Etude de déplacement de fluides dans les milieux poreux à l'aide de modèles physiques (*)

The use of physical models to study fluid movement in porous media

PAR P. SOURIEAU,

INSTITUT FRANÇAIS DU PÉTROLE

Après avoir rappelé les lois auxquelles obéissent les écoulements diphasiques dans les milieux poreux, l'auteur examine, au moyen de l'analyse dimensionnelle, la définition d'un modèle correspondant à une couche perméable réelle et le passage du processus d'écoulement dans le modèle au processus réel. Il fait ressortir le fait que le temps nécessaire pour effectuer un essai sur modèle est beaucoup plus court que le temps correspondant pour l'écoulement réel.

Les modèles physiques sont également utilisés pour l'étude fondamentale des phénomènes d'écoulement.

L'auteur décrit ensuite quelques modèles, les procédés de mesure utilisés, et indique quelques résultats obtenus.

En conclusion, il indique des applications possibles de tels modèles physiques à l'hydrologie, soit pour des déplacements avec le couple de fluides eau-air, soit pour des déplacements de fluides miscibles du type eau douce-eau salée.

After a review of the relationships governing two-phase flows in porous media, the definition of a model corresponding to a real pervious layer and the transition from the model flow process to the real-life process are examined by dimensional analysis. It is shown that a model test is carried out in much less time than is necessary for the corresponding real-life flow to take place.

Physical models are also used for basic studies of flow phenomena. A few models and methods of measurement are described and indications are given of some of the results obtained.

The author concludes by pointing to possible applications of physical models in hydrology to investigate movements of air and water, or of miscible fluids of the fresh water/salt water type.

1. — POSITION DU PROBLÈME

Le problème de l'étude des déplacements de fluides dans un milieu poreux naturel et de leur prévision est un des plus essentiels du domaine pétrolier. Supposons connues la structure et les

propriétés d'une couche de milieu poreux, les caractéristiques et la répartition initiale des fluides à l'intérieur de ce milieu, ainsi que la forme et la nature des limites. Comment évolue en fonction du temps la répartition de tels fluides dans un tel milieu, pour des conditions aux limites données, qu'elles soient imposées ou qu'on en ait le choix?

Le traitement mathématique de cette sorte de problèmes n'est pas toujours possible. Aussi, l'application de la théorie de la similitude, appliquée tant aux conditions aux limites qu'aux

(*) Cette étude a été faite dans le cadre du programme de l'Association de Recherche sur les Techniques de Forage et de Production (A.R.T.F.P.).

caractéristiques de la matrice poreuse et des fluides, permet-elle de transposer l'étude de ces phénomènes sur des modèles physiques plus simples. Comme nous allons le voir, l'intérêt principal du modèle est de permettre de reproduire ce qui se passe dans une couche poreuse de grand volume, en opérant sur des dimensions linéaires beaucoup plus faibles, donc maniables, et des temps infiniment plus courts, permettant ainsi de prévoir le comportement des fluides dans la couche sur un temps réel long et pour des conditions aux limites variables.

En ce qui concerne plus particulièrement le domaine pétrolier, il est intéressant de savoir quelle sera, dans des conditions de soutirage et d'injection données, la récupération en huile ou en gaz au moment de l'arrivée d'eau aux puits de soutirage ou en huile au moment de l'arrivée de gaz. On verra ainsi s'il est plus économique d'extraire une certaine quantité d'huile en un temps court qu'une plus grande quantité en un temps long, ce qui permettra de définir une production rentable. Pour l'hydraulique souterraine, il sera par exemple important de savoir comment s'effectue l'infiltration de l'eau de pluie jusqu'à la nappe phréatique en fonction du débit de la pluie et de la nature du sol.

Nous avons vu que l'utilisation des modèles est entièrement basée sur la théorie de la similitude. Deux méthodes sont à notre disposition : l'analyse dimensionnelle ou inspectionnelle, dont l'application nécessite non pas la connaissance des équations régissant le phénomène, mais les grandeurs qui l'affectent, et la méthode directe qui suppose connu le système d'équations gouvernant le phénomène et consiste à rendre sans dimension les différentes variables entrant dans ces équations. On trouvera un exposé détaillé de la théorie de la similitude physique dans l'ouvrage de M. Martinot-Lagarde [1]. Nous ferons d'abord quelques remarques générales : dans la méthode directe, la forme des relations entre les groupements sans dimension est mieux connue que dans l'analyse dimensionnelle, mais l'aspect physique des phénomènes risque d'être estompé, et il devient difficile de savoir si tel groupement sans dimension joue un rôle moins important que tel autre et peut éventuellement être négligé ; par contre, l'analyse dimensionnelle peut, dans certains cas, introduire des groupements sans dimension qui, dans la réalité, n'ont pas à intervenir. En général, il est préférable d'utiliser alternativement l'une et l'autre méthode, qui se complètent parfaitement. C'est ce que nous ferons pour l'étude de la similitude dans les milieux poreux.

Nous examinerons ensuite les possibilités de réalisation de tels modèles et, pour finir, nous présenterons quelques résultats obtenus sur de tels modèles.

2. — SIMILITUDE DANS LES MODÈLES

Dans cet exposé nous essaierons de dégager les idées essentielles en nous inspirant partiellement d'un travail de MM. Diemer et Lam effectué à l'Institut Français du Pétrole [2]. Les fluides sont supposés incompressibles.

2.1. Ecoulement monophasique.

Considérons d'abord le cas le plus simple : l'écoulement monophasique dans un milieu poreux homogène et isotrope à l'échelle macroscopique. Lorsqu'on tient compte des conditions aux limites, les variables indépendantes sont au nombre de 7 : ρ , μ , v , r , L , F , g , où ρ est la masse volumique, μ la viscosité dynamique, v la vitesse de filtration du fluide, r le rayon statistiquement moyen des pores, L une longueur caractéristique finie du milieu (condition aux limites), F un facteur de forme sans dimension caractérisant la forme et l'assemblage des grains et g l'accélération due à la pesanteur. En réalité, comme l'écoulement est monophasique, c'est-à-dire sans limite variable, la pesanteur n'intervient pas, puisque son influence revient à un changement du niveau des pressions. Il ne restera donc que six variables indépendantes, dont les dimensions dépendent de trois grandeurs primaires, si bien que, d'après le théorème de Vaschy, toute variable dépendante réduite sera fonction de trois grandeurs sans dimension.

Comme grandeurs sans dimension, nous voyons immédiatement qu'il y a F et r/L . Pour exprimer v , nous choisirons comme grandeurs primaires ρ , μ et r , avec :

$$\begin{aligned}\rho &\sqsubset ml^{-3} \\ \mu &\sqsubset ml^{-1}t^{-1} \\ r &\sqsubset l\end{aligned}$$

par suite :

$$l \sqsubset r \qquad m \sqsubset \rho r^3 \qquad t \sqsubset \frac{\rho r^2}{\mu}$$

et comme :

$$v \sqsubset lt^{-1} \qquad v \sqsubset \mu \rho^{-1} r^{-1}$$

ce qui fait intervenir pour troisième groupe sans dimension le nombre de Reynolds :

$$\mathcal{R} = \frac{\rho v r}{\mu}$$

qui est proportionnel au rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité.

Par suite, pour toute variable dépendante G , on aura :

$$\frac{G}{G_0} = f\left(\frac{r}{L}, F, \mathcal{R}\right) \quad (1)$$

où G_0 a les mêmes dimensions que G et ne dépend pas de G .

2.1.1. — INFLUENCE DE r/L :

C'est ici qu'apparaît une difficulté. D'après la relation précédente, pour simuler en laboratoire un milieu poreux *in situ*, il faut d'abord conserver le rapport r/L , si bien que, si l'on veut réduire l'échelle des longueurs L dans un rapport important, il faut diminuer r dans le même rapport, ce qui est pratiquement impossible. Voyons s'il existe une similitude approchée. Ceci peut être fait par l'examen des conditions aux limites. Pour nous faire comprendre, nous nous servirons d'une analogie.

Considérons un tube cylindrique de longueur L et de rayon r , dans lequel on suppose par exemple le régime d'écoulement toujours laminaire. On constate que, pour L/r suffisamment grand et des répartitions de vitesses imposées sur les faces d'entrée et de sortie du tube, le gradient de pression moyen $\Delta p/L$ ne dépend plus du rapport L/r . Ceci laisse supposer que l'influence de la répartition des vitesses aux limites ne se fait plus sentir pour L/r suffisamment grand. C'est bien ce qu'on vérifie quand on modifie les répartitions extrêmes de vitesse en conservant le débit. Alors $\Delta p/L$ ne dépend plus que du nombre de Reynolds formé avec le rayon du tube et la vitesse moyenne, qui est justement proportionnelle au débit.

Ceci est évidemment valable également pour un écoulement sans décollement dans un tube à section variable et périodique, qui est déjà une image du milieu poreux, dès que la longueur d'onde du tube est suffisamment petite par rapport à la longueur totale du tube.

On voit donc que les conditions aux limites n'interviennent alors que par leur moyenne et comme cette valeur moyenne est justement la vitesse moyenne v qui entre dans le nombre de Reynolds, la grandeur r/L peut être négligée si elle est suffisamment petite, le facteur F étant parfaitement défini par le fait que le tube est circulaire.

Dans un milieu poreux, seuls nous intéressent les phénomènes à l'échelle macroscopique, c'est-à-dire visibles et mesurables. Nous définirons d'abord ce qu'il faut entendre par valeur macroscopique en un point. Nous adopterons le raisonnement de M. Le Fur [3]. Considérons, à l'intérieur d'un milieu poreux, une sphère de centre fixe et de rayon variable. Toute caractéristique de la matrice poreuse ou du fluide dont on fait la moyenne volumique à l'intérieur de cette

sphère varie avec la dimension de la sphère. Tant que son rayon est grand par rapport à la dimension des grains, on obtient une courbe continue, mais au-dessous d'une certaine valeur limite du rayon, la valeur de la caractéristique volumique devient aléatoire. On définira alors le volume macroscopique élémentaire comme étant le volume de la sphère de rayon limite. Ainsi nous définirons une porosité moyenne, une vitesse moyenne, une pression moyenne — et nous adopterons pour volume macroscopique élémentaire le plus grand des deux volumes que l'on peut définir avec la porosité d'une part et la vitesse ou la pression d'autre part. Si à l'intérieur de n'importe quel volume macroscopique élémentaire, on a la même porosité, le milieu poreux est dit homogène. Nous avons raisonné sur une sphère, mais nous aurions aussi bien pu choisir un cube pour définir ce volume élémentaire.

Au sein du modèle, il suffit donc que le volume élémentaire soit suffisamment petit, ce qui impose une valeur r/L maximale, mais il n'est pas nécessaire qu'il soit trop petit; il suffit que sa dimension soit de l'ordre de grandeur du mesurable. En effet, si le milieu poreux est très fin, aucun appareil de mesure de pression, par exemple, ne permettra d'atteindre le volume élémentaire défini ci-dessus et nous ne pourrions définir la pression en un point qu'à l'intérieur d'un volume beaucoup plus grand. Ainsi, dans le modèle, un milieu poreux, non microscopiquement semblable au milieu *in situ*, peut très bien se comporter, à notre échelle de mesure, comme un milieu macroscopiquement semblable. Il en est de même pour les conditions aux limites. On constate par l'expérience que l'effet d'une répartition quelconque de vitesse à l'entrée d'un élément de volume s'amortit très vite dans le sens du déplacement et qu'alors, seul compte le débit global. Par suite, il suffit que r/L soit petit pour que les conditions aux limites n'interviennent que par leur moyenne, comme dans le cas des tubes capillaires. La distance nécessaire pour cela est de l'ordre de 10 diamètres de grains, ce qui est facile à réaliser.

Ainsi nous aurons :

$$\frac{G}{G_0} = f\left(F, \frac{\rho v r}{\mu}\right)$$

2.1.2. INFLUENCE DU NOMBRE DE REYNOLDS :

Pour de faibles vitesses d'écoulement, c'est-à-dire de faibles nombres de Reynolds, l'influence des forces d'inertie peut être négligée devant l'influence des forces de viscosité, exactement comme pour les écoulements de Stokes dans la mécanique des fluides classique. Ainsi :

$$\frac{G}{G_0} = f(F) \quad (3)$$

Si maintenant nous prenons pour G le gradient de pression dp/dx et pour G_0 le gradient de pression dû aux forces de viscosité $-(\mu v/r^2)$, nous obtenons :

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{\mu v}{r^2} f(F) \quad (4)$$

et en posant $k = [r^2/f(F)]$ que nous appellerons perméabilité, on retrouve la loi de Darcy :

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{\mu v}{k} \quad (5)$$

k est une fonction de la granulométrie et de la géométrie des grains. Il faudra donc, pour que le régime d'écoulement ne sorte pas du domaine d'application de la loi de Darcy, que le rayon moyen des pores soit suffisamment petit pour un fluide et un domaine de vitesses de filtration donnés. Cette condition est en général facile à réaliser.

2.2. Ecoulement diphasique.

Considérons maintenant le cas de l'écoulement diphasique, c'est-à-dire de deux fluides non miscibles. Les variables indépendantes seront alors : pour les fluides :

- les masses volumiques ρ_1, ρ_2 ,
- les viscosités μ_1, μ_2 ,
- la tension interfaciale σ ,
- le coefficient de mouillabilité, que nous mettrons pour simplifier sous la forme $\cos \theta$,
- les vitesses de filtration v_1, v_2 ;

pour le milieu poreux :

- le rayon moyen des pores r ,
- le facteur de forme F ,
- la longueur caractéristique L ;

pour les forces extérieures :

- l'accélération due à la pesanteur g ;

qu'il faut conserver puisqu'il existe à l'intérieur du champ une limite variable.

2.2.1. CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES :

La méthode de l'analyse dimensionnelle s'est montrée très fructueuse dans le cas de l'écoulement monophasique, car elle nous a permis, d'une part de voir à quelles conditions on peut s'affranchir de la granulométrie et de l'influence des forces d'inertie et, d'autre part de retrouver ainsi la loi expérimentale de Darcy. Pour les écoulements diphasiques, elle ne pourra pas nous rendre les mêmes services, l'interprétation n'étant plus aussi simple, puisqu'apparaît l'influence de la gravité et de phénomènes physico-chimiques complexes aux interfaces des deux fluides et au contact des fluides avec la matrice.

Il n'existe pas en général, dans l'écoulement, de front net à travers lequel on passe brusquement d'un fluide à l'autre, mais une zone de transition, de plus ou moins grande étendue, dans laquelle les deux fluides se déplacent simultanément et où les forces capillaires jouent un très grand rôle. Aussi tient-on compte habituellement de ce phénomène d'une façon globale en introduisant une pression capillaire macroscopique.

Cependant certaines conclusions de l'étude que nous venons de faire sur les écoulements monophasiques peuvent être étendues au cas des écoulements diphasiques. Nous ne le ferons pas maintenant; il nous a semblé plus pratique d'utiliser la méthode directe. En effet, l'analyse dimensionnelle introduit, dans notre cas, des coefficients sans dimension physiquement superflus qu'il est très difficile d'éliminer et, comme le nombre de coefficients sans dimension que l'on doit former est grand, l'analyse du problème est laborieuse. Nous partirons donc du système d'équations représentant le déplacement diphasique dans un milieu poreux, comme l'a fait Rapoport [4], mais notre analyse sera différente.

Ce système se compose des équations du mouvement (loi de Darcy généralisée) :

$$\vec{v}_1 = -k \frac{k_{r_1}}{\mu_1} \text{grad} (p_1 + \rho_1 g z) \quad (6)$$

$$\vec{v}_2 = -k \frac{k_{r_2}}{\mu_2} \text{grad} (p_2 + \rho_2 g z) \quad (7)$$

où k_{r_1} et k_{r_2} sont appelées perméabilités relatives et sont supposées être uniquement fonction de la saturation S de l'un des deux fluides, le fluide 1 par exemple (fig. 1)

FIG. 1

des équations de conservation de la masse :

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0 \quad (8)$$

$$\Phi \frac{\partial S}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{v}_1 = 0 \quad (9)$$

avec :

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \quad (10)$$

où v est la vitesse de filtration totale et Φ la porosité.

Les pressions p_1 et p_2 dans les deux phases sont reliées par l'intermédiaire de la pression capillaire P_c :

$$p_1 = p_2 - P_c \quad (11)$$

où P_c est supposé uniquement fonction de S , comme k_{r1} et k_{r2} (fig. 2).

En éliminant p_1 , p_2 , v_1 , v_2 et $\operatorname{div} \vec{v}$ entre les équations (6) à (11), on obtient :

$$\begin{aligned} \Phi \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{d\xi}{dS} \left(u \frac{\partial S}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial y} + w \frac{\partial S}{\partial z} \right) \\ + \frac{k}{\mu_2} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\eta \frac{dP_c}{dS} \frac{\partial S}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{dP_c}{dS} \frac{\partial S}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{dP_c}{dS} \frac{\partial S}{\partial z} \right) \right] \\ - \frac{k}{\mu_2} g \Delta p \frac{d\eta}{dS} \frac{\partial S}{\partial z} = 0 \quad (12) \end{aligned}$$

où

$$\xi = \left(1 + \frac{k_{r2}}{k_{r1}} \frac{\mu_1}{\mu_2} \right)^{-1}$$

FIG. 2

et

$$\eta = k_{r2} \xi$$

sont des fonctions sans dimension de la saturation S

$$\Delta p = p_1 - p_2$$

Nous supposons les fonctions ξ et η inchangées lorsqu'on passe du milieu poreux *in situ* au modèle. La constance de ξ signifie que le rapport des mobilités μ/k_r est conservé. On peut mettre l'équation différentielle (12) sous une forme plus pratique en rendant sans dimension toutes les variables indépendantes. Nous prendrons comme grandeurs primaires σ , k , t pour exprimer la pression capillaire et ceci est logique, puisque les phénomènes capillaires sont essentiellement liés à la tension interfaciale et à la nature du milieu poreux. On en déduit :

$$\sigma \sqsubset mt^{-2} \quad k \sqsubset l^2$$

$$p \sqsubset ml^{-1}t^{-2}$$

Par suite, on aura :

$$P_c \sqsubset \frac{\sigma}{\sqrt{k}}$$

ou mieux $P_c \sqsubset \frac{\sigma \cos \theta}{\sqrt{k}}$ pour tenir compte de la mouillabilité.

Dans ce qui suit, nous supposons que $\cos \theta$ est le même dans les deux milieux et, par suite, nous n'en tiendrons pas compte. D'autre part, en appelant V une vitesse de référence et L une longueur de référence l'équation différentielle devient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial tV} + \frac{d\xi}{dS} \\ \times \left(\frac{u}{V} \frac{\partial S}{\partial (x/L)} + \frac{v}{V} \frac{\partial S}{\partial (y/L)} + \frac{w}{V} \frac{\partial S}{\partial (z/L)} \right) \\ + \frac{\sigma \sqrt{k}}{\mu_2 V L} \left[\frac{\partial}{\partial (x/L)} \left(\eta \frac{d(P_c \sqrt{k}/\sigma)}{dS} \frac{\partial S}{\partial (x/L)} \right) + \frac{\partial}{\partial (y/L)} \left(\eta \frac{d(P_c \sqrt{k}/\sigma)}{dS} \frac{\partial S}{\partial (y/L)} \right) + \frac{\partial}{\partial (z/L)} \left(\eta \frac{d(P_c \sqrt{k}/\sigma)}{dS} \frac{\partial S}{\partial (z/L)} \right) \right] \\ - \frac{kg \Delta p}{\mu_2 V} \frac{d\eta}{dS} \frac{\partial S}{\partial (z/L)} = 0 \quad (13) \end{aligned}$$

2.2.2. SIMILITUDE APPROCHÉE :

Comme la similitude géométrique exige que x/L , y/L , z/L soient conservés et la similitude cinématique, qui résulte directement de la similitude géométrique, que u/V , v/V , w/V le soient également, on en déduit que les groupements

sans dimension qui doivent demeurer constants sont :

$$\xi(S) \quad k_{r2}(S) \quad \frac{d(P_c \sqrt{k}/\sigma)}{dS}(S) \quad \frac{\sigma \sqrt{k}}{\mu_2 V L}$$

qui donne le rapport des forces de capillarité aux forces de viscosité, et :

$$\frac{kg\Delta\rho}{\mu_2 V}$$

qui donne le rapport des forces de gravité aux forces de viscosité.

Bien entendu, l'orientation du modèle par rapport à la verticale doit être la même que celle de la couche *in situ*.

Le nombre de Reynolds n'apparaît pas, et il ne faut pas s'en étonner, puisque la loi de Darcy, comme nous l'avons vu, n'est valable que pour les faibles valeurs du nombre de Reynolds qui, alors, ne joue aucun rôle. Dans notre cas, l'analogue du nombre de Reynolds s'écrirait :

$$\frac{\Delta\rho V \sqrt{k}}{\mu_2}$$

Nous remarquerons en passant que le rapport de ce nombre de Reynolds aux deux derniers nombres précédents, donne les deux nombres suivants, bien connus des physiciens, et que l'on rencontre dans tous les écoulements diphasiques de fluides pesants.

$$\frac{\Delta\rho V^2 L}{\sigma}$$

analogue du nombre de Weber, qui donne le rapport des forces d'inertie aux forces de capillarité,

$$\frac{V^2}{g \sqrt{k}}$$

analogue du nombre de Froude, qui donne le rapport des forces d'inertie aux forces de gravité.

Evidemment, il ne faut pas espérer pouvoir obtenir une similitude parfaite, mais par des considérations physiques nous tendrons à nous en rapprocher. C'est ce qu'on appelle la similitude approchée. En effet, nous voyons que, si le nombre de Reynolds dans le modèle est suffisamment petit, et nous reviendrons sur ce problème, il faut, en dehors de la similitude géométrique des conditions aux limites, assurer la conservation des groupements sans dimension :

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} \frac{k_{r2}}{k_{r1}}(S) \quad k_{r2}(S) \quad \frac{dP_c \sqrt{k}/\sigma}{dS}(S) \quad \frac{\sigma \sqrt{k}}{\mu_2 V L} \quad \frac{kg\Delta\rho}{\mu_2 V}$$

ce qui fait beaucoup de conditions à remplir.

Considérons d'abord les 3 premiers groupes sans dimension, qui sont fonction de la saturation. Nous admettrons que les courbes de perméabilités relatives sont les mêmes dans le milieu réel et dans le modèle, ce qui suppose également que les saturations résiduelles sont les mêmes. On pourrait montrer, mais ce développement dépasserait le cadre de cet exposé, que l'on peut adopter des hypothèses plus générales [5]. Alors la similitude ne nécessite plus que la conservation du groupe μ_1/μ_2 à la place des deux premiers groupes. Considérons maintenant le troisième groupe.

Donnons l'indice prime aux grandeurs concernant le modèle et les grandeurs du milieu naturel ne comporteront aucun indice. Il faut alors que :

$$\frac{dP'_c}{dP_c} = \sqrt{\frac{k}{k'}} \frac{\sigma'}{\sigma}$$

Le rapport des deux derniers groupes sans dimension donne le groupe :

$$\frac{\Delta\rho g L \sqrt{k}}{\sigma}$$

nous ne tiendrons pas compte de l'accélération due à la pesanteur, dont la variation est négligeable, et nous remplacerons le groupement sans dimension :

$$\frac{\Delta\rho g L \sqrt{k}}{\sigma}$$

par le groupement réduit :

$$\frac{\Delta\rho L \sqrt{k}}{\sigma}$$

La conservation impose :

$$\sqrt{\frac{k}{k'}} \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{L'}{L} \frac{\Delta\rho'}{\Delta\rho}$$

si bien que :

$$\frac{dP'_c}{dP_c} = \frac{L'}{L} \frac{\Delta\rho'}{\Delta\rho}$$

Comme en général $\Delta\rho'/\Delta\rho$ sera voisin de 1, dP'_c/dP_c sera sensiblement égal à (L'/L) . Comme

$$(L'/L) \ll 1,$$

il en résulte que la pression capillaire varie très peu dans le modèle. Par suite, dans le modèle, la zone de transition capillaire sera très faible et pratiquement négligeable, puisque sensiblement homothétique à la zone de transition capillaire du milieu naturel. Elle se réduira à une bande si étroite qu'on pourra la considérer comme un front, de part et d'autre duquel règnent les saturations et les perméabilités extrê-

mes. Finalement, ce ne sont plus les courbes $k_{r1}(S)$ et $k_{r2}(S)$ qu'il faudra conserver, mais seulement les perméabilités relatives extrêmes, ce qui est beaucoup plus facile, et, si on suppose que la mouillabilité diffère peu du modèle à la couche *in situ*, le coefficient sans dimension $[d(P_0\sqrt{k}/\sigma)]/dS$ peut être négligé. Il reste donc à satisfaire la conservation des groupes réduits suivants :

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} \quad \frac{\sigma\sqrt{k}}{\mu_1 V L} \quad \frac{k\Delta\rho}{\mu_1 V}$$

en notant que, puisque μ_1/μ_2 est conservé, on peut remplacer μ_1 par μ_2 dans les deux derniers groupes sans dimension, ce qui est plus pratique, comme nous le verrons dans l'application qui sera traitée plus loin et qui nous servira à fixer les idées.

Le choix de k n'est pas quelconque et un retour à l'analyse dimensionnelle nous permettra de le fixer. En effet, les équations précédemment utilisées s'appliquent à des phénomènes macroscopiques qui ne tiennent pas compte de la structure de la matrice. Pour que la similitude géométrique soit satisfaite, il faudrait, comme dans le cas de l'écoulement monophasique, que le rapport r/L , où r est le rayon moyen des pores, soit conservé. Le raisonnement que nous avons fait à cette occasion est encore valable; mais, la répartition des deux phases s'effectuant à une échelle beaucoup plus grande pour la définition d'une saturation moyenne que celle nécessaire pour obtenir, par exemple, une valeur statistique de la porosité ou de la vitesse en écoulement monophasique, la valeur limite de r/L qu'il ne faut pas dépasser sera plus petite que pour un écoulement monophasique. Ceci veut dire que, pour un milieu poreux utilisé dans le modèle, il faudra adopter une perméabilité intrinsèque plus faible en écoulement diphasique qu'en écoulement monophasique pour conserver la même dimension du volume macroscopique élémentaire. Alors, la perméabilité juste nécessaire sera cependant beaucoup plus grande dans le modèle que la perméabilité du milieu *in situ*.

Le fait que $\Delta\rho'$ est peu différent de $\Delta\rho$ et que L/L' est beaucoup plus grand que 1, entraîne en général $\sigma'/\sigma < 1$, parce qu'on ne peut prendre k'/k suffisamment grand pour conserver la valeur de σ .

Nous ne pousserons pas plus loin l'analyse générale du problème et passerons tout de suite au traitement d'un exemple.

2.2.3. APPLICATION A UN PROBLÈME PARTICULIER.

Soit un gisement de pétrole dont on veut examiner le comportement d'une couche prismatique à section rectangulaire entre un puits d'injection et un puits de soutirage, ces puits étant

FIG. 3

situés loin des extrémités de la tranche considérée. Nous avons donc affaire à un déplacement pratiquement bidimensionnel (fig. 3). Nous allons voir comment s'y prendre pour effectuer la similitude de ce gisement sur un modèle physique de dimension réduite.

Soient les données du gisement :

— matrice poreuse :

$$\begin{aligned} \text{longueur } L &= 400 \text{ m} \\ \text{hauteur } l &= 23 \text{ m} \\ \text{porosité } \Phi &= 0,30 \\ \text{perméabilité } k &= 10^{-8} \text{ perm} \end{aligned}$$

— fluides :

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 0,36 \text{ cP}_0 \\ \mu_2 &= 2,2 \text{ cP}_0 \\ \rho_1 &= 1 \text{ g/cm}^3 \\ \rho_2 &= 0,74 \text{ g/cm}^3 \\ \sigma &= 25 \text{ dynes/cm} \end{aligned}$$

Nous disposons, pour constituer le milieu poreux artificiel, de billes de verre calibrées dont l'empilement désordonné optimal donne une porosité voisine de 0,35, pratiquement indépendante de la taille des grains, donc de la perméabilité. Par suite $\Phi'/\Phi = 7/6$.

Choisissons, pour des raisons d'encombrement : $l' = 15 \text{ cm}$, ce qui donne :

$$\frac{l}{l'} = \frac{L}{L'} = 152,3$$

d'où :

$$L' = 261 \text{ cm}$$

Si nous conservons la même valeur de $\Delta\rho$ égale à $0,26 \text{ g/cm}^3$, la conservation du groupe réduit $\Delta\rho L\sqrt{k}/\sigma$ donne :

$$\frac{\sqrt{k'}}{\sigma'} = 6,1 \cdot 10^{-4}$$

Du choix de k' dépendra la valeur de σ' . Or, comme nous l'avons vu, k' doit rester inférieur à une certaine valeur pour que le nombre de Reynolds maximal utile reste inférieur au nombre de Reynolds limite de validité de la loi de Darcy généralisée. Supposons k' choisi et σ' ainsi défini.

C'est alors que nous voyons l'intérêt d'avoir remplacé μ_2 par μ_1 dans les deux derniers groupements réduits; en effet, si l'on veut obtenir un $\Delta\rho'$ aussi grand que celui demandé, il faut alourdir l'eau en y dissolvant un sel et, si l'on veut diminuer la tension interfaciale, il faut ajouter dans l'eau un corps tensioactif non soluble dans l'huile, pour qu'il n'y ait aucune miscibilité. En général, ces corps tensioactifs sont assez visqueux et l'influence de sels dissous influe très peu sur la viscosité du mélange. On sera donc amené à adopter une valeur de μ_1 nettement supérieure à la centipoise. Comme, parmi les huiles, on trouve une gamme très étendue de viscosités avec une faible variation de la masse volumique, l'ajustement de la viscosité de l'huile ne présentera aucune difficulté.

Nous passerons sur le détail des calculs qui nécessitent la connaissance des caractéristiques des fluides disponibles, de leurs mélanges et du sens de leur mouillabilité avec les billes de verre. Nous obtenons ainsi les valeurs suivantes :

$$k' = 8,2 \cdot 10^{-6} \text{ perm qui correspond à un empiement de billes de granulométrie comprise entre } 1\,000 \text{ et } 1\,100 \mu;$$

$$\sigma = 4,7 \text{ dynes/cm};$$

$$\mu_1' = 2,94 \text{ cP}_0 \quad \rho_1' = 1,11 \text{ g/cm}^3;$$

$$\mu_2' = 18,3 \text{ cP}_0 \quad \rho_2' = 0,85 \text{ g/cm}^3.$$

Nous avons vu que, $\Delta\rho$ étant conservé, les pressions capillaires sont dans le rapport de similitude géométrique. Par suite, si, dans le gisement, l'épaisseur de la zone de transition capillaire est de deux mètres, elle sera de l'ordre du centimètre dans le modèle, donc négligeable, puisque du même ordre de grandeur que la dimension linéaire du volume macroscopique élémentaire.

Le nombre de Reynolds limite, rapporté au diamètre des billes, à ne pas dépasser, a été trouvé expérimentalement égal à 2,7 environ, ce qui dans notre cas donne :

$$V < 0,6 \text{ cm/s}$$

en prenant pour μ la valeur que l'on a dans le liquide le moins visqueux.

Cette valeur limite de V est déjà grande et permet pratiquement les débits de fluide les plus variés dans le modèle, lorsqu'on fera varier les conditions aux limites.

La conservation du groupement $k\Delta\rho/\mu_1 V$ nous donne l'échelle des temps en prenant $V = \Phi L/t$:

$$\frac{t}{t'} = \frac{\Phi}{\Phi'} \frac{k'}{k} \frac{\mu_1}{\mu_1'} \frac{L}{L'}$$

Dans notre cas, nous trouvons :

$$\frac{t}{t'} = 13\,100$$

Autrement dit, le temps d'un essai sur le modèle sera 13 100 fois moins long que le temps d'essai dans le gisement, ce qui constitue l'avantage le plus appréciable. Cet avantage est absolument général quand on utilise la similitude approchée, c'est-à-dire quand la perméabilité du modèle est supérieure à celle du milieu naturel.

2.3. Remarque.

Nous avons vu que les phénomènes à grande échelle pouvaient être étudiés sur des modèles à échelle beaucoup plus petite. Nous remarquons que, pour étudier certains phénomènes fondamentaux qui se passent à très petite échelle, il peut être intéressant de dilater au contraire les échelles et d'opérer sur des dimensions géométriques permettant une observation à l'échelle microscopique. Cependant, là encore, en écoulement diphasique principalement, il faudra avoir recours à une similitude approchée, de façon que les mesures macroscopiques correspondantes ne soient pas effectuées à une échelle inférieure au volume macroscopique élémentaires, pour laquelle elles n'auraient plus de sens. Autrement dit, il pourra arriver que les grains du modèle soient, dans ce cas, à une échelle inférieure à l'échelle de similitude géométrique.

3. — TECHNOLOGIE DES MODÈLES

Nous ne nous étendrons pas sur la technologie des modèles, ce qui serait fastidieux, chaque modèle présentant un cas d'espèce. Nous essaierons néanmoins de dégager les idées essentielles en donnant un aperçu des mesures désirées, des principales précautions à prendre et des difficultés qui n'ont pu encore être résolues.

La technologie des modèles est subordonnée d'abord aux possibilités de mesure. La méthode de mesure la plus intéressante par les renseignements qu'on en retire est la visualisation, qui permet, par l'adjonction d'un colorant convenable soluble dans un seul des deux fluides, d'obtenir un contraste suffisant pour suivre nettement l'évolution d'un front de saturation lorsqu'il existe. Par l'observation macroscopique, on peut en outre déterminer la quantité d'huile résiduelle, si on connaît la quantité d'eau résiduelle et la récupération en huile. On peut également déterminer l'efficacité de balayage, au moment de l'arrivée d'eau à la sortie du modèle, c'est-à-dire le rapport de la surface balayée à la surface à balayer. Par suite, les parois du modèle seront constituées de matériaux transpa-

rents : plaques de plexiglas ou de verre. Un avantage supplémentaire de la transparence du modèle est l'observation microscopique des phénomènes diphasiques par cinématographie.

Il serait évidemment intéressant d'effectuer simultanément des mesures de pression dans l'une et l'autre phase, mais les manomètres disponibles actuellement, bien que de faible variation de capacité, ont des temps de réponse trop longs, à cause de la présence des cloisons semi-perméables à la paroi du modèle, pour être utilisés dans l'examen des déplacements transitoires un peu rapides. Par contre, pour les écoulements simultanés de deux fluides en régime permanent, il est possible de mesurer les pressions.

Il peut être également utile de mesurer les saturations. A l'heure actuelle, nous disposons à l'Institut Français du Pétrole de deux méthodes de mesure des saturations : une méthode par absorption diélectrique qui nécessite des électrodes placées le plus près possible du milieu poreux et une méthode par absorption des rayons γ . Dans cette dernière méthode, tout l'appareillage se trouve à l'extérieur du modèle, dont la paroi peut d'ailleurs être métallique.

Les débits sont mesurés soit avec des appareils du commerce donnant le débit instantané, soit avec des appareils fournissant le débit cumulé sur un temps court.

Dans la conception du modèle, il faut prendre certaines précautions. Les unes sont d'ordre mécanique, les autres d'ordre thermique. Enfin, d'autres précautions concernent le milieu poreux et les fluides.

Au point de vue mécanique, il faut que le modèle ne se déforme pas. En effet, au gradient statique de pression dû à la pesanteur s'ajoute le gradient de pression hydrodynamique, si bien que, pour un modèle long et de faible perméabilité, la différence de pression entre les extrémités peut être grande et entraîner une déformation. Ceci est surtout sensible pour les modèles dont les parois sont en plexiglas. D'autre part, le tassement du milieu poreux dans le modèle exige des ouvertures importantes, dont il faudra étudier soigneusement la fermeture pour éviter des déformations supplémentaires.

Au point de vue thermique, les viscosités et les tensions interfaciales dépendant de la température, il y a lieu de maintenir pendant tout l'essai la température du modèle et des fluides à une valeur aussi constante que possible. Il en est de même des pompes, qu'elles soient à piston ou à engrenages. En effet, elles délivrent un débit volumétrique constant et si l'essai est effectué à débit total constant, il faut que leur température ne varie pas. Autrement dit, l'ensemble du modèle, des pompes et des circuits de liaison doit être thermostaté.

Le milieu poreux doit être tassé uniformément et conserver au cours du temps son tassement originel. Nous avons mis au point un procédé qui permet de remplir ces conditions et donne une porosité uniforme quelle que soit la grosseur des billes. La plus grosse difficulté dans un milieu poreux artificiel non consolidé vient des limites. Au voisinage immédiat de parois lisses, la porosité est plus grande qu'au sein du milieu poreux. L'effet de cette variation de porosité se répercute assez loin à l'intérieur du milieu poreux, si bien qu'au voisinage de la paroi, le volume macroscopique élémentaire n'est plus le même que celui qu'on rencontre partout ailleurs dans le massif. Par suite l'homogénéité n'est plus respectée; il en est de même de l'isotropie. Pour éviter cet effet nous pouvons soit coller des billes de même dimension à la paroi, soit utiliser une peau étanche en matière plastique plaquée sur la paroi, mais non collée, que l'on gonfle ensuite sous une pression supérieure à la pression maximale régnant dans le modèle (fig. 4).

Un autre problème de limite se présente aux extrémités du milieu poreux, problème lié à la fois aux caractéristiques du milieu poreux et des fluides. Les effets capillaires d'extrémité seront

Fig. 4

d'autant plus réduits que la perméabilité sera plus grande et la tension interfaciale plus faible. Lorsque le modèle représente une tranche de milieu poreux, le grillage qui maintient le massif devra être constitué de mailles suffisamment fines pour que les grains ne puissent le traverser, mais cependant pas trop fines pour ne pas retenir un fluide plutôt que l'autre. Lorsqu'il y a des puits dans le modèle, ce phénomène capillaire sera difficile à simuler.

Le choix de la constitution chimique des fluides joue également un grand rôle, car il faut éviter l'attaque des canalisations ou des parois du modèle, ce qui entraîne une modification des caractéristiques des fluides et des risques de colmatage du milieu poreux. Il ne faut pas oublier que, même si les réactions chimiques sont lentes, elles doivent être évitées. La mise en œuvre d'un modèle est longue et le modèle doit servir longtemps sans être altéré, pour avoir le temps d'explorer toute une gamme de fonctionnement.

Il nous est cependant arrivé, à cause d'une variation de la mouillabilité, d'être obligé de renouveler le milieu poreux à l'intérieur d'un modèle. Nous n'avons pas encore trouvé d'autre remède à cette situation.

4. — PRÉSENTATION DE QUELQUES RÉSULTATS D'ESSAIS SUR MODÈLES

Nous n'avons pas encore abordé dans nos laboratoires l'étude des déplacements tridimensionnels dans les modèles physiques, car la visualisation est insuffisante et notre méthode de mesure des saturations par absorption des rayons γ commence seulement à être au point. Aussi je n'ai choisi que des exemples de déplacement bidimensionnel.

Le premier exemple est celui dont nous venons de traiter numériquement la similitude. Il concerne un gisement de pétrole existant. Nous n'entrerons pas dans le détail de cette étude qui a fait déjà l'objet d'un rapport complet [6]. Le

modèle est un parallélépipède rectangulaire de milieu poreux de 15 cm de hauteur, 1 cm d'épaisseur et 245 cm de longueur, ce qui signifie simplement que la longueur de la tranche dans le gisement originel est de 375 m au lieu des 400 m que nous avons choisi initialement. Quoique le pendage de la couche soit connu, nous avons fait varier celui du modèle pour étudier l'influence du groupement sans dimension

$$\Delta \rho g k \sin \alpha / \mu V$$

qui contient les nombres sans dimension

$$\Delta \rho g k / \mu V \text{ et } \alpha,$$

pendage de la couche, et qui apparaît dans certaines théories simplifiées.

Dans tous les essais, le front est horizontal au

FIG. 5

Exemple de forme du front dans un déplacement subcritique en régime asymptotique.

$$\alpha = 30^\circ \quad q_i = 2 \text{ cm}^3/\text{mn} \quad A \cdot \sin \alpha = 2,136$$

FIG. 7

Exemple de forme du front dans un déplacement supercritique.

$$\alpha = 30^\circ \quad q_i = 6 \text{ cm}^3/\text{mn} \quad A \cdot \sin \alpha = 0,745$$

FIG. 6

Essai n° 30 114.

$$\alpha = 30^\circ \quad Q = 2 \text{ cm}^3/\text{mn} \quad A \cdot \sin \alpha = 2,13$$

FIG. 8

Essai n° 30 110.

$$\alpha = 30^\circ \quad Q = 6 \text{ cm}^3/\text{mn} \quad A \cdot \sin \alpha = 0,746$$

FIG. 9

Exemple de forme du front dans un déplacement supercritique.

FIG. 10

Essai n° 31 309.

$Q = 0,438 \text{ cm}^3/\text{s}$ $Q = 2,786$

FIG. 11

Essai n° 31 302.

$Q = 0,315 \text{ cm}^3/\text{s}$ $\bar{Q} = 0,311$

temps zéro et le débit est constant. La figure 5 présente une photo de front en régime subcritique de déplacement (débit faible), c'est-à-dire lorsqu'il existe une position asymptotique du front, rectiligne et se déplaçant en translation. La figure 6 donne les positions successives du front en fonction du temps.

La figure 7 présente une photo en régime supercritique (débit fort), c'est-à-dire lorsque le front s'allonge constamment. La figure 8 donne les positions successives du front en fonction du temps.

Le deuxième exemple est celui du déplacement appelé en terme pétrolier « edge coning ». C'est l'étude de la déformation de l'interface eau-huile dans une couche mince inclinée, sous l'effet du soutirage d'huile, l'aquifère n'étant pas alimenté. Il existe un débit critique dépendant de la distance du plan d'eau initial au puits. Au-dessous de ce débit, l'interface atteint une position d'équilibre et au-dessus, au bout d'un temps fini, l'eau arrive au puits. Cette étude a déjà fait l'objet d'un rapport détaillé [7].

La photo 9 présente une photo de front. La figure 10 donne l'évolution du front en fonction du temps pour un régime subcritique et la figure 11, pour un régime supercritique.

5. — CONCLUSION

Dans l'état actuel de nos possibilités de mesure, l'étude des écoulements sur des modèles physiques est encore limitée. Cependant, de nombreux cas peuvent être traités, dont la solution mathématique n'existe pas encore. L'extension de la méthode sera étendue prochainement aux modèles tridimensionnels, la position du front étant déterminée par mesure des saturations.

Dans tout ce qui précède, nous n'avons traité que de fluides non miscibles. Cependant, les déplacements miscibles ont déjà fait l'objet d'études sur modèle. Pour de tels déplacements, l'étude de la similitude fait apparaître d'autres groupes sans dimension et, bien entendu, d'autres difficultés pour réaliser une similitude approchée.

La technique des modèles physiques appliquée aux déplacements dans les milieux poreux est encore assez récente en France, puisque, notamment à l'Institut Français du Pétrole, elle n'a débuté qu'il y a deux ans. Aussi n'a-t-elle pas fini de progresser. Ses applications n'ont aucune raison de se limiter au domaine pétrolier. Nous pensons que l'hydraulique souterraine fera de plus en plus appel à cette technique. Nous citerons, comme possibilités d'études intéressantes, les déplacements diphasiques eau-air et les déplacements de fluides miscibles du type eau douce-eau de mer.

Bibliographie

- [1] MARTINOT-LAGARDE (A.). — Similitude physique, exemples d'application à la mécanique des fluides. *Mémoires des Sciences Physiques*, fascicule LXVI, 1960.
- [2] LAM (N. D.) et DIEMER (E.). — Théorie de la similitude appliquée aux modèles physiques d'écoulement en milieu poreux. Rapport I.F.P., réf. n° 6 966, déc. 1961.
- [3] LE FUR (B.). — Mécanique des fluides dans les milieux poreux. Cours du 3^e cycle, Sorbonne, Paris, 1962-1963.
- [4] RAPOPORT (L. A.). — Scaling laws for use in design and operation of water-oil flow models. *Petroleum Transactions, A.I.M.E.*, vol. 204, pp. 143-150, 1955.
- [5] COLLINS (R. A.). — Flow of fluids through porous materials. *Reinhold Publishing Corporation*, New York, 1961, pp. 222-229.
- [6] LE FUR (B.) et SOURIEAU (P.). — Etude de l'écoulement diphasique dans un couche inclinée et dans un modèle rectangulaire de milieu poreux. *Colloque A.R.T.F.P.*, juin 1963, communication n° 18. Rapport I.F.P. n° 8 497, juin 1963.
- [7] CAILLEAU (Y.), JEANSON (B.), VAN QUÏ (N.) et CHAUMET (P.). — Etude numérique et expérimentale de l'« edge coning ». *Colloque A.R.T.F.P.*, juin 1963, communication n° 19. — Rapport I.F.P. n° 8 498, juin 1963.

DISCUSSION

Président : M. CHAPOUTHIER

M. le Président remercie M. SOURIEAU et ouvre la discussion.

M. MALCOR demande à M. SOURIEAU si le modèle dont il vient de parler est correct en ce qui concerne les quantités de fluides résiduels.

M. SOURIEAU indique que, pour ne pas trop allonger sa communication, il n'a pas parlé de ce sujet, mais qu'il en a donné la référence dans son texte.

Cela introduit une nouvelle définition de la saturation qui fait intervenir les valeurs extrêmes, maximale et minimale, de cette notion. Pour l'instant, on n'a pas reproduit intégralement ce qui se passerait dans les gisements, parce que l'on a constaté que les milieux utilisés ne sont pas forcément mouillables de la même façon pour tous les fluides et que la mouillabilité varie au cours du temps. A ce moment-là, les quantités de

fluide résiduel ne sont plus les mêmes et on peut avoir des variations non négligeables. On n'a certainement pas reproduit la quantité de fluide résiduel qui se trouve dans le gisement.

M. le Président dit qu'il reste encore des progrès à faire, ce qui est satisfaisant pour les chercheurs.

M. le Président remercie M. SOURIEAU et lui dit ainsi qu'à M. LAGARDE, au nom de la Société Hydrotechnique de France et des hydrauliciens, combien ces rapports entre techniques voisines sont appréciables. L'industrie du pétrole est très intéressante, car elle a un patrimoine commun avec l'hydrotechnique (lois de Darcy et de Dupuit), et parce qu'il y a dans ce patrimoine commun des différences entre les deux techniques, différences qui sont génératrices de progrès et qui nous feront peut être faire des découvertes dans le domaine de l'hydraulique pure.