

Communication présentée  
 au Comité Technique de la Société Hydrotechnique de France  
 le 20 mars 1964

# RÉFLEXIONS SUR LA RECHERCHE DE SIMILITUDE HYPERDISTORDUE POUR L'ÉTUDE DES ÉCOULEMENTS A SURFACE LIBRE DANS LES CANAUX

PAR  
 C. THIRRIOT \* et S. BORIES \*\*

---

## Introduction

---

Généralement, pour éviter la distorsion dans les fronts d'intumescences, on essaie de réaliser la similitude géométrique. Cependant, les matériaux employés imposent souvent d'utiliser une similitude faisant intervenir une distorsion longitudinale. Mais à notre connaissance, il est très rare que l'on envisage une déformation transversale du profil.

Nous tenons cependant à signaler que dès 1942, M. Révénières proposait la réalisation de modèles à trois échelles qui introduisaient la distorsion longitudinale et la distorsion transversale.

Dans ce rapport, nous présenterons quelques-unes des réflexions qui nous ont été suggérées par notre expérimentation sur modèle réduit et nos recherches sur la similitude.

En effet, le problème de la similitude dans des ouvrages très simples, dans des canaux prismatiques, est loin d'être exploré. La comparaison d'essais sur prototypes et sur modèle montre, par exemple, des divergences assez grandes dans l'évolution des ondulations secondaires accompagnant les fronts d'intumescences.

D'autre part, il règne toujours une imprécision certaine sur l'évaluation des paramètres caracté-

ristiques d'un canal ou d'un écoulement. Dans les meilleures conditions, le débit est estimé à 1 ou 2 % près. Le coefficient de rugosité est mesuré avec une imprécision de l'ordre de 5 %. De récents essais ont montré qu'il variait d'ailleurs très largement dans le temps.

La loi d'évolution de la perte de charge en fonction du tirant d'eau présente elle aussi un certain degré d'arbitraire, et elle n'est vraisemblablement valable qu'au voisinage d'un écoulement pris comme référence.

Dans ces conditions, il semble intéressant d'examiner les similitudes approchées qui feraient correspondre deux écoulements sur l'ouvrage prototype et sur le modèle réduit avec une approximation qui ne serait pas supérieure à l'incertitude due à l'évaluation des paramètres caractéristiques.

L'idée de base est donc de définir des conditions de similitude qui feraient correspondre rigoureusement deux points de fonctionnement sur prototype et sur modèle, et qui seraient satisfaites de manière approchée au voisinage de ces points de fonctionnement que nous désignerons sous le nom de points de fonctionnement de référence.

Cette hypothèse n'est d'ailleurs pas nouvelle, elle est en somme utilisée implicitement dans des méthodes de calcul de courbes de remous telles que la méthode de Bakhmeteff ou les procédés simplifiés d'étude des régimes transitoires.

Lorsqu'on recherche les critères de similitude, on peut soit utiliser les règles d'analyses dimensionnelles, soit partir des expressions constituant le modèle mathématique du phénomène.

Dans une première approche de la similitude

---

\* Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Toulouse.

\*\* Docteur en Hydrodynamique.

hyperdistordue, nous avons voulu nous fonder, pour définir les critères de similitude, sur la notion intuitive de conservation du nombre de Froude et de la pente relative de la ligne de charge  $J$  par rapport à l'inclinaison longitudinale du canal  $I$  soit  $J/I$ .

Ces deux conditions, satisfaisantes pour obtenir la similitude des écoulements graduellement variés, ne sont plus suffisantes en général, dans le cas des écoulements transitoires.

Au cours de nos réflexions sur la similitude approchée, nous avons envisagé deux voies différentes : la première méthode consiste à l'utilisation de l'équivalence entre des écoulements dans des canaux prismatiques et les écoulements dans des canaux de très grande largeur.

La deuxième idée est fondée sur l'affinité des profils (\*). Dans ce rapport nous parlerons exclusivement de la première méthode appliquée aux ouvrages à profil trapézoïdal.

---

**Similitude  
des écoulements en régime  
permanent**

---

PRINCIPES ET CRITÈRES DE SIMILITUDE.

Nous avons passé en revue quelques-unes des causes d'approximation qui entachent d'incertitude toute détermination des écoulements à surface libre.

Alors, pourquoi ne pas remplacer l'écoulement réel par un écoulement « tangent » d'étude plus aisée? Cette idée nous a conduits à considérer comme écoulement tangent celui qui se produirait dans un canal équivalent de grande largeur. Les paramètres fixant cet écoulement de grande largeur, débit et coefficient de Strickler équivalents, seront définis en imposant que le nombre de Froude et la perte de charge linéaire  $J$  soient les mêmes en un point de l'écoulement réel et au point homologue de l'écoulement tangent.

Ainsi, un écoulement dans le prototype conduit à la définition d'un écoulement tangent prototype. De même, les écoulements dans un modèle donnent naissance à un groupe d'écoulements tangents modèles. Pour réaliser la similitude entre un écoulement dans le canal prototype et un écoulement sur modèle, il faudra donc effectuer la similitude entre deux écoulements dans des canaux de grande largeur. L'intérêt immédiat de cette observation est qu'elle rend possible la similitude entre deux ouvrages prismatiques n'ayant pas des profils semblables.

Ce passage de l'écoulement ouvrage à l'écoulement modèle réduit par l'intermédiaire des écoulements tangents est très concret, mais cette transition des écoulements équivalents de grande largeur n'est pas indispensable, et l'on peut passer directement d'un écoulement dans un ouvrage prismatique à un écoulement similaire dans un canal aussi prismatique, mais de profil différent. Pour mettre ceci en évidence de

manière rapide, nous considérerons l'équation différentielle représentative de l'écoulement graduellement varié.

Les notations sont les suivantes :

- $Q$  = débit;
- $C$  et  $K$  = coefficients de perte de charge;
- $B_0$  = largeur au radier;
- $I$  = pente de fond;
- $m$  = fruit des berges;
- $H$  = tirant d'eau;
- $P$  = périmètre mouillé;
- $R$  = rayon hydraulique;

Choisissons un point de référence au voisinage duquel sera réalisée la similitude approchée. Ce point sera caractérisé par le tirant d'eau  $H_0$  (qui pourra être par exemple le tirant d'eau moyen de l'écoulement).

Les conditions de similitude conduisent aux relations suivantes qui traduisent l'égalité de la perte de charge et du nombre de Froude.

$$\frac{Q^2}{S^2 K^2 I R^n} = \text{Cte} \quad \frac{Q^2 B}{g S^3} = \text{Cte}$$

avec  $n = 4/3$  ou  $1$  suivant que la formule de perte de charge utilisée est celle de Strickler ou de Chézy. Soit, en valeurs réduites, en posant :

$$h = \frac{H}{B_0}, \quad \sigma = \frac{S}{B_0^2}, \quad r = \frac{R}{B_0}, \quad p = \frac{P}{B_0}, \quad b = \frac{B}{B_0}$$

$$(1) \frac{Q^2}{K^2 I B_0^{4+n} \sigma^{2r^n}} = \text{Cte} \quad \frac{Q^2 b}{g B_0^5 \sigma^3} = \text{Cte} \quad (2)$$

Le groupe  $g(h) = (h^{1/2}/\sigma^{3/2})$  sera appelé module de similitude des débits.

En éliminant  $Q$  entre les expressions (1) et (2), il vient :

$$(3) \frac{K^2 I B_0^{n-1} b r^n}{g \sigma} = \text{Cte}$$

Le groupe (4)  $b^{1/2} r^{n/2} / \sigma^{1/2}$  sera appelé *module caractéristique de similitude* ( $M_s$ ).

Si la perte de charge est exprimée suivant la formule de Strickler  $n = 4/3$ , nous avons pour (5) :

$$M_s = \frac{b^{1/2} r^{n/2}}{\sigma^{1/2}} = \frac{b^{1/2} \sigma^{1/6}}{p^{2/3}}$$

Notons au passage que le module de similitude des débits est une puissance du débit critique réduit, et que le module général de similitude est analogue à la pente caractéristique telle qu'elle est définie par MM. Lazard et Silber. Les premières expériences et les essais numériques effectués montrent la parfaite application des écoulements liés par cette similitude hyperdistordue.

---

**Similitude  
des écoulements en régime  
transitoire**

---

On pourrait déduire hâtivement que la conservation du nombre de Froude et des pertes de charge autour d'un point de fonctionnement de référence suffit pour assurer la similitude approchée des régimes transitoires.

(\*) J. CARPENTIER. C.R.A.S., t. 256, p. 2775, 1963.

En fait, la modification du profil introduit une nouvelle condition de similitude, et l'on sera obligé d'admettre de nouvelles approximations pour obtenir une similitude hyperdistordue locale.

Plutôt que de considérer les équations aux dérivées partielles générales de Saint-Venant, nous emploierons les relations différentielles traduisant le fonctionnement hydraulique le long des courbes caractéristiques, car dans ces lois caractéristiques, il est assez aisé de faire apparaître le nombre de Froude. Ces relations se présentent sous la forme :

$$dS - \frac{dQ}{v \pm c} + gS \frac{1 - (J/I)}{v^2 - c^2} IdX = 0$$

qu'il est possible de transformer pour faire apparaître le nombre de Froude :

$$\mathcal{F} = \sqrt{\frac{Q^2 B}{g S^3}} = \frac{v}{c}$$

Il vient alors :

$$\frac{dH}{H} - \frac{dQ}{Q} \frac{1}{\mathcal{F} \pm 1} \mathcal{F} \frac{S}{BH} + 1 \frac{dX}{H} \frac{1 - (J/I)}{1 - \mathcal{F}^2} = 0$$

On voit que, pour réaliser la similitude, il faudrait obtenir à la fois la conservation des nombres sans dimension suivants :

$$\mathcal{F} = \text{Cte} \quad \frac{J}{I} = \text{Cte} \quad \frac{S}{BH} = \text{Cte}$$

La conjonction de ces trois hypothèses est impossible dans le cas général : nous verrons qu'elle est réalisable dans le cas de transformation des profils par affinité. Nous proposons donc d'examiner la validité d'une correspondance des écoulements qui n'assureraient pas la conservation des nombres de Froude, mais la constance des rapports J/I et du produit  $\mathcal{F} (S/BH)$  pour les points de fonctionnement de référence homologues.

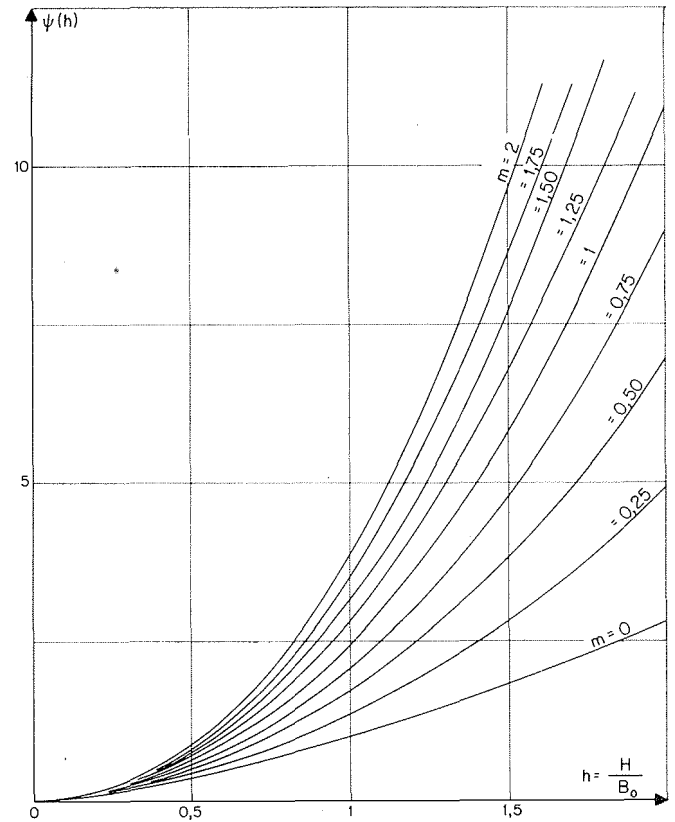
Ceci fait intervenir les modules de similitude dont les variations sont représentées sur les figures 1 et 2.

Ces approximations peuvent être comparées à celles qui sont introduites dans les hypothèses de base des constructions graphiques utilisant les fonctions tirant d'eau H et débit Q. Et cependant, malgré ces approximations, la méthode graphique donne des résultats qui sont le plus souvent satisfaisants. Le meilleur juge de la validité de cette similitude approchée est en définitive l'expérience. Les premiers essais réalisés montrent que compte tenu de l'imprécision irréductible des mesures, la correspondance entre écoulements liés par ces règles de similitude, est convenable surtout pour les ouvrages de longueur modérée (fig. 3 et 4).

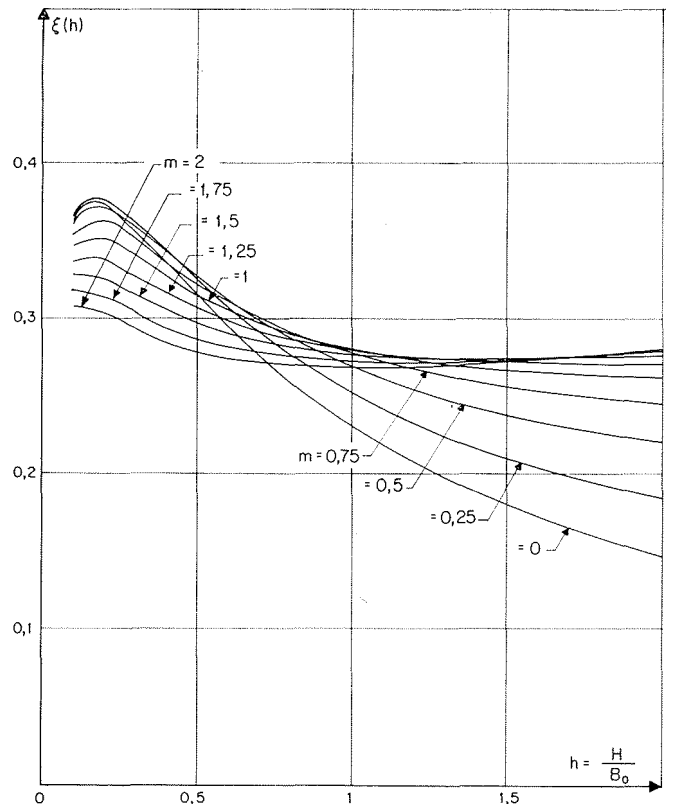
**Conclusions**

La similitude hyperdistordue dont nous venons de parler est une transformation qui fait correspondre des écoulements plutôt que des ouvrages. Elle n'est valable que dans une plage restreinte de tirants d'eau autour d'une hauteur d'eau prise comme référence. Elle peut se prêter à trois types d'applications :

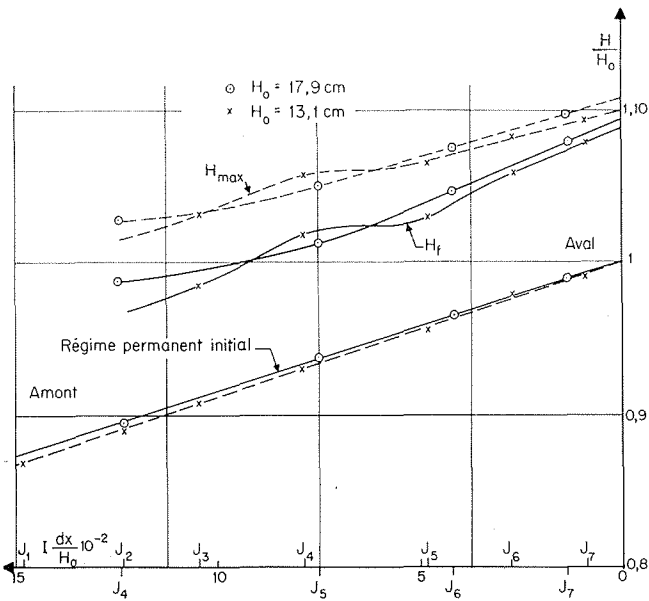
1° Etude sur un modèle réduit de profil différent



1/ Module de similitude de débit en régime transitoire. Flow similitude module for transient conditions.

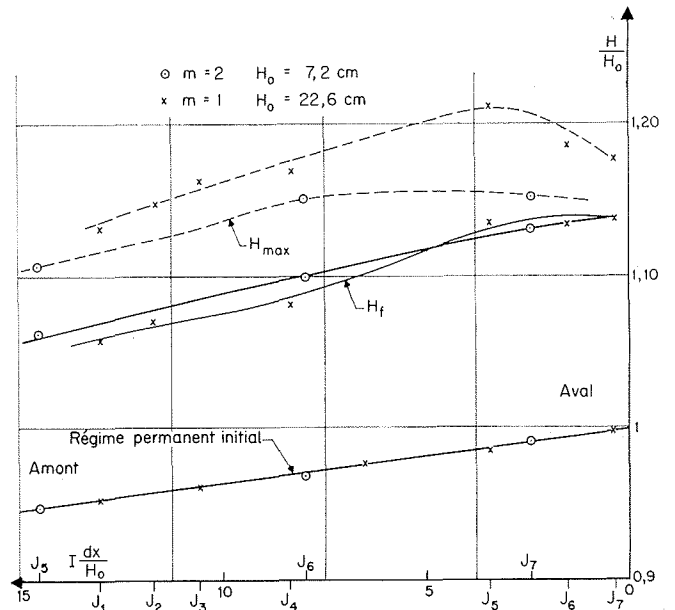


2/ Module caractéristique de similitude des régimes transitoires. Formule de Strickler. Characteristic similitude module for transient conditions. Strickler's formula.



3/ Similitude. Application dans  $m = 2$ .

*Similitude for  $m = 2$ .*



4/ Comparaison d'écoulements en similitude correspondant à  $m = 1$  et  $m = 2$ .

*Similitude for  $m = 2$  applied to  $m = 1$ .*

de l'ouvrage industriel, d'écoulement similaire à l'écoulement de base prévu dans l'ouvrage :

Un laboratoire qui dispose d'un canal dont les berges sont réglées à une certaine pente, pourra utiliser celui-ci pour une étude de régime transitoire, concernant un ouvrage de profil différent.

2° *Essai de classement des écoulements transitoires en groupes :*

La similitude géométrique, et encore plus la similitude distordue longitudinalement, permettent déjà d'associer à un écoulement étudié sur modèle ou observé sur ouvrage, toute une famille d'écoulements. L'utilisation de la similitude hyperdistordue permet d'élargir l'ensemble d'écoulements formant un groupe, et par-là, de diminuer le nombre de groupes à étudier pour avoir une connaissance générale des intumescences.

3° *Etude d'écoulements tangents équivalents dans les canaux de grande largeur :*

La notion de similitude hyperdistordue favorise

aussi l'utilisation de l'équivalence entre écoulement de base et écoulement tangent, dans des canaux de grande largeur. Or les constructions graphiques sont grandement facilitées par la considération d'écoulements de cette sorte. Les épures construites suivant la méthode de M. Craya font intervenir uniquement des droites caractéristiques, et la perte de charge est particulièrement simple à évaluer. Nous pensons poursuivre nos essais en expérimentant aussi la similitude fondée sur l'affinité et que nous avons seulement mentionnée dans ce rapport.

Cette catégorie de similitude hyperdistordue conserve rigoureusement le nombre de Froude, mais ne permet pas de passer d'un écoulement dans un canal de profil trapézoïdal à un écoulement à section rectangulaire. Ainsi, similitude par affinité ou similitude par équivalence se reliaieraient heureusement.

Parmi le personnel du Laboratoire qui a facilité nos recherches, nous tenons à remercier plus particulièrement MM. Bacon et Mire.

**Abstract**

**Considerations on achieving hyperdistorted similitude in free-surface flow wave flume investigations by C. Thirriot \* and S. Bories \*\***

Unavoidable level and flow measurement errors, the very definite uncertainty as to how loss to head varies with depth of water, and variations in the coefficient of frictional resistance all combine to limit the possibilities of reproducing free-surface flows.

It seems to be interest, therefore, to examine the similitude conditions whereby given prototype and model flows could be made to correspond to within a degree of approximation not exceeding the degree of uncertainty

\* Maître de conférences à la Faculté des Sciences de Toulouse.

\*\* Docteur en hydrodynamique.

attached to the evaluation of the relevant characteristic parameters. The basic idea is thus to define similitude conditions enabling an operating point on the prototype to strictly correspond with on the model, and which is approximately satisfied near these "reference operating points".

This is by no means a new assumption, as it has already been used implicitly in backwater curve calculation methods (e.g. Bakhmeteff) or simplified procedures for the investigation of transient regimes.

The authors have considered two possible approaches, one of which makes use of the equivalence of flows in prismatic and very broad channels, and the other being based on profile similitary.

In the case of steady flow conditions, the authors have attempted to base the definition of similitude criteria on the intuitive idea of conserving both Froude number and the slope  $J/I$  of the hydraulic gradient  $J$  with respect to the longitudinal canal slope  $I$  in the vicinity of two homologous "reference points".

By using non-dimensional quantities, non-dimensional groups  $G(h)$  and  $M(h)$  are obtained; these are considered in the definition of the similitude parameters, being similar to the non-dimensional critical flow rate and characteristic slope defined by Lazard and Silber.

The local conservation of Froude number and the  $J/I$  ratio is not sufficient to ensure approximate similitude for transient flow conditions, however, for which a third condition " $S/BM = a$  constant" has to be added. The conjunction of these three assumptions is only possible where the profiles can be transformed by similarity.

For the general case, the validity has been examined of a similitude condition based on the constancy of  $J/I$  and  $S/BM$ .

These approximations are comparable to those considered for the basic assumptions made for graphical constructions using the depth of water and discharge functions  $H$  and  $Q$ ; they nearly always give satisfactory results. All things considered, however, the experimental approach still remains the most reliable basis of assessment for the validity of this approximate similitude. The first tests have shown that, allowing for unavoidable measurement error, agreement between flows connected by these similitude rules is satisfactory, especially for structures of moderate length.

The "hyperdistorted" similitude discussed above is a transformation which makes flows correspond rather than structures. It only hold good within a limited range of depth variations about a reference depth. Its three possible types of application are the following:

1. *Investigation of a flow similar to the basic prototype flow on a scale model differing in profile from the prototype.*

A laboratory flume with its sides set at a certain slope can be used to study transient flow conditions for a different structural profile.

2. *Attempted classification of transient flows into groups.*

Geometrical similitude—and even more so longitudinally distorted similitude—enable a whole "family" of flows to be associated with flows observed on the model or the prototype.

3. *Study of equivalent tangent flows in very broad flumes.*

The "hyperdistorted" similitude notion also facilitates use of the equivalence between basic and tangent flows in very broad flumes. Flows of this sort are of very valuable assistance for graphical constructions.