

CALCUL D'ÉJECTEUR-POMPE A CHAMBRE DE MÉLANGE CYLINDRIQUE

PAR
J.-R. FELLOUS *

Introduction

Nous avons présenté, à un récent congrès A.S.M.E. de Mécanique des Fluides, et en collaboration avec le C.E.A., une méthode de calcul des éjecteurs gaz/gaz à chambre de mélange cylindrique [1].

Dans la présente note, nous en reprenons les équations de base écrites différemment et développons le calcul en considérant la variable réduite v/u , c'est-à-dire la vitesse moyenne d'écoulement du débit total dans la chambre de mélange rapportée à la vitesse d'injection du fluide moteur.

Nous verrons que, moyennant certaines approximations parfaitement acceptables dans la pratique, l'introduction de cette variable adimensionnelle conduit à l'établissement d'un abaque permettant la détermination quasi immédiate de la section optimale de la chambre de mélange cylindrique, c'est-à-dire celle qui permet l'élévation de pression maximale pour un débit donné.

* Ingénieur à la SO.GR.E.A.H. (Grenoble).

[1] D. COSTES et J.R. FELLOUS. — A contribution to gas ejector design. *Proceedings of the Symposium on separated flows*, Philadelphie, mai 1964.

Ejecteur sans diffuseur

Considérons d'abord le problème théorique de l'éjecteur composé uniquement d'une chambre de mélange cylindrique de section S dans l'axe de laquelle débouche un jet primaire de débit m_0 et de vitesse u issu d'un éjecteur de section débitante s .

En amont du plan d'injection du débit m_0 , circule dans la section $(S - s)$ un débit donné m_a avec la vitesse v .

s , m_0 et m_a étant donnés, nous nous proposons de calculer en fonction de la vitesse v de l'écoulement ambiant, c'est-à-dire en fonction de la variation de la section S de la chambre de mélange, l'élévation des niveaux de pression statique Δp et de pression totale ΔP du fluide ambiant dû à l'apport de la quantité de mouvement du fluide primaire m_0 .

L'opération de mélange satisfait aux équations de continuité et de quantité de mouvement :

$$su + (S - s)v = S(v + \delta v) \quad (1)$$

$$m_0 u + m_a v = S\Delta p + (m_0 + m_a)(v + \delta v) \quad (2)$$

δv étant l'accroissement de vitesse du fluide ambiant après mélange avec le fluide primaire, il vient :

$$\delta v = \frac{s}{S} (u - v)$$

Le calcul conduit à :

$$\Delta p = \rho u^2 \frac{s}{S} \left(1 - \frac{v}{u}\right)^2 \left(1 - \frac{s}{S}\right)$$

ρ : masse spécifique constante.

L'augmentation de pression dynamique de fluide ambiant s'écrit :

$$\Delta pd = \frac{1}{2} \rho v^2 \left[\left(1 + \frac{\delta v}{v}\right)^2 - 1 \right]$$

que nous écrirons en première approximation :

$$\Delta pd = \rho v \delta v,$$

soit :

$$\Delta pd = \rho \frac{s}{S} v (u - v)$$

$$\Delta pd = \rho u^2 \frac{s}{S} \frac{v}{u} \left(1 - \frac{v}{u}\right)$$

nous avons évidemment :

$$\Delta P = \Delta p + \Delta pd$$

La poursuite des calculs et l'obtention de résultats simples et faciles à exploiter nécessitent de faire des approximations qui seront du reste justifiées *a posteriori*.

APPROXIMATIONS :

1. Dans l'expression de Δp , nous négligerons s/S devant l'unité.

2. Nous admettrons que la section S est parcourue par le débit total ($m_0 + m_a$) avec la vitesse v , c'est-à-dire que nous négligerons δv devant v .

Ces approximations permettent d'aboutir à des expressions très simples des élévations des niveaux de pression Δp et ΔP .

Le calcul conduit à :

$$\Delta p = \rho \frac{u^2}{2} \frac{2 m_0}{m_0 + m_a} \frac{v}{u} \left(1 - \frac{v}{u}\right)^2$$

$$\Delta P = \rho \frac{u^2}{2} \frac{2 m_0}{m_0 + m_a} \times \left[\frac{v}{u} \left(1 - \frac{v}{u}\right)^2 + \left(\frac{v}{u}\right)^2 \left(1 - \frac{v}{u}\right) \right]$$

Nous poserons le rapport des vitesses $(v/u) = w$.

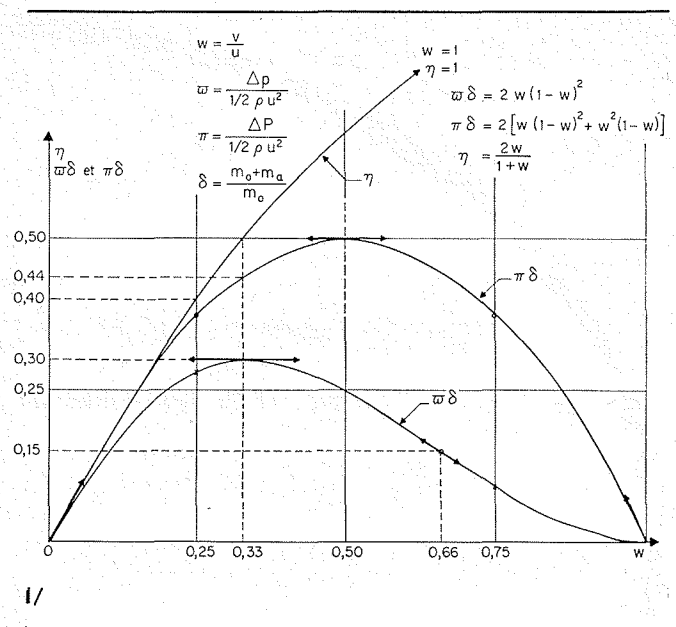
Nous rapporterons les élévations des pressions statique et totale à la pression dynamique du fluide primaire $(1/2) \rho u^2$:

$$\frac{\Delta p}{(1/2) \rho u^2} = \omega$$

$$\frac{\Delta P}{(1/2) \rho u^2} = \pi$$

et nous appellerons le rapport de dilution :

$$\frac{m_0 + m_a}{m_0} = \delta$$



il vient :

$$\omega \delta = 2 w (1 - w)^2$$

$$\pi \delta = 2 [w (1 - w)^2 + w^2 (1 - w)]$$

δ étant fixé, c'est une donnée du problème, l'abaque représenté sur la figure 1 donne la variation de $\omega \delta$ et $\pi \delta$ en fonction de la variable w , c'est-à-dire donne pratiquement en fonction de la section de la chambre de mélange cylindrique S les élévations de pressions statique Δp et totale ΔP pour un taux de dilution donné :

$$\delta = \frac{m_0 + m_a}{m_0}$$

La lecture de ce premier abaque permet de tirer les conclusions suivantes :

1. Pour $(v/u) = 0,5$ nous obtenons le ΔP maximal, de valeur égale à $\pi \delta = 0,50$, soit :

$$\frac{\Delta P}{(1/2) \rho u^2} \frac{m_0 + m_a}{m_0} = 0,50$$

$$\Delta P = 0,50 \frac{1}{2} \rho u^2 \frac{m_0}{m_0 + m_a}$$

mais l'élévation de pression statique est déjà sur une partie de la courbe décroissante et donne :

$$\omega \delta = 0,25, \text{ juste égale à } \frac{\Delta P}{2}$$

2. Pour $(v/u) = 0,33$ nous obtenons le Δp maximal, de valeur égale à $\omega \delta = 0,30$, soit :

$$\Delta p = 0,30 \frac{1}{2} \rho u^2 \frac{m_0}{m_0 + m_a}$$

mais l'élévation de pression totale n'y a pas atteint sa valeur maximale et est égale à :

$$0,44 \frac{1}{2} \rho u^2 \frac{m_0}{m_0 + m_a}$$

légèrement plus faible que pour $(v/u) = 0,5$.

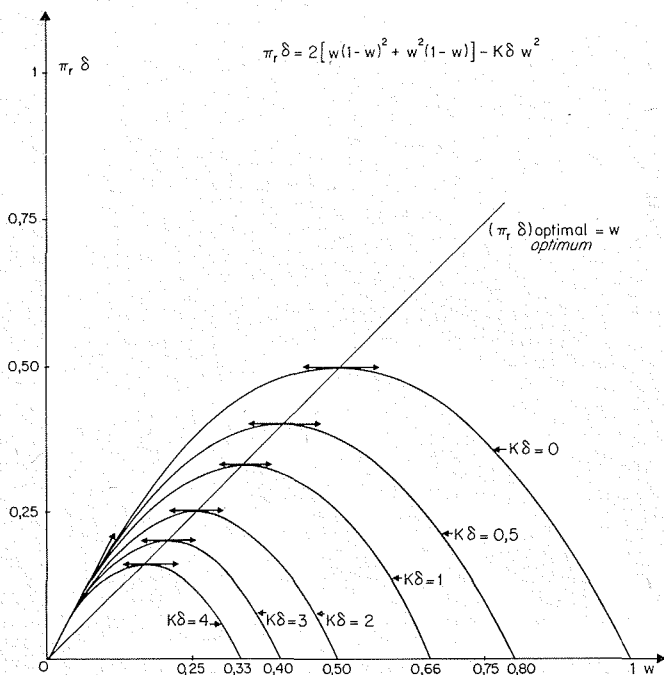
3. Dans la pratique, la chambre de mélange cylindrique est en général suivie d'un diffuseur, de façon à se relier à la section d'utilisation, et dans lequel on transforme une fraction de la pression dynamique en nouvelle augmentation de pression statique; mais cette transformation d'énergie de vitesse en énergie de pression est toujours affectée d'un rendement évidemment inférieur à l'unité, la perte d'énergie étant directement proportionnelle au carré de la vitesse moyenne de l'écoulement à l'entrée du diffuseur. Il apparaît donc qu'il n'y a pas lieu de rechercher une vitesse d'écoulement v trop élevée.

Il convient également de souligner que nous n'avons pas tenu compte du frottement fluide sur la paroi de la chambre de mélange cylindrique, dont la longueur doit être prévue de 6 à 7 fois son diamètre, résultat donné par l'expérience. En général, la perte par frottement à la paroi reste faible et cette approximation est assez justifiée. Mais toujours est-il qu'il y a là une raison supplémentaire pour éviter d'élever exagérément la vitesse v .

De plus, la mise en place de l'injecteur d'alimentation du débit primaire m_0 n'est pas sans entraîner une nouvelle perte de pression par traînée de forme. On s'efforcera en profilant le mieux possible l'injecteur et sa fixation, de réduire le coefficient de traînée qui, de toute façon, entraîne également une perte de pression variant comme le carré de la vitesse.

Ejecteur avec diffuseur

Tous ces éléments amènent à considérer l'influence d'une perte sur l'élévation de pression totale qu'on pourra écrire, vu la valeur des grands nombres de Reynolds généralement réalisés dans le



2/

fonctionnement des éjecteurs, égale à $k\rho(v^2/2)$, k étant une constante sans dimension dont la valeur numérique est conditionnée en grande partie par le dessin du diffuseur. Dans le cas d'un diffuseur classique avec angle d'ouverture total égal à 7° , la valeur de k propre au diffuseur serait égale à 0,10-0,15, mais, ici, on majorera cette valeur de façon à tenir compte également d'autres pertes comme la perte de pression par traînée de forme du dispositif d'injection du débit moteur.

1. Il vient donc, pour l'augmentation de pression totale réelle :

$$\Delta P_r = \rho \frac{u^2}{2} \frac{m_0}{m_0 + m_a} \times \left[\frac{v}{u} \left(1 - \frac{v}{u}\right)^2 + \frac{v^2}{u^2} \left(1 - \frac{v}{u}\right) \right] - k \frac{\rho v^2}{2}$$

reprenant les coefficients adimensionnels déjà définis, il viendrait :

$$\pi_r \delta = 2[w(1-w)^2 + w^2(1-w)] - k\delta w^2$$

La figure 2 représente le réseau de courbes donnant la variation de $\pi_r \delta$ en fonction de w , le paramètre du réseau étant le produit $k\delta$ qui s'introduit naturellement, δ étant toujours le rapport de dilution :

$$\delta = \frac{m_0 + m_a}{m_0}$$

Ces courbes sont des paraboles à axe vertical orienté vers le bas et il est remarquable de noter que le lieu des sommets de ce réseau de paraboles est donné par la bissectrice d'équation :

$$\pi_r \delta = w$$

la valeur maximale de $\pi_r \delta$ étant, comme bien entendu, une fonction décroissante du paramètre $k\delta$. L'augmentation de pression totale réalisée diminue, soit qu'on travaille à géométrie fixe, le taux de dilution δ augmentant, soit qu'on travaille à un taux de dilution δ donné, la valeur de k augmentant.

2. Examinons maintenant la valeur du rendement énergétique dans cette opération de mélange. L'énergie est apportée par le débit inducteur ou moteur m_0 qui cède au débit total ($m_0 + m_a$) une fraction de son énergie cinétique :

$$m_0 \left(\frac{u^2}{2} - \frac{v^2}{2} \right)$$

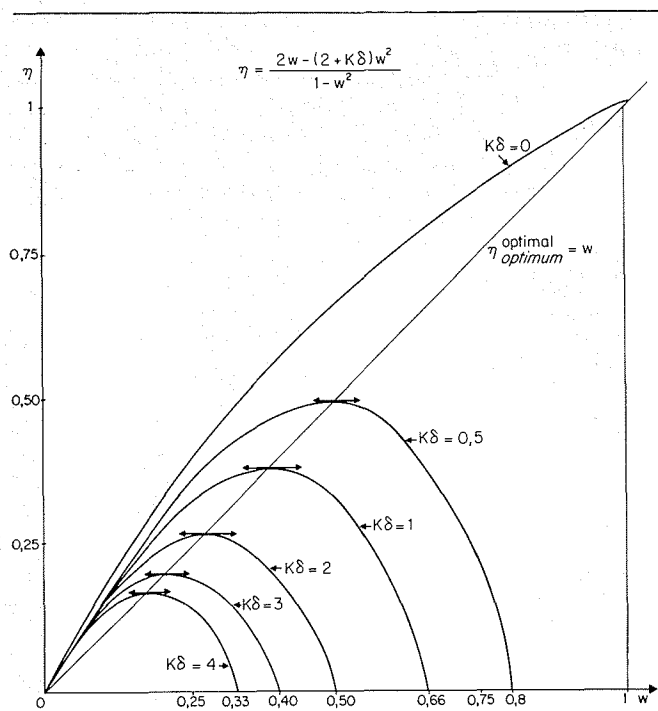
une partie de cette énergie permet de disposer en fin d'opération de mélange d'un débit ($m_0 + m_a$) dont la pression totale a été élevée de la quantité ΔP_r .

Nous écrivons donc :

$$\eta = \frac{(m_0 + m_a) (\Delta P_r / \rho)}{m_0 (u^2/2) [1 - (v^2/u^2)]}$$

en coefficient sans dimensions, il vient :

$$\eta = \frac{2w - (2 + k\delta)w^2}{1 - w^2}$$



3/

La figure 3 représente le réseau de courbes donnant les variations de η en fonction de w , avec toujours comme paramètre le produit $k\delta$. Notons une nouvelle fois que le lieu des valeurs maximales de η est encore situé sur la bissectrice

$$\eta = w$$

η devient nul pour $w = 2/(2 + k\delta)$.

REMARQUE :

Considérons le cas théorique de l'éjecteur sans perte ($k = 0$) $\eta = 0$ si $w = 1$; effectivement, si $v = u$, il n'y a plus aucune cession d'énergie du fluide moteur au fluide ambiant.

Mais notons que pour $w = 1 - \epsilon$, η est presque égal à l'unité et présente donc une discontinuité à la valeur de la variable $w = 1$. Par contre, si on considère que pour $w = 1$, il n'y a plus aucune perte d'énergie, on pourrait aussi bien dire que, pour cette valeur, $\eta = 1$. Cette remarque n'a qu'un caractère purement académique, car dans la pratique, on se tiendra toujours assez loin de cette valeur de w .

Dans la pratique, k est différent de zéro et, pour une valeur de k fixée, la valeur maximale du rendement est une fonction décroissante du taux de dilution. Les éjecteurs-soufflantes travaillant à un taux de dilution élevé de l'ordre de 10 à 15 ne peuvent avoir qu'un rendement assez bas, de l'ordre de 15 à 20 %.

3. De cet ensemble de résultats, il est alors aisé de dresser l'abaque d'utilisation de la figure 4 qui donne en fonction de $k\delta$ les valeurs optimales de π, δ et η , ces valeurs étant de plus égales aux valeurs de $w = (v/u)$ qu'il convient de respecter dans le calcul de la section cylindrique de la chambre de mélange. Cet abaque donne également la courbe

frontière du plan ($k\delta, w$); un point de fonctionnement situé dans la zone, dite « zone interdite » conduirait à une perte de pression totale, l'élévation de pression réalisée dans l'opération de mélange étant plus que perdue dans le diffuseur.

Cette courbe frontière est représentée par l'équation :

$$w(2 + k\delta) = 2$$

La courbe de (π, δ) optimale est représentée par l'équation :

$$w(2 + k\delta) = 1$$

Et enfin, la courbe de η optimal est représentée par l'équation :

$$w^2 - (2 + k\delta)w + 1 = 0$$

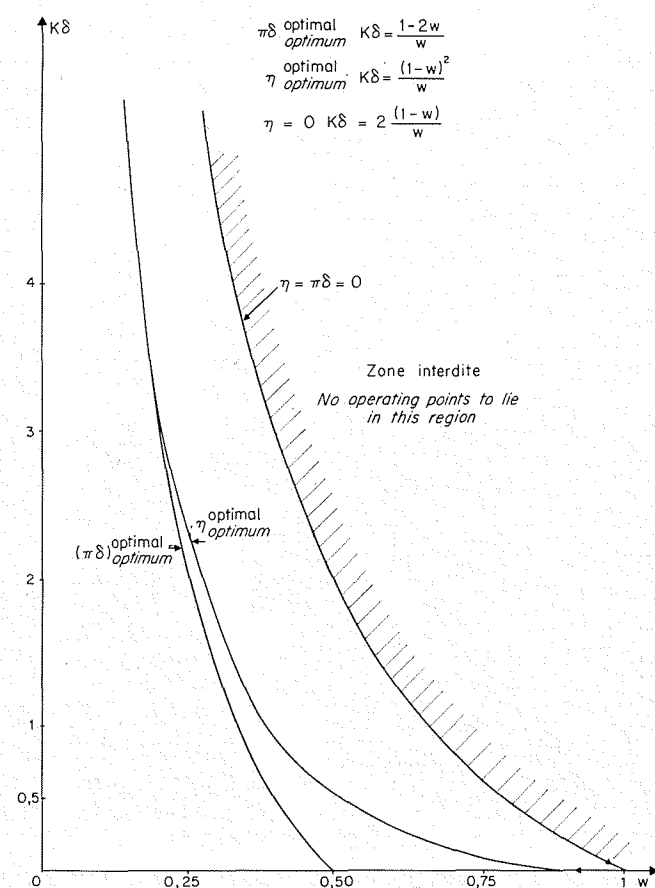
Selon qu'on désire travailler à (π, δ) optimal ou à η optimal, on utilisera l'une ou l'autre courbe et, en se reportant respectivement à la figure 3 ou à la figure 2, on déterminera les valeurs de η ou de π, δ correspondantes.

Applications

Donnons, à ce titre d'illustration, deux exemples simples d'application de la méthode.

On désire élever d'une quantité ΔP_r le niveau de pression d'un débit total ($m_0 + m_a$).

1. Quelle doit être la valeur du débit m_0 , sachant



4/

qu'on sera en mesure d'injecter ce débit m_0 à la vitesse u dans la chambre de mélange ?

On calculera :

$$\pi_r = \frac{\Delta P}{(1/2) \rho u^2},$$

et k étant fixé, δ est déterminé par l'équation $\pi_r \delta (2 + k\delta) = 1$, soit :

$$k\pi_r \delta^2 + 2\pi_r \delta - 1 = 0$$

$$\delta = \frac{-\pi_r + \sqrt{\pi_r^2 + k\pi_r}}{k\pi_r}$$

δ étant calculé, le produit $\delta\pi_r$ est justement égal à v/u , d'où on déterminera V et la section de la chambre de mélange par :

$$S = \frac{m_0 + m_a}{\rho V}$$

2. Quelle doit être la valeur de U , sachant qu'on dispose *a priori* d'un débit m_0 ?

On calcule :

$$\delta = \frac{m_0 + m_a}{m_0}$$

d'où $k\delta$ et, en se reportant à la figure 4, on détermine le produit $\pi_r \delta$, d'où :

$$\frac{1}{2} \rho u^2 = \frac{\Delta P}{\pi_r}$$

U étant ainsi calculé, on détermine v par :

$$\frac{v}{u} = \pi_r \delta$$

et la section de la chambre de mélange S .

3. Examinons la valeur des approximations effectuées. Dans la pratique, $k\delta$ peut atteindre la valeur 2 à 3, c'est-à-dire, d'après la figure 4, que v/u peut atteindre la valeur 0,2 et u/v la valeur 5.

Il vient alors :

$$a) \frac{s}{S} = \frac{v}{u} \frac{m_0}{m_0 + m_a}, \text{ soit } \frac{s}{S} \approx \frac{0,2}{\delta} \text{ pour } \delta = 10$$

(s/S) \approx 0,02, ce qui est bien négligeable devant l'unité.

$$b) \frac{\delta v}{v} = \frac{s}{S} \left(\frac{u}{v} - 1 \right), \text{ soit } \frac{\delta v}{v} = \frac{0,8}{\delta}, \text{ avec } \delta = 10$$

v représente déjà 8 % de la vitesse. v .

D'une façon générale, pour un rapport de dilution connu ou déterminé, il convient d'effectuer le calcul de ces approximations, de façon à connaître l'ordre de grandeur de l'erreur introduite en appliquant cette méthode de calcul de l'éjecteur à chambre de mélange cylindrique. Cette erreur augmente quand le taux de dilution δ diminue.

4. Par contre, pour les taux de dilution élevés, de l'ordre de 15 à 20, et c'est le cas, par exemple, dans les éjecteurs soufflants assurant la circulation des gaz dans les boucles d'essais d'éléments combustibles nucléaires, ces approximations n'affectent pratiquement pas le calcul d'optimisation de la section de l'éjecteur. Le débit moteur est en général injecté dans la chambre sous un taux de détente largement supersonique.

La vitesse u d'injection à considérer est alors évidemment égale au quotient du débit de quantité G_0 par le débit masse m_0 $u = (G_0/m_0)$ si la buse motrice est simplement convergente, et égale à la vitesse de détente isentropique si la buse motrice est parfaitement adaptée, c'est-à-dire convergente-divergente.

Abstract
Design of an ejector with a
cylindrical mixing
chamber

by
J.-R. Fellous *

The design of the cylindrical mixing chamber type ejector described in this article is based on the classical mass flow continuity equations and the momentum theorem.

The ejector is first considered as consisting solely of the mixing chamber, which is made long enough to ensure that the whole of the driving flow momentum is transferred to the induced flow. It has been found by experience that the length of the mixer should be of the order of 6 to 7 times the mixer diameter. This being

* Engineer at the SO.GR.E.A.H.

so, owing to the cylindrical shape of the mixer the momentum transfer can be written straight down without any difficulty, wall friction being ignored.

The ejector operating equation is then written in non-dimensional parameters, relating the induced fluid static and total pressure rises Δp and ΔP respectively to the dynamic pressure of the driving fluid:

$$\frac{1}{2} \rho u^2 \left(\omega = \frac{\Delta p}{\rho u^2/2} \text{ and } \pi = \frac{\Delta P}{\rho u^2/2} \right)$$

and the mean flow velocity of the total mixed discharge v to the driving or inducing flow injection velocity u [$w = (v/u)$].

Finally, the dilution rate δ relating the total mass flow ($m_0 + m_a$) to the driving mass flow $\delta = [(m_0 + m_a)/m_0]$ fits in quite naturally and Figure 1 gives the variations of $w\delta$ and $\pi\delta$ in terms of the variable w which in this case is considered as the fundamental variable in the design of the ejector. This figure, although it concerns a theoretical case, shows that the mixer cross-section should be made large enough to prevent the flow velocity of the total flow being excessively high, the object being to obtain as high an induced fluid pressure as possible.

In practice the mixing chamber is generally followed by a diffuser, the object of which is to transform part of the fluid's kinetic energy into pressure energy as efficiently as possible. This means that the diffuser head loss coefficient k should be taken into account. The operating equation is then applied to the case of the ejector complete with its diffuser, k being combined with the dilution rate δ to give a non-dimensional number $k\delta$, which is taken as a parameter for the sets of curves representing the functions,

$$\pi\delta = \pi\delta(w, k\delta)$$

and :

$$\eta = \eta(w, k\delta)$$

η being the thermodynamic efficiency of the mixing operation (Figs. 2 and 3).

These sets of curves show very simply the effect of increasing k or the dilution rate δ . It is admittedly well known that the value of the coefficient k should be kept as low as possible but these curves also show very clearly that ejectors working at high dilution rates will have very limited thermodynamic efficiency, as the latter decreases inversely with the dilution rate.

Finally, owing to the simple form of these equations the optimum mixer cross-section can be worked out practically straightaway, the maximum value for the product $\pi\delta$, for a given set of operating conditions, being precisely the same as the ratio v/u which the mixer design must achieve. Two simple applications of this last remark are given to illustrate the use of the method of calculation described in this article.