UNE MÉTHODE EXACTE DE DÉTERMINATION DES CONSTANTES RHÉOLOGIQUES DES CORPS PLASTIQUES DE BINGHAM A L'AIDE DU VISCOSIMÈTRE TYPE COUETTE

PAR
W. PARZONKA *

* Docteur-ingénieur, Ecole supérieure d'Agriculture de Wrocław (Pologne), en stage aux Laboratoires de Mécanique des Fluides de l'Université de Grenoble.

1. Dans plusieurs branches d'activité de l'ingénieur, apparaissent des substances dont le mouvement ne peut pas être décrit à l'aide des formules classiques pour les corps newtoniens. Ce sont les différents corps viscoplastiques, tels que vases, limons, mixtures sol-eau, pâtes, schlamms d'égout, etc. La plupart d'entre eux se comportent comme le corps de Bingham; le mouvement laminaire de ce corps est caractérisé par la formule :

$$\tau = \tau_0 + \eta_p (dv/dr)$$

Pour la description de l'écoulement des corps de Bingham, il faut connaître les valeurs des deux constantes rhéologiques τ_0 et η_p . Elles peuvent être déterminées d'après les courbes de fluage mesurées aux viscosimètres rotatifs ou capillaires ainsi qu'avec de longs tubes. Les meilleurs résultats sont obtenus avec les viscosimètres rotatifs type Couette, qui assurent la quasi-uniformité du champ des contraintes pendant les mesures. Mais, à cause de la dimension finie de l'entrefer, les viscosimètres ne donnent que des pseudo-courbes de fluage qui diffèrent des courbes réelles du même corps binghamien (fig. 1).

D'autre part, la dimension finie de l'entrefer arrête la linéarité de la pseudo-courbe de fluage qui, au-dessous de certaines valeurs limites de τ_{R_1} et $(dv/dr)_{R_1}$, s'incline vers l'origine. Pour les grands entrefers et les corps fortement non newtoniens, certains viscosimètres ne donnent que la partie inclinée des pseudo-courbes de fluage correspondant à la zone de cisaillement partiel.

Dans la figure 2, nous présentons l'exemple de l'influence de l'entrefer des viscosimètres rotatifs type Couette sur les pseudo-courbes de fluage d'une vase de différentes concentrations s' . Nous avons mesuré les pseudo-courbes de fluage à l'aide de deux viscosimètres différents, type Couette (Fann et Epprecht), ayant des entrefers différents. Pour les mixtures 1, 3, 5 et 7 de la vase, on a mesuré deux différentes pseudo-courbes de fluage qui donnent (après la correction) des valeurs voisines de η_p et τ_0 , c'est-à-dire des courbes réelles de fluage très rapprochées.

1/ Rhéogramme schématisé pour le corps de Bingham, d'après le viscosimètre type Couette.

Diagrammatic "pseudo" and true creep curves given by a Couette-type viscosimeter for a Bingham body.

2/ Pseudo-rhéogramme pour les mixtures d'une vase, obtenu d'après deux viscosimètres type Couette (Epprecht et Fann).

Creep "pseudo-curves" obtained with two Couette-type viscometers (Epprecht and Fann) for a sludge at various concentrations.

Le problème se pose alors d'opérer de telle manière qu'une grande partie de la pseudo-courbe de fluage soit placée dans la zone linéaire de $(dv/dr)_x$, et d'appliquer ensuite une correction exacte aux pseudo-courbes pour obtenir les constantes rhéologiques τ_0 et η_p . Nous présentons ci-après notre méthode de résolution du problème en question.

2.1. L'utilité majeure des viscosimètres type Couette pour la détermination des constantes rhéologiques des corps visco-plastiques qui suivent la loi de Bingham (diverses pâtes, mixtures, suspensions, etc.) est affirmée par plusieurs chercheurs, cf. [1], [2], [3], [4], [10], [14], [15]. Les viscosimètres modernes à cylindres coaxiaux donnent en général des résultats précis, les mesures sont assez faciles et rapides. L'entrefer relativement grand permet d'étudier même les suspensions grossières contenant de grandes particules, avantage absent, par exemple, dans le viscosimètre type cône-plateau.

Malgré cela, on a fait des critiques des mesures des corps binghamiens à l'aide du viscosimètre type Couette, cf. [6], [8], [9]. On propose même de remplacer les mesures viscosimétriques à l'aide des différents appareils par les mesures viscosimétriques effectuées directement dans les grands tubes, cf. [6], [7], [8], procédé assez précis mais incommode.

Surtout Iakovlev et Laskov ([6], p. 30-33) prétendent que les viscosimètres à cylindres coaxiaux donnent des résultats faux. Ils ont changé les cy-

lindres du viscosimètre PW-4 et obtenu des résultats différents pour la viscosité plastique η_p et pour la tension de cisaillement τ_0 selon les dimensions des cylindres. De ce fait, ils ont tiré la conclusion que les viscosimètres type Couette donnent seulement des résultats qualitatifs.

Laskov [8] a comparé les résultats de mesures viscosimétriques avec tubes à ceux obtenus avec des appareils à cylindres coaxiaux. Pour les mêmes échantillons de schlamm d'égout, il a obtenu des résultats différant de 2,0 à 21,6 fois pour η_p et de 1,23 à 3,45 fois pour τ_0 .

2.2. Une analyse détaillée des travaux précédents [3], [6] et [8] à la base de la méthode présentée ci-dessous, nous a permis de trouver l'explication des grandes différences entre constantes rhéologiques τ_0 et η_p obtenues à l'aide des appareils à différents cylindres, ou entre celles mesurées par les viscosimètres et les tubes. Elles sont causées surtout par des mesures viscosimétriques en dehors du domaine de validité de l'équation de Reiner et Rivlin [12] pour l'appareil type Couette, ainsi que par des erreurs d'interprétation des pseudo-courbes de fluage.

Il faut souligner, que — d'après notre analyse — la plupart des viscosimètres modernes à cylindres coaxiaux possèdent une partie des systèmes de mesures qui n'est pas du tout utilisable pour des corps binghamiens (tabl. III). Ce fait ne peut être expliqué que par un manque de précision du domaine de mesures.

2.3. Dans le travail présenté ci-dessous, nous voudrions d'abord rappeler les principes de la correction des pseudo-courbes de fluage et ensuite présenter la méthode d'analyse et du choix des viscosimètres type Couette.

Les paramètres principaux de l'appareil type Couette sont reliés par l'équation classique de Reiner et Rivlin : (1927, [12]) :

$$\Omega = \left\{ (M/4 \pi l \eta_p) [(1/R_1^2) - (1/R_2^2)] - [(\tau_0/\eta_p) \ln (R_2/R_1)] \right\} \quad (1)$$

L'équation (1) n'est valable qu'à la condition que la substance soit cisailée entièrement dans l'entrefer viscosimétrique :

$$(\tau_{R_2}/\tau_0) > (R_2^2/R_1^2) \quad (2)$$

Quand $\tau_{R_2} < \tau_0$, la substance est cisailée partiellement : — la courbe de fluage cesse alors d'être une droite et s'incline vers l'origine du rhéogramme. Par conséquent, la courbe viscosimétrique n'est pas une courbe réelle pour les corps binghamiens, mais une courbe fictive qui doit être corrigée.

2.5. Correction de mesures :

a) Les valeurs de τ_{R_1} et de $(dv/dr)_{R_1}$ sont données par les équations suivantes (cf. Wilkinson [15] p. 26) :

$$\tau_{R_1} = M/(2 \pi l R_1^2) \quad (3)$$

$$(dv/dr)_{R_1} = 2 \Omega / [1 - (R_1^2/R_2^2)] \quad (4)$$

Posons :

$$(R_2^2/R_1^2) = \alpha \quad (5)$$

et :

$$(dv/dr)_{R_1} = (dv/dr); \quad \tau_{R_1} = \tau$$

En introduisant cela dans (1), on déduit l'expression de (dv/dr) pour la partie linéaire de la pseudo-courbe de fluage :

$$(dv/dr) = \frac{\{\tau [1 - (1/\alpha)] - \tau_0 \ln \alpha\}}{\{\eta_p [1 - (1/\alpha)]\}} \quad (6)$$

b) On peut tirer les valeurs limites basses de la partie linéaire, τ_{bl} et $(dv/dr)_{bl}$, de (2) pour la condition limite de cisaillement :

$$\tau_{bl} = \tau_0 \alpha \quad (7)$$

En introduisant (7) dans (6), on obtient :

$$(dv/dr)_{bl} = (\tau_0/\eta_p) \{(\alpha - 1 - \ln \alpha)/[1 - (1/\alpha)]\} \quad (8)$$

c) On peut alors calculer les valeurs réelles de τ_0 directement d'après (7); celles de η_p sont données par la pente de la partie linéaire de la pseudo-courbe (cf. fig. 1 et 2).

Pour les calculs correctifs de τ_0 , on peut aussi utiliser la méthode proposée par Epprecht [2], basée sur la tension de cisaillement apparente τ_0 (donnée par l'intersection de la partie droite extrapolée avec l'axe de τ , (cf. fig. 1 et 2).

Notamment, l'équation (6) donne, pour :

$$(dv/dr) = 0 :$$

$$\tau_0 = \tau'_0 \{[1 - (1/\alpha)]/\ln \alpha\} \quad (9)$$

En posant :

$$[1 - (1/\alpha)]/\ln \alpha = k_f \quad (10)$$

on arrive à :

$$\tau_0 = \tau'_0 k_f \quad (11)$$

A noter que, dans les deux méthodes de correction de τ_0 données par (7) et par (9), les coefficients correctifs dépendent seulement de α .

2.5. Méthode d'analyse des viscosimètres type Couette.

2.5.0. La correction des résultats des mesures viscosimétriques est donc facile. Il reste maintenant à garantir que la partie linéaire de la pseudo-courbe soit mesurée exactement et placée dans la zone de (dv/dr) valable pour l'application. Pour le cas fondamental — le mouvement dans les tubes —, cette zone ne dépasse pas l'ordre de grandeur de (dv/dr) compris entre 10 et 700 s⁻¹ (pour les tuyaux de diamètre $D > 25$ mm et pour la vitesse du passage du mouvement laminaire au turbulent $v_{crit} < 2$ m/s).

L'intervalle des mesures correctes est limité par (cf. fig. 1) :

a) la valeur limite basse de la partie linéaire de la

pseudo-courbe, $(dv/dr)_{bl}$, donnée par l'équation (8) :

b) la valeur limite haute de la partie linéaire, $(dv/dr)_m$, dépendant de la vitesse angulaire maximale $\Omega_{max.}$ de l'appareil utilisé :

$$(dv/dr)_m = 2 \Omega_{max.}/[1 - (1/\alpha)] \quad (12)$$

$\Omega_{max.}$ est proportionnelle au nombre maximal de rotation du viscosimètre, $W_{max.}$:

$$\Omega_{max.} = 2 \pi W_{max.} \quad (13)$$

c) la valeur limite maximale de la partie linéaire, $(dv/dr)_{ml}$ qui limite supérieurement la zone de linéarité de la pseudo-courbe de fluage. Cette valeur dépend de l'appareil et du liquide; sous l'influence de l'excentricité du cylindre tournant, des vibrations de l'instrument, de l'élévation de la température, de l'apparition de la turbulence, etc., les conditions de mesures correctes ne sont plus réalisées au-dessus du nombre de rotations $W_{max. lin.}$.

Il faut alors délimiter la validité de l'équation (12) ainsi :

$$(dv/dr)_m = \{2 \Omega_{max.}/[1 - (1/\alpha)]\} < (dv/dr)_{ml} \quad (12 a)$$

D'après notre expérience, les valeurs de $W_{max. lin.}$ pour des viscosimètres à cylindres coaxiaux (pendant les essais avec des corps plastiques ayant $(\tau_0/\eta_p) > 10^2$ s⁻¹ se chiffrent ainsi :

— pour les appareils classiques type Couette avec le cylindre extérieur mobile (à l'exemple du viscosimètre Fann modifié avec :

$$W_{max.} = 4\,500 \text{ tr/mn}), \quad W_{max. lin.} \approx 1\,000 \text{ tr/mn};$$

— pour les appareils avec le cylindre intérieur tournant et accouplement flexible (viscosimètre type Epprecht), surtout pour les mixtures concentrées avec $(\tau_0/\eta_p) > 300$ s⁻¹,

$$W_{max. lin.} \approx 200 \text{ tr/mn}$$

2.5.1. L'analyse des équations (8) et (12) donne :

$$(8) \quad \begin{aligned} \text{pour } \alpha = 1,0 & \quad (dv/dr)_{bl} = 0 \\ \text{pour } \alpha = \infty & \quad (dv/dr)_{bl} = \infty; \end{aligned}$$

$$(12) \quad \begin{aligned} \text{pour } \alpha = 1,0 & \quad (dv/dr)_m = \infty \\ \text{pour } \alpha = \infty & \quad (dv/dr)_m = 2 \Omega_{max.} \end{aligned}$$

2.5.2. On déduit de (8), que $(dv/dr)_{bl}$ dépend de α et de (τ_0/η_p) . L'ordre de grandeur de (τ_0/η_p) peut être prévu pour la plupart des substances plastiques; ainsi, on peut facilement prévoir et calculer le gradient minimal pour l'appareil et la substance donnée. Pour faciliter ce choix, nous avons résumé dans le tableau I les résultats des mesures des corps binghamiens principaux (tirés de [1], [3], [5], [6], [9], [10], [11] et [13]).

D'après ce tableau, les valeurs de (τ_0/η_p) sont donc placées surtout dans la zone de :

$$(\tau_0/\eta_p) = (10^2 \text{ à } 10^3) \text{ s}^{-1}$$

Tableau I

Valeurs de (τ_0/η_p) pour différents corps binghamiens

NUMÉRO	SUBSTANCE	CONCENTRATION EN POIDS s'	(τ_0/η_p) , en s ⁻¹		SOURCE
			Viscosimètre	Tubes	
1	argile jaune Illinois	0,34-0,52	87,6-825		1
2	argile Tennessee	0,15-0,25	172-900		1
3	argile Koudinov	(0,27-0,30) *		706-1160	3
4	argile Askangel	(0,029-0,032) *	1845-3980	750-1400	3
5	argile Serre-Ponçon	0,25-0,396	171-819		10
6	argile Norvège.	0,51-0,654	153-441		10
7	schlamm d'égout	0,014-0,14		49-473	1
8	schlamm d'égout	(0,03-0,01) *		39-484	6
9	limon (dépôt de crues)	(0,34-0,62) *	167-667		9
10	vase de Milicz	0,097-0,231	127-678		11
11	vase Goslawice	0,249-0,395	198-634		11
12	terre argileuse	0,521-0,624	297-540		10
13	suspension de ThO ₂	0,45-0,58		253-2820	13
14	suspension de ThO ₂ -II	0,3-0,58		396-6650	13
15	pâtes crues de ciment	0,453	554		5
16	kaolin	0,18-0,47		655-3950	13
17	bentonite (pâte)	0,446	2520		1

* Calculé par nous sur la base de données incomplètes.

2.5.3. Au paragraphe (2.5.0), nous avons annoncé la valeur de $W_{\max.} = 1\,000$ tr/mn comme valeur admissible pour les appareils classiques type Couette. Cette valeur nous donnerait (fig. 3) une zone suffisante de $(dv/dr)_{lin.}$ pour la plupart des corps binghamiens et les valeurs petites et moyennes de α , de l'ordre de $(dv/dr)_{lin.} = (100 \text{ à } 400) \text{ s}^{-1}$. Les viscosimètres commerciaux n'utilisent pourtant pas cette possibilité, les valeurs de $W_{\max.}$ étant très inférieures à 1 000 tr/mn (tabl. II).

Tableau II

Valeurs des caractéristiques principales des viscosimètres commerciaux type Couette

TYPE	NOMBRE DE ROTATIONS		α_{min}	α_{max}
	W_{min} (tr/mn)	W_{max} (tr/mn)		
Rotovisco	0,03	486	1,10	1,91
Fann	3	600	1,145	1,145
Epprecht	5,595	352	1,12	14,1
PW-4		< 100	1,9	10,95
Instorf		< 100	1,82	1,82

2.5.4. A partir des équations (8) et (12), nous avons construit le graphique $(dv/dr)_{lin.} = f(\alpha)$.

Nous avons tracé les courbes $(dv/dr)_{bl}$ pour les valeurs de $(\tau_0/\eta_p) = (10, 10^2, 10^3 \text{ et } 10^4) \text{ s}^{-1}$, et celles de $(dv/dr)_m$ pour les nombres de rotations $W_{\max.} = 1\,000; 600; 400; 200 \text{ et } 100$ tr/mn (fig. 3).

Ce graphique permet de poursuivre une analyse détaillée du viscosimètre donné. On obtient facilement la zone linéaire de gradients de vitesses $(dv/dr)_{lin.}$ comme tronçon de la ligne verticale (correspondante à la valeur donnée de α) entre la courbe de $(dv/dr)_m$ pour $W_{\max.}$ connu, et la courbe de $(dv/dr)_{bl}$ pour (τ_0/η_p) admis d'après le tableau I.

Notamment, la figure 3 montre que le domaine de $(dv/dr)_{lin.}$ est assez étroit pour la zone de :

$$(\tau_0/\eta_p) = (10^2 \text{ à } 10^3) \text{ s}^{-1},$$

dans laquelle sont placés presque tous les corps binghamiens.

On voit aussi, que tous les viscosimètres cités dans le tableau II ont des valeurs de $W_{\max.}$ trop petites pour les besoins des mesures. C'est un avis important pour les constructeurs de viscosimètres; il faut alors augmenter le nombre maximal de rotations des viscosimètres classiques type Couette jusqu'à $W_{\max.} = 1\,000$ tr/mn.

Les viscosimètres PW-4 et Instorf employés par Iakovlev et Laskov (6) sont, d'après la figure 3, en dehors de la zone linéaire de (dv/dr) , pour tous les corps plastiques avec $(\tau_0/\eta_p) > 10^2$. Cela explique bien les résultats faux de mesures et les différences entre constantes rhéologiques obtenues dans les viscosimètres et les tubes.

Le tableau III montre les résultats détaillés de notre analyse des viscosimètres cités dans le tableau II.

Tableau III

Résultats d'analyse de la zone des mesures des viscosimètres type Couette

TYPE	VALEURS MAXIMALES ADMISSIBLES DE α POUR LA ZONE DE (τ_0/η_p) ÉGALE A		COMBINAISONS NON UTILISABLES POUR LES CORPS BING- HAMIENS
	$(10^2-10^3) \text{ s}^{-1}$	$(10^3-10^4) \text{ s}^{-1}$	
Rotovisco	Toutes les combinaisons sont utilisables	1,33	—
Epprecht	2,16	1,38	D.E. E_c
Fann	utilisables		—
PW-4	aucune combinaison		toutes
Instorf	aucune combinaison		toutes

Il faut ajouter que les systèmes viscosimétriques non utilisables pour les substances de Bingham peuvent bien servir pour d'autres corps non newtoniens.

NOTATIONS

DIMENSIONS

η_p	viscosité plastique, dans l'équation de Bingham : $\tau = \tau_0 + \eta_p (dv/dr) \dots \dots \dots g \text{ cm}^{-1} \text{ s}^{-1}$	
τ_0	tension limite de cisaillement (équation de Bingham) ... dyn.cm ⁻²	
τ_0'	valeur apparente de τ_0 obtenue par extrapolation de la partie linéaire de la courbe de fluage : $\tau_0 = \tau_0' k_f \dots \dots \text{dyn.cm}^{-2}$	
τ_{bl}	valeur limite basse de τ_{R_1} pour la partie linéaire de la courbe de fluage ... dyn.cm ⁻²	
τ_{R_1}	valeur de τ pour $r = R_1 \dots \dots \text{dyn.cm}^{-2}$	
τ_{R_2}	valeur de τ pour $r = R_2 \dots \dots \text{dyn.cm}^{-2}$	
Ω	vitesse angulaire ... s ⁻¹	
$\Omega_{\max.}$	valeur maximale de Ω pour l'appareil donné ... s ⁻¹	
W	nombre de rotations par unité de temps ... tr/mn	
$W_{\max.}$	valeur maximale de W pour l'appareil donné ... tr/mn	
$W_{\min.}$	valeur minimale de W pour l'appareil donné ... tr/mn	
M	couple ... dyn.cm	
l	hauteur de la partie mouillée du cylindre intérieur ... cm	
R_1	rayon du cylindre intérieur ... cm	
R_2	rayon du cylindre extérieur ... cm	
(dv/dr)	gradient de vitesse (pour $r = R_1$) ... s ⁻¹	

NOTATIONS

DIMENSIONS

$(dv/dr)_m$	valeur limite haute de $(dv/dr)_{lin.}$ pour $\Omega_{\max.} \dots \dots \text{s}^{-1}$
$(dv/dr)_{bl}$	valeur limite basse de $(dv/dr)_{lin.}$ pour la partie linéaire de la courbe de fluage ... s ⁻¹
α	caractéristique du viscosimètre type Couette, $\alpha = (R_2^2/R_1^2) \dots \dots \text{adimensionnelle}$
s'	concentration (poids du solide/poids total) ... adimensionnelle

Bibliographie

- [1] BABBITT (H. E.) and CALDWELL (D. H.). — Laminar Flow of Sludges in Pipes with Special Reference to Sewage Sludge. *University of Illinois*, bulletin 37, n° 12 (Novembre 1939).
- [2] EPPRECHT (A. G.). — Le comportement rhéologique véritable des substances plastiques. *Revue Intern. de la Chocolaterie*, 7 (1959).
- [3] FILATOV (B. S.). — Opredelenie reologiticheskikh svoistv suspensii gliny v usloviakh ustanovivchegosia dvizhenia. *Kolloidnyi Journal*, XVI, 2 (1954).
- [4] GRODDE (K. H.). — Ein Absolut-Rheometer vom Couette-Typ. *Kolloid-Ztschr.*, 139, n° 1/2 (1954), 91-96.
- [5] HEDSTROM (B. O. H.). — Flow of Plastics Materials in Pipes. *Ind. and Engin. Chem.*, 44, n° 3 (March 1952), 651-656.
- [6] IAKOVLEV (S. V.) and LASKOV (I. M.). — Perekatchka i osadkov stotchnykh vod., Moskva (1961).
- [7] IOUFINE (A. P.). — Dvijenie glinistykh guidromiessiei po troubam. *Izdat. A.N. S.S.S.R. Guidravlika sooruzheni i dinamika rietchnykh roussiel*. Moskva (1959), 54-61.
- [8] LASKOV (I. M.). — Issledovanie guidravliticheskikh soprotivleni iloprovodov. *Vodosnabjenie i Sanitarnaia Technika*, 7 (1960), 11-16.
- [9] MICHON (X.). — Etudes du tassement et de la consolidation des boues. *C.R. des III^e Journées de l'Hydraulique*, Alger (1954), 259-269.
- [10] PARZONKA (W.). — Détermination de la concentration limite des mixtures homogènes. *C. R. Acad. Sc. Paris*, 258 (1964), 5583-86.
- [11] PARZONKA (W.). — Propriétés visco-plastiques des vases des eaux douces. *C.R. Acad. Sc. Paris*, 258 (1964), 5793-95.
- [12] REINEIR (M.) and RIWLIN (R.). — Über die Strömung einer elastischen Flüssigkeit im Couette Apparat. *Kolloid-Ztg.*, 43, n° 1 (1927), 43.
- [13] THOMAS (D. G.). — Transport Characteristics of Suspensions Part IV. Friction Loss of Concentrated-Flocculated Suspensions in Turbulent Flow. *A.I. Ch. E. Journal*, 8 (1962), 266-271.
- [14] VAN WAZER (J. R.), LYONS (J. W.), KIM (K. Y.) and COLLWELL (R. E.). — Viscosity and Flow Measurement. New York-London (1963).
- [15] WILKINSON (W. L.). — Non-Newtonian Fluids. Fluid Mechanics, Mixing and Heat Transfer. *Pergamon Press* (1960).

Abstract

**An exact method for the determination of plastic-flow constants
for Bingham bodies with the aid of a Couette-type viscometer**

by W. Parzonka *

Most visco-plastic substances encountered in practical engineering behave as Bingham bodies (soil/water mixtures, sludges, muds, etc.). The exact determination of plastic flow constants τ_0 and η_p is therefore most important. The most convenient viscometers for this kind of substance are of the Couette type. Analysis of previous work shows the lack of a suitable method of choosing a Couette-type viscometer giving exact creep "pseudo-curves" within the region of validity of the classical Reiner-Riwlin equation (1).

Starting out from this equation, it is shown that the linear region of the creep "pseudo-curve" is mainly limited by the following:—

- a) The lower velocity gradient limit $(dv/dr)_{bl}$ given by equation (8);
- b) The maximum velocity gradient, which is limited by the maximum angular velocity Ω_{max} of the considered instrument (equation 12).

The linear velocity gradient region thus depends on the main parameters of the Couette instrument, i.e. the square of the radius ratio and the maximum angular velocity, as well as on the plastic flow constant ratio τ_0/η_p . The approximate value of this ratio is in the range between 10^2 s^{-1} and 10^3 s^{-1} for most Bingham bodies; Table 1 lists numerical values of the ratio in terms of substance concentration s' for 17 different bodies. A $(dv/dr)_{lin}$ vs. α diagram constructed from equations (8) and (12) is shown in fig. 3. The $(dv/dr)_{bl}$ curves in this graph are plotted for $\tau_0/\eta_p = (10, 10^2, 10^3 \text{ and } 10^4) \text{ s}^{-1}$, and the $(dv/dr)_m$ curves for $W_{max} = (1,000, 600, 400, 200 \text{ and } 100) \text{ r.p.m.}$ Values of $(dv/dr)_{lin}$ for the considered instrument can be read off this graph, for the τ_0/η_p ratio applicable to the considered fluid.

An analysis of commercial instruments based on this graph has shown that the limit values for certain viscometers are liable to lie so close together as to partly or even completely eliminate the linear region of the creep "pseudo-curve"; correct measurement is quite impossible under such conditions (see Tables 2 and 3).

To ensure reliable measurement of plastic flow constants for Bingham bodies, it is necessary to use viscometers covering a wide range of linear velocity gradients. This is ensured by instruments for which α is small (less than 1.2) and rotational speeds are high (exceeding 800 r.p.m.).

* Doctor of Agricultural Science, College of Agricultural Science, Wrocław, Poland, now doing research at the Fluid Mechanics Laboratory of Grenoble University.