L'ÉCOULEMENT SUR DÉVERSOIR D'UN LIQUIDE HÉTÉROGÈNE STRATIFIÉ

PAR
A. SCHLAG *

Cette communication fait suite à celle que nous avons présentée au Congrès de Montréal de l'A.I.R.H., en 1959. Il s'agissait, dans cette dernière, d'un exposé préliminaire des résultats d'expériences effectuées sur un déversoir alimenté par un liquide stratifié. Ces expériences ont été reprises et leur champ a été élargi. Certaines des conclusions que nous avons énoncées à Montréal ont été confirmées; d'autres, par contre, ont dû être modifiées.

*
**

Le problème étudié est le suivant :

Un canal, contenant deux liquides superposés de densités différentes, est barré par un déversoir rectangulaire en mince paroi; à quelles conditions ce déversoir n'est-il plus alimenté que par le liquide de plus faible densité?

NOTATIONS (fig. 1) :

- L largeur du canal (300 mm);
- l largeur du déversoir (80, 65 ou 45 mm);
- z hauteur de pelle;
- Q débit du déversoir;
- h_1 hauteur de la surface libre au-dessus de la crête du déversoir;
- h_2 profondeur de l'interface en dessous de la crête du déversoir;
- C concentration en sel du liquide dense (en g/l);

- ρ masse volumique du liquide léger;
- $\rho + \Delta\rho$ masse volumique du liquide dense;
- ν viscosité cinématique.

L'installation expérimentale ainsi que la méthode opératoire ont été décrites dans notre communication de Montréal. Rappelons que les liquides utilisés ont été de l'eau claire et de l'eau salée, colorée à la rhodamine. La concentration en sel, C , en g/l, a varié de 5,33 à 41,83, correspondant à des $\Delta\rho/\rho$ variant de 0,0036 à 0,0265.

12 installations ont été étudiées; leurs dimensions figurent au tableau suivant :

l (en mm)	z/l
80	2,25
	4,00
	5,03
	5,66
65	2,25
	4,01
	5,90
45	2,25
	2,91
	4,00
	6,82
	8,00

* Professeur émérite de l'Université de Liège.

Nous nous étions assigné comme tâche de déterminer pour quelles combinaisons des valeurs de h_1 et h_2 et de la concentration C , il ne passait plus du tout d'eau salée sur le déversoir.

En fait, pour une valeur donnée de h_1 lorsque h_2 augmente, la proportion d'eau salée passant au déversoir diminue et approche asymptotiquement de 0. Ce point 0 étant inaccessible, nous avons admis que, pratiquement, il ne passait plus d'eau salée, lorsque sa proportion dans le mélange n'était plus que 1 %. C'est de cette position limite qu'il s'agit dans ce qui suit.

RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX :

Nous ne reproduisons ici que les résultats relatifs au rapport $z/l = 4$ pour chacune des trois largeurs de déversoir.

Ces résultats sont représentés à la figure 2, h_1 et h_2 étant portés respectivement en abscisse et en ordonnée, et la concentration en paramètre.

L'examen des diagrammes montre que, compte tenu de la difficulté de mesurer h_2 avec précision, on peut admettre que :

1° pour une installation et une concentration données, la loi reliant h_1 et h_2 peut être considérée comme linéaire;

2° les droites représentant cette loi pour une installation donnée et quelle que soit la concentration, passent par un même point 0 (fig. 3). Nous désignerons par h_{01} et h_{02} respectivement les abscisse et ordonnée de ce point.

En réalité, en raison de la dispersion des points expérimentaux, le tracé des droites ne peut être très précis et la position du point de concours ne peut être fixée avec rigueur.

Nous avons adopté les positions des points de concours 0 de sorte qu'elles évoluent d'une manière simple et continue avec les caractéristiques géométriques de l'installation et que les lois qui en résultent soient, autant que possible « harmonieuses ».

Nous avons ainsi pu obtenir quelques lois, — approximatives sans doute, mais suffisamment vérifiées, — qui permettent de déterminer à l'avance comment se comportera une installation donnée, pour un liquide hétérogène stratifié donné;

3° la figure 4 donne les valeurs de h_{01} et h_{02} que nous avons adoptées pour chacune des 12 installations. On voit que :

a) h_{02} ne dépend que de l ,

h_{02} et l sont reliés par l'équation (fig. 4 a) :

$$h_{02} = 0,5 l;$$

b) h_{01} dépend à la fois de l et de z/l (fig. 4 b). Les courbes relatives aux diverses valeurs de l/L sont parallèles entre elles;

c) Les points correspondant à des valeurs égales de z/l (2,25 ou 4) s'alignent sur des droites parallèles entre elles.

Nous avons posé (fig. 4) :

$$H_1 = h_1 - h_{01} \quad \text{et} \quad H_2 = h_2 - h_{02}$$

et cherché, pour chaque installation, la relation

1/

2/

3/

4/

entre H_1 , H_2 et C . La figure 5 synthétise les résultats. On voit que, pour un déversoir de largeur l donnée, et quel que soit z/l , toutes les valeurs expérimentales satisfont à une relation de la forme :

$$H_1/H_2 = kC$$

k étant une constante dépendant uniquement de l .

Pour $l = 45$, $k = 0,086$; et, pour $l = 65$ ou 80 , $k = 0,076$.

C et $\Delta\rho/\rho$ étant reliés par l'équation :

$$C = 1470 \Delta\rho/\rho$$

5/

6/

on peut aussi écrire :

$$H_1/H_2 = k' \cdot \Delta\rho/\rho$$

avec $k' = 127$ pour $l = 45$ et $111,5$ pour $l = 65$ ou 80 .

Il semble donc qu'au-delà d'une certaine valeur de l , k et k' ne varient plus.

**

Dans la discussion qui a suivi à Montréal la présentation de la communication, M. le Docteur Enzo

Oscar Macagno, à l'époque Research Engineer à l'Iowa Institute for Hydraulic Research, a suggéré de traduire les résultats en fonction des nombres de Froude et de Reynolds.

Ces nombres seront exprimés dans la section d'amont du canal et pour la tranche d'eau pure, la seule qui soit en mouvement.

Ils sont :

$$\mathcal{F} = \frac{m 2^{1/2} l h_1^{3/2}}{(\Delta\rho/\rho)^{1/2} (h_1 + h_2)^{3/2} L}$$

et

$$\mathcal{R} = \frac{m (2g)^{1/2} l h_1^{3/2}}{[2(h_1 + h_2) + L] \nu}$$

(m représentant le coefficient de débit du déversoir).

Les résultats sont reportés à la figure 6, non pour tous les points expérimentaux, mais pour une cinquantaine de ceux-ci, pris au hasard, parmi toutes les valeurs de l , de z/l et de C .

On constate que, malgré la dispersion des points, ceux-ci se disposent dans une zone bien limitée, dont la ligne moyenne pourrait être la courbe d'allure parabolique tracée en trait mixte.

Nous n'avons pu découvrir, dans cette représentation, aucune influence ni de l , ni de z , ni de C (ou $\Delta\rho/\rho$).

**

Il semble difficile *a priori* de faire un rapprochement entre les deux méthodes d'interprétation des résultats que nous venons d'exposer, l'une basée sur la considération des grandeurs H_1 et H_2 , la seconde sur la considération directe de h_1 et h_2 .

Dans la première méthode, H_1/H_2 ne dépend que des proportions géométriques et du rapport des densités, la viscosité du liquide n'intervenant pas. Au contraire, elle apparaît dans la seconde méthode par l'intermédiaire du nombre de Reynolds.

Pour tenter d'expliquer cette contradiction, nous avons pensé pouvoir nous référer aux travaux de Kindsvater et Carter, sur les déversoirs rectangulaires (*).

Kindsvater et Carter ont montré que dans la formule classique du déversoir :

$$Q = m (2g)^{1/2} l h^{3/2}$$

le coefficient m était une fonction linéaire de l/z , dépendant de l/L , si on remplaçait le l et le h mesurés par ces mêmes quantités augmentées de petites longueurs appelées k_l ou k_h , fonctions elles-mêmes de l/L et z/l . Selon Kindsvater et Carter, ces longueurs supplémentaires représenteraient l'influence de la viscosité et de la tension superficielle.

On peut voir une certaine analogie avec le premier mode de représentation des résultats, ne tenant pas au départ compte de la viscosité et de la tension superficielle. Nous avons aussi obtenu des relations linéaires, si nous remplaçons les h par les H .

(*) C.E. KINDSVATER et R.W. CARTER. — Discharge Characteristics of Rectangular Thin-Plate Weirs. *Trans. A.S.C.E.*, paper n° 3001, vol. 124 (1959).