

**ANALYSE
DES ERREURS INTRODUITES
PAR L'UTILISATION
PRATIQUE DE
LA MÉTHODE DES CARACTÉRISTIQUES
DANS LE CALCUL
DES COUPS DE BÉLIER**

**PAR G. COMBES *
ET J. ZAOUI ****

On sait que l'étude des surpressions dans les systèmes en charge par la méthode Schnyder-Bergeron oblige le projeteur à découper le réseau étudié en longueurs élémentaires l , l étant choisi de telle façon que les temps de parcours par les ondes des différents tronçons constituant le réseau soient des multiples entiers d'un temps de parcours élémentaire Δt . On doit donc choisir le plus grand commun diviseur de toutes les valeurs :

$$\frac{l_i}{a_i}$$

l_i : longueur du tronçon i ;
 a_i : célérité des ondes dans ce tronçon ,
caractérisant les différents tronçons du réseau. Ce plus grand commun diviseur peut être très faible et par suite, la longueur des calculs, avec un si faible pas de temps, peut être très grande. On a donc intérêt à modifier légèrement la longueur de certains tronçons, de manière à trouver un plus grand commun diviseur et alléger ainsi le travail du projeteur et réduire le coût de l'étude.

Actuellement, le projeteur est remplacé, le plus souvent, par la machine électronique. Ainsi, nous avons, à SOGREAH, élaboré un programme général de calculs des coups de bélier dans les réseaux de conduite, sur la base de la méthode Bergeron et nous rencontrons donc toujours la même difficulté.

Il existe bien un moyen d'éliminer l'erreur due à la différence entre la longueur réelle du tronçon et la longueur provenant de l'utilisation d'un nombre entier de Δt ; il s'agit de processus d'interpola-

tion ou d'extrapolation utilisé dans certains laboratoires de calcul ; mais on peut se demander si, dans le cas d'ondes raides, ce système ne dénature pas la forme des ondes et s'il n'y a pas là une source d'erreurs difficilement appréciables.

Il est évident que la connaissance même approximative des erreurs dont nous parlions plus haut serait très utile. Or, nous ne pensons pas que des études systématiques aient été faites dans ce domaine.

Rappelons cependant deux études faites dans un domaine très voisin et qui avaient trait à l'appréciation de deux autres sortes d'erreurs dans les épures de coups de bélier :

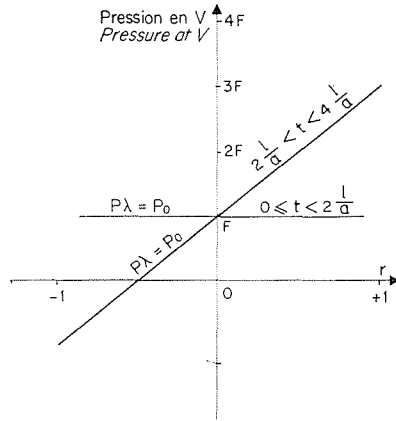
- erreur introduite par la représentation de la perte de charge linéaire sous forme de diaphragme : deux procédés de calculs sont possibles et nous renvoyons, à ce sujet, à la Communication de M. Chappey au dernier Congrès de Barcelone de l'AIDE. Chacun d'eux comporte d'ailleurs des erreurs qui lui sont propres. En ce qui nous concerne, nous mentionnerons l'étude de MM. Ransford et Hayashi parue dans *La Houille Blanche* n° 6 de 1960 ;
- erreur introduite par l'approximation de la pente moyenne pondérée des droites Bergeron. Nous renvoyons là à la communication de Mme E. Biro au IX^e Congrès de l'AIRH (Dubrovnik, septembre 1961).

Revenons à l'erreur introduite par la division en tronçons élémentaires plus grands que le plus grand commun diviseur des l/a . Pour éclairer le problème, nous l'avons abordé de deux façons différentes :

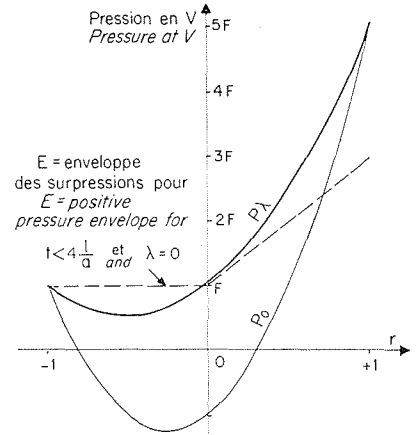
Tout d'abord nous avons essayé, sur le cas très simple d'une conduite constituée de deux tronçons

* Ingénieur, SOGREAH (Grenoble).

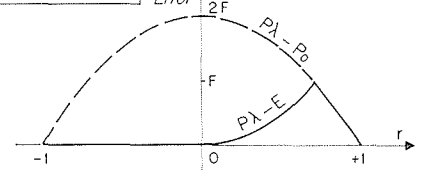
** Ingénieur principal, SOGREAH (Grenoble).



$$0 < t < \frac{4l}{a}$$



$$4 \frac{l}{a} \leq t < 4 \frac{l}{a} + \frac{2\lambda}{a} \quad \text{Erreur}$$



1/

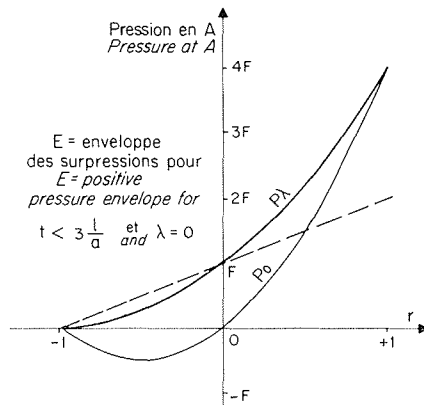
$$r = \frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2}$$

5/

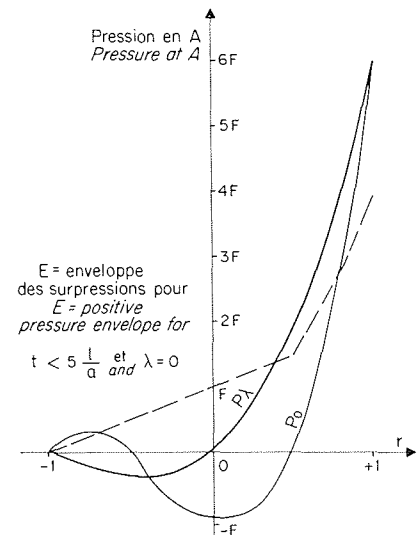
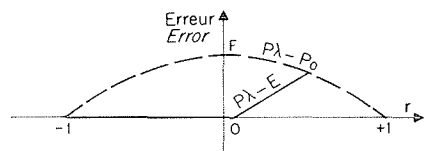


2/

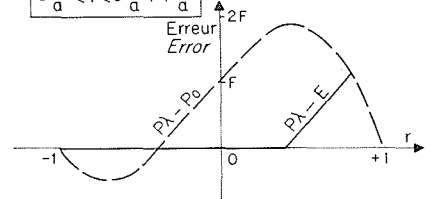
6/

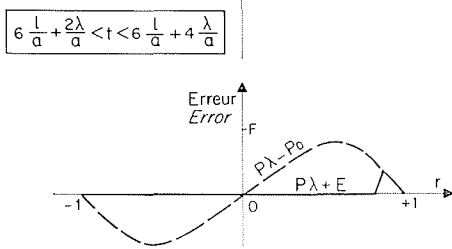
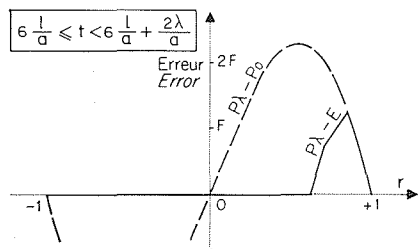
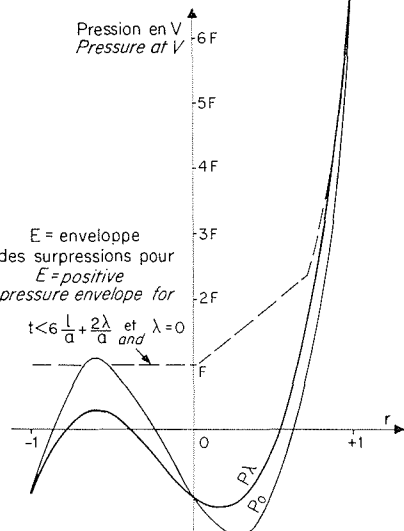
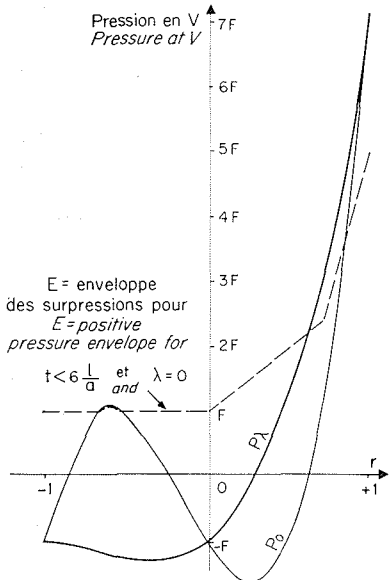


$$3 \frac{l}{a} < t < 3 \frac{l}{a} + 2 \frac{\lambda}{a}$$



$$5 \frac{l}{a} < t < 5 \frac{l}{a} + 4 \frac{\lambda}{a}$$





3/

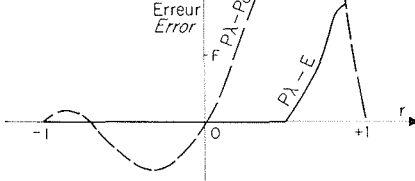
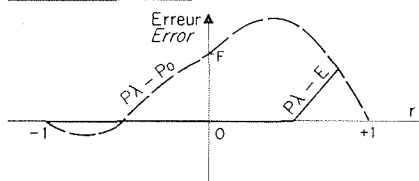
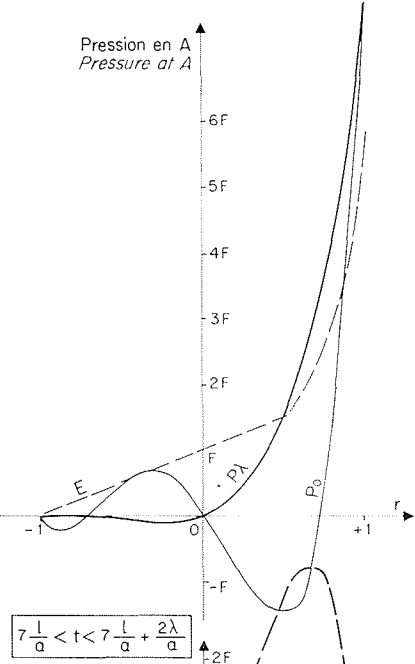
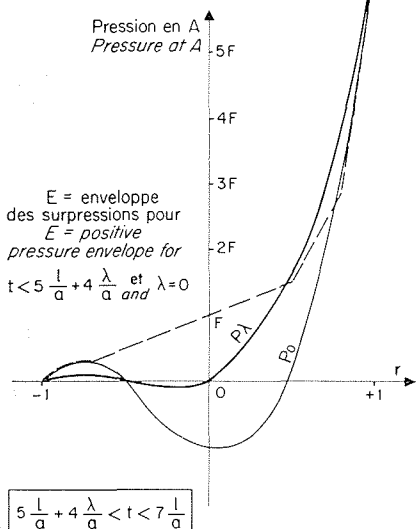
4/

7/

8/

Groupe 1/ à 4/ :

Pression à la vanne V.
Pressure at valve V.



Groupe 5/ à 8/ :

Pression au point A.
Pressure at point A.

de caractéristiques différentes, de trouver comment variait l'erreur faite entre le calcul avec le Δt correspondant au plus grand commun diviseur réel des l/a et un calcul fait avec un Δt plus grand correspondant à une disposition un peu différente des deux tronçons.

Ensuite, et devant la difficulté de pouvoir généraliser à partir d'un cas aussi simple, nous avons procédé à un test global : sur un réseau déterminé, nous avons fait, à l'aide de l'ordinateur IBM 360/50 de SOGREAH, plusieurs calculs avec des Δt de plus en plus grands et apprécié ainsi les différences intervenant sur les surpressions en plusieurs points du réseau.

Conduite à deux tronçons

La fermeture instantanée d'une vanne d'extrémité provoque une onde de surpression qui, remontant la conduite, va se réfléchir en partie au changement de diamètre. En analysant le phénomène sur quelques réflexions, nous avons déterminé l'écart possible entre la suppression à la vanne et au point milieu pour deux tronçons de même l/a et pour deux tronçons de l/a différent ($l_2 = l_1 + \lambda$ avec λ variable). D'une façon générale, on constate que, quel que soit λ , les phénomènes se produisent toujours aux mêmes instants relatifs.

Méthode de calcul.

La fermeture instantanée de la vanne V provoque une onde F qui remonte la conduite vers A, le changement de section en A provoque la naissance :
— d'une onde réfléchie rF qui se superpose à F :

$$r = \frac{S_1/a_1 - S_2/a_2}{S_1/a_1 + S_2/a_2}$$

(nous avons supposé que $a_1 = a_2$, si bien que

$$r = \frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2});$$

— d'une onde, qui poursuit son chemin vers le réservoir à niveau constant; son amplitude est sF :

$$s = \frac{2 S_1}{S_1 + S_2} = 1 + r$$

Nous avons pu ainsi calculer la pression en V et A à chaque instant en fonction de la valeur E de l'onde initiale et du coefficient de réflexion r , pour λ égal à zéro et λ différent de zéro.

Pression à la vanne.

A chaque instant, nous avons tracé sur un même graphique la valeur P_0 de la pression, pour $\lambda = 0$, et celle P_λ pour λ différent de zéro. De même, nous avons reporté la courbe E qui est l'enveloppe des courbes P_0 correspondant aux instants antérieurs à celui considéré.

Dans le même système d'axes de coordonnées nous avons représenté :

— la courbe $P_\lambda - P_0$ qui est représentative de l'erreur absolue instantanée due à l'approximation sur les longueurs ;

— la courbe $P_\lambda - E$ qui est représentative de l'erreur absolue sur l'enveloppe des surpressions due à l'approximation sur les longueurs.

C'est cette dernière courbe qui présente de l'intérêt dans le cadre de notre étude, puisque c'est finalement l'enveloppe des surpressions qui intéresse le projeteur.

Les résultats de cette étude sont donnés sur les figures 1, 2, 3 et 4. Les courbes P_λ et P_0 sont confondues pour :

$$t < 4 \frac{l}{a} \quad \text{et} \quad 4 \frac{l}{a} + \frac{2\lambda}{a} < t < 6 \frac{l}{a}$$

Sur ces courbes, on constate que cette erreur rapportée à la surpression correspondante décroît sensiblement dans le temps. L'erreur est nulle pour les valeurs de $r < 0$ qui correspondent à la disposition la plus classique dans les réseaux.

A titre indicatif, pour les changements de sections les plus courants en utilisant les séries normalisées des fabrications, r est inférieur en valeur absolue à 0,4.

Les calculs se compliquent rapidement et n'ont pas été poursuivis au-delà du temps :

$$6 \frac{l}{a} + 4 \frac{\lambda}{a}$$

pour lequel l'erreur relative constatée n'est plus que de 10 % de la surpression et pour une valeur de r voisine de + 0,9.

Pression au point milieu A.

Les résultats correspondants sont représentés sur les figures 5, 6, 7 et 8.

L'erreur se produit toujours pour $0,5 < r < 1$ et atteint 50 % pour $t = 7 l/a$ et r voisin de 0,9.

Les résultats ci-dessus ne permettent pas de conclure ; en effet les combinaisons de réflexions multiples sont tellement nombreuses que le maximum de surpression peut être obtenu au bout d'un temps relativement long.

On pourrait, bien sûr, grâce à l'ordinateur, entreprendre une étude systématique sur la base des calculs précédents et pousser les investigations très loin dans le temps à la recherche du maximum de surpression. Mais il est évident que ce maximum n'aura aucun sens dans la pratique s'il est obtenu au bout d'un temps très long. L'expérience montre, en effet, qu'il n'est pas nécessaire, dans les cas courants, de pousser au-delà de deux ou trois aller et retour complets des ondes ; autrement dit que, grâce aux amortissements, la combinaison de réflexion la plus défavorable a été déjà trouvée au bout de ces deux ou trois aller et retour.

Réseau expérimental

La figure 9 représente le réseau fictif qui a été choisi pour cette étude. Il comporte onze nœuds, une maille, deux réservoirs à niveaux constants (nœuds 10 et 14) et deux bornes à ouverture constante (nœuds 11 et 13).

Dans une première série de calculs, nous avons

admis qu'une borne située au point 12 était fermée en 2 s et dans une seconde série, nous avons supposé qu'une borne située au point 134 était ouverte également en 2 s.

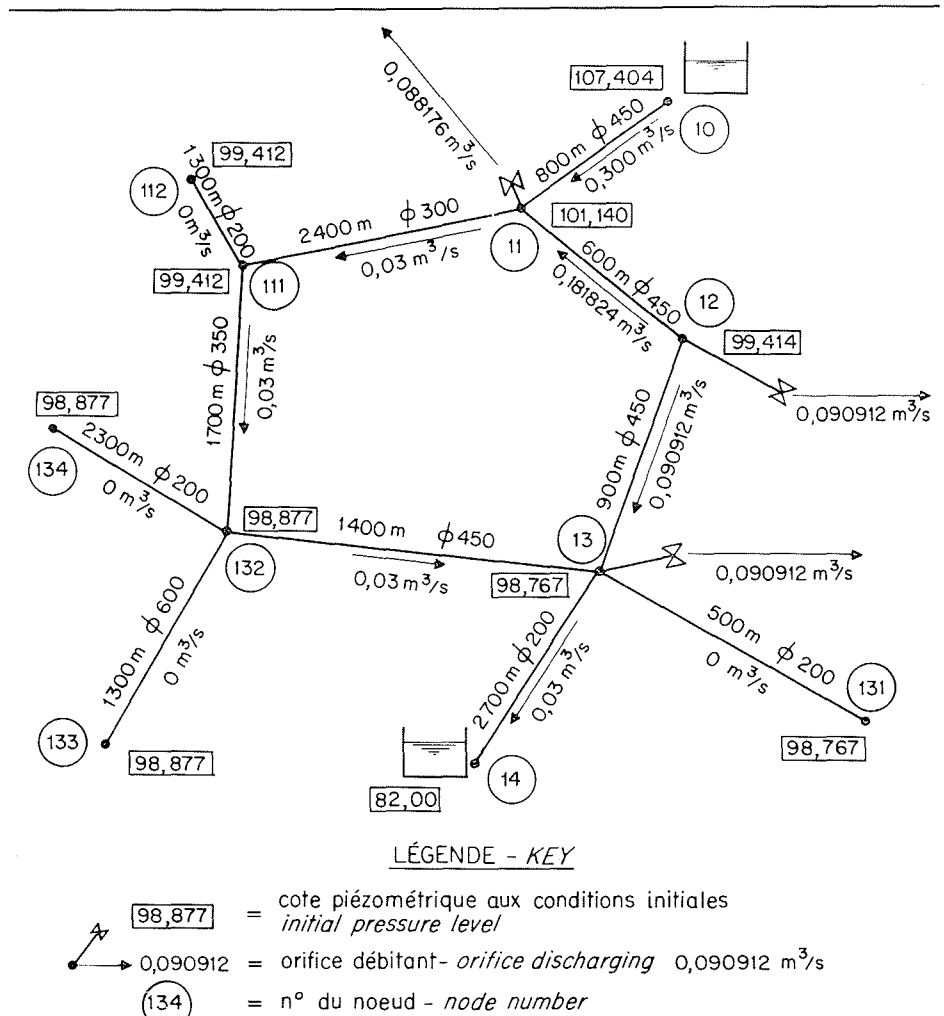
Les longueurs de tous les tronçons de canalisation étant supposées être des multiples de 100 m et la célérité des ondes étant partout égale à 1 000 m/s, nous avons effectué, dans chaque série, dix calculs en prenant des Δt successivement égaux à 0,1, 0,2, ... 0,9 et 1 s.

Pour $\Delta t = 0,1$ s, l'erreur due au découpage était nulle et nous avons pu ainsi évaluer les erreurs affectant les calculs exécutés avec des Δt plus grands.

Le tableau 1 contient les résultats obtenus.

On constate :

- que les erreurs absolues sur les pressions ont tendance à croître avec Δt , mais cette tendance n'est pas toujours respectée;
 - que les erreurs absolues les plus élevées affectent, de manière systématique, les nœuds situés à l'extrémité de bouts morts (nœuds 131 et 112) dans lesquels on observe précisément les plus fortes variations de pression dues au coup de bélier;
 - que les erreurs maximales en valeur relative, par rapport aux variations de pression extrêmes aux points correspondants, sont généralement plus élevées que les erreurs relatives moyennes sur les longueurs, dans un rapport compris entre 1 et 3; mais ce rapport est très variable d'un calcul à l'autre.
- Il résulte de cet examen sommaire que les erreurs dues au découpage suivent grossièrement certaines tendances *a priori* « normales », comme l'accrois-



LÉGENDE - KEY

- $\boxed{98,877}$ = cote piézométrique aux conditions initiales / initial pressure level
- $\rightarrow 0,090912$ = orifice débitant - orifice discharging $0,090912 \text{ m}^3/\text{s}$
- $\textcircled{134}$ = n° du nœud - node number

9/ Schéma du réseau et conditions initiales / Network diagram and initial conditions.

sement de l'erreur avec le pas de temps, mais elles ne les respectent pas de manière systématique et on ne voit pas se dégager de lois simples qui permettent d'estimer l'erreur dans un calcul bien déterminé. D'autre part, les résultats obtenus ne sont pas assez nombreux pour justifier un traitement

		ERREUR ABSOLUE MOYENNE SUR LES PRESSIONS				ERREUR MAXIMALE EN VALEUR ABSOLUE ET PAR RAPPORT AUX VARIATIONS DE PRESSION AUX POINTS CONSIDÉRÉS					
Δt (s)	ERREUR RELATIVE MOYENNE SUR LES LONGUEURS (%)	Maximales		Minimales		Fermeture			Ouverture		
		fermeture	ouverture	fermeture	ouverture	n° du point	(m)	(%)	n° du point	(m)	(%)
		(m)	(m)	(m)	(m)						
0,1	0	0	0	0	0	—	0		—	0	
0,2	5,5	0,40	0,42	1,35	0,44	112	+ 3,19	8	131	+ 2,20	11
0,3	5,9	0,80	0,72	1,18	0,90	111	— 3,40	16	112	+ 4,00	16
0,4	9,8	1,28	0,97	2,47	1,76	131	+ 5,75	14	131	+ 5,11	27
0,5	11,1	1,76	0,88	1,56	1,64	112	+ 5,81	15	131	+ 5,30	28
0,6	11,8	3,30	0,84	2,44	1,70	112	— 8,73	23	112	+ 4,03	16
0,7	13,6	1,98	0,41	2,10	1,51	131	+ 9,19	30	112	+ 5,20	21
0,8	16,9	2,07	0,38	1,64	1,47	134	— 9,32	22	112	+ 5,20	21
0,9	24,4	2,20	1,33	2,63	1,92	131	+ 8,58	28	131	+ 7,28	38
1,0	30,5	2,75	1,57	2,42	2,10	134	— 8,72	20	131	+ 6,03	31

statistique détaillé. En particulier, il faudrait évaluer l'influence de paramètres tels que la vitesse d'ouverture ou de fermeture des vannes, examiner d'autres causes de perturbations, telles que la mise en marche ou l'arrêt de stations de pompage, etc.

Dans le même esprit, nous avons recommencé le calcul de fermeture de vanne, avec $\Delta t = 0,8$ s, mais en appliquant aux canalisations la correction suivante : à chaque modification de longueur du tronçon, nous associons une modification de diamètre, de manière à assurer la constance du rapport longueur-section.

C'est la même correction, fondée sur le principe des « conduites équivalentes », qui est décrite par M. Chappey dans son rapport déjà cité.

Cette correction est entièrement légitime dans le cas du coup de bélier en masse ; elle doit donc donner de bons résultats pour des manœuvres relativement lentes, mais il reste à démontrer son intérêt pour des manœuvres rapides.

Dans le cas particulier choisi, la correction a effectivement réduit l'erreur maximale obtenue (6,92 m au lieu de 9,32 m) mais, comme l'erreur moyenne en tous les nœuds a augmenté (3 m au lieu de 2 m), il semble prématuré de conclure.

Conclusion

Bien qu'incomplets, les résultats actuellement obtenus permettent de dégager les enseignements suivants :

- les découpages grossiers des canalisations en éléments Bergeron peuvent provoquer des erreurs importantes, sur les variations de pression dues au coup de bélier (jusqu'à 38 % dans un des cas traités) ; il faut donc attacher un soin tout particulier à ce point lorsque des résultats précis sont nécessaires ;
- les capacités et les performances des calculatrices électroniques modernes permettent de prendre en compte plusieurs centaines, voire plusieurs milliers d'éléments Bergeron. Dans ces

conditions, il est possible de choisir un découpage suffisamment fin pour limiter raisonnablement les erreurs éventuelles provenant de ce découpage. Il faut cependant prendre garde au fait qu'un découpage plus fin n'est pas forcément meilleur. Ainsi, l'erreur obtenue pour l'ouverture de la borne est relativement plus importante pour le pas de temps de 0,4 s que pour le pas de temps de 0,8 s.

Il semble donc finalement que deux orientations puissent être données aux recherches futures sur ce sujet :

- tout d'abord définir, par exemple à partir de résultats de mesures sur des réseaux, une limite inférieure aux amortissements de coup de bélier dans le temps. On pourra alors reprendre les calculs du premier chapitre de cette note et les étendre à un grand nombre de cas de figures : 3, 4, 5 tronçons en série, une disposition de trois tronçons en Y, etc. Chacun de ces calculs, en effet, ne sera plus très long ; d'autre part, on sera certain que le maximum d'erreurs a bien été obtenu dans le laps de temps étudié ;
- ensuite, essayer de trouver les liens statistiques entre les erreurs inévitables et divers paramètres susceptibles de caractériser le comportement d'un réseau donné, tels que la durée d'établissement de la surpression (durée de la manœuvre de l'organe créant le coup de bélier), le temps de parcours de la plus grande modification de longueur à laquelle on soumet les tronçons du réseau, etc. ;
- enfin, effectuer des études comparables sur les méthodes de calcul possibles, autres que celle de Schnyder-Bergeron.

En attendant le résultat de ces recherches, la plus grande prudence doit être recommandée aux projeteurs dans les simplifications qu'ils peuvent être tentés d'effectuer ; ils auront chaque fois intérêt à prendre l'avis d'un ingénieur expérimenté dans l'exploitation des réseaux.

Malgré les progrès des machines, le dernier mot reste encore dans ce domaine à l'homme de l'art.

Discussion

Président : M. P. BERGERON

M. le Président propose que la communication de M. CHAPPEY et celle de MM. COMBES et ZAOUÏ fassent l'objet d'une discussion commune, ceci afin de gagner du temps.

M. CHAPPEY et M. ZAOUÏ présentent leurs communications.

M. le Président les en remercie et signale que, dans son livre, M. L. BERGERON disait déjà que l'erreur introduite en concentrant les pertes de charge en un certain nombre de diaphragmes était insensible à partir du moment où ce nombre atteignait 4. Or, il remarque que M. COMBES et M. ZAOUÏ, dans leur communication, mentionnent 3 comme paraissant un nombre suffisant de diaphragmes.

D'autre part, M. le Président, notant que les auteurs donnent comme valeur de la surpression à la jonction de deux tronçons de diamètres différents, deux valeurs distinctes P_0 et P_λ suivant que l'écart de longueur λ entre ces deux tronçons est nul ou non, est surpris que P_λ soit indépendant de λ

de sorte que, si $\lambda = \varepsilon$ aussi petit que l'on veut, P_ε serait différente de P_0 (et aurait la même valeur que si un tronçon était double de l'autre). Il y aurait là une discontinuité qui à première vue paraît un peu surprenante.

M. ZAOUÏ répond en précisant que :

- sur le premier point, il a cité le chiffre de trois diaphragmes pour un cas bien défini, mais qu'il n'attachait pas une portée générale à cette valeur particulière. Il y voit une confirmation de la possibilité établie par M. BERGERON de représenter sans erreurs significatives les pertes de charge linéaires par un petit nombre de diaphragmes ;
- sur le deuxième point, il précise que la conclusion à laquelle avait abouti M. COMBES était valable pour un nombre limité de réflexions des ondes. Les calculs n'ont pas été menés bien loin puisqu'en s'est limité à 6 L/a.

C'est dans cet intervalle qu'il a été constaté un décalage dans le temps, mais une invariance dans la valeur maximale de la surpression (*).

M. DUBIN signale une cause d'erreur dans le calcul des coups de bélier lorsqu'il s'agit de conduite réalisée en matériaux différents, ce qui pose un problème quant à la valeur à admettre pour la célérité des ondes a .

Dans un cas très précis, où il s'agissait *a posteriori* de retrouver l'ampleur d'un coup de bélier ayant provoqué des ruptures, un premier calcul avait été fait en admettant une célérité unique égale à la moyenne des célérités. Ce qui donnait une surpression de l'ordre de 26 kg/cm².

Un deuxième calcul, ne tenant pas compte de cette hypothèse simplificatrice a montré que, en réalité, le coup de bélier était de 36 kg/cm².

M. DUBIN expose ensuite une méthode différente de celle de M. ZAOUÏ, pour tenir compte du fait que dans un réseau maillé, les longueurs des différentes branches ne représentent pas toujours, en fonction de l'unité de parcours choisie, un temps de parcours correspondant à un multiple entier de cette unité.

La méthode préconisée par M. DUBIN consiste à interpoler les valeurs de q et H , pour un point voisin du point considéré, de façon à obtenir que les « observateurs Bergeron » se rencontrent en ce point à l'instant voulu.

Cette méthode n'est évidemment valable que dans le cas où la présence d'un appareil protecteur entraîne une variation lente des variables et rend ainsi l'interpolation légitime.

M. ZAOUÏ se promettait depuis quelque temps d'utiliser la méthode de M. DUBIN et souhaite que se présente une possibilité de collaboration pour faire des comparaisons.

C'est un argument d'ordre philosophico-mathématique qui a arrêté M. ZAOUÏ dans cette voie, et il est tout à fait de l'avis de M. DUBIN sur le fait que lorsque les variations de vitesses sont relativement lentes, les erreurs d'interpolation sont faibles et doivent donner de bons résultats, ainsi que pour les conduites équivalentes. On retrouve le coup de bélier en masse mais on craignait que pour les ondes à front raide qui produisent les plus fortes surpressions, cela n'aille pas.

C'est ce qu'a dit M. DUBIN.

M. ZAOUÏ ajoute qu'en effet, dans les ondes à front raide, on dénature un peu la raideur du front et on est conduit à des résultats de calcul qui sont plus optimistes. En conservant ce caractère de front raide par le découpage, on pensait que cela conduisait à des surpressions plus fortes que dans la réalité, donc que cela donnait un certain coefficient de sécurité.

M. CHAPPEY indique que son point de vue est celui de M. DUBIN. Mais M. ZAOUÏ et SOGREAH s'occupent surtout de réseaux d'irrigation, où la variation de débit est très forte, 90 l/s, en 2 s. Ce sont des variations qui ne se présentent jamais dans les distributions d'eau. Les approximations de M. DUBIN et celles de M. ZAOUÏ ne concordent que si l'on a des réservoirs d'air et des volants.

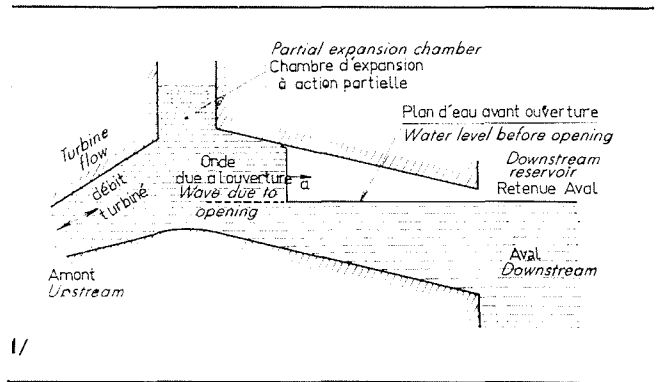
M. ZAOUÏ dit qu'il a eu de très nombreux problèmes assez loin de ceux des irrigations, par exemple, les distributions du kérosène dans les aéroports. En l'occurrence, il y a encore des recherches à faire parce que lorsqu'il y a des disjonctions de pompes dans des circuits industriels, on peut avoir des ondes à front raide puisque, lorsque le courant est coupé, la pompe s'arrête.

M. DUBIN est d'accord sur ce point de vue.

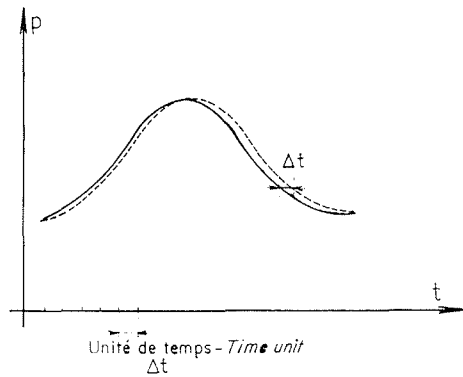
M. THIRRIOT fait une remarque, qui rejoint les trois points de vue exprimés en ce qui concerne l'interpolation.

M. THIRRIOT est pour, même quand il s'agit d'un front raide; en 1959, il a utilisé l'interpolation pour étudier le problème d'une intumescence à front raide dans une galerie de fuite où il y avait une influence très forte des phénomènes pneumatiques.

Il y avait une chambre d'expansion à l'aval des turbines. La mise en charge provoque la propagation d'une intumescence à front raide qui chasse l'air, et qui joue le rôle d'un piston. M. THIRRIOT a donc été conduit à étudier le coup de bélier dans l'air, l'onde de choc pneumatique, en



1/



2/

tenant compte du déplacement du piston. Celui-ci ne se déplaçait pas assez vite, et il n'était pas possible de l'assujettir à rencontrer à chaque fois un pas de temps au sens de Bergeron. M. THIRRIOT a donc fait des interpolations et cela a donné des résultats à peu près convenables.

M. THIRRIOT souligne que M. DUBIN a dit que c'est valable lorsqu'on a affaire à des manœuvres graduelles sur un petit espace; en définitive, cela revient à utiliser sur cet espace l'oscillation en masse sur laquelle il ne semblait pas être tout à fait d'accord auparavant.

M. DUBIN ne comprend pas comment on peut mélanger l'oscillation en masse avec la notion de a , parce que l'oscillation en masse est un cas particulier de l'oscillation d'onde dans laquelle on a posé $a = \infty$.

M. THIRRIOT donne une explication physique.

Le fait d'utiliser une oscillation en masse alors que l'on a une excitation de la forme ci-contre, et que l'unité de temps est celle représentée sur le graphique, c'est admettre un petit déphasage entre l'entrée et la sortie.

M. DUBIN indique qu'il a établi par un calculateur électronique des courbes de dépression minimale dans une conduite avec un réservoir d'air, et qu'il attend qu'on lui démontre que ces courbes sont fausses. Or, elles sont différentes suivant que $a = 800, 100$ ou ∞ . Rien de ce que l'on peut dire sur l'oscillation d'onde ne tient devant cette constatation.

M. THIRRIOT ne poursuit pas la discussion sur ce point, car cela prendrait trop de temps.

M. THIRRIOT mentionne que, dans sa communication, M. ZAOUÏ a parlé des équivalences qu'avait proposées Mme BINO, équivalences fondées sur l'oscillation en masse, mais en utilisant simplement des notions de forces.

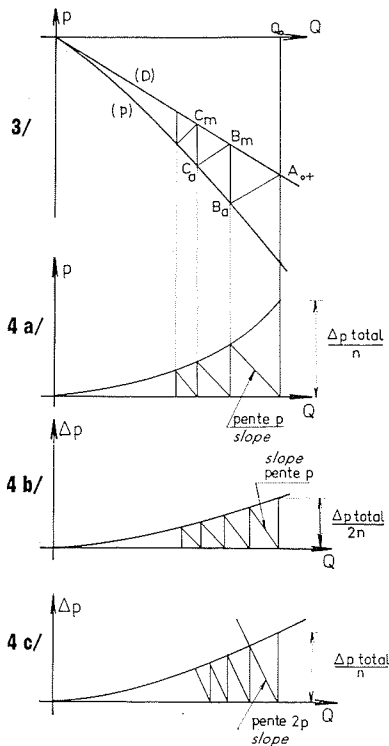
M. THIRRIOT a, pour sa part, effectué aussi des équivalences, mais du point de vue énergétique, c'est-à-dire que la conduite est comme un système qui va se déformer et le travail qui va intervenir va dépendre de la déformation, donc être proportionnel au carré de la pression.

D'autre part, on fait intervenir l'énergie cinétique dans le carré des vitesses.

Si on prend des résultats de construction graphique, on voit qu'il y a toujours un « ballet » entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle dont la somme se conserve en l'absence de perte de charge. Le résultat n'est pas parfait mais il est meilleur.

Ensuite, pour parler de la deuxième étude rappelée par M. ZAOUÏ, qui a été faite par SOGREAH, M. THIRRIOT va montrer comment, sans calcul numérique, on peut faire

(*) Depuis lors, des calculs de vérification ont confirmé la remarque de M. le Président. L'indépendance de P_λ par rapport à λ ne se vérifie plus au-delà de $(71 + 4\lambda)/a$. Il n'a cependant pas été possible d'établir une relation entre λ et P_λ . Pour la valeur particulière $r = -0,6$ du coefficient de réflexion des ondes, l'erreur est maximale ($P_\lambda = 1,75 P_0$ pour $\lambda/l = 0,30$).



une étude critique et exhaustive de l'influence du nombre de diaphragmes très simplement à l'aide de la méthode graphique de Bergeron qui prouve ainsi encore une fois sa puissance et son élégance.

« Schématisons le cas d'une ouverture de vanne. Immédiatement après la manœuvre supposons que le débit à l'aval soit Q_0 constant (fig. 3).

« Dans le plan de phase de Bergeron (Q, p), le point A_0^+ représente le fonctionnement immédiatement après l'ouverture. (D) est la droite de Bergeron de pente $(-pa/s)$, (P) la parabole déduite de (D) en faisant intervenir les pertes de charge à travers les diaphragmes successifs. Les points représentant le fonctionnement à l'amont immédiat des diaphragmes sont sur (D); à l'aval immédiat des diaphragmes ils sont sur P.

« Pour étudier plus aisément l'atténuation en front d'onde due à la perte de charge, on peut utiliser le diagramme redressé ($Q, \Delta p$).

« On voit alors que l'influence du nombre de diaphragmes peut être examinée en modifiant simplement la pente des droites de la figure 4 tout aussi bien en faisant une affinité sur la parabole P'. Par exemple, les figures 4 b et 4 c correspondent à un découpage de la même perte de charge, avec un nombre double de diaphragmes.

« L'influence relative du nombre de diaphragmes dépend essentiellement de l'importance relative de la perte de charge totale comparée à la valeur de la dépression aQ_0/s provoquée par l'ouverture brusque. »

En ce qui concerne le thème même de la communication de MM. ZAOUÏ et COMBES, M. THIRRIOT signale qu'une expérience analogue a été obtenue à Toulouse.

En 1960-1961, M. CAMGUILHEM, élève de M. THIRRIOT, a étudié le même problème, ce qui l'a conduit à une soutenance de thèse. Ceci a donné lieu à une publication faite à Pise en 1962 ou 1963 dans laquelle était repris le problème présenté par Mme BIRO, problème de la conduite à deux tronçons. On a aussi considéré des réseaux maillés très simples, en particulier on a examiné des réseaux ne faisant intervenir qu'une dérivation.

On a cherché, sans succès, à voir si l'on pouvait trouver des règles d'équivalence qui permettraient d'étudier les conduites : ceci parce que les valeurs propres de ce système ne peuvent pas être égales aux valeurs propres d'un système qui serait constitué de conduites en série. On peut mettre ces valeurs en évidence, soit par l'utilisation du calcul opérationnel en prenant la fonction de transfert de chaque élément et en jouant sur cette fonction comme sur celle

de quadripôle, et trouver là l'impédance équivalente; cette impédance fera apparaître les valeurs propres comme pôle de l'impédance.

Les résultats obtenus, pas tout à fait en accord avec ceux de M. ZAOUÏ, relaient la sensibilité extrême du phénomène au fait que les périodes de ces tronçons ne sont pas les mêmes. On a $T_i = (L_i/a_i)$ en prenant à chaque fois une célérité différente.

Ceci a conduit, pour les coefficients de réflexion ou de transmission, à faire intervenir un coefficient K qui est fonction de la masse spécifique, la célérité, la section.

On a donc :

$$K = \rho_1 a_1 S_2 / \rho_2 a_2 S_1$$

Les machines électroniques n'étaient pas assez rapides à l'époque pour approfondir la question et les calculs qui ont été faits par les chercheurs et cela a donné des résultats intéressants mais fragmentaires.

M. THIRRIOT a repris le problème tout récemment et a trouvé un résultat analytique dans le cas où les temps de propagation sont les mêmes dans les deux tronçons. Or, il vient d'être montré que la différence entre ces temps de propagation n'a pas une importance très grande.

Etant donné que pour deux tronçons, on a la définition de K, on va introduire un autre nombre :

$$r = (K - 1) / (K + 1)$$

On posera que r est encore lié à une autre grandeur introduite parce qu'elle simplifie les calculs :

$$\cos \theta = 1 - 0,5 r'$$

Les caractéristiques des deux conduites permettent de définir θ et à partir de là, on peut donner comme formule générale de la surpression dans la section de manœuvre :

$$h(t) = (-1)^t \frac{\cos(t + 0,5)\theta}{\cos 0,5\theta}$$

Sur cette formule, on voit très bien quelles sont les valeurs du maximum que l'on peut atteindre.

M. THIRRIOT a fait aussi les calculs pour une conduite à deux tronçons dans lesquels les temps de propagation ne seraient pas les mêmes, mais dans le rapport 1 à 0,5. La base de la méthode est encore l'utilisation des équations aux différences. Le résultat obtenu est le suivant :

$$h = \frac{\cos \theta}{1 + \cos \theta} (-1)^t + \frac{\cos t\theta}{1 + \cos \theta} + \frac{\sin t\theta}{\sin \theta}$$

M. THIRRIOT a étudié de même les développements asymptotiques lorsque les deux conduites étaient presque identiques, et l'on voit que si l'on modifie très peu les caractéristiques, c'est-à-dire la valeur du produit :

$$\rho_1 a_1 S_2 / \rho_2 a_2 S_1$$

cela change beaucoup les résultats concernant l'onde de choc, et le maximum de cette onde de choc.

M. BIESEL indique que, même si l'on dispose d'un programme, tel que le signalé M. DUBIN, permettant de tenir compte des temps de parcours exacts dans chaque tronçon, il n'en resterait pas moins que la valeur précise de ces temps n'est pas toujours bien connue. Un incident antérieur a pu provoquer une décompression, par exemple, et un dégagement de bulles d'air, etc. La méthode la plus sûre serait donc d'essayer un échantillonnage des combinaisons de temps de parcours susceptibles de se produire. Pour réduire le nombre des échantillons, il est très précieux d'avoir un critère de choix *a priori*; or, le calcul montre que les cas les plus défavorables semblent être ceux où précisément il existe une « partie aliquote commune » relativement grande entre tous les temps de parcours, ceci augmentant très vraisemblablement la probabilité des « superpositions » importantes. Cette remarque revalorise la méthode de calcul classique qui peut être considérée comme traitant un échantillon réduit à un seul cas particulièrement bien choisi. Rien n'empêche de l'appliquer à plusieurs cas, en variant à chaque fois la partie aliquote choisie ou les règles d'arrondi des tronçons.

M. le Président remercie les auteurs des communications et tous ceux qui sont intervenus et ont ainsi donné de l'animation à cette séance.

La séance est levée à 18 h 25.