

**LOI
HAUTEUR-DÉBIT D'UN DÉVERSOIR
EN MINCE PAROI
FONCTION DE
LA CHARGE TOTALE \mathcal{H}
ET VALABLE
DANS UNE LARGE PLAGE
D'UTILISATION**

PAR A. BARBE ⁽¹⁾, P. BOYER ⁽²⁾,
R. COULOMB ⁽³⁾, J. MOREAU DE SAINT-MARTIN ⁽⁴⁾
ET J. NOUGARO ⁽⁵⁾

**Avantage et inconvénient des relations
fonctions du tirant d'eau sur le seuil H ,
et rôle du coefficient de débit m**

Pour connaître le débit Q écoulé sur un déversoir horizontal, en mince paroi, et sans contractions latérales, on peut : soit procéder à son étalonnage préalable, soit appliquer une relation $Q = KBH^{3/2}$ dont il existe plusieurs formes.

Une des plus couramment utilisées s'écrit :

$$Q = mB \sqrt{2g} H^{3/2} \quad (1)$$

Elle lie le débit au tirant d'eau sur le seuil H , à la largeur du canal B et à un coefficient sans dimensions m , dont la valeur dépend beaucoup elle-même de H et de P , hauteur de pelle du déversoir.

Le principal avantage de ces formules est d'être toujours applicables, d'un emploi rapide et très commode, puisqu'elles ne demandent que la mesure d'une longueur H facilement accessible et qu'on effectue très bien à une certaine distance en amont du seuil.

Par contre, l'étalonnage d'un déversoir — par exemple par la méthode volumétrique complétée de l'exploration du champ des vitesses — est long et coûteux à mettre en œuvre. De plus, il n'est pas toujours réalisable.

(1) Maître-Assistant à la Faculté des Sciences de Toulouse.

(2) Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse.

(3) Ingénieur en chef des Services Techniques de la Ville de Paris.

(4) Ingénieur des Ponts et Chaussées.

(5) Professeur à la Faculté des Sciences de Toulouse; Directeur technique de l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse.

En effet, pour qu'il donne des résultats fidèles et d'une précision satisfaisante, il faut pouvoir l'effectuer, non sur le déversoir seul avec un montage de laboratoire, mais sur l'ensemble définitif « canal de mesure-déversoir », de façon que les répartitions des vitesses à l'amont du seuil demeurent toujours égales et que le déversoir se trouve toujours dans les mêmes conditions d'approche et d'alimentation.

Mais, d'un autre côté, nous allons voir apparaître dans la justification théorique de ces lois, des lacunes dont les effets peuvent cesser d'être négligeables dans des cas rencontrés assez fréquemment, surtout en laboratoire.

On sait en effet qu'on parvient à établir ces relations par application du théorème de Bernoulli et moyennant des hypothèses dont certaines ne sont pas toujours satisfaites.

La lame d'eau déversante étant aérée par-dessus et par-dessous, se trouve à la pression atmosphérique, dans toute son épaisseur. Ceci permet d'écrire :

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{V_0^2}{2g} + z$$

pour tout point de la lame de vitesse V et de cote z comptée par rapport au plan de référence contenant la surface libre horizontale à l'amont. Le débit élémentaire dQ passant au travers d'une tranche de hauteur dz est : $dQ = B \cdot V \cdot dz$.

L'intégration entre le seuil et le plan d'eau amont donne alors une valeur Q' :

$$Q' = B \int_0^H V \cdot dz = B \sqrt{2g} \int_0^H \left(\frac{V_0^2}{2g} + z \right)^{1/2} \cdot dz$$

$$Q' = \frac{2}{3} B \sqrt{2g} \left[\left(\frac{V_0^2}{2g} + H \right)^{3/2} - \left(\frac{V_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right]$$

qui est plus grande que celle du débit Q réellement

écoulé, du fait que l'on ne peut considérer les vraies limites d'intégration, l'abaissement de la surface libre au droit du seuil étant inconnu. Alors, le débit Q est évalué en utilisant un coefficient $C < 1$ tenant compte de cet abaissement de la surface libre et des pertes de charge. On obtient ainsi la formule classique, proposée pour la première fois en 1841 par Weisbach :

$$Q = CQ' = \frac{2}{3} CB \sqrt{2g} \left[\left(H + \frac{V_0^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(\frac{V_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right]$$

ou encore, en posant $m = 2C/3$:

$$Q = mB\sqrt{2g} \left[\left(H + \frac{V_0^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(\frac{V_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right] \quad (2)$$

En 1852, J. B. Francis a simplifié cette formule en prenant pour m une valeur moyenne et constante quelles que soient les valeurs de H et P .

Le développement en série limité au troisième terme, de la première parenthèse du crochet de la relation (2) — que nous appellerons dans ce qui suit « relation de Weisbach-Francis » — s'écrit :

$$Q = m'B\sqrt{2g} \left[H^{3/2} + \frac{3}{2} H^{1/2} \left(\frac{V_0^2}{2g} \right) + \frac{3}{8} H^{-1/2} \left(\frac{V_0^2}{2g} \right)^2 - \left(\frac{V_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right] \quad (3)$$

Il montre d'abord que, lorsqu'on peut considérer la charge cinétique $V_0^2/2g$ comme faible devant H , l'on obtient la relation (1) en ne conservant que son premier terme.

Mais les expérimentateurs des XIX^e et XX^e siècles, s'étant aperçu qu'il fallait de toute façon — pour tenir compte des paramètres négligés dans le calcul précédent (perte de charge et contraction au droit du seuil) — donner à m une valeur *variable* dépendant de H et de P , décidèrent de conserver cette relation (1) très commode mais très simplifiée, quitte à considérer que l'expression de m en fonction de H et de P tenait également compte de l'effet de la vitesse d'approche V_0 supposée, explicitement ou implicitement, presque négligeable.

C'est ainsi que la formule de Bazin (1888) qui s'écrit en posant :

$$m = \frac{2}{3} C \left[1 + 0,55 \left(\frac{H}{H+P} \right)^2 \right] \\ Q = mB\sqrt{2g}H^{3/2} \quad (4)$$

peut être considérée comme tenant compte approximativement et implicitement de la charge cinétique. En effet, si l'on garde dans le développement (3) les deux premiers termes et que l'on remplace :

$$V_0 = Q/B(H+P)$$

par sa valeur approchée :

$$m\sqrt{2g}H^{3/2}/(H+P),$$

on trouve :

$$Q = mB\sqrt{2g} \left[1 + \frac{3}{2} m^2 \left(\frac{H}{H+P} \right)^2 \right] H^{3/2}$$

expression de même forme que celle de Bazin au coefficient numérique près.

Cette formule, comme celles établies ultérieurement, présente l'avantage sur la formule de Weisbach-Francis, de ne pas nécessiter la mesure de V_0 , ou son calcul par approximations successives à partir de $V_0 = Q/B(H+P)$. Il en est de même pour les formules de Rehbock (1929) et de Kindsvater-Carter (1959) qui sont excellentes et notamment très voisines par leurs résultats, dans certaines limites.

Cas où il faut considérer explicitement la charge totale : $\mathcal{H} = H + (V_0^2/2g)$ et non le tirant d'eau H

Mais on conçoit que ces relations ne peuvent donner de résultats valables, qu'appliquées dans le domaine et sur un dispositif identiques à ceux pour lesquels elles ont été initialement établies (à cause de la répartition des vitesses à l'amont et des conditions d'alimentation) et surtout, seulement lorsque la charge cinétique $V_0^2/2g$ est vraiment négligeable devant le tirant d'eau H .

Par contre, si la vitesse V_0 est suffisante pour que cette condition essentielle ne soit pas satisfaite, leur utilisation fournira des valeurs du débit *par défaut* pouvant avoir plus de 16 % d'écart avec la vraie valeur, ainsi qu'on le verra par la suite.

En effet, il est facile de voir que si la vitesse moyenne d'approche V_0 dans la section de mesure de H dépasse 0,15 m/s, la charge cinétique est déjà de l'ordre du millimètre; qu'elle atteint 5 mm pour $V_0 = 0,31$ m/s et 20 mm si $V_0 = 0,63$ m/s, alors qu'on peut mesurer H à 0,1 mm près. Or, ces cas ne sont pas exceptionnels.

Détermination expérimentale du coefficient de débit m_E

Aussi, avons-nous cherché à établir une relation plus générale, valable dans une large plage d'applications et tenant compte explicitement de la vitesse moyenne d'approche V_0 , tout en restant commode pour les calculs.

1. Plage d'utilisation explorée et relations classiques examinées.

Pour cela, des expériences systématiques ont été effectuées sur un canal vitré de longueur $L = 8$ m, de largeur intérieure $B = 0,30$ m, de profondeur 0,65 m, muni à une extrémité d'un déversoir horizontal, en mince paroi, aéré à l'aval, normal au courant et au radier, et de hauteur de pelle réglable (cette pelle est réalisée en alliage AG 5).

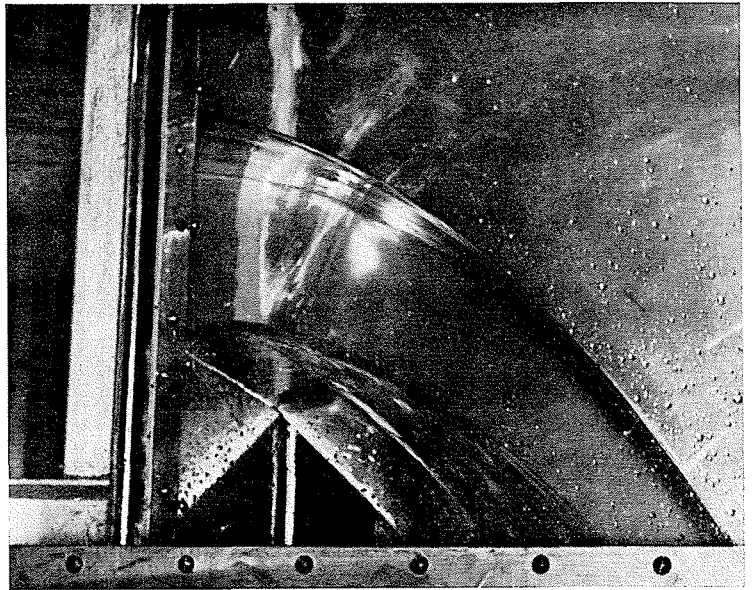
De nombreux relevés du tirant d'eau expérimental H_E et du débit correspondant Q_E ont été effectués pour chacune des sept hauteurs de pelle P suivantes :

$$0,10, 0,15, 0,20, 0,25, 0,30, 0,40, 0,50 \text{ m}$$

de sorte que ces essais ont exploré une assez large plage définie par les bornes :

$$0,03 \leq \mathcal{H}/P \leq 2,5$$

(avec $\mathcal{H} = H + V_0^2/2g$).



2/H/P = 2.

1/H/P = 0,17.

Les photographies des figures 1 et 2 montrent deux déversements de caractéristiques très différentes.

La détermination expérimentale du débit Q_E était effectuée grâce à un ensemble de deux déversoirs que nous avons étalonnés tels qu'utilisés, comme il a été dit plus haut, et qui se partageaient la plage des débits 0-100 l/s réalisés dans les expériences.

Ces mesures ont permis de déterminer et de comparer chaque fois, le coefficient m_E correspondant, au moyen des relations suivantes dont la justification théorique résulte de ce qui précède, et qui font intervenir explicitement, toutes sauf une, pour comparaison, la charge cinétique $V_0^2/2g$ de diverses façons :

a) La relation (2) de Weisbach-Francis (1841-1852) :

$$Q = mB \sqrt{2g} \left[\left(H + \frac{V_0^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(\frac{V_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right]$$

b) La relation (3) obtenue par un développement en série limité de la formule ci-dessus :

$$Q = m'B \sqrt{2g} \left[H^{3/2} + \frac{3}{2} H^{1/2} \left(\frac{V_0^2}{2g} \right) + \frac{3}{8} H^{-1/2} \left(\frac{V_0^2}{2g} \right)^2 - \left(\frac{V_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right]$$

c) La relation précédente arrêtée au deuxième terme :

$$Q = m_1 B \sqrt{2g} \left[H^{3/2} + \frac{3}{2} H^{1/2} \left(\frac{V_0^2}{2g} \right) \right] \quad (5)$$

d) Une relation que l'on pourrait appeler « relation de Weisbach-Francis simplifiée » obtenue en

enlevant à la formule (2) le deuxième terme du crochet, ce qui donne :

$$Q = m_2 B \sqrt{2g} \left[H + \frac{V_0^2}{2g} \right]^{3/2}$$

ou :

$$Q = m_2 B \sqrt{2g} \mathcal{H}^{3/2} \quad (6)$$

Cette formule serait identique à la formule simplifiée usuelle, où le tirant d'eau aurait été remplacé par la charge totale au-dessus du seuil (différence de cotes entre la ligne de charge à l'amont et le seuil). Elle donne du débit, une valeur très légèrement par excès, comme on le précisera plus loin.

e) Enfin, la relation (1) très simple, habituellement employée, que nous écrirons ici :

$$Q = m_3 B \sqrt{2g} H^{3/2} \quad (7)$$

2. Précision des mesures et comparaison des résultats de ces relations.

Les différents coefficients m , m' , m_1 , m_2 et m_3 ne pouvaient *a priori* être égaux, quelles que soient les conditions des essais, étant donné les simplifications introduites dans les formules (5), (6), (7). Cette relation (7) par exemple constitue une approximation moins bonne que la précédente (6), car elle revient à négliger dans le développement (3) tous les termes à partir du second, y compris le terme à la première puissance en $V_0^2/2g$, tandis que la formule (6) ne néglige qu'un terme à la puissance 3/2 en $V_0^2/2g$.

Les relations (2), (3), (5) et (6) sont de la forme :

$$Q = m.f(H, V_0^2/2g)^n$$

Avec les nombreux couples de valeurs (H_E , Q_E) obtenus expérimentalement au cours des essais,

elles nous ont fourni les valeurs correspondantes de :

$$m_E = \frac{Q_E}{f(H_E, V_0^2/2g)^n} = \frac{Q_E}{f(\mathcal{H}_E)^n}$$

La précision de ces mesures et un calcul d'erreurs effectué sur les divers paramètres intervenant dans cette méthode expérimentale, permettent de connaître chaque valeur de m_E avec deux chiffres significatifs sûrs et le troisième approché.

En effet, en déterminant les tirants d'eau H_E avec une erreur absolue $\delta H_E = 0,1$ mm, les temps de jaugeage t_E avec $\delta t_E \leq 0,01$ s, donc les débits expérimentaux Q_E avec $\delta Q_E \leq 0,02$ l/s et les vitesses moyennes V_0 avec $\delta V_0 \leq 5.10^{-4}$ m/s, on obtient les valeurs de m_E avec une erreur absolue :

$$\delta m_E \leq 0,003$$

soit une erreur relative moyenne :

$$\varepsilon_{moy} = \frac{\delta m_E}{m_{E moy}} \leq 0,7 \%$$

Une partie des résultats obtenus, classés par valeurs croissantes de \mathcal{H}/P apparaît dans le tableau 1 où m_E prend successivement les valeurs m, m', m_1, m_2, m_3 selon qu'on utilise la relation (2) ou (3) ou (5) ou (6) ou (7) pour sa détermination.

Ces résultats permettent de faire la comparaison des diverses formules employées. On constate que :

1° Compte tenu de la précision que l'on peut atteindre dans les résultats expérimentaux, il n'y a pas de différence significative entre m et m' , et il vaut mieux adopter la relation (2) de Weis-

bach-Francis que la formule (3) car elle est plus simple à calculer;

2° La relation (6) ou « relation de Weisbach-Francis simplifiée » qui a l'avantage d'être la plus rapide pour les calculs, tout en prenant explicitement en compte la charge cinétique $V_0^2/2g$, donne des écarts $\Delta(m_2 - m')$ par rapport à la formule (2) extrêmement faibles ($-0,2$ à $-1,1 \%$) pour $\mathcal{H}/P \leq 1$, et très faibles encore pour $\mathcal{H}/P > 1$ (écart de $-1,6 \%$ pour $\mathcal{H}/P = 1,25$ et $-2,8 \%$ pour $\mathcal{H}/P = 2$).

C'est dire que si on prend pour coefficient de la « relation de Weisbach-Francis simplifiée », les valeurs de m correspondant à la relation complète (colonne 6 du tableau 1), on trouvera par cette formule simplifiée des débits supérieurs de $0,2 \%$ à $1,1 \%$ seulement pour $\mathcal{H}/P \leq 1$ et de $1,6 \%$ à $2,8 \%$ pour

$$1,25 \leq \mathcal{H}/P \leq 2$$

à ceux donnés par la relation complète;

3° La relation (5) développée mais limitée au deuxième terme fournit des écarts $\Delta(m_1 - m')$ par rapport à la relation complète, du même ordre que la formule (6) et des valeurs presque identiques pour le coefficient de débit, mais elle est moins intéressante puisque plus longue à calculer;

4° La relation très simple (7) utilisée habituellement donne des écarts $\Delta(m_3 - m')$ importants par rapport à la formule complète, pouvant aller de $+2,1 \%$ pour $\mathcal{H}/P = 0,42$ à $+6,4 \%$ pour $\mathcal{H}/P = 1$ et $+16 \%$ pour $\mathcal{H}/P = 2,5$.

Autrement dit, si on prend avec cette formule les coefficients m correspondant à la relation de Weisbach-Francis complète (col. 6 du tabl. 1) on trou-

Tableau 1

| P (cm) | Q_E (l/s) | H_E (cm) | $V_0^2/2g$ (cm) | H/P | m ou m' relations (2) et (3) | m_1 relation (5) | m_2 relation (6) | m_3 relation (7) | Δ ($m_1 - m'$) | Δ ($m_2 - m'$) | Δ ($m_3 - m'$) |
|-----------|----------------|---------------|--------------------|-------|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| 10 | 0,80 | 1,24 | ~ 0,00 | 0,13 | 0,434 | 0,432 | 0,433 | 0,435 | -0,5 % | -0,2 % | + 0,2 % |
| 40 | 39,00 | 16,64 | 0,27 | 0,42 | 0,423 | 0,422 | 0,422 | 0,432 | -0,2 % | -0,2 % | + 2,1 % |
| 30 | 26,83 | 13,02 | 0,22 | 0,44 | 0,420 | 0,419 | 0,419 | 0,430 | -0,2 % | -0,2 % | + 2,3 % |
| 10 | 5,53 | 4,42 | 0,85 | 0,45 | 0,436 | 0,435 | 0,435 | 0,448 | -0,2 % | -0,2 % | + 2,7 % |
| 30 | 33,92 | 15,03 | 0,32 | 0,51 | 0,426 | 0,425 | 0,425 | 0,438 | -0,2 % | -0,2 % | + 2,8 % |
| 20 | 29,45 | 13,53 | 0,44 | 0,70 | 0,427 | 0,425 | 0,425 | 0,445 | -0,5 % | -0,5 % | + 4,2 % |
| 10 | 11,08 | 6,96 | 0,24 | 0,73 | 0,434 | 0,431 | 0,431 | 0,454 | -0,7 % | -0,7 % | + 4,6 % |
| 15 | 21,12 | 10,88 | 0,37 | 0,75 | 0,424 | 0,421 | 0,421 | 0,443 | -0,7 % | -0,7 % | + 4,5 % |
| 10 | 17,39 | 9,25 | 0,47 | 0,98 | 0,437 | 0,432 | 0,432 | 0,465 | -1,1 % | -1,1 % | + 6,3 % |
| 25 | 70,82 | 23,66 | 1,20 | 0,99 | 0,435 | 0,430 | 0,430 | 0,463 | -1,1 % | -1,1 % | + 6,4 % |
| 10 | 20,67 | 10,37 | 0,59 | 1,11 | 0,434 | 0,429 | 0,429 | 0,466 | -1,1 % | -1,1 % | + 7,4 % |
| 20 | 72,80 | 23,57 | 1,58 | 1,25 | 0,441 | 0,435 | 0,434 | 0,479 | -1,4 % | -1,6 % | + 8,6 % |
| 15 | 70,55 | 22,52 | 1,99 | 1,63 | 0,448 | 0,439 | 0,438 | 0,497 | -2,0 % | -2,2 % | + 10,9 % |
| 10 | 51,40 | 17,76 | 1,96 | 1,99 | 0,456 | 0,443 | 0,442 | 0,517 | -2,8 % | -3,0 % | + 13,4 % |
| 10 | 56,75 | 18,88 | 2,20 | 2,13 | 0,457 | 0,443 | 0,441 | 0,521 | -3,0 % | -3,5 % | + 14,0 % |
| 10 | 72,60 | 21,87 | 2,95 | 2,51 | 0,460 | 0,444 | 0,442 | 0,534 | -3,5 % | -3,9 % | + 16,1 % |

vera des valeurs *insuffisantes* pour le débit, allant de 2,1 à 16 % suivant la valeur de \mathcal{H}/P .

3. Choix de la relation intervenant dans cette détermination.

Comme on pouvait s'y attendre, les valeurs de m ou m' , m_1 ou m_2 varient très peu suivant les conditions de l'essai, tandis que m_3 varie beaucoup (entre 0,430 et 0,534 dans le tableau 1, soit un écart relatif de 20 %).

Ceci montre l'importance du terme $V_0^2/2g$ dans le déversement, puisque la prise en compte de la charge totale \mathcal{H} (quelle que soit d'ailleurs la formule (2), (3), (5) ou (6) choisie, puisqu'on vient de voir qu'elles sont à très peu près équivalentes, vu la précision possible des mesures) ne suffit pas, mais presque, à rendre constant le coefficient de débit, quelles que soient les conditions de l'essai.

Si on supposait m constant, avec une valeur moyenne 0,431, on ne commettrait qu'une erreur maximale de quelques pour cent en calculant les débits par la « relation de Weisbach-Francis simplifiée » quel que soit l'essai choisi dans le tableau 1, où pourtant les conditions d'essais et notamment \mathcal{H}/P , varient beaucoup.

Compte tenu de tout ce qui précède, et de l'intérêt pratique qu'il y a à choisir la formule la plus rapide pour les calculs, nous avons été conduits à retenir la « relation de Weisbach-Francis simplifiée » pour cette détermination du coefficient de débit :

$$Q = mB \sqrt{2g} \mathcal{H} e^{3/2} \quad (6)$$

(Dans la suite, nous désignerons le coefficient de débit seulement par m au lieu de m_2 ou m_E étant donné l'absence de confusion possible.)

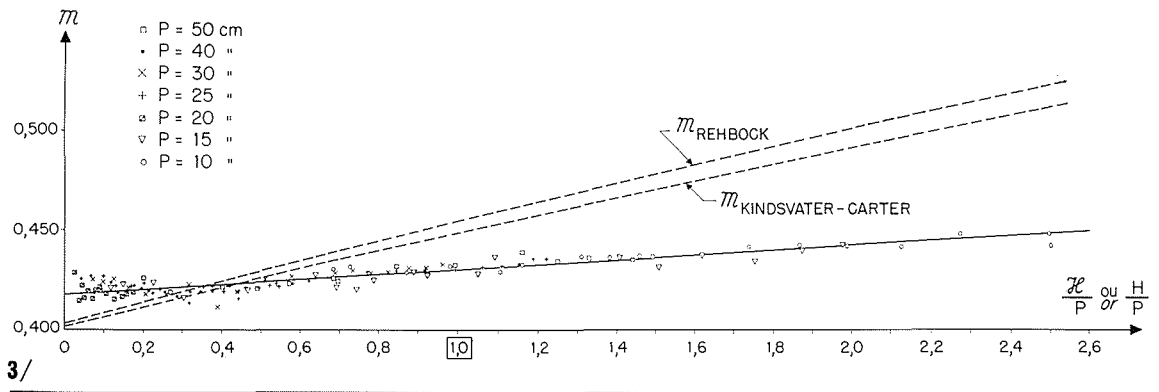
Détermination d'une loi linéaire $m(\mathcal{H}/P)$; et loi $Q(\mathcal{H})$ proposée

Nous avons alors essayé d'établir une formule « universelle » (ou du moins correspondant à un domaine d'utilisation très étendu) en déterminant les valeurs de m pour un nombre important d'essais très différents.

Dans les conditions d'expériences précisées plus haut, nous avons pu obtenir 121 valeurs de m réparties dans la plage $0,03 \leq \mathcal{H}/P \leq 2,5$. Ces valeurs expérimentales représentées dans le plan adimensionnel [$m, \mathcal{H}/P$] ont fait apparaître :

1° L'existence d'un « nuage » de points constituant un très bon groupement autour d'une courbe moyenne qui s'avère être une droite dans le domaine exploré;

2° Qu'à une même valeur du rapport \mathcal{H}/P (obtenu avec des paramètres H, P, V_0 différents) correspondent des valeurs de m pratiquement identiques, quelle que soit la hauteur de pelle P . Le



paramètre adimensionnel \mathcal{H}/P suffit donc pratiquement pour définir la valeur de m et pour pouvoir comparer valablement ses diverses valeurs obtenues dans nos essais sous des conditions très différentes.

On peut donc poser :

$$m = f(\mathcal{H}/P)$$

Et dans ces conditions, la méthode d'interpolation approchée des moindres carrés a permis de déterminer les constantes A et C de la fonction linéaire $m = A(\mathcal{H}/P) + C$ représentant la droite de régression cherchée ainsi que les coordonnées du « point moyen ». Nous avons ainsi obtenu l'équation :

$$m = 0,0120 \frac{\mathcal{H}}{P} + 0,418 \quad (8)$$

avec : $m_0 = 0,426$ et $\left(\frac{\mathcal{H}}{P}\right)_0 = 0,690$

Notons que Rehbock avait proposé, en 1929 :

$$m_R = \left(0,0542 \frac{H_c}{P} + 0,4023\right) \quad (9)$$

et Kindsvater-Carter en 1959 :

$$m_{KC} = \left(0,050 \frac{H}{P} + 0,4013\right) \quad (10)$$

Dès lors, la loi $Q(\mathcal{H})$ que nous pouvons proposer, s'écrit :

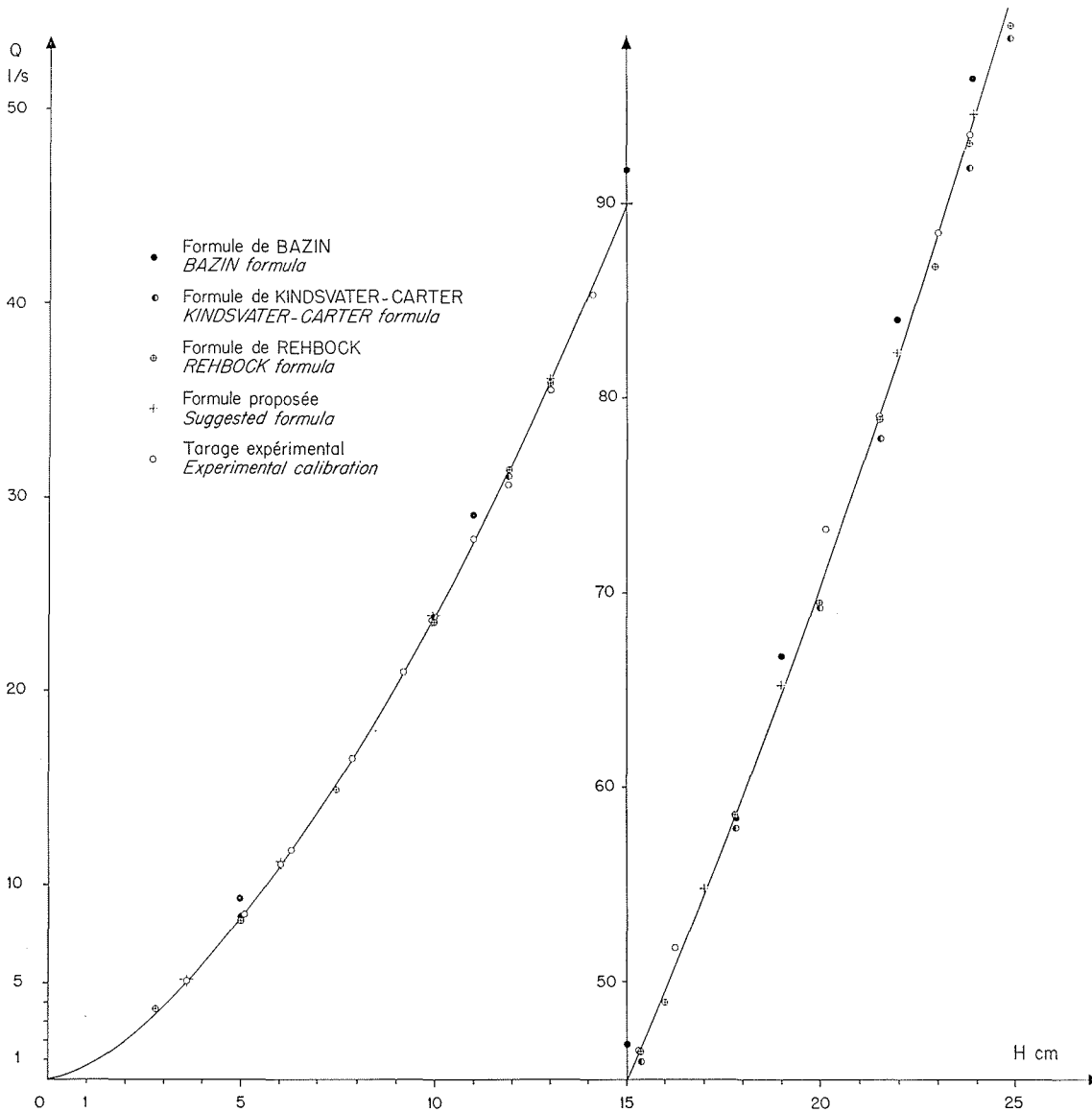
$$Q = B \sqrt{2g} \left(0,0120 \frac{\mathcal{H}}{P} + 0,418\right) \mathcal{H} e^{3/2} \quad (11)$$

Loin de prétendre remplacer les formules existantes, elle peut au contraire, semble-t-il, les compléter heureusement puisque sa validité vérifiée expérimentalement s'étend sur une plage beaucoup plus large : $\mathcal{H}/P \leq 2,5$.

Remarque importante.

Les résultats de cette étude sont traduits par la figure 3 qui reproduit de plus, pour $P = 10$ cm, les valeurs du coefficient de débit calculées :

- soit par la formule (9) de Rehbock (1929);
- soit par la formule (10) de Kindsvater-Carter (1959).



4/ Etalonnage d'un déversoir, type de Bazin. $B = 0,400$ m.
 $P = 0,299$ m.
Calibration of a Bazin-type weir.
 $B = 0,400$ m.
 $P = 0,299$ m.

Les pentes de ces deux droites m (H/P) diffèrent évidemment de celle de la droite m (\mathcal{H}/P), mais l'on constate par les exemples du tableau 2 que les relations de Rehbock et de Kindsvater-Carter, conçues pour être appliquées en négligeant la charge cinétique, corrigent d'une façon convenable, par les valeurs de m qu'elles fournissent, l'absence de $V_0^2/2g$, tout au moins en ce qui concerne Rehbock pour $H/P < 1$ (où la formule est supérieure à celle de Kindsvater-Carter) et en ce qui concerne Kindsvater-Carter pour H/P élevé (jusqu'à $H/P = 2,5$).

Tableau 2

| $\frac{H}{P}$ | $\Delta(m_R - m)$ Rehbock | $\Delta(m_{KC} - m)$ Kindsvater-Carter | Lorsqu'on néglige $V_0^2/2g$, le débit Q est minoré de : |
|---------------|------------------------------|---|---|
| 1 | 5,6 % | 4,3 % | — 6,1 % |
| 2,5 | 16,6 % | 14,2 % | — 14,0 % |

Vérifications et applications

A. — On a d'ailleurs procédé à des vérifications expérimentales sur quatre déversoirs de caractéristiques très différentes, afin de se rendre compte pratiquement du degré d'approximation sur lequel on pouvait compter en appliquant la relation proposée (11). On a ainsi comparé les valeurs Q_c du débit calculées par cette formule (11), avec les résultats Q_E des tarages expérimentaux obtenus au laboratoire pour ces quatre déversoirs type de Rehbock, à lame aérée en-dessous et sans contractions latérales.

Les étalonnages ont été effectués par la méthode volumétrique et la méthode d'exploration du champ des vitesses; et on remarquera que les caractéristiques de ces déversoirs couvrent une plage d'utilisation très vaste (0-7 700 l/s).

Les résultats de cette comparaison apparaissent ci-dessous :

DÉVERSOIR 1 :

$Q = 100$ l/s $B = 0,600$ m $P = 0,330$ m

L'étalonnage expérimental est connu par la méthode volumétrique à moins de 2 cl/s près.

| H cm | Q _E l/s | Q _c | Δ % |
|-------|--------------------|----------------|--------|
| 19,45 | 100,00 | 100,73 | + 0,73 |
| 18,18 | 90,00 | 90,71 | + 0,79 |
| 15,47 | 70,00 | 70,51 | + 0,73 |
| 11,62 | 45,00 | 45,24 | + 0,53 |
| 8,91 | 30,00 | 30,10 | + 0,33 |
| 7,48 | 23,00 | 23,08 | + 0,35 |

L'erreur relative moyenne est donc ici de 0,6 % :

DÉVERSOIR 2 :

$$Q = 100 \text{ l/s} \quad B = 0,400 \text{ m} \quad P = 0,299 \text{ m}$$

Étalonnage expérimental connu par méthode volumétrique à moins de 2 cl/s près.

| H cm | Q _E l/s | Q _c | Δ % |
|-------|--------------------|----------------|--------|
| 3,62 | 5,05 | 5,13 | + 1,56 |
| 6,06 | 11,06 | 11,20 | + 1,26 |
| 9,94 | 23,66 | 23,84 | + 0,76 |
| 13,00 | 35,94 | 36,03 | + 0,25 |
| 15,00 | 44,75 | 45,04 | + 0,65 |
| 17,00 | 54,50 | 54,79 | + 0,53 |
| 19,00 | 64,75 | 65,28 | + 0,82 |
| 22,00 | 81,87 | 82,32 | + 0,55 |
| 24,00 | 94,13 | 94,64 | + 0,54 |

L'erreur relative moyenne est ici de 0,8 % :

DÉVERSOIR 3 :

$$Q = 500 \text{ l/s} \quad B = 1,200 \text{ m} \quad P = 0,500 \text{ m}$$

Ce déversoir bénéficie d'une courbe d'étalonnage expérimentale établie par la méthode volumétrique et vérifiée par exploration du champ des vitesses aux moulinets hydrométriques, avec moins de 1 cl/s d'écart.

| H cm | Q _E l/s | Q _c | Δ % |
|-------|--------------------|----------------|--------|
| 35,59 | 500,00 | 506,30 | + 1,26 |
| 30,89 | 400,00 | 404,69 | + 1,17 |
| 25,70 | 300,00 | 303,20 | + 1,06 |
| 19,79 | 200,00 | 202,24 | + 1,12 |
| 12,58 | 100,00 | 100,92 | + 0,92 |
| 8,00 | 50,48 | 50,75 | + 0,53 |

Dans ce cas, l'erreur relative moyenne est de 1,0 % :

DÉVERSOIR 4 :

$$Q = 7\,700 \text{ l/s} \quad B = 3,950 \text{ m} \quad P = 1,480 \text{ m}$$

Ici étalonnage expérimental aux moulinets.

| H cm | Q _E l/s | Q _c | Δ % |
|-------|--------------------|----------------|--------|
| 98,49 | 7 500,00 | 7 623,00 | + 1,64 |
| 76,07 | 5 000,00 | 5 080,00 | + 1,60 |
| 42,07 | 2 000,00 | 2 035,00 | + 1,75 |
| 9,02 | 200,00 | 198,26 | - 0,87 |
| 5,73 | 100,00 | 100,34 | + 0,34 |

Compte tenu de l'ordre de grandeur du débit, l'erreur relative moyenne dans ce cas, 1,20 % est également très faible.

B. — Enfin, nous avons porté sur un même graphique (fig. 4) les divers étalonnages suivants concernant un même déversoir (déversoir 2 précédent, $B = 0,400 \text{ m}$, $P = 0,299 \text{ m}$); on a ainsi la comparaison immédiate et pour un même cas, entre les résultats donnés par les relations de Bazin (1888), de Rehbock (1929), de C.E. Kindsvater-Carter (1959), la formule (11) que nous présentons, et le tarage volumétrique de ce déversoir.

On constate la très bonne concordance avec la relation proposée, surtout de celle de Rehbock et du tarage expérimental.

Il faut noter que, pour une raison de lisibilité de la figure, le diamètre des « cercles-points » ne donne pas l'erreur correspondante, car il a été considérablement augmenté.

Conclusion

Ainsi donc, il semble que les relations proposées (8 et (11) soient à la fois suffisamment précises et suffisamment générales pour s'appliquer à des gammes étendues de seuils horizontaux en mince paroi, et de tirants d'eau.

Elles pourront dispenser d'effectuer leur tarage expérimental, toujours long à mettre en œuvre et d'ailleurs irréalisable dans certains cas.

Leur emploi comporte certes le léger inconvénient constitué dans les applications, par la présence du terme $V_0^2/2g$. Mais le calcul de celui-ci par approximations successives est pratiquement satisfaisant avec une ou deux itérations.

Références bibliographiques

- ESCANDE. — Cours et compléments d'hydraulique. *Privat*.
 ESCANDE. — Barrages. *Hermann & Cie*.
 SANANES. — Etude de seuils déversants.
 U.S. Department of the Interior, Bureau of reclamation. Studies of crests for overfall dams.
 LENCASTRE. — Hydraulique générale. *Eyrolles*.
 VALEMBOIS. — Mémento d'hydraulique pratique. *Eyrolles*.
 TISON. — Hydraulique. *Gand*.
 JAEGER. — Hydraulique technique. *Dunod*.

C. E. KINDSVATER and R. W. CARTER. — Discharge characteristics of rectangular thin plate weir. *A.S.C.E.*, n° 3001 (1959).
 ROUSE and INCE. — Histoire de l'hydraulique. *La Houille Blanche*, n° 5-1954 et s.q.s.
 LELIAVSKY. — Irrigation engineering. *Chapman & Hall Ltd.* London.

ROUSE. — Engineering Hydraulics. *J. Wiley & Sons, Inc.* N.Y.
 WEISBACH. — Lehrbuch der Ingenieur und maschinen Mechanic. Braunschweig.
 REHBOCK. — Wassermessung mit scharfkantigen Überfallwehren. Berlin.
 TROSKOLANSKI. — Théorie et pratique des mesures hydrauliques. *Dunod*.

Abstract

The head/discharge relationship for a sharp-edged weir, based on total head and with a wide range of application

by **A. Barbe** ⁽¹⁾, **P. Boyer** ⁽²⁾, **R. Coulomb** ⁽³⁾, **J. Moreau de Saint-Martin** ⁽⁴⁾ and **J. Nougaro** ⁽⁵⁾

The H/Q relationship for a sharp-edged weir without lateral contractions is generally used in its form (1), where B is the channel and weir width (both the same), H is the depth of water on the sill, and m is a dimensionless factor depending on H and the weir characteristics by various relationships proposed by different authorities. The Q(H) formula referred to is obtained from the Weisbach and Francis formulae (1841-1852), which lead to expression (2). Expansion of the first bracket of the latter to the third term produces expression (3).

If the dynamic head $V_0^2/2g$ corresponding to the approach velocity V_0 is small compared to H, this expansion reduces to its first term. In some cases, however, the dimensions of discharge measurement channels for a sharp-edged weir give mean approach velocities for which the dynamic head can no longer be neglected.

An attempts as been made, therefore, to establish a more general relationship allowing explicitly for dynamic head. Systematic tests have been carried out in a glass-walled flume 8 metres long by 0.30 metre wide with a sharp-edged weir perpendicular to the flow, for seven different weir heights (P = 0.10 m, 0.15 m, 0.20 m, 0.25 m, 0.30 m, 0.40 m and 0.50 m) and values of the dimensionless parameter $(H + V_0^2/2g)/P = \mathcal{H}/P$ ranging from 0.03 to 2.5. Five different values of the discharge coefficient m were found for each test by entering the experimental values found for Q_E and H_E into the relationships listed below. All but one of the relationships chosen considered dynamic head. These relationships were the following:

- a) The Weisbach-Francis relationships, i.e. formula (2) mentioned above, which gave m;
- b) Relationship (3) giving m';
- c) The above relationship only taken as far as the second terme, i.e. (5). This gave m₁;
- d) A relationship one might call the 'simplified Weisbach-Francis relationship', which is obtained by ignoring the second term in the square brackets of formula (2) $(V_0^2/2g)^{3/2}$, and which can therefore be written in the form (6). It gave m₂;
- e) The usual relationship (1) referred to above, which gave m₃. It is seen that this relationship ignores the first-power $V_0^2/2g$ term, so that it is less precise than (6) which neglects a $V_0^2/2g$ terme to the power of 3/2.

The results are as follows:

- 1) There is no significant difference between m and m' from (a) and (b);
- 2) Relationship (d) gives extremely small differences with respect to formula (a) (— 0.5 % to — 0.7 %) where $\mathcal{H}/P \leq 1$, and very small differences where $\mathcal{H}/P > 1$ (— 1.6 % for $\mathcal{H}/P = 1.25$ and — 3% for $\mathcal{H}/P = 2$). It also requires the least calculation time;
- 3) Relationship (c) gives differences of the same order as formula (d) and almost identical value for m, but it requires longer calculation;
- 4) Relationship (e) gives major differences, from + 2.5 % for $\mathcal{H}/P = 0.45$ to + 16 % for $\mathcal{H}/P = 2.5$;
- 5) m, m₁ or m₂ vary little with test conditions, but m₃ varies a lot (20 % relative error), showing the importance of the $V_0^2/2g$ in the overflow.

Relationship (6) of paragraph (d) has therefore been retained for the calculations.

Values of m were thus determined for a very considerable number of tests. 121 values of $m = f(\mathcal{H}, Q_E)$ were obtained, all in the $0.03 \leq \mathcal{H}/P \leq 2.5$ range. These experimental values are shown on the dimensionless, [m, \mathcal{H}/P] plot on Plate I and are seen to lie in a cluster of points grouped close to an average straight line, which was determined by the least squares approximate interpolation method, and the equation of which is (8). The proposed relationship is then given by (11), which in no way replaces existing formulae but is a useful complement to them as its validity—which has been checked experimentally—extends to a much range, i.e. $\mathcal{H}/P \leq 2.5$.

This formula was checked on four weirs with widely differing characteristics in order to establish what degree of approximation it could ensure. The discrepancy between calculated discharge and the very accurate calibration data available for these weirs was generally found to be less than 1 %.

The results obtained for one of these weirs (B = 0.40 m, P = 0.299 m) by Bazin's (1888), Rehbock's (1929), Kindsvater-Carter's (1959) formulae, the proposed formula and by volumetric calibration are shown on Plate II. The proposed formula and Rehbock's show particularly close agreement with the experimental calibration data.

(1) Maître-Assistant à la Faculté des Sciences de Toulouse.
 (2) Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse.
 (3) Ingénieur en chef des Services Techniques de la Ville de Paris.
 (4) Ingénieur des Ponts et Chaussées.
 (5) Professeur à la Faculté des Sciences de Toulouse; Directeur technique de l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse.