et le niveau aval (et par suite, le nombre de « pas » de tracés ou de calculs), pourvu que « r » reste supérieur à deux (ou trois si on veut faire une étude très précise).

Dans le cas de cavitation généralisée dans une section ou d'entrée d'air dans l'installation, il faut toujours considérer deux tronçons de conduite : un tronçon en amont et un tronçon en aval de la cavitation ou de l'entrée d'air. On peut alors choisir pour ces deux tronçons deux valeurs différentes de la célérité « a » telles que les deux valeurs correspondantes de L/a soient égales ou au moins dans un rapport simple (l'épure ou le calcul s'en trouve alors grandement facilité).

Remarque :

Bien entendu il faut conserver dans tous les cas les valeurs de L/s et veiller à ce que « r » reste supérieur à deux ou trois. Le temps d'aller-retour de l'onde (donc la valeur de « a ») et la valeur de « r » restent bien entendu liés par la valeur imposée L/s :

$$\frac{2L}{a} = \frac{L}{s} \times \frac{1}{r} \cdot \frac{Q}{gH_0} = \frac{\Theta_0}{r_0}$$

(La valeur de Q à considérer est celle qui a servi pour calculer la valeur de « r »).

B. INSTALLATION AVEC CHEMINÉE D'ÉQUILIBRE.

Dans ce cas, on peut toujours faire toutes les simplifications qui découlent des remarques faites dans le paragraphe A pour tous les tronçons de conduite situés entre deux plans d'eau libres (cheminée ou retenue) sauf, éventuellement, pour le tronçon qui contient l'organe de vannage (et auquel s'appliquent les considérations du paragraphe A).

(*) Nous appelons « fonctionnement normal » toutes les phases d'exploitation prévues à l'avance et au cours desquelles les chaînes normales de l'automatisme fonctionnent correctement. (Les disjonctions font donc partie de l'exploitation normale.)

II.2. Emploi des courbes caractéristiques des turbines.

Pour déterminer la surpression lors de la fermeture des organes de vannage (par exemple, par une épure Bergeron), il faut connaître à chaque instant de cette fermeture la loi liant le débit passant à travers cet organe de vannage à la différence de pression entre l'amont et l'aval de cet organe. Dans le cas des turbines Francis et Kaplan, cette loi dépend en général de la vitesse de rotation; c'est pourquoi il faut connaître à chaque instant la vitesse de rotation de la turbine pour pouvoir déterminer la surpression. La survitesse est elle-même fonction de l'énergie fournie par l'eau à la turbine, donc de la surpression. Pression et vitesse doivent donc être calculées pas à pas et simultanément, en se servant des courbes caractéristiques de la turbine. C'est là le principe de la méthode qui fait l'objet du présent article. On verra dans le chapitre III (Applications) les erreurs que peut entraîner le calcul non simultané de la surpression et de la survitesse.

Au sujet des courbes caractéristiques des turbines, on peut faire les remarques suivantes :

A. TURBINES DONT LE DÉBIT NE DÉPEND PAS DE LA VITESSE DE ROTATION.

Dans le cas (exclu du présent article) des turbines Pelton et (de façon approximative) de certaines turbines Francis (dont le n_s est généralement compris entre 200 et 300), la loi liant le débit à travers la turbine à la différence de pression entre l'amont et l'aval de cette turbine n'est pas fonction de la vitesse de rotation. Dans ce cas, on peut obtenir la surpression directement par une épure Bergeron sans connaître en même temps la survitesse. On peut ensuite calculer la survitesse pas à pas, en déterminant, à l'aide de la valeur connue de la pression, l'énergie fournie à chaque instant à la turbine. (Dans le cas des turbines Pelton, cette énergie dépend d'ailleurs de l'effet du déflecteur, effet qui est généralement assez mal connu).

B. COURBES CARACTÉRISTIQUES EN RÉGIME TRANSITOIRE.

En régime permanent, l'écoulement de l'eau dans une turbine est entièrement défini par :

- la vitesse de rotation : n ;
- la chute : H ;
- l'ouverture du distributeur : Y ;
- éventuellement, l'inclinaison des pales : Z .

Quand le vannage d'une turbine se ferme (ou s'ouvre) en quelques secondes, le régime hydrodynamique n'est plus entièrement défini par les valeurs « n , H , Y et Z ». En effet, les régimes hydrodynamiques ne s'établissent pas instantanément (circulations, couches limites, etc.) (phénomènes dits « transitoires »). En fait, faute d'essais, on ne connaît pas exactement les caractéristiques des turbines en régime transitoire. Nous admettrons en conséquence, dans le présent article, que les caractéristiques des turbines en régime transitoire sont les mêmes qu'en régime permanent.

Avant la construction d'une turbine (et même après, dans le cas général où les essais complets n'ont pas été faits) on ne connaît pas les caractéristiques exactes des turbines industrielles, même en régime permanent. Pour calculer la surpression et la survitesse, on se base sur les caractéristiques données par les modèles réduits correspondants, corrigées éventuellement par une formule de « majoration de rendement », par exemple du type « Ackeret ».

L'ensemble des approximations dont nous venons de parler n'introduit pas de grandes erreurs dans les valeurs des surpressions et des survitesse que l'on obtient par le calcul. En effet, les valeurs calculées ont toujours été très bien confirmées par les essais de disjonction sur les turbines industrielles. Il est d'ailleurs possible d'expliquer en partie ce fait (Cette explication sort du cadre du présent article).

Dans le cas de cavitation généralisée dans une section ou d'entrée d'air dans la turbine, on ne connaît pas, en général, les caractéristiques de la machine. Il faut alors les supputer en se servant de l'expérience déjà acquise à ce sujet.

C. PRÉSENTATION DES COURBES CARACTÉRISTIQUES.

En régime permanent, une turbine est caractérisée par deux relations entre la grandeur Y (et éventuellement Z) et trois autres grandeurs sans dimensions telles que n_{11} ; Q_{11} ; P_{11} ; η ; etc. Pour appliquer la présente méthode, il convient de mettre ces deux relations sous la forme :

$$\frac{1}{n_{11}^2} = f \left(\frac{Q_{11}}{n_{11}} ; Y ; Z \right)$$

et :

$$\frac{1}{n_{11}^2} = g \left(\frac{Q_{11}}{n_{11}} ; \frac{P_{11}}{n_{11}^3} ; Z \right)$$

ou encore mieux :

$$\left(\frac{n_{110}}{n_{11}} \right)^2 = F \left(r_0 \frac{Q_{11}}{Q_{110}} \cdot \frac{n_{110}}{n_{11}} ; Y ; Z \right)$$

et :

$$\left(\frac{n_{110}}{n_{11}}\right)^2 = G \left(r_0 \frac{Q_{11}}{Q_{110}} \cdot \frac{n_{110}}{n_{11}} ; \frac{2L}{a\tau} \cdot \frac{\eta}{\eta_0} \cdot \frac{Q_{11}}{Q_{110}} \cdot \frac{n_{110}^3}{n_{11}^3} ; Z \right)$$

c'est-à-dire :

$$y = F(x; Y; Z) \quad \text{et} \quad y = G(x; z; Z) \quad (2)$$

Généralement, les caractéristiques des turbines sont données sous une forme très différente de celle indiquée ci-dessus. Il faut alors faire un changement de variables.

Au cours de la fermeture, la grandeur « y » variera par suite des variations de H et de n . En pratique, le domaine de variation s'étend à peu près de :

$$y_M = 1 + \Delta h_M \quad \text{et} \quad y_m = \frac{1 + \Delta h_M}{(1 + \Delta \omega_M)^2}$$

ce qui définit une bande dans le plan $x; y$. C'est seulement dans cette bande qu'il faudra tracer les courbes caractérisant la turbine, déduites des relations (2) : les courbes $Y = \text{constantes}$ et $z = \text{constante}$.

II.3. Détermination simultanée des surpressions et des survitesses par épure ou par calcul numérique.

L'épure que nous exécutons pour calculer les survitesses et les surpressions est faite sur un plan dont les axes portent les grandeurs « x » et « y ». Si on se fixe une valeur de « n », on peut faire une épure Bergeron sur le plan ainsi défini. En effet, les axes portent des grandeurs proportionnelles à « h » et « r » (ou H et Q). La

FIG. II.3.1

Schéma d'une installation et de l'épure correspondante pour une disjonction.

pente des droites d'ondes d'une épure Bergeron faite sur un plan $h; r$ est de ± 2 . Sur notre plan, cette pente sera de :

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta [h (n_0^2/n^2)]}{\Delta [r (n_0/n)]} = \frac{\Delta h}{\Delta r} \cdot \frac{n_0}{n} = \pm 2 \frac{n_0}{n}$$

Considérons maintenant une installation munie d'une conduite unique (ou d'une conduite unique « fictive » selon les remarques du paragraphe II.1.) et d'une turbine Francis. La figure II.3-1 montre le principe de l'épure correspondante; la figure III.1-1 montre la même épure complètement réalisée. Sur cette épure, nous avons appelé A et B les points figuratifs donnant les valeurs de « x » et « y » en aval et en amont de l'installation. Au cours de la fermeture, les valeurs « x » et « y » changent et les points A et B se déplacent. En conséquence, les points A et B sont munis sur l'épure d'un indice indiquant le temps écoulé depuis le début de la manœuvre, temps mesuré en « unités » L/a (c'est-à-dire le temps réduit θ).

Pour faire l'épure, on fait partir au temps $\theta = 1$ ($t = L/a$) une onde au point B'_1 ; elle arrivera en A au temps $\theta = 2$ ($t = 2L/a$). Admettons que l'on connaisse la vitesse de la turbine au temps $\theta = 2$, soit n_2 cette vitesse. Faisons une épure Bergeron en posant $n = n_2$. Le point de départ B'_1 de l'épure a donc pour coordonnées :

$$x = r_0 \frac{n_0}{n_2}; \quad y = \left(\frac{n_0}{n_2} \right)^2$$

On en déduit la droite d'onde qui passe par le point B'_1 et qui a la pente de $2(n_0/n_2)$. Le point A_2 se trouve à l'intersection de cette droite et de la courbe caractéristique de la turbine :

$$Y = Y_2,$$

Y_2 étant l'ouverture au temps $\theta = 2$.

De A_2 on fait partir une onde qui arrive au point B au temps $\theta = 3$. La chute relative « h » au point B reste toujours $h = 1$. L'ordonnée « y » du point B_3 est donc :

$$y = \frac{n_0^2}{n_2^2}$$

(c'est la même ordonnée que celle du point B'_1).

Le point B_3 est entièrement défini par son ordonnée « y » et par la droite d'onde partant du point A_2 .

Supposons maintenant connue la vitesse au temps $\theta = 4$, soit n_4 . On peut à nouveau faire partir une onde de coup de béliet du point B au temps 3 pour obtenir le point A_4 mais auparavant il faut calculer les coordonnées x et y du point B au temps 3 compte tenu de la nouvelle vitesse n_4 . Soit B'_3 ce point. Les coordonnées de

B'_3 se déduisent de celles du point B_3 par les relations suivantes :

$$\begin{aligned}x'_3 &= r_3 \frac{n_0}{n_4} = r_3 \frac{n_0}{n_2} \cdot \frac{n_2}{n_4} = x_3 \frac{n_2}{n_4} \\y'_3 &= h_3 \left(\frac{n_0}{n_4} \right)^2 = h_3 \left(\frac{n_0}{n_2} \right)^2 \cdot \left(\frac{n_2}{n_4} \right)^2 \\&= y_3 \left(\frac{n_2}{n_4} \right)^2\end{aligned}$$

A partir de ce point B'_3 on déduit le point A_4 comme on a déduit le point A_2 à partir du point B'_1 .

Jusqu'à présent, nous avons supposé connues à l'avance les vitesses n_2 , n_4 , etc. Expliquons maintenant comment on détermine ces vitesses. On part de l'équation de l'accélération d'un rotor :

$$I\Omega \frac{d\Omega}{dt} = P = \gamma \bar{\omega} QH$$

On en déduit :

$$I \frac{\Omega_0^2}{P_0} \frac{\Omega}{\Omega_0} \frac{d}{dt} \left(\frac{\Omega}{\Omega_0} \right) = \frac{\gamma \bar{\omega} QH}{P_0} = \frac{\gamma QH}{\gamma_0 Q_0 H_0}$$

puis :

$$\tau \frac{n}{n_0} \frac{d}{dt} \left(\frac{n}{n_0} \right) = \frac{\gamma}{\gamma_0} \frac{Q_{11}}{Q_{110}} \left(\frac{H}{H_0} \right)^{3/2}$$

Or :

$$\frac{n}{n_0} = \frac{n_{11}}{n_{110}} \left(\frac{H}{H_0} \right)^{1/2}$$

donc :

$$\tau \frac{n}{n_0} \frac{d}{dt} \left(\frac{n}{n_0} \right) = \frac{\gamma}{\gamma_0} \frac{Q_{11}}{Q_{110}} \frac{n_3}{n_0^3} \frac{n_{110}^3}{n_{11}^3}$$

et :

$$\tau \frac{d}{dt} \left(\frac{n_0}{n} \right) = - \frac{\gamma Q_{11} n_{110}^3}{\gamma_0 Q_{110} n_{11}^3}$$

Durant un intervalle de temps Δt , la variation de la vitesse de rotation est donnée par :

$$\Delta \left(\frac{n_0}{n} \right) = - \frac{\gamma}{\gamma_0} \frac{Q_{11}}{Q_{110}} \frac{n_{110}^3}{n_{11}^3} \frac{\Delta t}{\tau},$$

la valeur à considérer pour le second membre étant une valeur moyenne pendant le laps de temps allant du temps « t » au temps « $t + \Delta t$ ». Pratiquement, au cours des épures, on fait des « pas de calcul » tels que :

$$\Delta t = \frac{2L}{a}$$

On aura donc :

$$\Delta \left(\frac{n_0}{n} \right) = - z$$

Or sur le plan de notre épure, nous avons tracé des courbes $z = \text{constante}$ dans la bande utile.

Revenons donc au tracé de l'épure. Nous avons vu que pour obtenir le point A_2 , il fallait connaître n_2 . Cette vitesse n'est pas connue *a priori*; on ne connaît que la vitesse n_0 . Mais sachant où se trouve le point A_0 et supputant le point A_2 , on peut lire sur l'épure la valeur moyenne de « z » situé au milieu de A_0 et A_2 . On connaît ainsi la variation de la grandeur n_0/n et on peut en déduire la valeur de cette grandeur au temps $\theta = 2$, d'où n_2 . Ayant obtenu le point A_2 , on peut d'ailleurs vérifier si la position supputée à l'avance concorde bien avec la position trouvée. Si l'erreur est trop importante, il faut, bien entendu, recommencer le « pas de calcul ». Si l'erreur n'est pas très importante, cela veut simplement dire que le changement d'échelle de vitesse que l'on a fait n'a pas été exactement celui qu'il fallait faire. Mais de toute façon, au prochain « pas de calcul », cette erreur se rectifiera en grande partie automatiquement.

Connaissant les points A_0 et A_2 , il est assez facile de supputer la position du point A_4 . On peut ainsi trouver la valeur de n_4 . Il est de plus en plus facile de supputer A_6 ; A_8 , etc. Quand l'épure est finie, on connaît pour chacun des temps $\theta = 1$, $\theta = 2$, etc., les valeurs de n_0/n et les valeurs de $y = h(n_0/n)^2$. On peut en déduire les valeurs de « n » et « h ».

Au cours du tracé de l'épure, il suffit de faire des soustractions successives pour le calcul des valeurs de n_0/n et les opérations relatives au passage des points B aux points B' correspondants. Remarquons à ce sujet que chaque point B et le point B' correspondant sont situés tous deux sur une parabole dont l'équation se détermine de la façon suivante :

$$\begin{aligned}y_p &= h_p \left(\frac{n_0}{n_{p-2}} \right)^2 ; x_p = r_p \frac{n}{n_{p-2}} \\y'_p &= h_p \left(\frac{n_0}{n_p} \right)^2 ; x'_p = r_p \frac{n}{n_p}\end{aligned}$$

FIG. II.3.2

Changement de vitesse de rotation au cours de l'épure (en se servant d'une propriété de la parabole).

D'où :

$$\frac{y_p}{x_p^2} = \frac{h_p}{r_p^2} = \frac{y'_p}{x'_p{}^2}$$

$$y'_p = \left(\frac{y_p}{x_p^2} \right) x'_p{}^2$$

Pratiquement les points B et B' correspondants sont souvent voisins et, dans ce cas, il suffit de tracer la tangente à la parabole ci-dessus en se servant d'une propriété connue de la sous-tangente à une parabole (fig. II.3-2) : le point B' est alors entièrement défini par son ordonnée :

$$\left(\frac{n_0}{n} \right)^2$$

Lors de l'épure, on peut effectuer le passage des points B aux points B' en traçant la tangente à la parabole, puis en calculant l'ordonnée du point B' à partir de la valeur connue de n_0/n .

Dans le cas des turbines Kaplan, il faut d'abord déterminer la relation qui lie, durant la manœuvre considérée, l'ouverture du distributeur et l'inclinaison des pales. Cette relation varie en général avec la charge du groupe avant déclenchement (puisqu'on ne maintient pas la conjugaison donnant le rendement maximal entre distributeur et pales pendant les manœuvres). Généralement, les caractéristiques des turbines Kaplan sont définies par plusieurs réseaux de courbes, chacun étant relatif à une inclinaison déterminée des pales. On ne transpose alors sur le plan de l'épure qu'une partie de la bande utile relative à chaque inclinaison

des pales et on obtient par intrapolation la même présentation de l'épure que pour les turbines Francis. Pour chaque épure relative à une disjonction à partir d'une charge partielle différente, il faut néanmoins refaire une nouvelle transposition. Mais dans le cas des turbines Kaplan, les disjonctions à partir de charges partielles ne fournissent ni la surpression ni la survitesse la plus forte; elles ne sont donc en général pas intéressantes.

On voit qu'en définitive, l'épure à tracer est une épure « Bergeron » à échelle variable. Avant l'exécution de chaque pas, il faut changer d'échelle, c'est-à-dire déterminer le (ou les) nouveau point de départ pour le pas à exécuter (dans l'exemple que nous venons de décrire, il s'agit du changement des points B en B'). Le changement d'échelle effectué, chaque pas constitue un tracé classique d'épure « Bergeron ». C'est pourquoi les présentes épures ne présentent pas plus (ni moins) de difficultés que les épures « Bergeron » ordinaires correspondant aux mêmes conduits hydrauliques, même si ce conduit est complexe (tronçons à caractéristiques différentes, branchements, etc.).

Au lieu de déterminer les surpressions et les survitesse par une épure graphique on peut aussi les déterminer par un calcul algébrique. Une des difficultés qui se présentent est la « mise en équation » des caractéristiques de la turbine. Les avantages des tracés graphiques sont, néanmoins, tels que pratiquement le calcul algébrique ne se justifie que si on emploie de puissantes machines à calculer et si on a une étude systématique à faire.

FIG. III.1.1
Exemple d'épure.

III. — APPLICATIONS

III.1. Disjonction d'un groupe équipé d'une turbine Francis de faible n_s .

On sait que le débit des turbines Francis de faible n_s décroît généralement quand la vitesse augmente (et que le distributeur reste dans une position invariable). Cet effet provoque généralement une augmentation importante de la surpression d'où une augmentation de la survitesse à cause du supplément d'énergie fourni à la turbine, par suite de la surpression plus élevée. Cet effet est d'autant plus important que le moment d'inertie du groupe est faible.

La figure III.1-1 montre le tracé d'une épure

FIG. III.1.2

Surpression et survitesse en fonction du temps d'après l'épure III.1.1.

pour une installation munie d'une conduite forcée et d'une turbine Francis dont le n_s est environ égal à 100 pour le point de rendement maximal. Les autres caractéristiques sont les suivantes :

La loi de fermeture est linéaire et le temps de fermeture est de quatre secondes.

$$r_0 = 1; \frac{2L}{a} = 1 \text{ s}; \tau = 4 \text{ s}$$

On a déterminé les points de fonctionnement pour les temps : $\theta = 1$; $\theta = 2$; $\theta = 3$; etc., et non pas seulement pour les temps : $\theta = 2$; $\theta = 4$;

FIG. III.2.1

Epure relative à l'emballement d'une turbine Francis de faible n_s .

FIG. III.2.2

Surpression et survitesse déduites de l'épure III.2.1.

$\theta = 6$; etc., ceci de façon à obtenir un résultat plus exact pour la survitesse et par conséquent pour la surpression.

La figure III.1-2 montre les courbes $n(t)$ et $h(t)$ obtenues par l'épure. On en déduit la valeur maximale de la surpression : 36 % et la valeur maximale de la survitesse : 40 %. Les formules classiques (voir Annexe) donnent respectivement les valeurs 28,5 % et 34,4 %, d'où une erreur relative sur la surpression de :

$$(36 - 28,5)/36 = 21 \%$$

et, sur la survitesse, de : 14 %.

En fait, pour diminuer la surpression maximale qui est donnée par le pic de « Michaud » et qui est de l'ordre de 50 %, il convient de ne pas utiliser une loi de fermeture linéaire et de ralentir la vitesse de manœuvre pour les faibles ouvertures. La survitesse maximale s'en trouve encore un peu augmentée.

III.2. Emballement d'une turbine Francis de faible n_s .

Pour la même installation que précédemment, nous avons aussi étudié ce qui se passe si, après disjonction, le servomoteur ne ferme pas le vanage. La turbine s'emballé alors et le phénomène est traduit par l'épure figure III.2-1; les courbes de pression et de vitesse en fonction du temps sont données par la figure III.2-2. On voit que la surpression maximale est supérieure à 18 %. Il est clair que dans ce cas, il est inutile de demander, en cas de fermeture normale, une surpression maximale inférieure à 25 ou 30 %.

Si l'inertie du rotor avait été plus faible, par exemple telle que le temps de lancer du rotor soit de 3 s, la surpression maximale pour un emballement aurait dépassé 25 %.

Dans le cas que nous venons d'étudier, la surpression est déjà retombée à une valeur très petite lorsque la turbine atteint la vitesse d'emballlement. Dans d'autres cas, la surpression est au contraire très forte au moment où la vitesse d'emballlement est atteinte. La vitesse d'emballlement réellement atteinte est alors nettement plus grande que celle à laquelle on pourrait s'attendre en l'absence de surpression. En effet, l'emballlement se produit sous une pression supérieure à celle donnée par la chute normale. Une majoration de plus de 10 % de la vitesse d'emballlement est possible. Bien entendu, après quelques secondes, la pression retombe à sa valeur normale et la vitesse redescend à la valeur correspondant à la chute statique.

III.3. Disjonction des groupes munis de turbines Kaplan de grand n_s (groupes classiques et groupes axiaux à faible inertie).

Contrairement à ce qui se passe pour les turbines Francis de faible n_s , le débit des turbines Kaplan augmente quand la vitesse de rotation augmente.

Lors d'un déclenchement, l'augmentation du débit due à l'augmentation de vitesse peut être plus grande que la diminution de débit due à

la fermeture du distributeur (du moins en début de fermeture). Il se produit alors de façon paradoxale une dépression dans le conduit d'amenée et une surpression dans l'aspirateur. Ce phénomène apparaît dans le cas des groupes ayant un temps de fermeture du distributeur assez long devant le temps de lancer du rotor.

A titre d'exemple, nous avons considéré le déclenchement à pleine charge d'une turbine Kaplan ayant les caractéristiques suivantes :

Puissance déclenchée 62.450 ch

Chute nette 16,2 m

Le distributeur est fermé linéairement en 10,9 secondes.

Les pales sont considérées comme restant fixes à l'inclinaison correspondant au meilleur rendement pour la puissance déclenchée (cf. paragraphe III.5).

Les épures ont été exécutées, toutes choses égales par ailleurs, avec les PD² suivants :

1. 14 000 T.m², soit un temps de lancer de 7,3 s,
2. 7 000 T.m², soit un temps de lancer de 3,65 s,

FIG. III.3.1

Variation du débit en fonction du temps après déclenchement d'une turbine Kaplan de 62 400 ch sous 16,2 m de chute.

FIG. III.3.2
Surpression amont et dépression aval
lors d'un déclenchement d'une turbine Kaplan
de 64 250 ch sous 16,2 m de chute.

FIG. III.3.3
Vitesse en fonction du temps après déclenchement
d'un turbine Kaplan de 62 450 ch sous 16,2 m de chute.

- 3. 4 670 T.m², soit un temps de lancer de 2,43 s,
- 4. 2 000 T.m², soit un temps de lancer de 1,04 s.

Les résultats de ces épures sont consignés sur les figures III.3-1, III.3-2 et III.3-3.

On note ainsi les valeurs suivantes :

Temps de lancer (en s).	7,3	3,65	2,43	1,04
Survitesse maxi- male (en %)...	34,4	47	54	98
Surdébit maximal (en %).	0	3,9	6	9,5
Temps auquel est atteint la survi- tesse (en s)....	5	4,4	4	3

La diminution de l'inertie des masses tournantes conduit à une survitesse plus élevée, mais beaucoup moins considérable qu'on aurait pu le supposer *a priori* et que ne le donnent les formules approchées classiques (voir Annexe). Cette survitesse est atteinte également en un temps de plus en plus court. Un temps de lancer de 1,04 s, faible même pour un groupe bulbe, ne provoque pas une survitesse supérieure à 98 %.

D'après ce qui précède, l'existence d'un surdébit dans le cas du déclenchement d'un groupe avec faible inertie des masses tournantes, permet d'envisager un début de fermeture plus rapide sans obtenir une surpression plus forte ou une cavitation à l'aval du distributeur, tout en réduisant la survitesse. Ainsi, il est possible de ramener la survitesse de 98 % à 49 % en fermant le distributeur sept fois plus rapidement au début du déclenchement.

III.4. Turbine Kaplan de grand n_s : emballage et freinage brutal.

Nous avons envisagé l'exemple suivant : une installation munie d'un groupe axial ayant un n_s d'environ 850 au point de rendement maximal et un temps de lancer de 1,5 s; le temps caractéristique de la conduite équivalant à l'ensemble du conduit (voir paragraphe II.1.) est de 2 s. La valeur r_0 étant très grande, on a pris une valeur fictive $r_0 = 4$; on en déduit une valeur fictive de la grandeur $(L/a) = 0,5$ s.

La figure III.4-1 donne la surpression et la survitesse en fonction du temps; quand le groupe ci-dessus s'emballe, on voit que la pression décroît très rapidement jusqu'à 70 % environ de

FIG. III.4.1

Emballlement d'un groupe axial de basse chute.

FIG. III.4.2

Freinage brutal d'une turbine Kaplan.

la pression statique (dépression amont et surpression aval). La vitesse de rotation croît relativement lentement malgré la faible inertie du rotor; ceci montre :

1° Que le mécanisme de fermeture d'urgence n'a pas besoin d'être exceptionnellement rapide.

2° Que le temps de fermeture n'a pas besoin d'être très court, comme on aurait pu s'y attendre.

D'une façon générale l'étude des phénomènes se produisant à l'emballement permet de déterminer une première approximation de la loi de manœuvre donnant une surpression à peu près constante et la survitesse la plus petite pour cette valeur de la surpression.

En employant les formules approximatives classiques (voir Annexe) et pour une somme de surpression en amont et de dépression aval de 50 %, on obtient la loi suivante : fermeture linéaire de 100 % à 55 % dans la première seconde, ensuite nouvelle fermeture linéaire de 55 % à 0 % en 2,5 s; cette loi de manœuvre donne une survitesse d'environ 50 % et une surpression effectivement à peu près constante.

L'application directe des formules approximatives de l'Annexe aurait donné le résultat suivant : pour obtenir une somme de surpression amont et de dépression aval de 50 %, le temps de fermeture linéaire aurait été de 5 s; pour ce temps de fermeture la vitesse maximale aurait été à peu près égale à l'emballement sous 1,5 fois la chute nominale (soit environ 2,6 fois la vitesse nominale).

La figure III.4-2 montre les surpressions et les survitesses qui se manifesteraient si, pour une raison quelconque (mécanique ou électrique par exemple : court-circuit) le couple résistant était brusquement triplé, la machine tournant à son ouverture maximale. Une surpression de 30 % apparaît presque immédiatement par suite de la coupure du débit consécutive au ralentissement de la roue. Si on arrête instantanément la roue, on peut obtenir une pression égale à 100 % de la chute statique et il peut en résulter une cavitation généralisée et un marteau d'eau à l'aval de la roue.

Quand une turbine de ce type fonctionne en réseau séparé, un appel de puissance donne lieu à un couple de freinage de la roue; ce freinage provoque une surpression qui augmente l'énergie apportée par l'eau au rotor et réduit par là de façon notable la diminution de la vitesse de rotation. Ceci constitue donc un facteur stabilisant dans une installation qui n'a, en général, pas de bonnes caractéristiques de réglage. C'est pour cela que les installations de très basses chutes ne sont pas toujours aussi inaptes au

régla qu'une étude sommaire pourrait le faire croire.

III.5. Influence de la loi de conjugaison entre distributeur et pales des turbines Kaplan.

Sous une chute donnée, une turbine Kaplan peut produire la même puissance pour différentes valeurs de l'ouverture du distributeur pourvu que l'on ajuste l'inclinaison des pales en conséquence. Néanmoins, le rendement n'est pas le même pour tous les régimes de fonctionnement ainsi obtenus. Les turbines industrielles sont munies d'une came dite « came de conjugaison », imposant aux pales une inclinaison telle que le rendement soit le plus grand possible pour une puissance et une chute données. Si la chute ne varie pas notablement, l'inclinaison optimale des pales ne dépend que de la puissance et le profil de la came se réduit à une simple courbe; sinon, il s'agit d'une « came surface » asservie à la chute.

Le but que nous nous fixons est de montrer de quelle façon, pour une puissance et une chute données, la surpression et la survitesse dépendent de la précision avec laquelle la came existante réalise la conjugaison optimale au moment du déclenchement du groupe. Les erreurs peuvent, en particulier, être grandes lors de la première mise en route du groupe, avant détermination exacte de la came de conjugaison optimale, ou, en exploitation normale, lors d'une défaillance de la came de conjugaison.

Après un déclenchement, les pales manœuvrent généralement à une vitesse beaucoup plus lente que le distributeur (environ cinq à dix fois plus lentement). Certains constructeurs de turbines font fermer les pales après déclenchement, d'autres les font ouvrir. La survitesse étant obtenue vers la moitié du temps de fermeture du distributeur, il est licite de négliger le mouvement des pales et, par conséquent, de les supposer fixes en première approximation.

Nous avons examiné le cas particulier suivant :

— Puissance déclenchée.....	50.400 ch
— Chute.....	16,2 m
— Vitesse constante de fermeture du distributeur (pour la course totale du servomoteur).....	8,33 s
— PD ² des masses tournantes....	14 000 T. m ²
— Inclinaison des pales correspondant à la conjugaison donnant le rendement maximal.....	23°

Nous avons admis que, pour une raison quel-

FIG. III.5.1

Turbine Kaplan. Ouverture du distributeur en fonction de l'inclinaison des pales permettant d'obtenir 50 400 ch sous 16,2 m de chute.

FIG. III.5.2

Survitesse en fonction de l'inclinaison des pales après déclenchement d'une turbine Kaplan de 50 400 ch sous 16,2 m de chute.

FIG. III.5.3

Survitesse en fonction du temps après déclenchement d'une turbine Kaplan de 50 400 ch sous 16,2 m de chute.

FIG. III.5.4

Surpression amont + dépression aval en fonction du temps lors d'un déclenchement d'une turbine Kaplan de 50 400 ch sous 16,2 m de chute.

conque, cette puissance est réalisée au moment du déclenchement avec les inclinaisons de pales suivantes : $21^{\circ}30'$; 22° ; 25° et 30° (correspondant bien entendu à des ouvertures Y différentes).

Pour les diverses inclinaisons de départ, les phénomènes sont illustrés par les figures suivantes :

La figure III.5-1. montre l'ouverture du distributeur en mm de course du servomoteur permettant à la turbine de développer 50 400 ch sous 16,2 m en fonction de l'inclinaison des pales.

La figure III.5-2. : Survitesse maximale obtenue.

La figure III.5-3. : Survitesse en fonction du temps.

La figure III.5-4. : Surpression en fonction du temps.

On voit que la survitesse maximale varie beaucoup avec l'inclinaison des pales au moment du déclenchement. Elle est de 27,5 % pour la conjugaison de meilleur rendement (23° d'inclinaison des pales); elle atteint 35 % pour l'inclinaison, à peine inférieure, de $21,5^{\circ}$ et elle ne dépasse pas 15,5 % pour une inclinaison de 30° . Autour du point de conjugaison optimal, la

survitesse varie très vite pour une différence relativement petite sur la came de conjugaison : la survitesse maximale varie de 3 % de la vitesse de rotation pour un degré d'écart angulaire sur le calage des pales. Cette variation est de beaucoup supérieure à celle que laissaient présager les différences d'ouverture du distributeur correspondant aux différences de calage des pales pour une puissance donnée (fig. III.5-1.). Elle provient du fait que le rendement de la turbine reste d'autant plus longtemps élevé que l'inclinaison initiale des pales est faible.

Par contre, la surpression est très peu affectée par une conjugaison inexacte; seule est légèrement modifiée la façon dont elle s'établit, sa valeur maximale restant à peu près la même.

Dans le cas d'une turbine hélice à pales fixes, l'inclinaison des pales est généralement assez faible afin d'obtenir une colline de rendement s'adaptant assez bien aux variations de charge. Par suite, la puissance maximale est obtenue en ouvrant le distributeur bien au-delà de la valeur correspondant à la conjugaison optimale pour le calage des pales. Lors d'un déclenchement, tout se passe comme dans le cas de turbine Kaplan à mauvaise conjugaison, pales peu ouvertes : cela amène une survitesse beaucoup plus élevée que ne produirait une turbine Kaplan de même puissance maximale.

IV. — CONCLUSIONS

Le but de cet article a été de présenter la méthode de détermination des surpressions et des survitesses que nous employons depuis plusieurs années dans tous les cas où les formules classiques de première approximation ne sont pas suffisantes. Plusieurs centaines d'épures ont ainsi été faites.

En plus de la description de la méthode et de son application à des cas classiques, nous avons montré comment elle permettait aussi de déterminer avec précision les valeurs des surpressions et des survitesses dans un certain nombre de cas non classiques et difficiles à étudier autrement : surpression à l'emballlement, surpression due à la diminution du débit lors des survitesses d'une turbine de faible n_s , loi de manœuvre permettant de diminuer les survitesses dans le cas des turbines axiales de basse chute (par suite de la dépression due à la survitesse), influence d'une mauvaise conjugaison entre distributeur

et pales sur la survitesse maximale, etc. En dehors de l'étude de cas précis, cette méthode permet aussi une meilleure compréhension des phénomènes transitoires dans les turbomachines, turbines et pompes.

Nous avons montré que dans le cas où toutes les données sont connues à l'avance, cette méthode peut être appliquée graphiquement sans difficultés : l'épure est assez vite faite et on obtient une grande précision. Dans le cas d'une étude systématique (par exemple pour l'établissement du projet le plus économique d'une installation) l'exécution des épures graphiques deviendrait beaucoup trop longue. On peut alors se servir de machines à calculer effectuant algébriquement les mêmes opérations qu'effectuerait un dessinateur d'épure. Ainsi nous avons pu établir sans peine des programmes pour réaliser ce travail sur machine à calculer type « Ordinateur IBM 650 et 7 070 ».

ANNEXE

**FORMULES CLASSIQUES DONNANT LA SURPRESSION ET LA SURVITESSE
EN PREMIÈRE APPROXIMATION ET SERVANT DE COMPARAISON
POUR LES RÉSULTATS DE LA PRÉSENTE MÉTHODE**

Il existe de nombreuses formules approximatives donnant la survitesse ou la surpression maximale. Les suivantes ont le mérite d'être simples et de donner des valeurs aussi exactes que d'autres plus compliquées.

A. Surpression (formules traduisant la « courbe en pic » de Maurice Gariel) :

$$\text{Pour } T \leq \frac{2L}{a} : \Delta h_M = 2r$$

$$\text{Pour } T \geq \frac{2L}{a}$$

$$\text{et } r \leq 1 : \Delta h_M = \frac{\theta/T}{1 + \frac{r}{2} - \frac{\theta}{2T}}$$

$$\text{Pour } T \geq \frac{2L}{a} \text{ et } r \geq 1 : \Delta h_M = \frac{\theta/T}{1 - \frac{\theta}{2T}}$$

B. Survitesse :

$$\text{Log}_e \left[1 - \frac{\Delta \omega_M}{b} \right] = - \frac{2TU}{b\tau}$$

U : facteur de surénergie donné par un abaque classique (fig. V-1) :

$$\left[\text{pour } T \geq \frac{2L}{a} \text{ et } r \geq 1 : U \approx 1 + \frac{3}{2} \frac{\theta}{T} \right]$$

FIG. V.1

Abaque de survitesse.