INTERFACE DANS LES MILIEUX POREUX EN RÉGIME STATIONNAIRE

PAR
J. ZAOUÏ *

L'existence d'une interface relativement nette dans un milieu poreux naturel contenant des nappes superposées d'eau salée et d'eau douce a été souvent constatée. Lorsque les deux nappes sont pratiquement au repos, la pression est hydrostatique dans toute la masse et la relation simple qui en découle est souvent désignée dans la littérature sous le nom de « principe de Ghyben-Herzberg ».

Hypothèse de Dupuit

Pour calculer, dans une situation donnée, la position de l'interface, on a coutume de faire appel, une fois de plus, à l'hypothèse de Dupuit. Mais les résultats ainsi obtenus paraissent sujets à caution, car l'hypothèse de Dupuit est manifestement infirmée dans les zones à forte courbure des lignes de courant, au voisinage de la mer par exemple.

Ainsi, cette hypothèse exigerait qu'au contact de la mer, la surface libre et l'interface se rejoignent, entraînant une vitesse infinie de l'eau douce, alors que l'on constate souvent en réalité que l'eau douce souterraine diffuse à la fois par une zone de suintement PS et une zone de résurgence PR (fig. 1).

Eau salée immobile

Dans le cas où l'eau salée est au repos, comme dans l'écoulement schématisé sur la figure 2, con-

sidérons une verticale quelconque BC dans la lentille d'eau douce et évaluons le débit qdy qui traverse un rectangle élémentaire de longueur BC et de largeur dy normale au plan de la figure.

Ce calcul simple a déjà été publié (*La Houille Blanche*, n° 3, 1964). On trouve que le débit unitaire q dérive d'un potentiel U , dont on peut calculer les valeurs aux limites dans un cas comparable à celui de la figure 2 et ceci, bien que la position des points de suintement et de résurgence reste inconnue. Ainsi, dans le cas de cette figure, on

1/

* Ingénieur à la SO.GR.E.A.H., Grenoble.

trouve que le débit d'eau douce qui s'écoule vers la mer a pour valeur :

$$q = \frac{K_d}{2L} \left(\frac{\omega_s}{\omega_d} H^2 - h^2 \right) \quad (1)$$

où K_d représente la perméabilité à l'eau douce du milieu poreux, ω_d et ω_s , les poids spécifiques respectifs de l'eau douce et de l'eau salée et L , H et h sont indiqués sur la figure.

La relation (1) ne diffère pas de celle qu'aurait fournie l'hypothèse de Dupuit, qui se révèle une fois de plus donner des résultats rigoureux en ce qui concerne les débits, bien que les niveaux théoriques ne soient pas conformes aux observations.

Remarque 1 :

Dans un milieu poreux homogène, la perméabilité est proportionnelle à la densité du liquide en écoulement. Si une frange de diffusion d'une certaine épaisseur, où la densité peut être considérée comme constante, se substitue à l'interface nette précédemment envisagée, on constate que les résultats relatifs aux débits d'eau douce qui viennent d'être obtenus restent valables.

Remarque 2 :

Si le milieu poreux est composé de couches horizontales intrinsèquement homogènes, mais de perméabilité variable d'une couche à l'autre, on démon-

tre de la même façon que le débit q dérive d'un potentiel Ω , mais il est nécessaire cette fois de savoir au moins dans quelle couche se trouve le point de résurgence pour pouvoir déterminer le potentiel Ω_0 au contact de la mer.

Eau salée en mouvement

Si l'on applique le même processus mathématique à l'écoulement simultané de l'eau douce et de l'eau salée, on trouve que le long d'une verticale AC (fig. 2), si le substratum imperméable est horizontal et la surface libre à pression constante, la somme des débits unitaires : $q_T = q_d + q_s$ (q_d : débit d'eau douce; q_s : débit d'eau salée) dérive d'un potentiel Φ qui s'exprime par la formule :

$$\Phi = \frac{K_d}{\omega_d} \int_a^c p dz$$

Comme précédemment, on pourra déterminer rigoureusement le débit q_T à partir des conditions aux limites, mais si l'on désire évaluer séparément les débits q_d et q_s , on fera à nouveau appel à l'hypothèse de Dupuit.

3.1. ECOULEMENT BIDIMENSIONNEL.

En se plaçant dans la situation, schématisée par la figure 3, d'un écoulement à deux dimensions, en présence d'une infiltration verticale uniforme σ , le fait que le débit q_T dérive d'un potentiel permet de déterminer une première relation entre les cotes b et c de l'interface et de la surface libre et l'abscisse x . D'autre part, en introduisant un paramètre x_M , qui désigne l'abscisse du point où la surface libre présente un maximum, quand ce maximum existe, on obtient une relation entre x_M et le débit d'eau salée q_s .

Ces éléments ne sont pas suffisants pour donner une solution analytique simple du problème posé; on a donc procédé à une intégration numérique des équations à l'aide d'une calculatrice électronique. Les équations ont été transformées en différences finies, la distance L a été partagée en éléments de longueur ΔL et on a employé la méthode de Runge-Kutta. Prenant une valeur arbitraire de x_M , on a calculé à la machine la position correspondante de l'interface et de la surface libre en partant d'une limite du domaine et on a progressivement ajusté x_M de façon à retrouver par le calcul les valeurs à la limite opposée.

La figure 3 schématise le résultat obtenu avec les données de départ suivantes :

$$\begin{aligned} L &= 250 \text{ m} & \omega_d &= 1 & \omega_s &= 1,03 \\ K_d &= 10^{-4} \text{ m/s} & \sigma &= 8 \cdot 10^{-7} \text{ m/s} & b_0 &= 100 \text{ m} \\ C_0 &= 110 \text{ m} & b_L &= 105 \text{ m} & C_L &= 115 \text{ m} \end{aligned}$$

On a trouvé :

$$x_M \# 229 \text{ m} \quad \text{et} \quad q_s \# 0,15 \text{ l/s}$$

2/

3/

Remarques 1 :

On a vérifié sur des cas particuliers calculables analytiquement (conditions aux limites symétriques par exemple) que la méthode d'intégration numérique donnait des résultats très précis.

Remarques 2 :

La méthode des différences finies serait applicable au cas plus général où K_d et σ varient en fonction de x .

3.2. ECOULEMENT TRIDIMENSIONNEL.

On trouve que le débit q_T dérive d'un potentiel et il pourrait aisément être calculé; l'hypothèse de Dupuit fournit les équations permettant de calculer séparément q_d et q_s . Ces équations sont plus compliquées que les précédentes, mais leur intégration numérique, qui déborde la limite assignée à la présente étude, ne devrait pas présenter de difficultés insurmontables.

Conclusion

Le calcul des débits horizontaux d'eau douce qui circulent dans un milieu poreux, au-dessus d'une nappe salée au repos, peut s'effectuer de manière rigoureuse, bien que les positions de l'interface et de la surface ne soient pas connues. Le résultat reste valable en présence d'une frange de diffusion stable à densité constante.

Si l'eau salée sous-jacente est en mouvement, en admettant l'existence d'une interface nettement définie et en faisant appel à l'hypothèse de Dupuit, les équations se prêtent à une intégration par différences finies sur calculatrice électronique. Un programme écrit pour un écoulement bidimensionnel a donné des résultats satisfaisants.

La méthode numérique paraît susceptible de s'appliquer à des situations plus générales, entre autres aux formations hétérogènes et aux écoulements tridimensionnels.

Discussion

Président : M. Halbronn

M. le Président remercie M. ZAOUI de sa communication. Celle-ci met en évidence, comme Tchernyi l'avait montré la première fois pour les écoulements à un seul fluide, que la formule de Dupuit donne des résultats corrects en ce qui concerne les débits même si, localement, elle conduit à des conclusions inacceptables. C'est une coïncidence tout à fait remarquable qui n'est pas toujours clairement expliquée. Mais, encore une fois, le fait se vérifie.

M. le Président estime que, pour l'utilisation plus générale des cas numériques calculés par M. ZAOUI, il serait probablement intéressant de rassembler les résultats sous forme adimensionnelle; cela couvrirait un plus grand nombre de cas avec un catalogue de résultats plus restreint.

M. le Président demande si l'on rencontre fréquemment les situations représentées aux deux limites : eau douce en surface et eau salée en profondeur.

Sur ce point, M. ZAOUI indique que le programme a été écrit pour le cas théorique le plus général où l'interface existe aussi bien aux limites que dans le milieu poreux.

Si l'on supprime l'eau douce à l'une des limites, le programme sera encore utilisable, mais si les deux limites ne comprennent que de l'eau salée, il faut exprimer une condition particulière à la limite de départ à cause du point singulier à tangente verticale qui s'y trouve. Pratiquement, cette singularité n'est pas très gênante; un essai a montré que son influence était très limitée et qu'elle pouvait être représentée par un schéma aux différences finies simple.

Au sujet de la remarque faite par M. le Président sur les écoulements adimensionnels, M. ZAOUI indique que seuls, les rapports σ/K_d (vitesse verticale d'infiltration/perméabilité horizontale) et $\Delta\rho/\rho$ (différence relative des densités) interviennent. D'autre part, en prenant une longueur caractéristique l , on voit que les résultats ne changent pas si l'on exprime les débits sous la forme adimensionnelle $q/K_d l$. Quant à la raison pour laquelle l'hypothèse de Dupuit donne des résultats exacts pour le débit, elle provient sans doute de ce que la démonstration ne fait intervenir que la perméabilité horizontale; les expressions étant indépendantes de la perméabilité verticale, on peut faire tendre

celle-ci vers l'infini et on retrouve alors l'hypothèse de Dupuit.

M. BIGOT demande si la méthode, employée par M. ZAOUI, s'applique au cas où, au lieu d'un apport, il y a un pompage et si elle permet de voir le relèvement de la nappe souterraine salée à l'emplacement d'un pompage d'eau douce qui aurait lieu sur la nappe.

M. ZAOUI indique que, s'il s'agit d'un pompage uniforme, cas d'une évaporation par exemple, le programme s'applique, puisqu'il suffit de changer le signe de σ .

Si le pompage est localisé, il faut faire appel à l'écoulement tridimensionnel dont M. ZAOUI a parlé à la fin de son exposé.

M. le Président remarque que M. ZAOUI a intégré les équations dans le cas où il y avait un maximum entre les deux limites. Il peut y avoir des cas particuliers, soit de précipitations, soit de niveaux amont et aval, où l'on a une courbe monotone entre les deux.

M. ZAOUI dit que le programme actuel n'a pas donné de résultats satisfaisants pour certaines valeurs des paramètres et qu'il a alors constaté que le maximum entre les deux limites n'existait plus. Il suffirait d'introduire des corrections mineures pour pouvoir traiter de telles situations avec cette méthode, qui a été présentée surtout à titre d'exemple.

M. ZILLIOX demande si le schéma de M. ZAOUI peut convenir dans le cas où il y a infiltration de saumure depuis la surface du sol. Le problème est posé par le stockage de déchets salins provenant de mines de potasse.

M. ZAOUI ne pense pas que le schéma puisse donner une solution à ce problème, parce qu'il suppose essentiellement l'existence d'une interface nette qui sépare deux liquides de densités différentes. Dans ce cas, il faudrait faire intervenir des conditions de mélange qui compliquent le schéma initial.

M. le Président rapproche ce cas de celui dont M. BLANCHET avait parlé à la même séance dans la discussion de la communication de M. MANDELROT : la pluie des gouttes froides de la surface tombant au fond.

M. le Président lève la séance à 11 h 45.