

LES MÉTHODES D'ANALYSE ET DE PRÉVISION DES BAS DÉBITS ASPECTS ÉCONOMIQUES ET TECHNIQUES

PAR J. MOUY *

Intérêt de l'étude des bas débits

Jusqu'à ces dernières années, les études hydrologiques des cours d'eau avaient porté surtout sur les crues, leur occurrence, leur genèse, leur développement et leur atténuation.

En effet, outre que leur aspect spectaculaire attire l'attention sur leurs conséquences économiques et humaines, l'analyse des crues permet de déterminer de façon rationnelle les caractéristiques et les dimensions des ouvrages destinés à les supporter, à les atténuer ou à les contenir.

D'autre part, les théories de prévision probabiliste mises au point pour définir les crues se prêtent bien à un calcul d'optimisation économique de leurs ouvrages de protection [1].

Cependant, le développement général de l'économie entraîne une utilisation de plus en plus importante d'eau douce dont les propriétés calorifiques, thermodynamiques, chimiques et détersives sont généralement excellentes et qui est évidemment de très loin le fluide le plus facile à se procurer et à transporter, même s'il requiert certains traitements spécifiques.

Mais c'est, bien entendu, la vie végétale qui reste le consommateur principal de l'eau terrestre par son assimilation directe dans les tissus et par l'évapotranspiration qu'entraîne l'équilibre physiologique de ceux-ci avec l'atmosphère.

Dans les pays tempérés, l'eau météorique reste suffisante la plupart du temps pour assurer une production agricole convenable. Mais la nécessaire régularité des approvisionnements et l'amélioration

de la qualité entraîneront de plus en plus à avoir recours systématiquement à l'irrigation [2].

Déjà, dans certaines régions, le partage de l'eau entre les différents utilisateurs pose des problèmes difficiles et ceci d'autant plus que certaines consommations sont particulièrement importantes en période d'étiage.

Indiquons, cependant, que seule l'agriculture est consommatrice d'eau au sens propre. Pour la plupart des autres utilisateurs, le pourcentage de perte effective est relativement faible. L'eau n'est qu'un véhicule, thermique ou chimique. Mais, si elle est restituée, c'est chargée et polluée, nécessitant soit un long stockage pour lui permettre de retrouver ses conditions naturelles, soit de difficiles et coûteux traitements.

D'où l'intérêt que présente l'étude des bas débits. Cette étude portera d'abord sur leurs caractéristiques physiques, allure générale, occurrence, et elle débouchera ensuite sur les répercussions économiques d'une pénurie qui oblige à un partage entre les différents utilisateurs.

Le tarissement

A la suite d'une période de sécheresse sur tout le bassin versant, lorsque le sol devient partout sec en surface, le débit décroît d'une manière continue, souvent bien représentée par une loi empirique de type exponentiel :

$Q = Q_0 e^{-t/t_0}$ (loi de Maillet);

Q : débit au temps t ;

Q_0 : débit à l'origine des temps (prise dans la période de sécheresse);

t_0 : constante homogène à un temps caractéristique du bassin.

* Ingénieur des Ponts et Chaussées.

Cette loi est susceptible d'une certaine justification théorique.

Très grossièrement, on peut assimiler l'ensemble de la rivière à un réservoir qui se vide. Dans ce cas, on trouve :

$$t_0 \# \frac{L}{V}$$

L : longueur totale du lit;
V : vitesse moyenne de l'eau.

D'une manière plus exacte, cette loi est la conséquence des équations d'équilibre dynamique de l'eau dans les terrains (loi de Darcy et équation de continuité) assorties d'hypothèses simplificatrices assez peu restrictives (hauteur de l'eau en mouvement faible devant la hauteur totale, rayon de l'aire de chargement grand par rapport à la hauteur de l'eau en mouvement) [3].

Dans ce cas, on trouve :

$$t_0 \# \frac{4 SA}{\pi^2 T}$$

S : porosité efficace;
A : aire d'approvisionnement;
T : transmissivité = kh = produit du coefficient de perméabilité par la hauteur d'eau en mouvement.

Toutes les constantes dont elles dépendent étant généralement mal connues, ces formules ne permettent pas de déterminer directement le temps de base t_0 , mais elles montrent que, toutes choses étant égales par ailleurs, c'est fonction croissante du bassin versant. Pour les petits bassins, t_0 est de l'ordre de quelques jours; pour les grands, il peut atteindre plusieurs semaines et même plusieurs mois.

Cette circonstance rend généralement difficile la mesure directe de t_0 sur les grands bassins à partir du relevé des débits journaliers.

Dans les régions tempérées, les périodes sans pluie excèdent rarement quelques semaines et le débit d'une rivière en cours de tarissement est constamment perturbé par le ruissellement et les écoulements superficiels dus aux pluies tombées sur un point du bassin. Il faut aussi tenir compte des innombrables causes d'erreurs dues aux aménagements : écluses, barrages, pompage, etc.

Le temps de base est cependant très utile à connaître, car il permet de déterminer le volume total d'eau stocké au-dessus du niveau de base (niveau en dessous duquel l'écoulement est nul).

On a en effet :

$$V_0 = \int_0^\infty Q dt = Q_0 t_0$$

V_0 : volume en stock au temps d'occurrence du débit Q_0 .

De ce volume, on peut déduire, en particulier, l'aire d'approvisionnement :

$$A = V_0 / Sh_0$$

à comparer à la valeur que donne la formule directe :

$$A = \frac{\pi^2 t_0 kh_0}{4 S}$$

L'aire d'approvisionnement peut être très différente du bassin versant dans le cas où la tectonique interne ne suit pas l'orographie superficielle.

Signalons qu'il arrive fréquemment que le débit d'une rivière soit la somme des débits de plusieurs bassins de caractéristiques différentes. Dans ce cas, une analyse fine des débits journaliers permet de dissocier les éléments afférents à chaque bassin :

$$Q = Q_{01} e^{-t/t_{01}} + Q_{02} e^{-t/t_{02}}$$

$$V_0 = Q_{01} t_{01} + Q_{02} t_{02}$$

$$A_1 = \frac{\pi^2 t_{01} kh_0}{4 S}$$

$$A_2 = \frac{\pi^2 t_{02} kh_0}{4 S}$$

(ceci en supposant que les terrains d'emmagasinement aient des caractéristiques géologiques voisines et que les aires ne se distinguent que par leur structure géographique).

Occurrence de l'étiage annuel

Les basses eaux d'une rivière peuvent être dues parfois au gel qui bloque superficiellement les interstices des terrains aquifères et empêche à la fois le ruissellement et l'écoulement normal des réserves. Mais, le plus souvent, c'est pendant les mois chauds que l'intense évapotranspiration du sol prive les cours d'eau des ressources du ruissellement pluvial et des réserves superficielles, pour ne laisser apparaître que l'écoulement permanent des réserves souterraines profondes.

Effectivement, chaque année vers l'été, le débit des rivières s'appauvrit pendant une période plus ou moins longue, mais qui est généralement de l'ordre de plusieurs mois.

Par analogie avec ce que l'on fait pour les crues, il est tentant de caractériser la sécheresse d'une année par le débit minimal (en général journalier moyen) atteint par la rivière au cours de cette année. En fait, les phénomènes sont d'essence différente. La crue, et particulièrement la pointe de crue — valeur maximale atteinte par le débit — est un phénomène transitoire dû à des causes multiples et *a priori* aléatoires, telles que l'intensité et la durée de la pluie, la perméabilité superficielle instantanée du sol, l'état de la couverture végétale, etc. L'étiage est un phénomène de pulsation lente, très intimement liée à des structures de grande inertie, comme le volume total des réserves et l'évapotranspiration estivale sur le bassin versant. Il est difficile de penser (ce qu'exige pourtant une représentation probabiliste de son occurrence) que le débit minimal d'une année est tout à fait indépendant de ceux des années antérieures.

Cependant il est préférable de caractériser l'étiage annuel par la valeur minimale du débit moyen de n jours consécutifs ($n = 5, 10, \dots$) : ce mode de représentation permet en effet d'éliminer les fluctuations accidentelles de courte durée dues à des interventions humaines (jeu de barrage, écluse, soutirage par pompage...) qui se superposent au phénomène naturel et peuvent affecter très sen-

siblement à l'échelle de la journée le débit minimal observé.

C'est cette valeur minimale annuelle qui peut s'interpréter comme la réalisation d'une variable aléatoire dépendant d'une certaine loi de probabilité. La forme générale de cette loi et les paramètres qui la caractérisent sont établis de façon à s'ajuster au mieux aux valeurs expérimentales relevées au cours d'une période la plus longue possible.

Il faut remarquer que, une fois la fonction déterminée, nous ne pouvons pas lui demander beaucoup plus qu'une interpolation entre les valeurs observées; en particulier les valeurs de très faible probabilité nous resteront toujours inconnues.

Par contre, la forme mathématique de la loi de probabilité se prêtera particulièrement bien à des calculs d'espérance mathématique des valeurs, qui seront fort utiles pour mesurer les incidences économiques des étiages et, dans ces calculs, les valeurs de très faible probabilité interviennent peu.

D'autre part, le cadre du modèle probabiliste permet d'associer à l'estimation d'un quantile de la loi ajustée une « fourchette » ou intervalle de confiance qui mesure en quelque sorte le degré de précision avec lequel ce quantile est connu.

L'expression mathématique de la loi de probabilité prend la forme suivante :

— probabilité que le débit minimal d'une certaine année soit $\geq q = F(q)$.

L'expérience montre que les lois les plus couramment utilisées pour l'étude des étiages sont les suivantes [4] :

1° loi de Gumbel :

$$F(p) = \exp. [-e^{-\alpha(q-u)}]$$

2° loi de Fréchet :

$$F(q) = \exp. \left[- \left(\frac{q-\varepsilon}{u-\varepsilon} \right)^\alpha \right] \quad u > \varepsilon$$

On peut passer de l'une à l'autre par un changement de variable de la forme :

$$q_1 = a \log q_2 + b$$

Ceci étant, on peut remarquer qu'il est un peu choquant d'utiliser une formule telle que celle de la loi 1 dans laquelle la variable q peut prendre des valeurs négatives.

D'autre part, la loi 2 semble mieux s'adapter aux séries connues. La variable q peut prendre toutes les valeurs comprises entre l'infini et ε qui s'interprète ainsi comme le débit minimal absolu et qu'on peut prendre égal à zéro. La loi ne dépend plus alors que de deux paramètres α et K calculables aisément par la méthode des moments :

$$F(q) = e^{-q/K}$$

M. Bernier [5] a pu rattacher la valeur de α aux coefficients caractérisant la loi de tarissement du débit et à la probabilité de durée des périodes sèches (périodes sans pluie susceptible de donner un ruissellement).

Soit la loi de tarissement :

$$Q = Q_0 e^{-t/t_0}$$

Si la loi de probabilité des durées T des périodes sèches supérieures à une durée donnée (10 jours par exemple) s'écrit :

$$\text{Probabilité que : } T \geq t = e^{-(t-10)/\theta}$$

on trouve $\alpha = t_0/\theta$.

Cette formule permet de déterminer d'une manière élégante un des coefficients de la loi de Fréchet, en utilisant uniquement, avec la loi de tarissement du débit, le tableau des longueurs des périodes sèches. Les séries chronologiques des pluies sur un bassin sont, en effet, généralement plus longues et mieux connues que celles des débits d'étiage.

Notons que cette formulation ne nous donne aucune indication sur la date d'occurrence des étiages.

Conséquences économiques des étiages

Les besoins de l'activité économique et de l'évolution sociale imposent un développement croissant de l'utilisation de l'eau. Même s'il permet d'obtenir une eau de meilleure qualité, disponible à tout instant, et d'un volume à peu près indépendant du rythme des saisons, le soutirage dans les nappes aquifères souterraines ne peut représenter qu'une faible participation à ces besoins, étant donné l'incertitude qui subsistera toujours sur les possibilités de rechargement de ces nappes. Le pompage en rivière constitue l'alimentation la plus sûre, la plus facile et la moins onéreuse, et la seule qui soit susceptible de fournir des volumes importants.

Or, l'évaluation des besoins globaux montre que, même dans les pays tempérés et bien arrosés, la moyenne actuelle des besoins atteindra dans quelques décennies l'ordre de grandeur des ressources.

Les chiffres suivants (en milliards de m³/an) ont été avancés pour la France [6] :

	1955	1970	2050
Consommation humaine.	1,9	4	7,5
Eau industrielle :			
— de circulation.	(10,4)	(23)	(72)
— prélevée	6,5	14	36
Irrigation.	10	14,5	40
Navigation.	1,3	1,5	2,5
Total des prélèvements. (y compris l'eau de circulation).	19,7	34	86
	30,1	57	158

Volume annuel moyen :

- d'eau écoulée. 160 milliards de m³
- d'eau infiltrée. 20 milliards de m³

En fait, la comparaison des moyennes est fallacieuse, car la répartition de ces ressources et de ces besoins dans l'espace et dans le temps est très variable. Déjà, on voit apparaître des problèmes locaux et saisonniers, des concomitances d'une

forte demande (pour l'irrigation par exemple) et d'étiages accentués dans certaines régions.

Ainsi s'impose l'idée d'un arbitrage, basé sur des critères économiques, entre différents utilisateurs possibles d'une même source.

La théorie économique de la valeur de l'eau est encore dans l'enfance, car l'utilisation de cet élément est si générale et si diverse qu'il est difficile de définir le prix d'un mètre cube d'eau selon qu'il est utilisé pour l'alimentation humaine, l'irrigation, le refroidissement des condenseurs des usines thermiques, le lessivage de produits chimiques ou l'agrément sportif [7].

En partant de la valeur d'usage de ce mètre cube (prix que consentirait à payer à la puissance publique un certain utilisateur), la quantité à mettre en arbitrage serait la suivante :

$$V_r = \frac{V_u}{1-r} - rt$$

- V_r : valeur vraie;
- V_u : valeur d'usage;
- r : taux de récupération;
- t : coût du traitement de pollution (à charge de la collectivité).

Cependant la valeur d'usage du mètre cube dépend des investissements à exécuter et le volume de ceux-ci est fonction des quantités d'eau disponibles au moment des besoins, c'est-à-dire, le plus souvent, à l'étiage.

Connaissant la loi de probabilité du débit d'étiage en un point d'une rivière et la loi de tarissement, il est possible de déterminer l'espérance mathématique du volume roulé par la rivière pendant une période d'une certaine durée au cours des basses eaux et sa répartition autour de sa moyenne.

Le problème est donc théoriquement soluble à condition qu'aucun élément perturbateur (construction de barrages, ponction en amont) ne vienne modifier les données de base. Il faut cependant ajouter que, si nous pouvons estimer ainsi le volume roulé par la rivière pendant un certain nombre de semaines, par exemple, la méthode ne permet pas de déterminer la date de cette période. Il reste donc un élément d'incertitude important lorsque par ailleurs une date est à peu près fixée pour l'utilisateur (irrigation, par exemple, au moment de la germination).

Un cas particulier intéressant est celui qui met en concurrence un concessionnaire d'énergie hydroélectrique et un utilisateur agricole. Il se distingue du cas général en ce sens que le concessionnaire a reçu, par son Cahier des Charges, une garantie de la puissance concédante de disposer d'un certain débit tandis qu'au contraire l'agriculteur est un véritable consommateur d'eau, sans restitution directe. Ici, le problème n'est pas celui du choix entre deux utilisateurs, mais celui du calcul d'une indemnité compensatrice.

La ponction d'un certain volume d'eau, non restitué, occasionne au concessionnaire des pertes directes (*) :

(*) Le calcul suppose que le débit naturel de basses eaux est suffisamment faible pour être inférieur au débit d'équipement des usines, ce qui est généralement le cas. Autrement, la ponction agricole ne ferait pas diminuer le déversement.

— une perte d'énergie sur toutes les usines existantes ou en projet à l'aval du point de pompage :

$$\frac{\Delta E}{\text{kWh}} = \rho \frac{\Delta V}{366} \frac{H}{m}$$

ρ : rendement global;

— une perte de puissance sur toutes les usines existantes ou à l'aval du point de pompage;

$$\frac{\Delta p}{\text{kW}} = 9,81 \rho' \frac{Q}{m^3/s} \frac{H}{m}$$

ρ' : rendement en puissance.

Mais le soutien des débits d'étiage pour permettre l'irrigation peut nécessiter un déstockage en été des réservoirs supérieurs, qui occasionne des pertes indirectes. En effet, le volume d'eau qui a été stocké pour être utilisé en période de forte demande d'énergie, au cours de l'hiver, représente une valeur économique de qualité qui se trouve dégradée par son turbinage en été, période de faible demande. Les pertes indirectes représentent le coût de cette dégradation, ainsi que celui du risque de défaillance consécutif à une mauvaise utilisation de la réserve.

Le nombre de variables aléatoires est tel que le calcul des pertes à prévoir en cas d'un aménagement ne peut fournir qu'un ordre de grandeur, mais déjà cet ordre de grandeur est intéressant à connaître.

Variation des réserves

Comme nous l'avons déjà souligné, l'étiage est lié aux réserves souterraines et celles-ci interviennent directement dans le bilan d'eau.

L'évaluation de ces réserves à partir de la courbe de tarissement nous permet d'établir le bilan d'eau entre deux apparitions de ce tarissement.

Nous avons, en effet, la formule suivante :

$$W = P - E + V_1 - V_2$$

W : volume écoulé par l'émissaire entre les dates 1 et 2;

P : volume de pluie tombé sur le bassin entre ces dates;

E : évapotranspiration entre ces dates;

V_1 : $Q_1 t_0$ volume des réserves souterraines au temps 1;

V_2 : $Q_2 t_0$ volume des réserves souterraines au temps 2;

Q_1 et Q_2 : débits de tarissement aux temps 1 et 2;

t_0 : paramètre de la loi de tarissement.

Cette formule n'est valable que si les dates extrêmes correspondent effectivement à des périodes où les réserves souterraines contribuent seules au maintien du débit.

Il est rare qu'il en soit ainsi au 1^{er} janvier. Aussi l'année hydrologique sur laquelle on établit un bilan d'eau annuel des cours d'eau français à régime pluvial commence-t-elle le plus souvent le 1^{er} octobre, à la fin de la sécheresse d'été et avant que l'influence des pluies d'automne ne se fasse sentir.

Il est possible de déterminer directement le volume des réserves à partir des pluies, connaissant le facteur de recharge R (coefficient moyen de répartition instantanée entre la pluie infiltrée et la pluie ruisselée, variant de 0,5 à 0,7).

$$V_t = R \sum_{i=t}^{\infty} P_i e^{-(t-i+1)/t_0}$$

V_t : volume des réserves en fin de l'année t (au-dessus du niveau de base);

P_i : volume de pluie tombée au cours d'une année i antérieure à l'année t ;

t_0 : temps de base de la loi de tarissement (en années).

Le coefficient $e^{-(t-i+1)/t_0}$ représente la part de la pluie infiltrée l'année i subsistant à la fin de l'année t . Comme le temps de base ne dépasse pas quelques mois, ce coefficient est rapidement décroissant et on peut en limiter le développement à quelques termes [8].

Influences successives des étiages

La masse des réserves d'eau souterraines constitue un volant hydraulique d'une inertie considérable. En année de faible pluviosité, la réserve est mise à contribution pour soutenir le débit qui est ainsi supérieur à celui que donnerait le simple ruissellement. En année de pluie abondante, au contraire, la réserve se recharge.

Dans ces conditions, le postulat d'une stricte indépendance des étiages annuels, que nous avons admis pour justifier l'établissement d'une loi statistique simple de répartition, est hautement discutable.

On ne peut qu'être frappé, d'autre part, lorsqu'on examine le tableau des coefficients d'hydraulicité annuels pendant une longue période, par le fait que les années sèches et les années humides apparaissent « par paquets ». Après une année sèche on a plus de chance de voir apparaître une année sèche, après une année humide plus de chance de voir apparaître une année humide, que ne le laisserait supposer la répartition des phénomènes météorologiques que l'on peut considérer, elle, comme parfaitement aléatoire. L'apologue des sept vaches grasses et des sept vaches maigres montre que ce fait avait déjà frappé l'esprit des Anciens.

Mais puisque, généralement, t_0 est très inférieur à une année, le coefficient de corrélation e^{-i/t_0} s'atténue très rapidement lorsqu'on remonte le cours du temps.

On peut se limiter, en première approximation, au premier terme, chaque année dépendant ainsi seulement de l'année précédente.

On est donc conduit à un schéma en chaîne markovienne, caractérisé par une matrice de passage d'une année à l'autre [9].

L'expérience montre que ce schéma, réduit à une simple alternative entre année sèche et année humide (ou, plus exactement, année de faible écoulement et année de fort écoulement) s'adapte bien à la succession des coefficients d'hydraulicité de la France entière et, plus particulièrement, à l'hydraulicité des bassins sans réserves glaciaires comme le Massif central.

Cependant, nous ne disposons jusqu'ici d'aucun test permettant de juger de la validité de cette hypothèse. Il est souhaitable que les mathématiciens s'attachent à créer de tels tests qui puissent permettre d'aller plus avant dans une voie certainement pleine de promesse.

Bibliographie

- [1] BERNIER (J.). — Portée et limite des méthodes de prévision statistique des crues utilisées dans le calcul économique des ouvrages de protection contre les crues. *Bulletin du C.R.E.C.*, n° 6 (1963). (Etude complète du calcul économique des ouvrages de protection de crues.)
- [2] LECARPENTIER (C.) et BESANVAL (G.). — Etude fréquentielle des besoins en eau d'irrigation en France Métropolitaine. *Ministère de l'Agriculture. Section Technique Générale de l'Aménagement des Eaux*, Paris (1964). (Détermination des besoins en eau sur différents bassins en fonction des caractéristiques hydrologiques du terrain — réserve facilement utilisable — et de la sécheresse de l'année.)
- [3] MERO (F.). — Application of Groundwater depletion curves. *Association Internationale d'Hydrologie Scientifique*, Publication n° 63, Assemblée de Berkeley (1963). (Justification mathématique de la formule de tarissement. Application à l'évaluation des réserves souterraines.)
MERO (F.). — Hydrological Investigation of the Na' Aman Spring Region. *Water Planning for Israel*, Tel Aviv (1958). (Etude hydrologique d'une source pérenne et calcul des caractéristiques de son aire d'approvisionnement.)
- [4] GUMBEL (E.J.). — Statistical Theory of Floods and Droughts. *Journal of the Institution of Water Engineers*, tome 12, London (1958). (Théorie des fonctions de répartition statistique d'allure exponentielle.)
- [5] BERNIER (J.). — La prévision statistique des bas débits. *Association Internationale d'Hydrologie Scientifique*, Publication n° 63, Assemblée de Berkeley (1963). (Application des lois de Gumbel et de Fréchet.)
- [6] COMMISSARIAT GÉNÉRAL AU PLAN. — Rapport général du Colloque sur la recherche dans le domaine de l'eau, 14-15 mars 1961, Paris (1961). (Évaluation des besoins en eau selon les différentes utilisations.)
- [7] LÉVY-LAMBERT (H.). — Rapport n° 14 du Colloque Franco-Polonais sur la recherche dans le domaine de l'eau, Varsovie (septembre 1964). (Esquisse d'une théorie économique du prix de l'eau.)
- [8] YEVDJEVICH (V.M.). — Fluctuations of wet and dry years. *Colorado State University - Department of Civil Engineers*, Fort Collins (1963).
- [9] BERNIER (J.). — Introduction aux processus de Markoff. La théorie stochastique des réservoirs. *La Houille Blanche*, n° 5 (août-septembre 1965). (Introduction aux applications hydrologiques des processus markoviens.)