

SIMITUDE DES PHÉNOMÈNES DE DIFFUSION GÉOPHYSIQUE

Communication
présentée au Comité technique
de la Société Hydrotechnique de France
le 8 juin 1967

PAR
G. CHABERT-D'HIÈRES *
ET
J.-L. HYACINTHE **

I. Introduction

Le problème de l'évacuation en mer d'eaux polluées a pris une dimension nouvelle avec la construction d'importantes usines de traitement des matériaux radioactifs. Il faut en effet, dans ce cas, pousser loin, dans le temps et dans l'espace, l'étude du comportement des eaux contaminées.

Nous avons limité notre étude au seul cas de mers littorales dans lesquelles les vitesses et la turbulence dépendent essentiellement des courants de marée. Imaginons alors un rejet continu d'effluents se faisant au voisinage du fond de la mer. L'expérience montre que le phénomène se décompose en trois phases. Il se produit tout d'abord une diffusion tridimensionnelle aboutissant à l'uniformité des concentrations sur une même verticale. Cette phase est brève par suite de la grande disproportion entre les dimensions horizontales et verticales du milieu marin. Dans les deux phases qui suivent, le phénomène de diffusion est horizontal; il s'agit tout d'abord, dans un domaine d'échelles inférieures au kilomètre, d'une diffusion turbulente due à la structure tourbillonnaire horizontale; ensuite les

variations, dans le temps et l'espace, des courants de marée provoquent une dissémination de la masse d'eau marquée.

L'expérimentation directe en nature ne permet de suivre le phénomène, et au prix d'essais très coûteux, que jusqu'à une échelle d'environ 50 km. Cette limite est inférieure à celle nécessaire à une étude sérieuse de la sécurité d'un site. Il est alors logique d'envisager une étude sur modèle.

Notre travail se décompose en deux parties. D'une part, l'étude expérimentale en nature du phénomène de diffusion horizontale à petite échelle. D'autre part, l'établissement de modèles, hydraulique et mathématique, pour l'étude du phénomène à très grande échelle.

II. Rappels de définitions et de résultats théoriques

Si C indique la concentration d'une grandeur convective, on admet que le flux de cette grandeur s'écrit :

$$\vec{\phi} = -K \cdot \vec{\text{grad}} C$$

K , coefficient de diffusion (de dimension une surface divisée par un temps).

L'équation locale de continuité s'écrit :

$$\text{div} \vec{\phi} + \frac{dC}{dt} = 0$$

* Ingénieur au C.N.R.S., Chef de la Section d'Etude des marées au Laboratoire de Mécanique des Fluides de l'Université de Grenoble.

** Maître-Assistant à la Faculté des Sciences, Laboratoire de Mécanique des Fluides de l'Université de Grenoble.

qui donne :
$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{V} \cdot \text{grad } C = \text{div.} (K \text{ grad } C)$$

La diffusion géophysique a aussi été étudiée sous l'angle d'une analyse à deux particules. Richardson a remplacé la concentration C par une fonction de voisinage et le coefficient de diffusion K par une diffusivité de voisinage. Ce paramètre est défini par :

$$\mathcal{K}(l_0) \equiv \frac{(l-l_0)^2}{2T}$$

où l_0 et l sont les distances d'une même paire de particules aux instants t_0 et $t_0 + T$.

Si l'on veut étudier la diffusion à l'aide d'un ensemble de n particules, on définira, à partir de la distribution des positions, une variante σ^2 . Celle-ci sera reliée au coefficient de diffusion turbulente par la relation :

$$K \equiv \frac{1}{2} \frac{d\sigma^2}{dt}$$

En faisant tendre vers l'infini le nombre de particules, on obtient le cas de la diffusion étudiée à l'aide d'une grandeur continue.

Ces définitions étant données, rappelons un résultat classique de la théorie de similitude de Kolmogorov. Pour des nombres de Reynolds assez élevés, le transfert par inertie de l'énergie turbulente conduit à une distribution permanente de celle-ci, qualifiée d'équilibre universel des petits tourbillons. La diffusion turbulente est alors déterminée par la vitesse de dissipation de l'énergie turbulente : ϵ de dimension $V^2 T^{-1}$. Dans ces conditions, on montre que, l étant la dimension d'un tourbillon, le coefficient de diffusion est de la forme :

$$K \sim \epsilon^{1/3} l^{4/3}$$

Cette loi correspond à : $\sigma^2 \sim \epsilon t^3$, en posant $l \sim \sqrt{\sigma^2}$ échelle du phénomène.

III. Étude expérimentale en nature de la diffusion turbulente horizontale à petite échelle

A partir des expériences de nombreux auteurs [1], il est apparu que, pour un domaine de variation assez important de l'échelle de longueur, les coefficients K et \mathcal{K} suivaient, sans que l'on sache trop pourquoi, une loi de variation analogue à celle donnée, pour la seule structure fine, par la théorie de Kolmogorov :

$$K \text{ ou } \mathcal{K} \sim l^{4/3}$$

est trouvé pour $10^3 \text{ cm} < l < 10^5 \text{ cm}$.

Dans le cadre de notre travail, il était intéressant de déterminer si des expériences de diffusion en nature, dans les mers littorales à marée, faisaient intervenir l'intervalle d'inertie de la théorie de similitude de turbulence. De plus, nous cherchions à déterminer numériquement des lois de puissance caractéristiques du phénomène. Dans ce but, nous avons défini une méthode générale d'essais utilisant la mesure, par photographie aérienne, de la dispersion d'un groupe de N flotteurs individualisés.

Nous montrons ici l'application de cette méthode au cas de deux points situés au voisinage du Cotentin.

Pour ces points, notés A et B, les roses des courants de marée (fig. 1) sont très aplaties et respectivement orientées S.N. et E.W. Il a été procédé en A et B à sept essais en des heures voisines des maximums et minimums des courants afin de se placer dans des conditions de turbulence différentes. Le vent, faible, n'intervenait pas comme générateur de turbulence.

Un essai durait en moyenne trente minutes, intervalle de temps pendant lequel le courant de marée et donc la turbulence variaient peu. Sur cet intervalle de temps, des clichés aériens d'un groupe de N flotteurs étaient régulièrement faits avec une périodicité de l'ordre de 5 mn. Le nombre de flotteurs N était égal à 10 ou 14. Les clichés, réalisés par un avion de l'Institut Géographique National, donnaient les distances mutuelles de flotteurs avec une erreur maximale de 20 cm sur 50 m au centre et de 3 m sur 500 m aux bords du cliché.

L'étude d'un essai se décompose en une analyse « intégrale » en fonction du temps de diffusion et en une analyse « différentielle » à deux particules en fonction de l'échelle.

A. Analyse « intégrale » en fonction du temps de diffusion.

De la connaissance des positions relatives des N flotteurs, à chaque instant t_i appartenant à un même essai, on déduit leurs distances barycentriques GF_{ki} $k=1, \dots, N$. On considère GF_{ki} de valeur moyenne nulle pour un indice de temps i donné, comme une variable aléatoire. A partir de son moment d'ordre deux (ou variance) pour l'instant t_i :

$$\sigma_i^2 \equiv \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N GF_{ki}^2$$

on définit l'échelle du phénomène par :

$$l_i \equiv \sqrt{\sigma_i^2}$$

La variation de σ^2 au cours d'un même essai peut être étudiée à l'aide de paramètres définis entre deux instants. Considérant par exemple les instants t_i et t_j vérifiant $t_i > t_j$, on a pris :

$$\sqrt{\frac{\sigma_i^2}{\sigma_j^2}}$$

baptisé coefficient de dispersion, et :

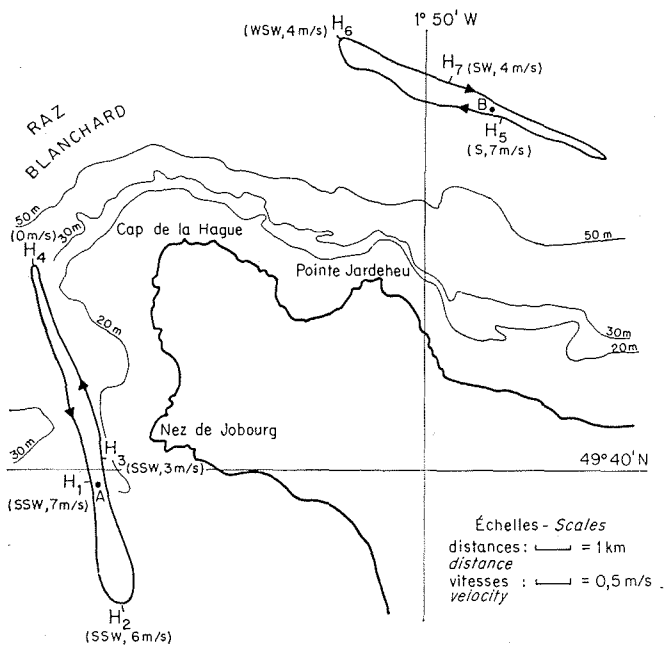
$$\frac{1}{2} \frac{\sigma_i^2 - \sigma_j^2}{t_i - t_j}$$

coefficient de diffusion.

On voit que le coefficient de dispersion caractérise le rapport des échelles du phénomène aux instants t_i et t_j .

On élimine l'effet de la variation de l'échelle, dans un même essai, en considérant pour les paramètres ci-dessus des valeurs moyennes prises sur tous les couples d'instant séparés par un même intervalle de temps, c'est-à-dire dont les indices de temps vérifient $i - j = \text{Cte}$. Les valeurs moyennes :

$$F \equiv \left(\sqrt{\frac{\sigma_i^2}{\sigma_j^2}} \right)_{i-j=\text{Cte}} \quad K \equiv \left(\frac{1}{2} \frac{\sigma_i^2 - \sigma_j^2}{t_i - t_j} \right)_{i-j=\text{Cte}}$$



1/ Essais de dispersion de flotteurs : positions, courants et vents.

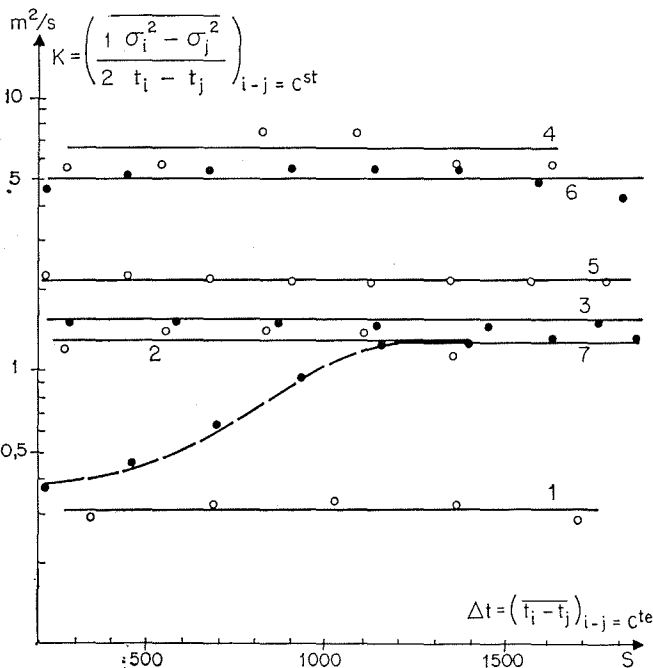
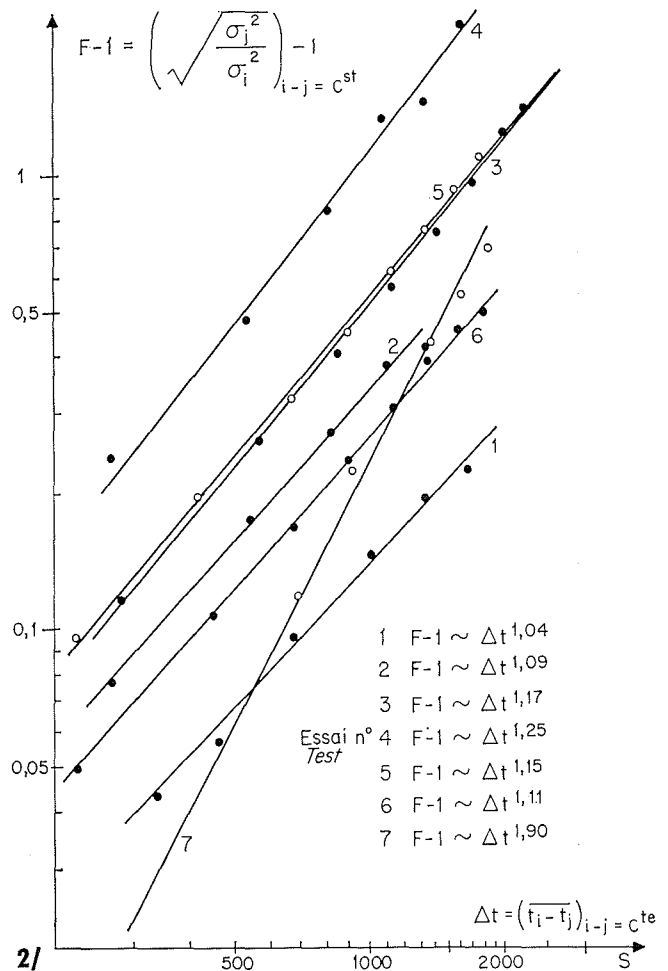
Les positions sont indiquées par les points A et B, centres des roses de courants tracées au coefficient 95. H₁, H₂, ... H₇ se réfèrent aux heures moyennes des essais n^{os} 1, 2, ... 7. Direction et vitesse du vent sont données entre parenthèses.

Essais n^{os} 1 à 4 : point A, coefficient 100.
Essais n^{os} 5 à 7 : point B, coefficient 107.

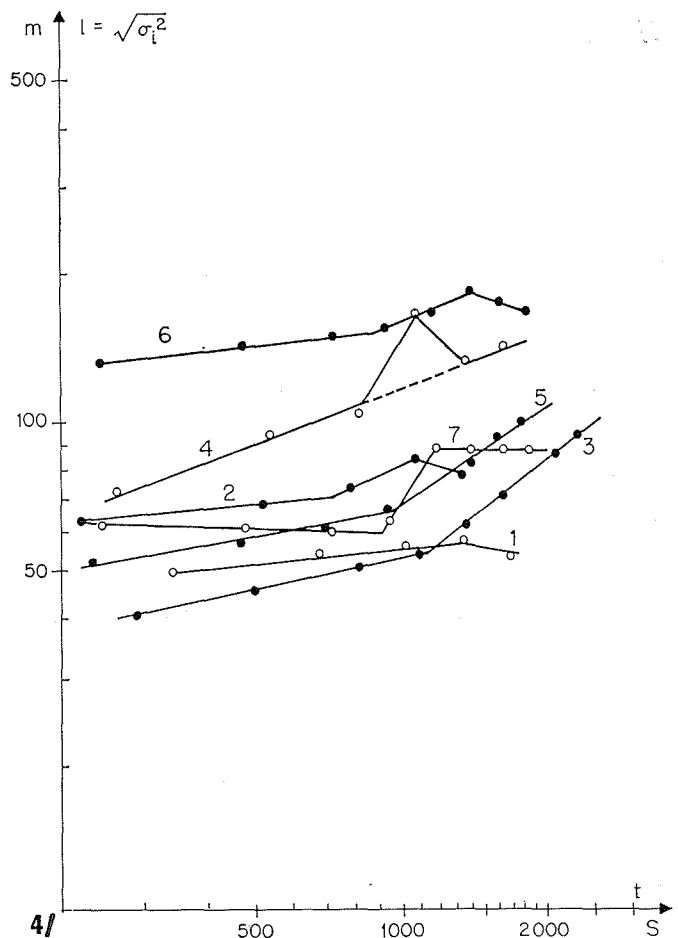
Float dispersal tests : position, tide flow and wind.

Positions are shown by centres A and B of tide flow velocity diagrams plotted for a coefficient of 95. H₁, H₂, ... H₇ refer to average times for tests, 1, 2, ... 7. Wind direction and velocity are in brackets.

Tests No. 1 to 4: centre A, coefficient 100;
Tests No. 5 to 7: centre B, coefficient 107.

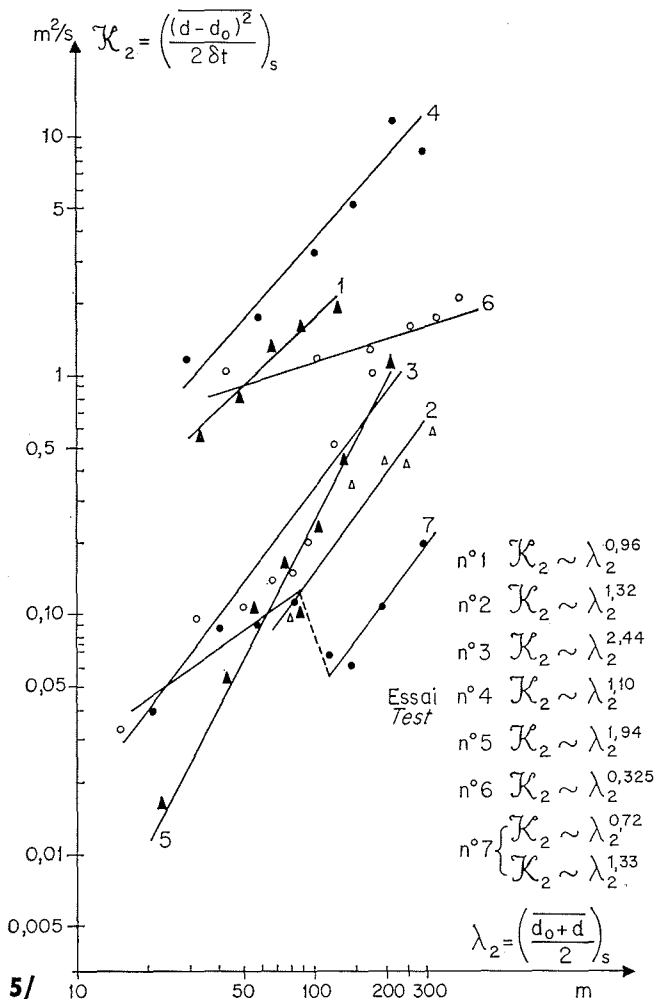


- | | | |
|----------------------|---|-----------------------------------|
| Essai n ^o | 1 | K = 0,31 ± 0,02 m ² /s |
| Test | 2 | K = 1,3 ± 0,1 m ² /s |
| | 3 | K = 1,52 ± 0,07 m ² /s |
| | 4 | K = 6,6 ± 1 m ² /s |
| | 5 | K = 2,15 ± 0,05 m ² /s |
| | 6 | K = 5 ± 0,4 m ² /s |
| | 7 | K = 1,3 ± 0,05 m ² /s |



3/

4/



ne dépendent que de la valeur moyenne de l'échelle l et de la turbulence dans l'essai. On les étudie en fonction de :

$$\Delta t \equiv (t_i - t_j)_{i-j=Cte}$$

temps de diffusion pouvant varier dans nos essais de 5 à 25 mn.

Les lois de puissance liant F et K à Δt pour chacun des sept essais sont données dans les figures 2 et 3. Si les exposants de Δt relatifs à F sont variables de 1,04 à 1,90, on voit par contre que les valeurs de K sont à peu près constantes (dans le cas de l'essai n° 7, cette valeur constante n'est pas immédiatement prise). La figure 4 montre la variation de l'échelle l , en fonction du temps absolu t , pour chaque essai. Les valeurs moyennes diffèrent assez sensiblement d'un essai à l'autre, l'essai n° 7 montrant la transition rapide, en 4 mn, d'une valeur constante voisine de 60 m à une autre valeur constante voisine de 85 m.

B. Analyse « différentielle » à deux particules en fonction d'une échelle élémentaire.

A l'aide de la configuration matérielle de N flotteurs, on définit, pour un même essai, un certain nombre de doublets dont la distance mutuelle passe de la valeur d_0 à la valeur d pendant le temps δt qui sépare deux clichés consécutifs. En classant ces doublets par valeurs croissantes de d_0 on fait apparaître une variation d'échelle. On divise le domaine

de variation de d_0 en segments contenant un même nombre s d'éléments, suffisamment grand pour donner des valeurs statistiquement significatives au paramètre :

$$\mathcal{K}_2 \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{(d - d_0)^2}{\delta t} \right)_s$$

qui a la structure d'un coefficient de Richardson et que l'on considère comme une valeur spectrale associée à une échelle élémentaire définie par :

$$\lambda_2 \equiv \left(\frac{d_0 + d}{2} \right)_s$$

La figure 5 représente, pour les sept essais, les lois de puissance donnant la variation de \mathcal{K}_2 avec λ_2 . On note à nouveau le cas particulier de l'essai n° 7, pour lequel on trouve deux lois de puissance différentes de part et d'autre d'une discontinuité.

C. Interprétation globale des essais.

Si la diffusion se fait dans l'intervalle d'inertie, on doit obtenir pour les paramètres que nous avons définis :

$$F \sim \Delta t^{1,5}$$

puisque :

$$F^2 \sim \sigma^2 \quad \text{et} \quad \mathcal{K}_2 \sim \lambda_2^{1,33}$$

Les valeurs numériques des exposants doivent être inférieures lorsque la diffusion s'effectue au-delà du domaine d'inertie. De plus, et indépendamment du résultat précédent, on peut s'attendre à trouver, quel que soit le type de diffusion, une valeur à peu près constante pour le rapport :

$$\frac{K}{(I_{\text{moy.}})^{1,33}}$$

Les résultats des figures 2 à 5 ont été rassemblés dans le tableau de la figure 6. On y trouve, pour chaque essai, les domaines de temps et d'échelle définis par Δt_{max} , l_{min} et l_{max} ; l'ordre de grandeur du courant de marée est indiqué en m/s; les exposants m et p des lois de puissance liant F et \mathcal{K}_2 à Δt et λ_2 sont donnés, ainsi que la valeur constante de K .

Pour les essais à faible turbulence (nos 1, 3, 5) l'exposant de F , nettement inférieur à 1,5, montre que l'on a déjà dépassé le domaine d'inertie. Les valeurs, apparemment contradictoires, de l'exposant de \mathcal{K}_2 pour les essais nos 3 et 5 s'expliquent par le morcellement constaté du nuage de flotteurs en plusieurs groupes sous l'action de grands tourbillons. Ce morcellement rend le calcul statistique de \mathcal{K}_2 inadéquat. L'essai n° 7, à turbulence moyenne, montre le phénomène très intéressant d'une transition rapide à l'intervalle d'inertie : l'exposant de F est voisin de 1,5 et celui de \mathcal{K}_2 est égal à 1,33. Dans les essais à forte turbulence, les essais nos 2 et 6 se font au-delà de l'intervalle d'inertie dont, par contre, l'essai n° 4 est assez proche.

Les types de diffusion étant ainsi précisés, on constate de plus que, dans tous les cas, la valeur de $K/(I_{\text{moy.}})^{4/3}$ reste de l'ordre de $5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{2/3}/\text{s}$.

On voit donc que la méthode que nous avons définie permet assez simplement de préciser les différents types de phénomènes de diffusion. Elle fournit de plus des lois numériques, dans des

domaines de validité déterminés, pour un point géographique et des conditions de turbulence données. Il est possible d'envisager l'extension de cette méthode à l'étude d'échelles plus importantes et à des conditions de turbulence différentes, telles que celles déterminées par le vent par exemple.

Notre étude expérimentale de la diffusion horizontale à petite échelle a aussi été faite au moyen de taches de colorants afin d'avoir une connaissance aussi bonne que possible de la structure fine du phénomène, dont nous allons maintenant considérer la représentation à grande échelle sur modèle.

IV. Similitude hydraulique ou simulation numérique

Deux possibilités s'ouvraient à nous : celle d'une similitude sur modèle réduit hydraulique si l'analyse dimensionnelle en laissait espérer la validité, ou bien celle du calcul numérique du phénomène.

Si l'on considère l'équation dynamique écrite pour un fluide incompressible, sa mise sous forme adimensionnelle fait apparaître les nombres de Reynolds, de Froude et de Rossby, ce dernier nombre, caractéristique du rapport des forces d'inertie à la force de Coriolis, étant de la forme $V/L\Omega$. Un modèle réduit hydraulique d'un écoulement turbulent à surface libre de grande échelle nécessite la conservation du nombre de Froude V^2/gh , celle du nombre de Rossby provenant du choix de l'échelle des temps. D'une manière analogue, la mise sous forme adimensionnelle de l'équation de diffusion horizontale :

$$\frac{DC}{Dt} = \frac{\partial C}{\partial t} + \vec{V} \cdot \text{grad } C = \text{div.} (K \vec{\text{grad}} C)$$

fait apparaître le nombre de Peclet, caractéristique du rapport des phénomènes d'advection (terme en $\vec{V} \cdot \text{grad } C$) et de diffusion (terme en $\text{div.} (K \vec{\text{grad}} C)$). Ce nombre a la forme :

$$P_e = \frac{U \cdot L}{K}$$

Le modèle réduit hydraulique de la Manche construit sur plaque tournante, d'échelles :

$$[L_H] = \frac{1}{50\,000}$$

$$[L_V] = \frac{1}{500}$$

$$[V] = \sqrt{[L_V]} = \frac{1}{22,3}$$

$$[T] = \frac{[L_H]}{[V]} = \frac{1}{2\,230}$$

représentait correctement la propagation des ondes de marée [2]. Pour qu'il représente également d'une manière satisfaisante la diffusion horizontale, il est nécessaire de vérifier la conservation du nombre de Peclet. Il faut alors calculer l'échelle de coefficient de diffusion K et pour cela, faire une hypothèse physique sur la structure de la diffusion turbulente en nature et sur le modèle. D'après ce que nous avons vu, on peut considérer que le résultat :

$$K \sim \varepsilon^{1/3} [L]^{4/3}$$

extrapolé de la théorie de similitude de la turbulence, représente correctement ce qui se passe à petite échelle en nature. Le même résultat est suggéré par les expériences de dispersion de petits flotteurs faites sur des écoulements horizontaux en laboratoire par Gray et Pochapsky [3], ainsi que par des expériences que nous avons faites nous-mêmes sur le modèle réduit. L'échelle du coefficient de diffusion K peut alors s'écrire :

$$[K] = [\varepsilon]^{1/3} \cdot [L_H]^{4/3}$$

avec :

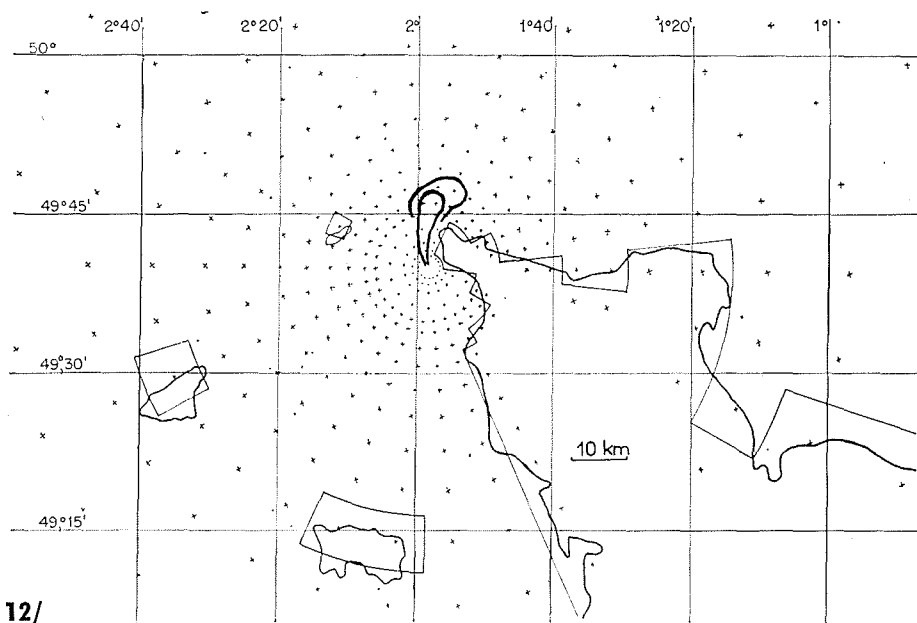
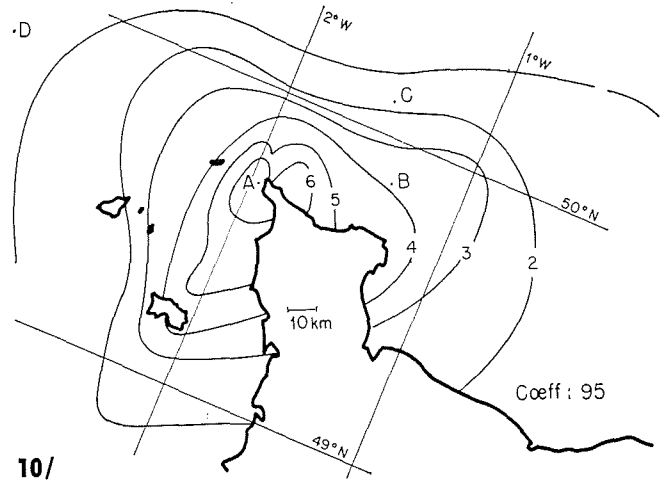
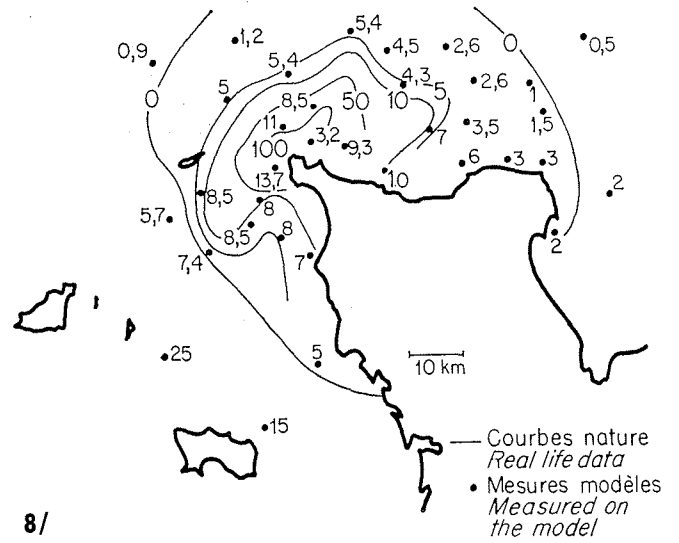
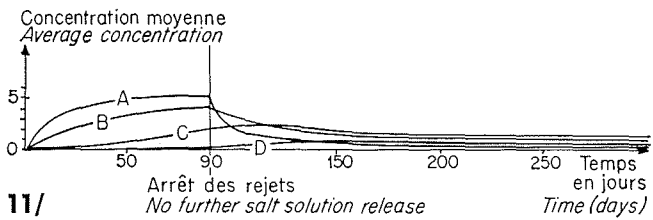
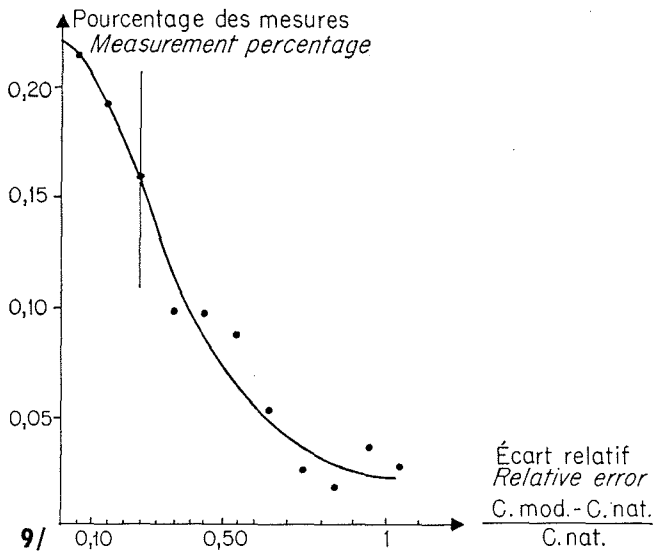
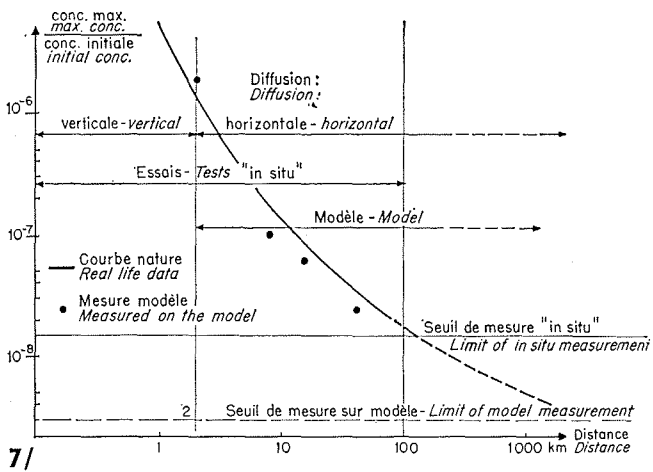
$$[\varepsilon] = \frac{[V]^2}{[T]}$$

Le calcul des valeurs numériques montre alors que le rapport des nombres de Peclet en nature et sur le modèle est très voisin de 1 dans le cas des échelles du modèle réduit de la Manche. On peut donc espérer une représentation correcte du phénomène de diffusion horizontale, au point de vue de laquelle la turbulence du modèle est une image statistique correcte de la turbulence en nature. Cependant seule la reproduction correcte d'une expérience faite en nature établira la validité du modèle.

La seconde méthode que nous pouvions utiliser, consistait à faire le calcul numérique du phénomène. Il faut alors posséder un modèle mathématique représentant correctement les champs de vitesse dans le domaine marin considéré. On peut alors choisir librement le schéma théorique de diffusion que l'on veut appliquer et utiliser le coefficient de diffusion comme un moyen de réglage. Il s'agit donc plutôt d'une simulation, alors que, dans le cas du modèle réduit hydraulique, il faut qu'il y ait similitude entre deux phénomènes physiques.

Nous allons maintenant exposer brièvement ce qu'a donné l'application de ces deux méthodes à l'étude pratique d'un site qui nous avait été demandée et pour lequel le point de rejet se trouvait à l'extrémité du Cotentin.

N° d'essai	Temps Δt max. (s)	Echelle		Courant (m/s)	$F \sim \Delta t^m$ $m =$	K (m ² /s)	$K/(l \text{ moy})^{4/3}$	$K_2 \sim \lambda_2^p$ $p =$
		l min. (m)	l max. (m)					
1	1 700	48	56	# 0,25	1,04	0,3	$1,58 \cdot 10^{-3}$	0,96
2	1 350	63	84	# 2	1,08	1,3	$4,56 \cdot 10^{-3}$	1,32
3	2 300	41	94	# 0,5	1,17	1,5	$5,8 \cdot 10^{-3}$	1,33
4	1 600	72	164	# 3,5	1,25	6	$10,3 \cdot 10^{-3}$	1,10
5	1 800	51	100	# 0,25	1,15	2,1	$6,8 \cdot 10^{-3}$	1,94
6	1 800	133	182	# 2,5	1,10	5	$5,9 \cdot 10^{-3}$	0,33
7 a	1 850	62	87	# 1	1,90			0,72
7 b	1 850	87	89	# 1	1,34	1,3	$3,4 \cdot 10^{-3}$	1,33



7/

8/ Concentrations maximales (sur 30 rejets).
Maximum concentrations (after 30 salt solution releases).

9/ Répartition des écarts.
Error curve.

10/ Réseau des concentrations 3 h après le début du 180^e rejet.
Concentration pattern 3 hours after start of 180th release of salt solution.

11/ Variation des concentrations moyennes.
Average concentration variation.

12/ Réseau de calcul.
Computation network.

V. Étude sur modèle réduit hydraulique

On avait à considérer un point source périodique rejetant une quantité déterminée d'effluents pendant un intervalle de temps fini. Cet intervalle de temps était calé sur le cycle de marée locale. Le problème consistait à chercher comment se répartissent géographiquement les eaux contaminées et avec quelles concentrations. L'avantage du modèle réduit hydraulique réside dans la reproductibilité du phénomène des marées et dans la possibilité de disposer d'un grand nombre de points de mesures simultanés.

Dans l'étude en nature de l'émissaire, on avait constaté que la diffusion verticale initiale à partir du fond se faisait rapidement : elle avait lieu en une demi-heure sur une distance inférieure à 2 000 m et aboutissait à une dilution très grande (de l'ordre de 10^6). L'étude hydraulique de cette phase du phénomène de diffusion et celle des conditions de rejet avait été faite par le L.N.H. de Chatou [4]. La diffusion horizontale qui se produit ensuite et qui seule peut être représentée sur le modèle tournant, voit la concentration varier beaucoup moins vite. Cependant, le seuil de mesure des appareils utilisables dans des essais en mer limite l'étude de cette diffusion à des zones dont la distance au point source n'excède pas 50 km.

Sur le modèle, il nous a fallu tout d'abord procéder au réglage de la tache initiale créée par le point source au cours d'un rejet. Elle devait être semblable à celle que l'on a trouvée dans la nature à partir de 2 km en aval du point de rejet et avoir le même comportement dynamique pendant la durée d'un cycle de marée séparant deux rejets.

Nous avons atteint ce résultat grâce à une mise au point soignée des conditions d'injection. La vérification a été faite par visualisation à l'aide d'un nuage de fluoresceine éclairée en lumière de Wood.

Une vérification plus précise des distributions de courants dans le voisinage du cap de la Hague a été faite par chronophotographie de petits flotteurs cylindriques mesurant la valeur moyenne de la vitesse du fluide sur une verticale.

Pour l'étude quantitative, le rejet étant représenté par l'injection d'une solution saline, le réglage du modèle s'est achevé par la détermination de la valeur nature d'une « unité modèle » de concentration.

Les concentrations locales et instantanées étaient mesurées, par conductimétrie, simultanément en 24 points et enregistrées. L'appareil mis au point pour la circonstance, a été breveté. La sensibilité de cette méthode permettait le gain d'un facteur de l'ordre de 10 par rapport aux mesures possibles en nature.

La figure 7 montre la courbe de concentration maximale en fonction de la distance au point de rejet telle qu'elle résulte d'expériences. On voit qu'il existe, pour des distances au point de rejet de 2 à 50 km, un domaine dans lequel il est possible de vérifier la validité du modèle réduit par comparaison directe avec des essais en nature. Nous avons pu, pour cela, utiliser les résultats d'une très

grande expérience portant sur trente rejets successifs d'eaux marquées par la rhodamine B. Bien que le modèle n'ait pas représenté la variation du coefficient de marée et l'effet des conditions météorologiques, la comparaison portant sur 400 mesures a permis d'établir les points suivants :

- la courbe de la concentration maximale en fonction de la distance au point source est correctement représentée (fig. 7);
- il y a concordance entre les réseaux des concentrations maximales mesurées sur les trente rejets (fig. 8);
- 50 % des mesures de concentrations instantanées sur le modèle s'écartent de moins de 20 % des mesures faites en nature (fig. 9).

Dans ce domaine, on peut considérer ces résultats comme excellents.

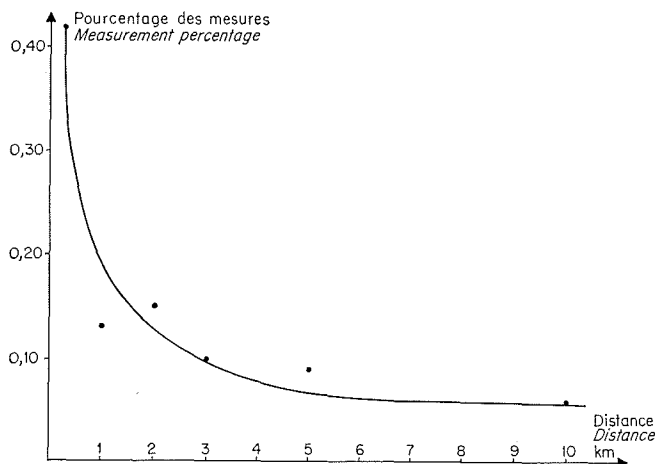
La validité du modèle réduit ayant été ainsi vérifiée, il nous a été possible de procéder à l'étude du comportement des eaux marquées dans des domaines de temps et d'espace échappant à l'expérimentation directe. La figure 10 fournit un exemple d'un réseau d'isoconcentrations, à un instant donné. De plus, par la considération des concentrations moyennes, nous avons pu étudier la contamination en des points géographiques déterminés ainsi que le phénomène de décontamination consécutif à un arrêt des rejets. La figure 11 montre des courbes de variation des concentrations moyennes d'allure caractéristique. Toutes ces études ont été faites d'abord avec des valeurs constantes du coefficient de marée et pour des durées de contamination de quelques mois. Par la suite, nous avons utilisé un générateur de marée permettant de donner au coefficient de marée sa variation mensuelle. Les durées de contamination étudiées ont alors atteint dix-huit mois.

VI. Modèle mathématique de diffusion horizontale à grande échelle

Il était intéressant de savoir si le phénomène, étudié avec succès sur le modèle hydraulique, pouvait également être atteint par le moyen d'un modèle mathématique. Nous avons déjà indiqué que la principale difficulté consistait à obtenir au préalable une représentation satisfaisante du champ des courants de marée. Un modèle mathématique répondant à cet impératif a donc été établi dans ce but.

Nous avons vu que le carroyage choisi pour ce modèle était centré sur un point dans lequel nous reconnaissons maintenant le point source qui nous intéresse pour la diffusion. Nous avons considéré l'équation de diffusion horizontale écrite en différences finies avec un coefficient de diffusion variant suivant une loi de puissance $4/3$ jusqu'à une valeur limite et utilisant les résultats que nous avons trouvés expérimentalement. Le pas de temps choisi est de 89,4 s.

La figure 12 montre la partie centrale du réseau des points de calcul. On voit également la tache



13/ Répartition des écarts de distance.
Distance error distribution curve.

obtenue à partir du point source continu au bout de trois heures. Ce réglage initial du modèle de diffusion étant fait, nous avons pu représenter correctement les phénomènes de transport et de diffusion sur une période de marée (12 h 25 mn).

La figure 13 donne le résultat d'une comparaison entre le modèle mathématique et la nature, portant sur 100 mesures de concentration. Pour chaque mesure, on a calculé la distance dont il fallait se déplacer pour retrouver la valeur nature sur le modèle mathématique. La représentation est donc satisfaisante, sur environ 85 % des mesures.

La technique du modèle mathématique de diffusion ne peut manquer de se révéler d'un grand intérêt dans l'avenir. En effet, elle possède en propre le très grand avantage de permettre de considérer la diffusion à partir d'un champ initial quelconque des concentrations. Il est donc possible de l'utiliser dans le cadre de la surveillance d'une usine en fonctionnement, en réajustant périodiquement les résultats à l'aide de mesures faites en nature.

VII. Conclusion

Nous avons donc pu, dans le cadre de cette étude de la diffusion horizontale à grande échelle, dans les mers littorales à marée, obtenir des résultats intéressants. D'une part, nous avons défini une méthode générale d'analyse de la structure fine de la diffusion en mer; d'autre part, nous avons montré que le modèle réduit hydraulique est un excellent outil pour l'étude physique préliminaire des conditions de rejet dans un site marin choisi; enfin, nous pensons que le modèle mathématique permettra de résoudre les problèmes de surveillance de sites.

C'est grâce à l'autorisation du Commissariat à l'Énergie Atomique, pour qui cette étude a été faite,

que nous avons pu utiliser dans cette communication le résultat des essais faits en nature par le Groupe d'Études Atomiques de la Marine Nationale [5].

Cet article recouvre en partie le travail d'une thèse de Doctorat d'État ès Sciences physiques à soutenir devant la Faculté des Sciences de Grenoble par M. Hyacinthe.

Bibliographie

- [1] A. OKUBO. — A review of theoretical models for turbulent diffusion in the sea. *Ches. Bay. Inst.*, 62 (1962), 30.
- [2] G. CHABERT D'HIÈRES. — Réglages et exploitation de la plaque tournante de Grenoble. *Mémoires et Travaux de la S.H.F.*, suppl. au vol. 1, (1962), de *La Houille Blanche*.
- [3] E. GRAY, T. E. POCHAPSKY. — Surface dispersion experiments and Richardson's diffusion equation. *Journal of Geophysical Research*, vol. 69, n° 24 (1964).
- [4] R. BONNEFILLE, P. BRACONNOT. — Etude des conditions de rejet d'effluents en mer à l'extrémité d'une conduite immergée. T. 379 DHM, Chatou (1964). Rapport non publié.
- [5] GROUPE D'ÉTUDES ATOMIQUES DE LA MARINE NATIONALE. — Rapports en diffusion restreinte pour le Commissariat à l'Énergie Atomique, non publiés.

Discussion

Président : M. BANAL

M. le Président se fait l'interprète de tous pour féliciter M. HYACINTHE de l'exposé remarquable de son étude du plus haut intérêt; elle renouvelle l'aspect de la diffusion en géophysique.

M. GOHIN signale que la SOGREAH a, pour le compte du C.E.A., également étudié, sur modèle mathématique, le phénomène de diffusion en mer. Malheureusement, il ne peut, pour le moment, rendre compte des résultats obtenus (couverts par le secret). La diffusion étudiée dans un domaine de dimensions relativement faibles tenait compte de l'influence du vent (l'action du vent en un point dépendant de la distance de ce point à la côte). Le phénomène a été étudié sur quatre semaines.

M. HYACINTHE précise qu'il s'est placé dans des conditions de turbulence telles que les courants de marée soient la principale source de l'énergie turbulente. L'effet du vent ne relève pas du même mécanisme de diffusion, mais peut perturber le phénomène étudié. Faisant allusion aux importantes expériences faites par le Groupe d'Études Atomiques de la Marine Nationale, il estime qu'une grande partie des écarts entre les valeurs obtenues sur le modèle et celles observées dans la Nature provient des conditions météorologiques particulièrement défavorables existant lors des essais en mer.

Il souligne pour terminer, la nécessité d'adapter le modèle mathématique au problème particulier envisagé et au progrès — qui est actuellement très rapide — des méthodes; « au bout de deux ans, dit-il, un modèle mathématique est vétuste ».

Abstract**Simulation of geophysical diffusion effects to scale****by G. Chabert d'Hières * and J.-L. Hyacinthe ****

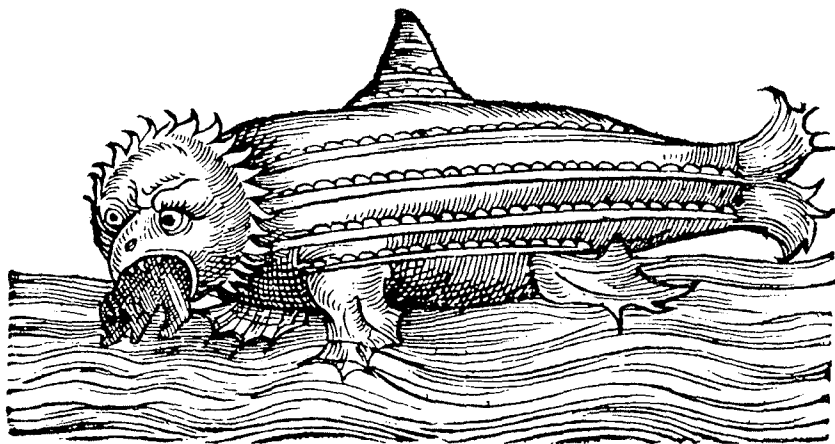
Where radio-active effluent is discharged into the sea it is necessary to study its dispersion over extensive areas and long periods of time.

The authors have studied the horizontal diffusion effect experimentally to a small scale and have produced hydraulic and mathematical models capable of representing it to a very large scale, in both cases exclusively for tidal inshore areas.

In small-scale studies carried out in-situ a general method is used, which is based on the dispersion of individual floats and whereby one can establish whether one is dealing with an 'inertia interval' as predicted by turbulence similarity theory and, if so, define its limits in time and space. The method finally leads to a closer numerical definition of the power relationships from which characteristic diffusion parameters are obtained.

As any real-life experimental study is limited by the accuracy of its instrumentation, very large-scale diffusion was investigated on a rotating hydraulic model, which, in theory, seemed capable of reproducing the phenomenon satisfactorily to scale. After initial calibration of the model, its representativeness was confirmed by a number of medium-scale tests carried out in real life and on a model, whereupon it was used to study cases of large-scale diffusion not approachable by direct experimental investigation.

Simulation of horizontal diffusion on a mathematical model of an inshore sea area was found to give a faithful reproduction of the current pattern and seems to be a suitable method for site supervision applications.



Bois gravé du XVI^e siècle.

* Ingénieur au C.N.R.S., Chef de la Section d'Etude des marées au Laboratoire de Mécanique des Fluides de l'Université de Grenoble.

** Maître-Assistant à la Faculté des Sciences, Laboratoire de Mécanique des Fluides de l'Université de Grenoble.