ANALYSE CRITIQUE DE LA VALIDITÉ DES ÉTUDES DE NAPPES SOUTERRAINES A L'AIDE DE MODÈLES

PAR
P. PRUDHOMME *
PH. ROGNON ** et
G. SOUQUET ***

L'utilisation rationnelle des ressources hydrauliques entraîne l'obligation d'élaborer des procédés qui permettent de définir, avec toute garantie, les conditions optimales d'exploitation des eaux souterraines.

Le développement de la physique et des mathématiques a déjà permis d'élaborer un certain nombre de lois auxquelles répondent divers phénomènes propres à la circulation des fluides dans les milieux poreux. Toutefois, dans l'état actuel de nos connaissances, aucune solution simple ne permet de tenir compte de la complexité du milieu naturel. On ne peut pourtant négliger celle-ci si l'on veut atteindre une quelconque précision dans l'estimation des ressources disponibles dans un aquifère donné.

On en vient alors tout naturellement à l'idée de construire des modèles, que l'on puisse facilement accorder au milieu naturel et utiliser pour simuler toutes les situations d'exploitation imaginables à peu de frais et sans danger pour le système réel.

Les modèles peuvent être classés en trois catégories :

1° ceux qui font appel aux lois de la similitude pour transposer à l'échelle du laboratoire le domaine réel et le phénomène à étudier;

2° ceux qui utilisent l'analogie existante entre l'écoulement des fluides dans les milieux poreux et un autre phénomène physique : c'est le cas des modèles électriques;

3° ceux qui s'appuient sur une simulation mathématique et se traduisent par des procédés de résolution des équations différentielles représentatives du phénomène : ce sont les modèles mathématiques.

Le terme même de « modèles » et le but dans lequel ceux-ci ont été élaborés impliquent leur représentativité du domaine réel. On se heurte ainsi apparemment à une objection évidente : n'est-il pas illusoire, de par l'existence de cette complexité du milieu naturel évoquée plus haut, d'espérer disposer de tous les éléments nécessaires à la construction d'un modèle représentatif du domaine réel ?

On peut répondre à cela que l'emploi des modèles, même sur un schéma imprécis et douteux, conduit à une précision plus grande que l'utilisation des formules usuelles qui font nécessairement appel à des hypothèses encore plus simplificatrices que ce schéma.

De plus, et c'est là l'objet de notre exposé, les modèles font preuve d'une capacité logique qui leur permet de choisir parmi les différentes hypothèses possibles les seules qui sont compatibles avec les observations effectuées sur le comportement de la nappe. Ils permettent simultanément de préciser les caractéristiques des aquifères et les conditions aux limites des nappes. Grâce à ces deux facultés, on peut espérer construire des modèles véritablement représentatifs des systèmes réels.

Validité de l'utilisation de modèles Bases théoriques

Les données de terrain permettent en général de définir la répartition des hauteurs piézométriques et

* Chef du Département d'Etudes hydrologiques de Géopétrole.
** Ingénieur-géologue au Département d'Etudes hydrologiques de Géopétrole.
*** Chef du Laboratoire d'Analogie électrique de Géopétrole.

Article published by SHF and available at http://www.shf-lhb.org or http://dx.doi.org/10.1051/lhb/1967011

leurs variations dans le temps, les écoulements pouvant être naturels ou correspondre à un régime donné d'exploitation.

On peut considérer que l'écoulement de l'eau dans un aquifère est sensiblement bidimensionnel. Notons d'ailleurs que cette condition de bidimensionnalité est admise implicitement chaque fois que l'on suppose que la hauteur piézométrique donnée par un puits d'observation est valable sur toute la verticale de l'aquifère passant par le puits (hypothèse faite dans le tracé des cartes de surface piézométrique).

La distribution des hauteurs piézométriques dans l'aquifère répond alors à l'équation différentielle :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\mathrm{T}_{(x,y)}\frac{\partial h}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mathrm{T}_{(x,y)}\frac{\partial h}{\partial y}\right)=\frac{\mathrm{S}\partial h}{\partial t}+\mathrm{B} \qquad (1)$$

dans laquelle :

$\mathrm{T}_{(x,y)}$: transmissivité au point (x, y);
h : hauteur piézométrique;
S : coefficient d'emmagasinement;
B : apport ou prélèvement d'eau extérieur à l'aquifère;
t : temps;
x, y : axes rectangulaires servant à définir le mouvement.

L'équation (1) peut être considérée comme valable également pour les nappes libres lorsque la réduction de transmissivité due à l'abaissement de surface libre est négligeable devant la transmissivité de l'aquifère et que le coefficient S est constant dans le temps.

La connaissance des surfaces piézométriques à différents instants permet d'admettre que l'on connaît l'histoire et le champ des pressions en tout point du domaine considéré.

L'équation (1) peut s'écrire sous la forme :

$$a\mathrm{T}'_x + b\mathrm{T}'_y + \mathrm{T}\Delta\mathrm{H} = \mathrm{S}\,\frac{\partial h}{\partial t} + \mathrm{B} \qquad (2)$$

où :

$$a=\frac{\partial h}{\partial x} \qquad b=\frac{\partial h}{\partial y} \qquad \mathrm{T}'_x=\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x} \qquad \mathrm{T}'_y=\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}$$

C'est une équation aux dérivées partielles linéaire du premier ordre en $\mathrm{T}_{(x,y)}$. Les lignes caractéristiques sont les lignes définies par $\frac{dx}{a}=\frac{dy}{b}$: ce sont donc les lignes de courant de l'écoulement.

En appelant « s » l'abscisse curviligne sur une ligne de courant, le calcul nous conduit à l'expression :

$$\frac{d\mathrm{T}}{ds}=-\left(\mathrm{T}\Delta h-\mathrm{S}\,\frac{\partial h}{\partial t}-\mathrm{B}\right)\frac{ds}{dh} \qquad (3)$$

Les quantités :

$$\Delta h\,.\,\frac{ds}{dh} \quad \text{et} \quad \frac{\partial h}{\partial t}\cdot\frac{ds}{dh}$$

sont connues en tous points du domaine puisque h est connu; donc sur une ligne de courant (L) elles sont fonction de l'abscisse curviligne « s » et l'on peut poser :

$$f(s)=\Delta h\,\frac{ds}{dh} \quad \text{et} \quad g(s)=\frac{\partial h}{\partial t}\,\frac{ds}{dh}$$

Il en résulte, en posant :

$$\mathrm{F}(s)=\int_{s_0}^{s} f(s)\,ds$$

que l'on a :

$$\mathrm{T}=\mathrm{T}_0 e^{-[\mathrm{F}(s)-\mathrm{F}(s_0)]} + e^{-\mathrm{F}(s)}\int_0^s\left[\mathrm{B}\,\frac{ds}{dh}+\mathrm{S}g(s)\right]e^{\mathrm{F}(s)}\,ds \qquad (4)$$

où T_0 est la transmissivité au point M_0 d'abscisse curviligne s_0 de la ligne de courant (L).

Discutons maintenant ce résultat :

1. Supposons S et B connus.

Cette démonstration nous permet d'énoncer la proposition suivante : « Si la transmissivité est connue en un point M_0 d'une ligne de courant (L), elle est connue en tout point de cette ligne ».

L'hypothèse de connaissance de la transmissivité en un point revient simplement à se fixer une unité de perméabilité, car le champ des hauteurs piézométriques fournit de toute façon (formule 4), sans autre hypothèse, la valeur relative des transmissivités.

2. Supposons S et B inconnus.

La fonction « T » donnée par l'équation (4) dépend des paramètres S et B. Il faut donc que la connaissance de l'histoire et du champ des hauteurs piézométriques permette de définir à la fois T et S, ce qui nécessite de disposer de deux équations indépendantes liant S et T. Une troisième équation est nécessaire pour déterminer B.

Considérons alors deux cas :

Premier cas : Mouvement permanent : $(\partial h/\partial t)=0$.

Si la nappe n'est alimentée ni drainée en dehors des limites connues (puits, émergences, etc.), le deuxième terme de l'équation (4) est nul en tout point intérieur au domaine étudié. La proposition énoncée au paragraphe 1.1 est alors rigoureusement valable.

Considérons maintenant que la nappe est alimentée ou drainée en des zones particulières du domaine dans lesquelles la valeur de B est inconnue. Une infinité de lignes de courant convergent vers ces zones et l'on peut écrire, pour deux d'entre elles, la relation (4) au point d'abscisse curviligne correspondant à la zone considérée de drainage ou d'alimentation. Les deux équations ainsi obtenues définissent parfaitement les deux inconnues T et B dans la zone considérée.

Si la nappe est alimentée ou drainée de façon uniforme sur l'ensemble du domaine étudié et que l'on ne connaisse pas la valeur de cette alimentation ou de ce drainage, le second membre de l'équation (4) se réduit au terme B inconnu. Puisque B est par définition le même en tout point du domaine, il n'y a pas convergence des lignes de courant vers les zones d'alimentation ou de drainage et la répartition de la transmissivité T le long d'une ligne de courant se trouverait, semble-t-il, faussée par le choix d'une valeur erronée de B sans que l'on puisse s'en rendre compte. Toutefois, puisque B est le même en tout point, la simple connaissance de deux valeurs de la transmissivité en deux points M_0 et M_1 d'une même ligne de courant définit B par application de la relation (4) entre M_0 et M_1 :

$$\text{injection } B = \left\| \frac{T_1 - T_0\, e^{-[F(s_1) - F(s_0)]}}{e^{-F(s_1)} \displaystyle\int_{s_0}^{s_1} \frac{ds}{dh}\, e^{F(s)}\, ds} \right.$$

Deuxième cas : MOUVEMENT TRANSITOIRE.

L'équation différentielle (3), qui conduit à la relation (4), est valable à tout instant. On peut, par conséquent, écrire cette relation à deux instants t_1 et t_2 pour l'ensemble des lignes de courant. Certes entre l'instant t_1 et l'instant t_2 les lignes de courant se sont modifiées; il n'en reste pas moins qu'un point M donné du domaine peut être défini par :

— abscisse « s_1 » de la ligne de courant passant par le point M à l'instant t_1;

— abscisse « s_2 » de la ligne de courant passant par le point M à l'instant t_2.

Pour tout point M du domaine nous pouvons écrire deux fois la relation (4) :

$$T = X(S, s_1) \qquad \text{à l'instant } t_1$$

$$T = X(S, s_2) \qquad \text{à l'instant } t_2$$

Ces deux équations indépendantes définissent parfaitement T et S.

Application pratique à l'étude des nappes d'eau souterraines

Nous venons de démontrer que la détermination des caractéristiques d'un aquifère était possible le long d'un tube de courant à partir de la connaissance du champ des hauteurs piézométriques et de la valeur de la transmissivité en une section de ce tube de courant.

Nous allons montrer maintenant comment ce résultat confère aux modèles ces facultés que nous avons évoquées plus haut :

— choix, parmi les hypothèses possibles, de celles qui sont compatibles avec les observations effectuées sur le comportement de la nappe;

— faculté de préciser les caractéristiques hydrodynamiques de l'aquifère et les conditions aux limites du domaine représenté.

Si le point M_0, où l'on connaît la transmissivité T_0, appartient à la zone de drainage d'un puits P, la ligne de courant passant par ce point aboutit au puits; la transmissivité est alors connue en P par application de la relation (4), laquelle permet ensuite de définir la perméabilité sur l'ensemble de la zone de drainage. Si la zone de drainage d'un puits P′ voisin se trouve tangente à la zone de drainage du puits P, on peut étendre la détermination de la transmissivité à l'ensemble de la zone de drainage de P′ par application de la relation (4) à la ligne de courant de tangence commune aux deux zones de drainage.

Si l'exploitation de la nappe était telle que tout point de celle-ci appartienne à la zone de drainage d'un puits, la relation (4) permettrait de déterminer la transmissivité en chaque point de l'aquifère par la connaissance de celle-ci en un seul point. En fait il n'en est pas ainsi généralement et les surfaces piézométriques observées correspondent le plus souvent à une distribution des filets fluides tels que certains joignent deux limites du domaine étudié et d'autres convergent vers des puits de prélèvement ou vers des exutoires ponctuels (sources par exemple).

Les observations de terrain (caractéristiques géologiques, relevés piézométriques, jaugeages des émergences, essais de pompage, évaluation de l'alimentation, mesures des débits des puits, etc.) visent à délimiter l'aquifère, à préciser ses conditions aux limites, à connaître les cheminements préférentiels de l'eau. On arrive ainsi à rassembler des éléments qui permettent de fixer l'ordre de grandeur des apports latéraux le long d'une limite donnée, celui des exhaures le long d'une autre limite et la valeur des transmissivités en un ou plusieurs points des tubes de courant joignant ces deux limites. La connaissance du champ des hauteurs piézométriques étant acquise, l'existence de la relation (4) montre que ces données sont surabondantes et ne peuvent coexister que si elles sont exactes.

Les modèles utilisés pour simuler l'écoulement des nappes répondent nécessairement au même type d'équation que l'équation (1) et le raisonnement que nous avons fait dans la première partie de notre exposé leur est également applicable : la transposition simultanée sur le modèle des données rassemblées sur le terrain permet donc de voir si ces données sont compatibles entre elles et, par essais successifs, de choisir celles des hypothèses possibles qui sont les plus vraisemblables..

1. Différentes étapes de la construction des modèles.

Nous ne nous intéresserons pas ici à l'aspect technologique de la construction des modèles, qui varie suivant le type choisi, mais à la démarche de l'esprit dans la recherche d'un modèle représentatif du domaine réel.

Première étape : ELABORATION D'UN SCHÉMA DU DOMAINE RÉEL A PARTIR DES OBSERVATIONS DE TERRAIN.

Ce schéma est élaboré à partir de données de terrain qui font nécessairement l'objet d'une interprétation subjective. Il délimite le domaine réel à étudier, fixe les conditions aux limites les plus vraisemblables, indique les valeurs supposées d'alimentation et d'exhaure qui correspondent à un état d'exploitation pour lequel une certaine distribution des hauteurs piézométriques a été observée, donne les valeurs présumées des caractéristiques de l'aquifère.

Deuxième étape : VÉRIFICATION DE LA COHÉRENCE DES DONNÉES DU SCHÉMA DE BASE.

On construit un modèle représentatif du schéma de base établi dans la première étape. La distribution des hauteurs piézométriques obtenues est généralement différente de celle observée sur le terrain. On cherche alors, en modifiant les valeurs affectées aux caractéristiques de l'aquifère, à retrouver cette dernière. Nous savons, par la démonstration de la première partie, que ceci est possible de façon unique si les données imposées sont exactes, alors qu'aucune solution n'existe si certaines des données imposées sont inexactes.

Si l'on ne peut trouver de solution, il faut donc incriminer les données imposées (généralement les conditions aux limites). On est ainsi conduit à modifier le schéma de base et à recommencer l'opération en imposant d'autres hypothèses possibles.

Troisième étape : OBTENTION D'UN MODÈLE REPRÉSENTATIF DU SYSTÈME RÉEL.

Lorsque les conditions imposées au système permettront d'arriver à une solution, le modèle donnera simultanément :

— les conditions aux limites,

— les valeurs des débits traversant les limites,

— les valeurs des caractéristiques de l'aquifère.

qui sont *représentatives de l'état observé de la nappe.*

2. Influence des incertitudes formelles et pratiques.

La démonstration de la première partie souligne la nécessité de connaître certaines données, dans certaines conditions, pour que le modèle puisse définir avec certitude les caractéristiques de l'aquifère; en l'absence de ces données, il existe donc apparemment une incertitude formelle sur la validité de la solution. A cela s'ajoute le fait que les relevés piézométriques sont ponctuels, limités, non simultanés et entachés d'une certaine imprécision (nivellement, appareils de mesure). Tout ceci entraîne une divergence entre la pratique et la théorie dont il convient d'évaluer les effets.

INCERTITUDES FORMELLES.

En supposant connu, de façon rigoureuse, le champ des hauteurs piézométriques, examinons s'il n'existe pas de cas où l'unicité de la solution puisse être mise en cause.

La propriété énoncée au paragraphe 1 précise que la répartition des transmissivités se déduit du champ des hauteurs piézométriques le long d'un tube de courant (en supposant S et B connus) : mais d'un tube de courant au tube adjacent il n'existe aucune corrélation autre que celles s'appuyant sur des considérations extérieures (continuité des transmissivités par exemple). C'est ainsi qu'en l'absence d'informations sur chaque tube de courant, on est souvent amené à adjoindre aux données du modèle des hypothèses structurales : continuité des variations de transmissivité ou répartition uniforme du flux traversant une limite.

D'autre part, la démonstration de la première partie montre que la détermination de certains paramètres n'est possible que si l'on possède des données suffisantes disposées de façon convenable : l'alimentation uniforme B peut être précisée par un modèle à partir de la connaissance de deux valeurs de la transmissivité disposées sur un même tube de courant; la détermination du coefficient d'emmagasinement nécessite la connaissance de deux états différents de la nappe provoqués par des impulsions connues. Si ces conditions ne sont pas remplies, une ou plusieurs incertitudes naissent.

Il se peut encore que le ou les états observés pris pour référence dans la construction du modèle ne rendent pas compte de certains paramètres qu'un autre régime d'exploitation ferait intervenir : les régimes permanents ne font pas intervenir le coefficient d'emmagasinement; l'écoulement d'une nappe alluviale vers la rivière ne met pas en cause le colmatage du lit, dont l'influence est primordiale lors d'une inversion de l'écoulement sous l'effet d'une intense exploitation, etc. L'utilisation d'un tel modèle pour la pré-détermination d'autres états peut ainsi provoquer des erreurs importantes.

INCERTITUDES PRATIQUES.

Nous avons supposé, dans notre démonstration, que le champ des hauteurs piézométriques était connu de façon exacte dans l'ensemble du domaine étudié. Dans la pratique, ce champ des hauteurs piézométriques est donné par les cartes de surface piézométrique qui résultent d'une interpolation entre des données ponctuelles plus ou moins précises. Il en résulte nécessairement une erreur sur la valeur affectée à la hauteur piézométrique en chaque point du domaine. Cette erreur se répercute dans chacune des opérations effectuées à l'aide du modèle et l'on ne peut dire quelle est l'erreur finale sur les caractéristiques déterminées : on peut seulement affirmer que celles-ci sont capables de reproduire un comportement observé de la nappe.

Comment peut-on dans la pratique s'affranchir de ces causes d'erreur ? Deux remèdes sont possibles :

a) L'utilisation d'un nombre surabondant d'états différents observés : nous savons qu'à chaque régime d'exploitation ou d'alimentation d'une nappe correspond un champ des hauteurs piézométriques qui est fonction des caractéristiques propres de l'aquifère. Or, la démonstration que nous avons faite ne demande qu'un nombre limité d'états pour assurer l'unicité de la solution : les états supplémentaires connus permettent donc de réduire les incertitudes pratiques.

b) La coordination entre les résultats fournis par le modèle et les observations de terrain : nous avons dit plus haut que les données rassemblées sur le terrain conduisaient formellement à un ensemble surabondant. La construction du modèle s'appuie sur les données les plus sûres; pour les autres, la comparaison entre les valeurs trouvées sur modèle et celles qui résultent des seules observations de terrain permet généralement de choisir la plus vraisemblable parmi les éventuelles solutions possibles.

Conclusions

Les modèles apparaissent à la fois comme des outils de synthèse et de reconnaissance : ils permettent à l'hydrogéologue de savoir à chaque instant si les données qu'il a collectées sont compatibles entre elles; ils lui apportent simultanément une connaissance des caractéristiques du milieu aquifère qu'il n'aurait pu acquérir autrement qu'au prix de travaux de terrain longs et coûteux.

Il reste que dans un certain état des connaissances de terrain, il peut subsister des incertitudes inaccessibles à la capacité logique des modèles. Si nous avons mis l'accent sur ces incertitudes, c'est qu'il nous semble que les méconnaître risquerait de conduire, par l'emploi abusif qui en résulterait, à discréditer injustement une méthode pleine d'intérêt.

Les modèles ne se substituent pas aux observations de terrain : ils permettent de les orienter et de préciser la validité des données rassemblées. Toute étude de synthèse d'un aquifère devrait prévoir, dès sa phase initiale, la construction d'un modèle qui, partant d'un schéma simple, serait complété au fur et à mesure du rassemblement des données. Cette façon de procéder offrirait l'avantage de permettre l'utilisation des résultats fournis par le modèle pour mieux ordonner les programmes d'observations, afin que celles-ci apportent des informations utiles. C'est ainsi un dialogue permanent qui s'établirait entre le modèle et l'hydrogéologue, pour parvenir en définitive à la parfaite connaissance des caractéristiques de la nappe et de son écoulement.

Discussion

Président : M. POTTIER

M. le Président remercie M. PRUDHOMME de son exposé et souligne la difficulté de se rendre compte, à la lumière de cet exposé, de la part qu'il y a entre la rigueur théorique de la démonstration de la première partie, qui tend à montrer que l'on peut tout calculer, et la mise en œuvre pratique qui demande certainement beaucoup de doigté et qui doit, aussi, laisser quelques difficultés sur le détail du travail.

La théorie suppose que l'on connaît la répartition des pressions dans l'espace et, en fait, c'est là-dessus que l'on bute quand on a à résoudre un problème pratique : les mesures sur le terrain sont, peut-être, surabondantes sous une certaine forme, mais elles sont, aussi, insuffisantes.

M. PRUDHOMME reconnaît cette difficulté qu'il a d'ailleurs soulignée dans son exposé. Il indique que la partie théorique n'a d'autre but que de montrer l'unicité de la solution dans la détermination des transmissivités à partir du champ des hauteurs piézométriques, ce qui est la base de toute possibilité d'obtenir un modèle représentatif du domaine réel. M. PRUDHOMME reconnaît qu'il reste un vaste domaine de recherches qui consisterait à définir l'erreur de représentativité du modèle résultant d'une erreur d'observation donnée. Malheureusement, c'est un problème très complexe.

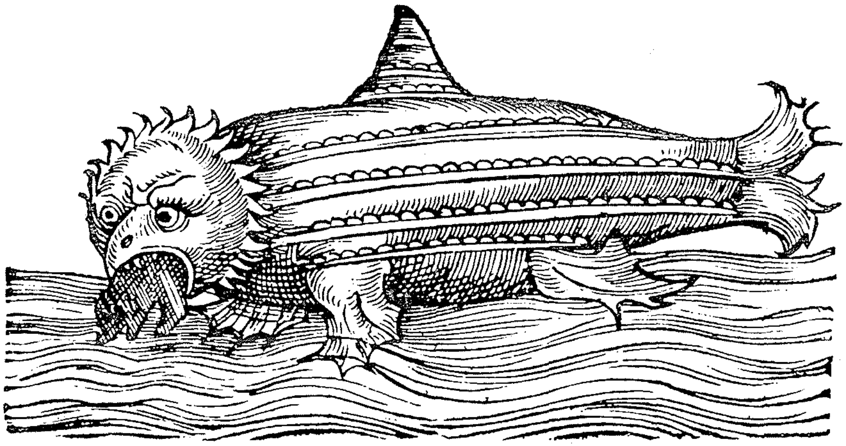
M. le Président observe que le problème est moins bien déterminé, mais est aussi soluble mathématiquement quand on connaît simplement l'histoire des pressions en un certain nombre de puits d'une nappe. Mais, dans ce cas, le calcul que l'on peut faire introduit des indéterminations très sévères dans la répartition des transmissivités que l'on cherche dans toute la surface de la nappe.

Cet aspect, qui est complémentaire, montre que l'on a des difficultés à partir du moment où l'on dispose de points répartis sur une surface de nappe.

M. PRUDHOMME reconnaît l'interpolation qui existe entre ces différentes mesures et rappelle qu'il a insisté dans son exposé sur l'intérêt de disposer de nombreux états qui permettent des recoupements assurant le calage du modèle.

En fait, lorsqu'on dispose d'un seul état exact, on peut reconstituer le domaine réel par l'emploi des simulateurs; la connaissance d'autres états permet donc des recoupements.

Dans plusieurs cas qu'il a eu l'occasion d'examiner, l'utilisation du modèle qu'il avait restitué sur un état particulier pour la reproduction d'un autre état d'exploitation, dont on connaissait les hauteurs piézométriques en certains points, a montré à M. PRUDHOMME et à ses collaborateurs que le résultat du modèle était très près de la réalité. C'est précisément des recoupements que naît la possibilité de limiter les erreurs et d'obtenir une précision plus grande que celle que l'on pourrait avoir si l'on devait se contenter des interpolations subjectives évoquées plus haut.



Bois gravé du XVIe siècle