

LES CLASSIQUES DE LA MÉCANIQUE DES FLUIDES ET DE L'HYDRAULIQUE

SÉRIE PUBLIÉE SOUS LA DIRECTION DE ENZO O. MACAGNO

Les textes de cette série seront publiés sans corrections d'aucune sorte, excepté lorsqu'il s'agira d'erreurs typographiques évidentes. Le lecteur sera ainsi confronté avec le texte original tel qu'il se présentait. Les traductions seront aussi littérales que possible, de façon à permettre l'accès le plus direct au texte original.

Les suggestions concernant les textes à inclure dans cette série seront les bienvenues, spécialement si des indications précises sont données, dans le cas d'articles très longs ou de livres, sur les parties considérées comme les plus importantes.

CLASSICAL WORKS IN FLUID MECHANICS AND HYDRAULICS

A SERIES SELECTED BY ENZO O. MACAGNO

No attempt to correct errors, if they would be detected, will be made, unless they appear as obvious misprints. Each reader will be confronted with the original writing as it was. Translations in this series are intended to be quite literal with the purpose of providing an access as direct as possible to the original form of the writing.

Suggestions to include material in this series will be most welcome, especially if indications are given of the excerpts that are considered valuable in the case of long papers or books.

LOUIS MARIE HENRI NAVIER (1785-1836)

SUR LES LOIS DES MOUVEMENTS DES FLUIDES, EN AYANT ÉGARD
A L'ADHÉSION DES MOLÉCULES

Annales de Chimie et de Physique, tome XIX, 1821, pp. 244-260

C'est Navier qui établit le premier les équations différentielles de l'écoulement des fluides visqueux, retrouvées ensuite par Cauchy (1828), Poisson (1829), Saint-Venant (1843) et Stokes (1845). On verra une analyse de ces divers travaux dans *l'Histoire de l'Hydraulique* (*History of Hydraulics*) de H. Rouse et S. Ince.

Navier was the first to derive the differential equations for the flow of viscous fluids. They were rederived by Cauchy (1828), Poisson (1829), Saint-Venant (1843), and Stokes (1845). An analysis of the corresponding papers can be found in *History of Hydraulics* by H. Rouse and S. Ince.

SUR LES LOIS DES MOUVEMENS DES FLUIDES, EN AYANT ÉGARD A L'ADHÉSION DES MOLÉCULES

Les illustres géomètres d'Alembert et Euler, qui, les premiers, ont représenté, au moyen d'équations aux différences partielles, les lois générales de l'équilibre et du mouvement des fluides, ont regardé ces corps comme un assemblage de molécules susceptibles de prendre les unes par rapport aux autres des mouvemens quelconques, sans opposer aucune résistance. Ils n'ont point considéré non plus les forces d'attraction qui pouvaient exister entre les molécules du fluide et celles des parois des vases dans lesquels il était contenu. Les savans qui ont, après eux, traité la question du mouvement des fluides ont adopté l'hypothèse des premiers inventeurs. M. de Laplace est le seul qui ait recherché les lois de l'équilibre des fluides incompressibles, en ayant égard aux actions moléculaires dont je viens de parler.

Lorsqu'un fluide est en équilibre, ses molécules intérieures se placent, les unes par rapport aux autres, à des distances qui conviennent à leur température actuelle, que je suppose uniforme dans toute l'étendue du fluide. Il en est de même lorsque toutes ces molécules sont animées d'un mouvement commun. Dans ces deux cas, les actions exercées sur chaque molécule de la part de toutes celles qui l'entourent se détruisent réciproquement, en sorte que ces actions n'ont aucune influence sur l'état du fluide. La figure de sa surface libre seulement est modifiée d'après la nature des parois du vase, suivant des lois que M. de Laplace a soumises au calcul. Mais quand un fluide est animé d'un mouvement tel que ses molécules se déplacent continuellement les unes par rapport aux autres, il s'exerce entre ces molécules, et il s'exerce aussi entre elles et les molécules fixes des parois solides, des actions auxquelles il faut nécessairement avoir égard si l'on veut connaître les véritables lois du mouvement.

La nécessité d'avoir égard aux actions dont il s'agit résulte des différences considérables ou totales que présentent les effets naturels, et les conséquences déduites des équations établies par d'Alembert et Euler. En appliquant, par exemple, ces équations au cas du mouvement de l'eau qui s'écoule hors d'un vase par un tuyau dont le diamètre est très-petit, elles conduisent, comme l'on sait, à attribuer à l'eau une vitesse qui surpasse quelquefois beaucoup celle qu'on observe effectivement, et qui est soumise à des lois différentes.

L'objet qu'on s'est proposé est la recherche des valeurs des forces qui proviennent des actions moléculaires, et qui doivent être introduites dans les équations du mouvement des fluides; l'emploi de ces valeurs complètera l'expression analytique des lois générales de ce mouvement, expression que M. Fourier vient de perfectionner sous un point de vue plus important, en prenant en considération les différences de température qui peuvent exister entre les diverses parties du fluide.

I. En examinant les circonstances du mouvement d'un fluide homogène et incompressible, et cherchant à distinguer les élémens dont dépendent les forces dont il s'agit, on reconnoît que ces forces ne peuvent provenir que des variations qu'éprouveraient, d'un point à l'autre du fluide, les valeurs de la pression et de la vitesse. En effet, si dans l'intérieur d'une masse fluide la pression est uniforme, et si toutes les molécules sont animées d'un mouvement commun, on ne conçoit pas qu'il puisse exister

entre ces molécules des actions en vertu desquelles ce mouvement serait altéré.

Il paraît d'ailleurs, d'après un grand nombre d'expériences, que l'intensité de la pression n'influe pas sensiblement sur les résistances provenant des actions moléculaires qui s'exercent entre les parties d'un fluide en mouvement. C'est donc dans les différences que présentent, soit en grandeur, soit en direction, les vitesses des molécules voisines, qu'il faut chercher la cause de ces résistances.

En considérant un fluide incompressible en équilibre, dont la surface est soumise à une pression qui tend à diminuer son volume, nous concevons que deux molécules voisines quelconques sont dans le même cas que s'il existait entre elles un ressort que la pression a contracté d'une quantité insensible, et qui s'oppose au rapprochement de ces molécules. Si le fluide vient à se mouvoir, et que toutes les molécules, étant emportées par un mouvement commun, conservent leurs situations respectives, l'état de ces ressorts ne change point, et aucune nouvelle action ne s'établit dans l'intérieur du fluide. Mais s'il arrive, par l'effet de la diversité des mouvemens des particules voisines, que les deux molécules dont il s'agit tendent à s'approcher ou à s'éloigner l'une de l'autre, le ressort établi entre elles sera contracté davantage dans le premier cas, et le sera moins dans le second. Nous admettons, d'après cette circonstance, que l'effet de la diversité de ces mouvemens est de modifier les actions qui existaient entre les molécules dans l'état d'équilibre, ou d'un mouvement commun à toutes, actions qui n'avaient d'ailleurs aucune influence sur ce mouvement. Dans les deux cas dont je viens de parler, une molécule est également pressée par toutes celles qui l'entourent. Dans le cas général d'un mouvement quelconque, cette molécule est pressée davantage par celles qui s'en approchent; elle est moins pressée par celles qui s'en éloignent. L'augmentation de pression de la part des premières, la diminution de pression de la part des secondes, constituent des forces qui tendent à modifier le mouvement de la molécule, et qui se combinent avec les forces accélératrices agissant sur le fluide. La modification du mouvement ne dépend pas de l'intensité de la pression, ou de l'intensité des efforts existant entre les molécules: elle dépend de l'accroissement ou de la diminution que subissent ces efforts quand les molécules tendent à s'approcher ou à s'écarter. Cet accroissement ou cette diminution dépendent eux-mêmes entièrement, ou presque entièrement, ainsi que l'expérience l'enseigne, de la vitesse relative des molécules, et non pas de la grandeur de la pression.

D'après ces considérations, nous adoptons, dans les recherches dont il s'agit, le principe suivant. Lorsque deux molécules du fluide, par suite de la diversité de leurs mouvemens, s'approchent ou s'écartent l'une de l'autre, il existe entre elles une répulsion ou une attraction dont l'intensité dépend de la vitesse avec laquelle ces molécules s'approchent ou s'écartent mutuellement.

En observant d'ailleurs que cette attraction ou répulsion est de la nature des forces moléculaires, qui n'ont lieu qu'entre des molécules très voisines, et peut être considérée comme nulle pour les molécules dont la distance a une grandeur sensible, on voit que les molécules dont on considérera l'action mutuelle n'auront