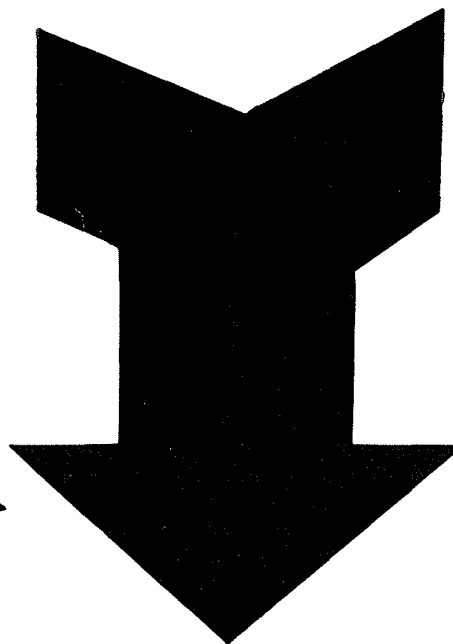
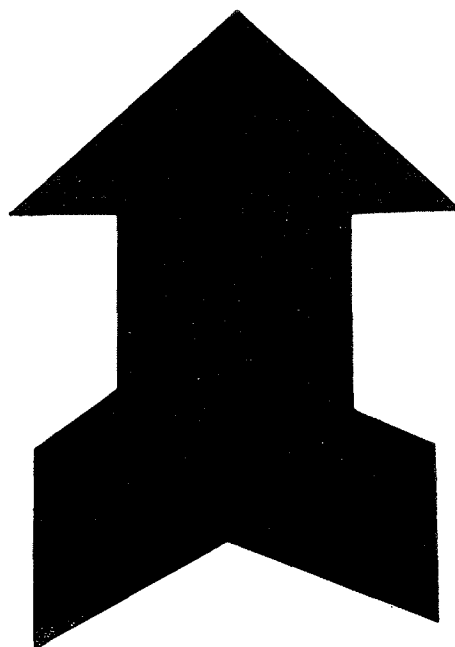
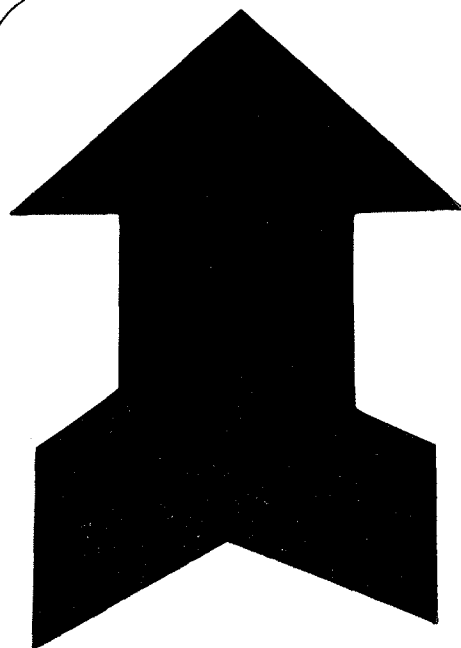


**APPLICATION DE  
LA MÉTHODE DU FIL  
CHAUD  
A LA MESURE  
DE LA TURBULENCE  
DANS L'EAU**



DEUXIÈME PARTIE (1)

**Exécution des mesures (2)  
et résultats**

**PAR M. BOUVARD \*  
ET H. DUMAS \*\***

## **A - Choix des paramètres définitifs**

### **1. Vitesse du bras tournant.**

La vitesse à adopter pour l'élément sensible résulte d'un compromis entre :

— les perturbations provoquées par la rotation du bras, phénomène parasite par rapport à l'écoulement apparaissant dans la cuve sous l'influence du mouvement de la plaque.

Il est facile de mesurer la turbulence provoquée par la rotation du bras proprement dite. On obtiendrait ainsi une certaine intensité de turbulence, rapportée à la vitesse de la sonde. En fait, il est très probable que l'effet parasite est différent lorsque la plaque fonctionne : si le bras tourne avec la plaque au repos, la turbulence due au mouvement du bras diffuse à partir du plan horizontal où elle est engendrée, mais sans doute relativement peu. Si la plaque est mise en mouvement, la diffusion de l'énergie créée par la rotation du bras est certainement beaucoup plus énergique. C'est alors le rapport de la puissance parasite injectée par la rotation du bras tournant à la puissance dépensée par

le batteur qui paraît significative. Or, ce rapport est de l'ordre de 1 % (30 W rapportés à 3 kW).

Pour réduire cette action perturbatrice, on serait conduit à réduire la vitesse du bras tournant. Mais, puisque la turbulence à mesurer est bien définie, on augmenterait le taux de turbulence, et des erreurs nouvelles peuvent apparaître :

— les difficultés de mesure, si le taux de turbulence est trop élevé.

Enfin, mécaniquement, il était assez difficile d'obtenir une régularité suffisante de la vitesse en dessous d'une certaine valeur.

On a opéré la plupart du temps avec une vitesse du bras tournant comprise entre 1 et 1,5 m/s, ce qui donne au taux de turbulence une valeur inférieure à 20 %, la plupart du temps même en dessous de 10 %.

Nous avons, à propos de plusieurs séries de mesures, fait varier la vitesse du bras en fonction de la profondeur de l'eau où étaient exécutées les mesures, afin d'avoir des taux de turbulence pas trop variables.

Enfin, pour certaines mesures, nous avons utilisé successivement deux vitesses pour le bras tournant, et comparé les résultats obtenus.

(1) La première partie de ce mémoire a été publiée dans notre numéro 3-1967, pages 257 à 278.

(2) La plupart des essais et des calculs relatés ici ont été menés avec la participation de M. Howe, étudiant à l'Imperial College (Londres) en stage au Laboratoire.

\* Docteur ès Sciences, Laboratoire de Mécanique des fluides, Université de Grenoble.

\*\* Ingénieur, Laboratoire de Mécanique des fluides, Université de Grenoble.

2. Emploi d'un linéarisateur.

Nous avons déjà indiqué la loi d'échange thermique du fil :

$$RI^2 = A + B\sqrt{U} \quad (\text{loi de King})$$

où R représente la résistance de la sonde;

I représente l'intensité du courant de chauffage;

U représente la vitesse qui refroidit la sonde.

Rappelons que A représente le terme de convection libre, B le terme de convection forcée, et que le second terme est très vite beaucoup plus important que le premier.

La différence de potentiel aux bornes de la sonde atteint :

$$V = C\sqrt{A + B\sqrt{U}}$$

C'est cette tension qui est en fin de compte mesurée, et il peut être intéressant d'utiliser un « linéarisateur » pour transformer cette relation de manière à obtenir une loi telle que :

$$V' = C' \cdot U$$

Élevons une première fois au carré l'expression V(U) :

$$V^2 - C^2A = C^2B\sqrt{U}$$

Cette transformation par une élévation au carré correspond au fait que l'énergie dépensée dans un circuit électrique est proportionnelle au carré de la tension. La forme de la loi est donc bien connue et n'a pas besoin d'être ajustée.

Dans le linéarisateur que nous avons utilisé, l'élévation au carré est obtenue par une chaîne de résistances non linéaires, à diode, méthode dont nous avons déjà parlé à propos du voltmètre numérique.

On peut encore élever au carré cette expression et on aboutit à :

$$(V^2 - C^2A)^2 = C^4B^2U$$

qui donnerait alors une relation linéaire entre U et  $(V^2 - C^2A)^2$ .

Mais cette nouvelle transformation par élévation au carré correspond à l'exposant 0,5 de la formule d'échange thermique entre le film et l'eau, donnée précédemment. Il n'y a pas de raison physique pour que cet exposant soit rigoureusement égal à 0,5. Au contraire, il peut varier en fonction des paramètres de la mesure (surchauffe...).

Par conséquent, si la linéarisation exige bien un premier circuit quadratique, le deuxième ne le sera qu'approximativement, et on devra en fait ajuster la loi de King, en ajoutant ou en retranchant une certaine fonction, connue empiriquement, qui dépendra de la surchauffe et des caractéristiques de l'élément sensible.

Le mode opératoire présente des inconvénients propres :

- le réglage est long et délicat. La « fonction de correction » (3) par rapport à la loi de King dépend des réglages de l'anémomètre lui-même (surchauffe notamment) et bien entendu de chaque type de linéarisateur. Cet inconvénient est

relativement important, compte tenu de la durée de vie assez réduite des sondes;

- la « droite » résultante ne peut jamais être tout à fait une droite. La tangente à la courbe résultante peut varier notablement par rapport à la droite qui joint le point considéré à l'origine.

Or, c'est cette tangente qui est significative dans la relation à prendre en compte entre la variation de vitesse (due à la turbulence) et la variation de tension mesurée.

Mais c'est avec la droite joignant l'origine au point à vitesse maximale que le résultat est interprété, si la linéarisation est considérée comme valable (fig. 1).

Un calcul sommaire montre que cette erreur est relativement importante; nous avons supposé que la courbe résultante était une droite parfaite dans la première moitié, puis qu'elle s'en écartait dans la seconde suivant une expression variant comme le carré de la différence d'abscisse du point considéré au point extrême maximal. On trouve alors :

$$\frac{u_m}{u} = 1 + \frac{3}{2} \frac{\Delta v}{V_0}$$

$V_0$  représentant la tension à vitesse moitié,  $\Delta v$  la différence entre la tension lue et celle qu'on devrait lire (soit  $2V_0$ ),  $u_m$  la vitesse suivant la tangente,  $u$  la vitesse suivant la droite qui joint le point à l'origine.

Bien entendu, ce calcul est arbitraire (on n'a pas de raison de prendre une expression quadratique plutôt qu'une autre). Mais on constate que, même pour un ajustement paraissant bon, l'erreur peut être notable. Pour lever cette indétermination, il faudrait tracer avec précision la courbe résultante, mais la linéarisation perd alors de son intérêt.

Certains des circuits électroniques utilisés dans la linéarisation sont susceptibles de dériver, ce sont en fin de compte des amplificateurs, ce qui implique par conséquent une modification graduelle de la courbe de réponse et des erreurs pouvant alors être très importantes.

En principe, nous avons utilisé le linéarisateur pour la mesure des vitesses fluctuantes, les autres grandeurs (spectres, corrélations, microéchelles), étant mesurées sans le linéarisateur. Pour chacun des essais, on procédait toutefois à quelques comparaisons portant sur la méthode complémentaire. Dans chacun de ces cas, les résultats étaient largement à l'intérieur des marges d'erreur expérimentales et on ne pouvait déceler aucune divergence systématique.

## B - Résultat des mesures

### 1. Vitesses fluctuantes.

#### Réglage linéarisation.

On réglait d'abord la « loi variable » de la linéarisation en faisant la mesure de la tension moyenne au voltmètre intégrateur, pour deux vitesses prééglées, l'une égale à la moitié de l'autre. On avait donc les trois points suivants :

- le point à vitesse nulle;

(3) Appelée « loi variable ».

- le point à  $U_0/2$ ;
- le point à  $U_0$ .

On vérifiait ensuite, pour des vitesses intermédiaires, qu'elles tombaient convenablement sur la droite ainsi définie.

La mesure de tension moyenne était faite en passant la totalité du signal (partie continue plus partie alternative) dans le voltmètre, utilisé alors sans circuit quadratique, tandis que le batteur était en service. La tension était intégrée sur 80 s.

La lecture de la tension efficace était réalisée ensuite en passant seulement la composante alternative, élevée au carré, intégrée également sur 80 s.

Les mesures étaient systématiquement effectuées à la vitesse  $U_0/2$  et à la vitesse  $U_0$ .

On a utilisé dans cet essai des sondes cylindriques, le corps de la sonde étant disposé soit suivant le rayon, soit suivant la tangente. Dans ce dernier cas, c'était l'extrémité amont de la sonde qui était disposée suivant la tangente. Certaines de ces sondes conservaient une certaine tendance à vibrer (malgré l'enrobage des cornes dont a parlé auparavant) et il n'était pas possible de les utiliser suivant la tangente, position dans laquelle la tendance à vibrer est nettement plus marquée. Aucune différence systématique n'a pu être mise en évidence sur les séries de mesures effectuées avec l'une ou l'autre de ces deux positions : de toutes façons l'élément sensible cylindrique est alors vertical.

Les résultats sont rassemblés dans la figure 2. On constate que les points se groupent de façon convenable bien qu'ils correspondent à des mesures effectuées dans des conditions diverses.

La figure 3 représente, à une même échelle, les fluctuations de vitesses enregistrées à différents niveaux.

**2. Spectres.**

On peut considérer la fonction  $u(x)$ , à un instant donné, comme étant constituée par la somme de fluctuations primaires de longueurs d'onde différentes, et déterminer la valeur quadratique moyenne de ces fluctuations primaires en fonction de leur longueur d'onde. On détermine ainsi une fonction  $f(k)$ ,  $k$  étant le « nombre d'onde », inverse de la longueur d'onde. Si on assimile cette dernière grandeur à la dimension des tourbillons prise sur l'axe  $Ox$ , la fonction spectrale représentera la répartition de l'énergie entre les tourbillons de diverses dimensions. On a donc :

$$\int_0^\infty f(k) dk = \bar{u}^2$$

Rappelons que ce spectre unidimensionnel est relié au spectre tridimensionnel, en turbulence isotrope, par la relation :

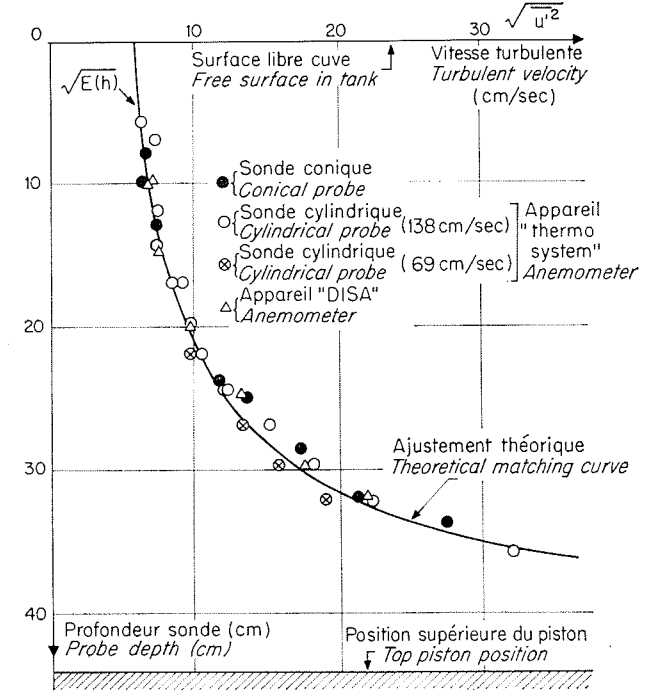
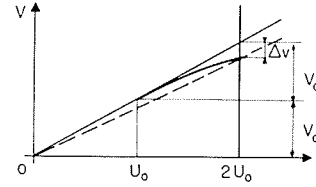
$$f(k) = \frac{1}{4} \int_k^\infty \frac{F(K)}{K^3} [K^2 - k^2] dK$$

Karman, [II.1].

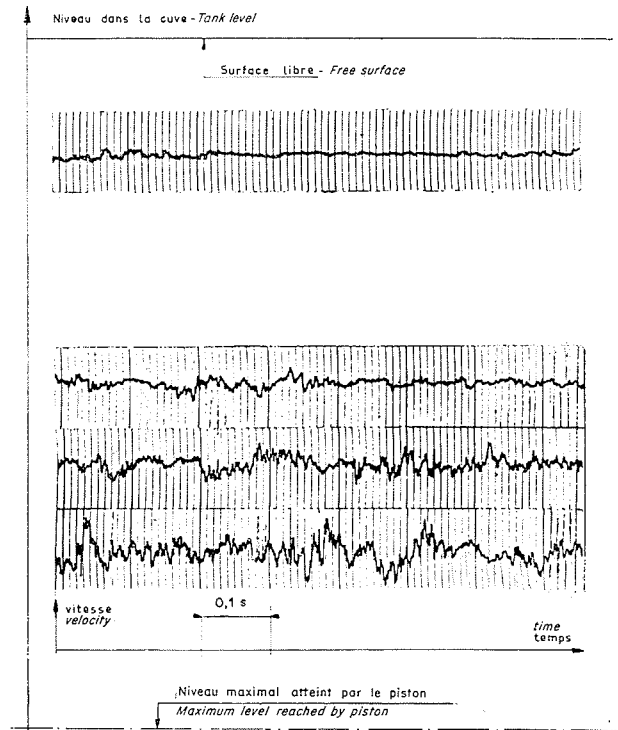
Mais on ne peut atteindre directement la répartition de  $f(k)$  dans l'espace. Suivant la méthode habituelle, l'analyse est réalisée en utilisant un analyseur de fréquence temporelle qui mesure la répartition de l'énergie entre les diverses fréquences.

On ramène les fréquences temporelles aux fré-

1/



2/ Courbe : vitesse turbulente (valeur efficace) en fonction de la profondeur.  
Turbulent velocity (effective value) vs. depth.



3/ Enregistrement des fluctuations turbulentes de vitesse à différents niveaux.  
Recorded turbulent fluctuations at various levels.

quences spatiales en utilisant à nouveau l'hypothèse de Taylor écrite cette fois sous la forme très simple :

$$t = \frac{x}{U}$$

U étant dans notre cas, la vitesse de l'élément sensible placé dans la cuve.

Cette hypothèse, qui paraît très raisonnable pour des fréquences élevées, n'est pas sans poser des problèmes à propos des fréquences basses [II.2] [II.3] [II.4].

On a alors simplement  $k = n/U$ ,  $n$  représentant la fréquence.

On détermine la fonction  $f(n)$  en envoyant le signal électrique sortant de l'anémomètre dans un analyseur d'onde qui filtre les fluctuations de courant et ne laisse passer que celles dont la fréquence est comprise dans une bande.  $n - (\Delta n/2)$  et  $n + (\Delta n/2)$ ,  $n$  pouvant varier dans des limites étendues.

Nous avons utilisé, pour nos mesures, un analyseur « General Radio, type 736 A », dont la bande passante  $\Delta n$  a une largeur de 4 Hz et dont la gamme d'exploration est comprise entre 15 et 16 000 Hz. Le signal de sortie de l'analyseur était ensuite envoyé dans le voltmètre numérique : il subit des fluctuations relativement importantes et à faible fréquence qui rendraient sans cela la lecture très problématique.

Accessoirement, nous avons aussi utilisé le filtre passe-haut de l'anémomètre « DISA », dont les fréquences de coupure sont : 5, 20, 50, 100, 200, 500 et 1 000 Hz. Dans ce cas, on envoyait également le signal de sortie de l'anémomètre (avec filtre en service) sur le voltmètre intégrateur. L'indication obtenue représente alors l'intégrale de la répartition  $f(n)$  entre la fréquence de coupure et la fréquence théoriquement infinie.

#### Etalonnage des résultats.

On constate que l'énergie dans les fréquences inférieures à 15 Hz (longueur d'onde de l'ordre de 10 cm) reste très importante, et de l'ordre de la moitié ou plus de l'énergie totale. Malheureusement, l'analyseur ne descend pas à des fréquences suffisamment faibles pour qu'on puisse étudier en détail la répartition de l'énergie pour les fréquences plus basses. Théoriquement, il serait toujours possible, dans notre cas, d'augmenter la vitesse de rotation du bras tournant (ce qui, à fréquence spatiale donnée, augmente la fréquence temporelle), mais on a vu les limitations concernant le choix de la vitesse du bras tournant. Pour ces mesures, nous avons utilisé une vitesse, en général un peu plus forte, égale à 140 cm/s.

Mais il est indispensable, en vue de certains calculs concernant en particulier la microéchelle, de calculer la « tension totale » (résultant de l'intégration du signal lu sur toutes les fréquences).

Le problème est donc de comparer :

$$\int_0^\infty \overline{u_n^2} dn \quad \text{à} \quad \overline{u^2}$$

en écrivant :

$$\int_0^\infty \overline{u_n^2} dn = \text{Cte} \times \overline{u^2}$$

$\overline{u_n^2}$  représentant l'indication lue sur l'analyseur de fréquence et  $\overline{u^2}$  l'indication totale du signal, à la

sortie de l'anémomètre. Il s'agit d'une constante constructive de l'appareil liée au détail de la définition que donne le constructeur au signal indiqué par l'appareil (suivant qu'il est ou non divisé par  $\Delta n$ ). La difficulté est due au fait que la partie de l'intégrale ci-dessus, prise de 0 à 15 Hz, est importante devant la part comprise entre 15 et l'infini, seule connue avec une bonne précision. Pour connaître cette constante, nous avons étalonné l'ensemble dans un écoulement turbulent dans l'air, à suffisamment haute fréquence pour que la part d'énergie comprise entre 0 et 15 Hz soit cette fois négligeable. Nous avons déduit de cette mesure auxiliaire, la valeur de la constante A définie par :

$$\int_0^\infty \overline{u_n^2} dn = A \overline{u^2}$$

et trouvé  $A = 2$ . Celle-ci a été en plus vérifiée par des essais avec filtre passe-haut, et le constructeur a confirmé ensuite qu'elle correspondait bien aux constantes de l'appareil.

On peut donc ainsi connaître le rapport de la densité d'énergie correspondant à chaque fréquence à l'énergie totale du signal.

#### Zone de Kolmogoroff [II.5].

On sait que la loi du spectre  $f(k)$  peut être définie de façon relativement précise pour une certaine portion du spectre en turbulence isotrope. Il faut que la dissipation d'énergie soit reportée dans des longueurs d'onde suffisamment différentes des longueurs d'onde contenant le maximum d'énergie pour que la zone intermédiaire se borne à transmettre l'énergie qu'elle reçoit, pratiquement sans dissipation. Les paramètres qui déterminent la forme des spectres sont alors uniquement, le flux d'énergie, le nombre d'onde  $k$ , et la fonction spectrale elle-même. L'analyse dimensionnelle montre alors que :

$$f(k) = \text{Cte } k^{-5/3} \varepsilon^{2/3}$$

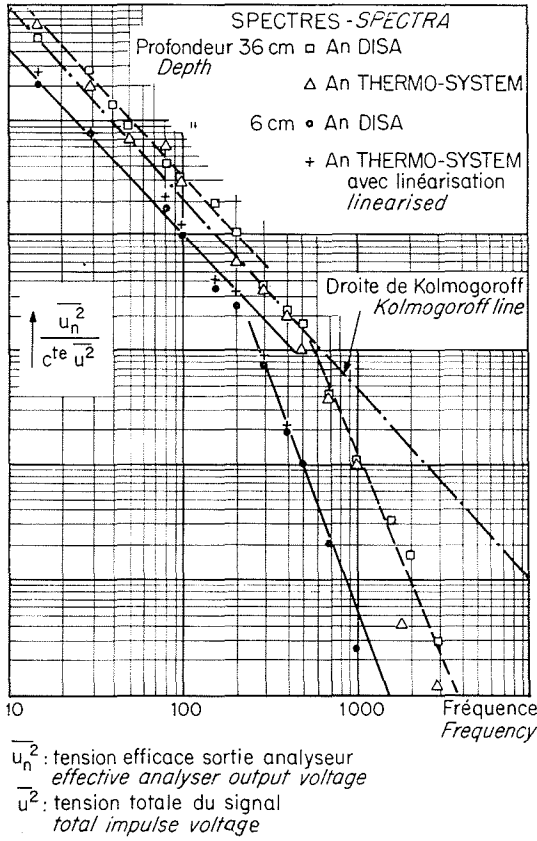
Il faut, pour que la zone du spectre de dissipation soit suffisamment éloignée de la zone du spectre de production, que le nombre de Reynolds de la turbulence soit élevé, supérieur à une valeur définie, considérée généralement comme voisine de 500.

La vérification de cette loi a donc été difficile en soufflerie, dans le cas de l'expérience classique derrière grille. Plusieurs expériences ont eu pour objet de provoquer une turbulence à nombre de Reynolds suffisamment élevé, soit par un montage spécial destiné à accroître la turbulence [II.6] soit dans la zone centrale d'un jet [II.7]. Enfin, dans [II.8], on a essayé de mesurer le spectre du mouvement turbulent dans la mer, toujours pour avoir un nombre de Reynolds de la turbulence suffisamment élevé.

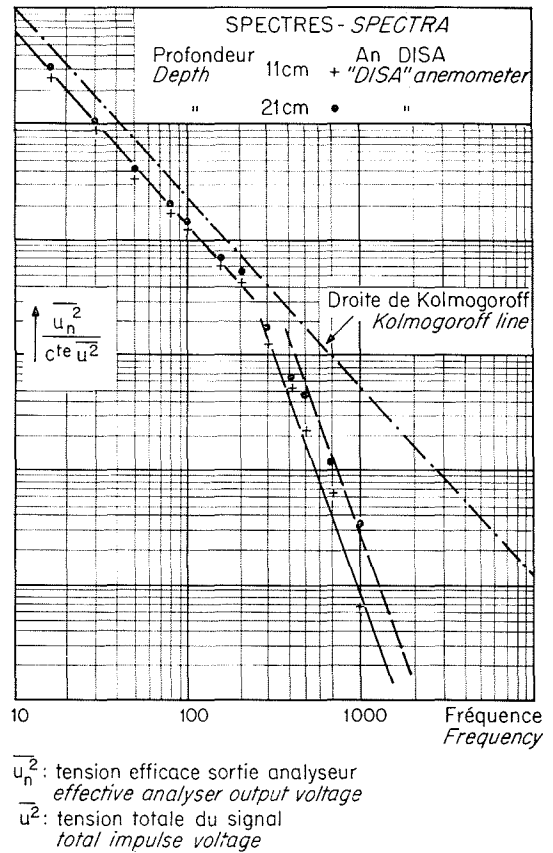
On constate effectivement, dans nos mesures, pour les spectres correspondant à toutes les hauteurs, l'existence d'une loi en  $-5/3$  sur une décade environ.

On peut même dire que cette loi est vérifiée avec une très bonne approximation, et c'est bien la pente  $-5/3$  qui s'ajuste le mieux avec les divers points expérimentaux.

Par contre, la partie terminale de la courbe spectrale ne suit pas la loi d'exposant  $-7$ , proposée par Heisenberg [II.9]. Ce fait avait déjà été signalé par plusieurs auteurs [II.18].



4/  $\overline{u_n^2}$ : Tension efficace sortie analyseur / Effective analyser output voltage.  
 $\overline{u^2}$ : Tension totale du signal / Total impulse voltage.



5/  $\overline{u_n^2}$ : Tension efficace sortie analyseur / Effective analyser output voltage.  
 $\overline{u^2}$ : Tension totale du signal / Total impulse voltage.

Les valeurs mesurées sont représentées sur les courbes figure 4 et figure 5.

Elles résultent de mesures effectuées :

- avec des sondes variées, coniques et cylindriques. Toutefois, pour ces dernières, la longueur de l'élément sensible interdit de les considérer comme valables pour une fréquence supérieure à 800 Hz environ;
- avec les anémomètres « DISA » et « Thermo System », ce dernier avec et sans linéarisateur.

Les indications de l'analyseur sont rapportées à l'indication totale  $\overline{u^2}$ .

Aucune différence systématique n'apparaît dans les résultats obtenus par diverses méthodes. L'écart des points s'explique par le changement d'échelle de lecture sur les appareils auquel on doit procéder, compte tenu de la variation de la quantité mesurée soit sur l'analyseur de fréquence, soit sur le voltmètre intégrateur. On pouvait noter ces écarts de façon assez systématique. En outre, l'analyseur de fréquence n'est pas toujours très stable.

### 3. Corrélation.

Rappelons la définition de la corrélation entre deux signaux aléatoires  $u_1$  et  $u_2$  :

$$R_{u_1 u_2} = \frac{\overline{u_1 u_2}}{\sqrt{\overline{u_1^2}} \sqrt{\overline{u_2^2}}}$$

La mesure était réalisée au moyen de deux sondes placées sur le bras tournant, soit dans le même plan horizontal, soit dans le même plan vertical.

On n'a pu utiliser dans cette mesure que des sondes coniques. En effet, il était nécessaire d'utiliser comme anémomètre, sur  $u_1$  et  $u_2$ , respectivement l'appareil « DISA » et l'appareil « Thermo System ». La limitation sur l'intensité du courant de l'appareil « DISA » (250 mA) n'aurait pas permis d'utiliser les sondes cylindriques, à une surchauffe considérée comme convenable, étant donnée leur sensibilité. Par contre, les sondes coniques n'exigeaient qu'un courant de l'ordre de 100 mA avec une surchauffe de 4 % environ. Remarquons d'ailleurs que les exigences des mesures des corrélations quant au maintien rigoureux des paramètres liés à la température sont moins sévères que sur les autres mesures. En particulier, les variations de température de l'eau de la cuve (déjà très limitées par le système de régulation), agissent de façon analogue sur les deux sondes. Aussi, en particulier pour prolonger la durée des sondes, nous avons ensuite limité la surchauffe à 3 % seulement.

Le corrélateur lui-même était fourni par Flow Corporation (modèle 13A1). Le schéma bloc est donné figure 6.

Les signaux provenant des deux anémomètres étaient injectés dans le corrélateur et amplifiés une première fois pour donner sur chaque signal pris

isolément des lectures d'un ordre de grandeur comparable, ceci afin d'utiliser le voltmètre intégrateur dans la même gamme de sensibilité pour les deux signaux. Après avoir lu la valeur efficace des signaux après amplification, on passait le corrélateur sur la position « corrélation », et il donnait alors la différence instantanée  $U_2 - U_1$ . Le signal résultant était à son tour élevé au carré et passé dans le voltmètre numérique. On avait par conséquent :

$$Ru_1u_2 = - \frac{1}{2} \frac{(U_2 - U_1)^2 - (U_1^2 + U_2^2)}{\sqrt{U_1^2} \sqrt{U_2^2}}$$

$U_1$  et  $U_2$  représentant les signaux  $u_1$  et  $u_2$  après amplification. Malgré le caractère simple de la théorie de la mesure, l'exécution de celles-ci pose quelques problèmes :

- la corrélation, surtout quand elle approche d'une valeur nulle, est donnée par la différence de deux nombres qui peuvent être l'un et l'autre assez élevés. On peut avoir une erreur importante dans l'évaluation de cette différence, compte tenu de la précision avec laquelle sont connus les deux termes qui la constituent. Or, cette précision n'est pas très bonne, la lecture finale intégrant les défauts de tous les appareils qui constituent la chaîne de mesure;
- également pour les faibles valeurs de la corrélation, on constate une certaine intermittence

dans celle-ci, la valeur finale résultant d'un certain nombre d'impulsions successivement positives et négatives. Le temps d'intégration de 80 s, pour les valeurs basses de la corrélation, doit être considéré dans notre cas comme un minimum. Dans les mesures définitives, nous avons systématiquement calculé les valeurs efficaces par lecture sur quelquefois 4 mn (soit trois fois la base de temps maximale du voltmètre).

On constate d'ailleurs que la dispersion des points expérimentaux augmente à mesure :

- que la corrélation diminue, à cause, précisément, de cette intermittence;
- que la profondeur où se fait la mesure diminue.

Dans ce cas, la « constante de temps » de la turbulence augmente. On doit en tenir compte en allongeant la durée sur laquelle se fait la mesure.

Nous avons mesuré successivement les corrélations horizontales et les corrélations verticales. Les résultats sont donnés dans les figures 7 et 8.

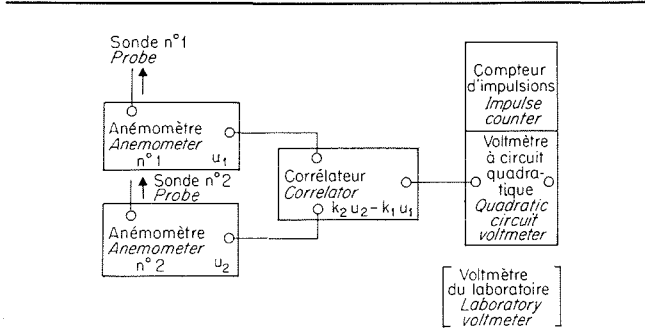
On constate que les courbes de corrélation sont pratiquement superposables pour les grandes profondeurs, jusqu'à 25 cm de profondeur. Au-delà, les corrélations horizontales deviennent systématiquement un peu supérieures aux corrélations verticales.

Rappelons que les valeurs ainsi définies correspondent à la corrélation transversale, habituellement désignée par  $g(r)$  ( $r$  représentant la distance des deux sondes). Nous en avons déduit les longueurs de corrélation, définies par :

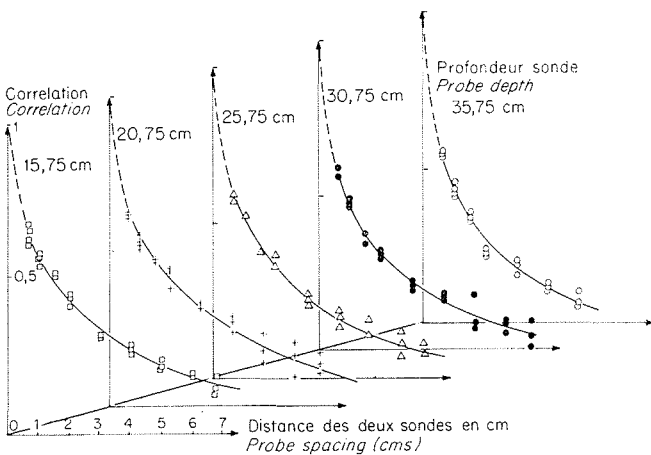
$$l_g = \int_0^\infty g(r) dr$$

Les longueurs transversales de corrélation ainsi définies, sont égales à la moitié des longueurs de corrélation longitudinales (notées habituellement  $l_l$ ), en turbulence isotrope.

Une correction a été nécessaire pour l'interprétation de mesures due au fait que la vitesse turbulente n'est pas constante sur toute la profondeur. Le principe a été défini par Taylor dans [II.10]. Il revient à pondérer les longueurs suivant les vitesses locales. La correction est d'ailleurs en général d'importance faible.



6/ Schéma bloc de la mesure des corrélations.  
Block diagram of correlation measurement system.



7/ Corrélations verticales.  
Vertical correlations.

#### 4. Mesures et calcul des microéchelles.

On dispose de deux méthodes pour déterminer les microéchelles :

a) A partir du moment d'ordre deux des spectres.

On démontre en effet :

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{\int_0^\infty k^2 f(k) dk}{\int_0^\infty f(k) dk}$$

$f(k)$  étant la fonction spectrale définie ci-dessus.

Nous avons indiqué les incertitudes sur la mesure de  $f(k)$  aux faibles nombres d'onde  $k$ . Cette incertitude ne pose cependant aucun problème pour le calcul de  $k^2 f(k)$ , l'intégrale de cette expression entre 0 et 20 ne jouant pratiquement aucun rôle par rapport à la valeur comprise entre 20 et l'infini.

Par contre, la valeur de l'intégrale du dénomina-

teur était calculée, comme indiqué ci-dessus, à partir de la lecture de la valeur efficace du signal total  $u(t)$ , obtenu sans passer par l'analyseur de fréquence.

b) *A partir de la définition même de la microéchelle* qu'on peut facilement ramener à la suivante :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 = \frac{\overline{u^2}}{\lambda^2}$$

On écrit à nouveau que :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{U} \frac{\partial u}{\partial t}$$

ce qui conduit à l'expression :

$$\lambda^2 = U^2 \frac{\overline{u^2}}{\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2}$$

U étant la vitesse moyenne de la sonde.

Théoriquement, il suffit donc de mesurer  $\overline{u^2}$ , puis de mesurer  $(\partial u/\partial t)^2$  à l'aide d'un étage dérivateur, le signal de sortie du dérivateur étant également injecté dans le voltmètre numérique pour mesurer sa valeur efficace.

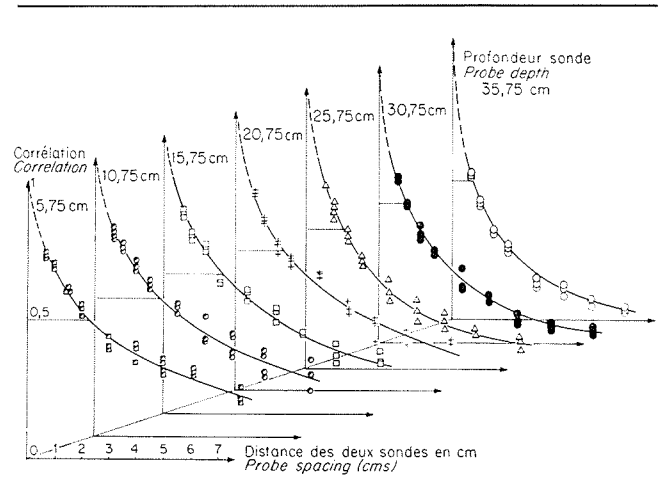
Pratiquement, la mesure s'est heurtée à un certain nombre de difficultés :

— Il n'était pas possible d'utiliser les sondes cylindriques, leur longueur étant de l'ordre de 2 mm environ : bien entendu, on ne pourrait mesurer avec ces sondes aucun élément de la turbulence dont la longueur significative serait inférieure à cette valeur ;

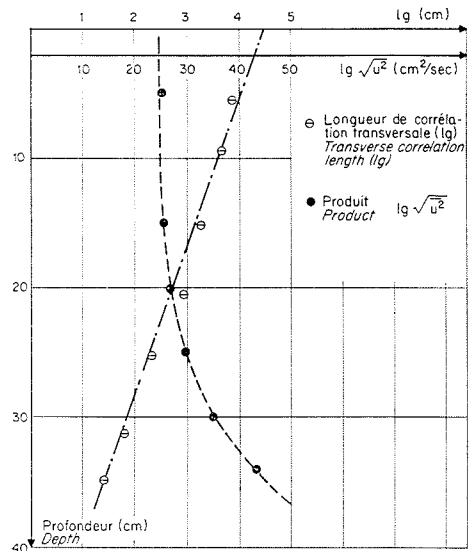
— Le dérivateur peut se comporter comme un véritable circuit oscillant. Un courant important peut alors passer à travers la sonde qui risque ainsi d'être détruite ;

— L'élément sensible des sondes coniques a des dimensions de l'ordre de grandeur de 0,25 mm. Il n'est donc plus possible de mesurer des éléments dont les longueurs sont par trop voisines de ces valeurs. L'étude théorique de l'ordre de grandeur de la correction [II.11] convenable dans le cas des éléments sensibles cylindriques, n'est plus applicable ici. Mais il semble que, en dessous du millimètre, les résultats de la mesure soient douteux. Ceci semble valable, d'ailleurs, aussi bien pour les mesures effectuées avec le dérivateur que pour la valeur de  $\lambda$  déduite du spectre : l'élément sensible intègre sur la totalité de sa surface les vitesses qu'il rencontre, et les deux procédés présentent alors le même défaut. Toutefois, lors du calcul de  $\lambda$  par le spectre, on peut extrapoler la loi constatée pour des longueurs d'onde correspondant à un ordre de grandeur des longueurs d'onde supérieur aux dimensions de l'élément sensible. Avec les vitesses utilisées, une longueur d'onde de 0,25 mm correspond à une fréquence supérieure à 4 000 Hz. Les résultats sont reproduits sur la figure 10.

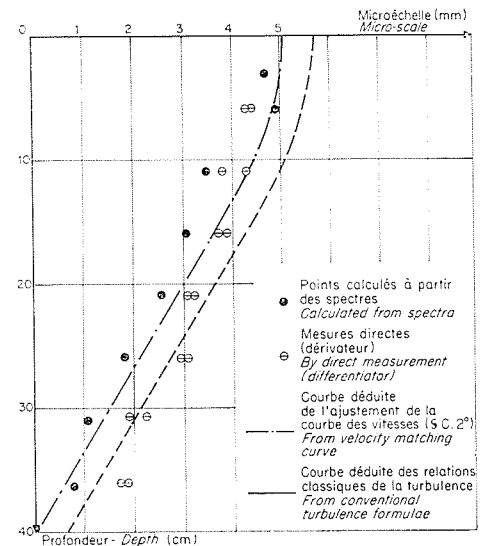
Compte tenu de la large gamme de fréquences qui interviennent, on a de la difficulté à construire un dérivateur qui possède une « bande passante » suffisante. Si on n'y prête pas attention, on trouve que le type d'appareil utilisé influence largement le résultat obtenu.



8/ Corrélations horizontales.  
Horizontal correlations.



9/ Longueurs de corrélation.  
Correlation lengths.



10/ Mesure  $\lambda$ . Résultats expérimentaux. Comparaison avec résultats théoriques.  
 $\lambda$  measurement. Experimental data, compared with theoretical data.

**C - Interprétation des mesures**

**1. Courbe de vitesses turbulentes efficaces. Equations de la diffusion.**

Etant donné l'intérêt présenté par la variation des valeurs efficaces de la fluctuation turbulente de vitesse, nous avons cherché à retrouver théoriquement son allure.

A chaque niveau, le mouvement statistiquement permanent résulte :

- d'un apport d'énergie turbulente par diffusion, à partir du fond de la cuve;
- de la destruction par viscosité de l'énergie ainsi apportée.

Le calcul consiste à déterminer ces deux quantités et à écrire qu'elles sont en équilibre, puisque le mouvement est permanent.

Afin de pouvoir mener le calcul, on admettra que la turbulence est localement isotrope, sans justification pour le moment.

— *Transport d'énergie turbulente.*

Si on considère un plan de séparation à une hauteur  $y$  arbitraire au-dessous du fond, le transport d'énergie turbulente est égal à :

$$\frac{3}{2} \varepsilon \frac{dE}{dy}$$

avec  $E = \overline{u^2}$ ,  $\overline{u^2}$  représentant le carré de la valeur efficace de la fluctuation turbulente, suivant chacun des axes (conformément à l'hypothèse d'isotropie).

Si maintenant on considère une tranche de fluide d'épaisseur  $dy$ , au-dessus de ce plan, l'énergie apportée est égale à la différence entre l'énergie qui entre à la partie inférieure et de celle qui sort à la partie supérieure, soit :

$$\frac{3}{2} \frac{d}{dy} \left( \varepsilon \frac{dE}{dy} \right)$$

En admettant, également sans justification pour le moment, que  $\varepsilon$  est constant, cette expression se transforme en :

$$\frac{3}{2} \varepsilon \frac{d^2E}{dy^2}$$

— *Dissipation d'énergie.*

Elle sera déterminée par application de la formule correspondant à la turbulence isotrope, soit  $15 \nu u^2/\lambda^2$ , par unité de masse.

On écrit que la dissipation est égale à l'apport d'énergie calculé précédemment, ce qui conduit à l'équation différentielle :

$$\varepsilon \frac{d^2E}{dy^2} = 10 \nu \frac{u^2}{\lambda^2}$$

soit :

$$\frac{d^2E}{dy^2} - \frac{10 \nu}{\varepsilon} \frac{E}{\lambda^2} = 0$$

On introduit ensuite dans la variation de  $E$  et  $\lambda$  les résultats obtenus derrière grille, au moins pendant une certaine phase de la décroissance :

$$Et = \text{Cte} \quad \lambda^2 = \text{Cte} \times t$$

soit  $E\lambda^2 = \text{Cte}$

ce qui conduit à écrire l'équation de la diffusion sous la forme :

$$\frac{d^2E}{dy^2} = A^2 E^2$$

Les conditions aux limites pour l'intégrale de l'équation différentielle sont alors :

$$\begin{aligned} E &= E_0 && \text{pour } y = y_0 \\ \frac{dE}{dy} &= 0 && \text{pour } y = 0 \end{aligned}$$

L'équation s'intègre complètement, avec l'aide de la théorie des intégrales elliptiques.

Après ajustement de la seule constante  $A$ , on trouve la courbe théorique représentée sur la figure 2.

On notera que la concordance entre l'expression théorique — ajustée avec un seul point — et les résultats expérimentaux est très bonne, au-delà même de ce que la simplicité des hypothèses pourrait laisser prévoir. En effet, la loi de décroissance de l'énergie turbulente derrière grille n'est pas toujours la même, l'expression  $E\lambda^2 = \text{Cte}$  ne s'appliquant ni à la phase initiale ni à la phase finale de la décroissance : dans ce dernier cas, l'énergie varierait comme la puissance  $-5/2$  de la distance à la grille génératrice, et  $\lambda^2$  comme cette distance [II.12, chap. III]. Or la décroissance de la turbulence dans la cuve correspond certainement à une gamme importante de décroissance constatée derrière grille, et la relation introduite dans l'équation n'est certainement pas valable pour toutes les profondeurs.

On en déduit néanmoins que les hypothèses ne sont pas trop éloignées de la réalité et, pour le reste, c'est qu'il y a compensation entre les causes de variations dues aux autres paramètres. De toute façon, nous utiliserons la très bonne coïncidence de l'ajustement théorique pour déduire quelques constantes de l'écoulement dans la cuve.

**2. Relations entre  $\varepsilon$ ,  $\lambda$ ,  $L$ ,  $l_g$ .**

Le coefficient de diffusion  $\varepsilon$  introduit ci-dessus est défini par le produit d'une vitesse et d'une longueur, reliées respectivement à  $u'$  et à une échelle de longueur caractérisant les grosses structures, qui déterminent la diffusion. Des mesures ont montré que ce coefficient prenait une valeur différente pour la diffusion des particules liquides elles-mêmes, pour la diffusion de la chaleur, des quantités de mouvement ou de l'énergie.

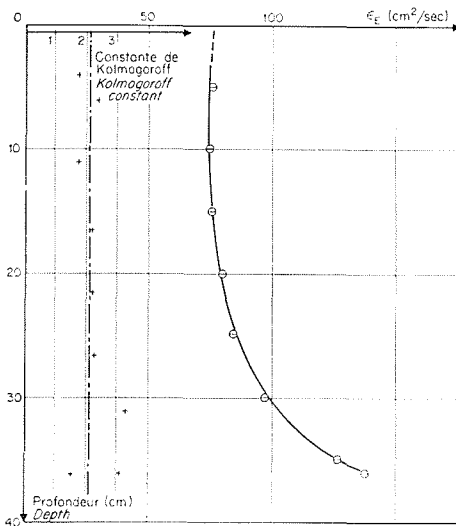
A partir des valeurs calculées pour le  $\varepsilon$  que nous venons de trouver (que nous noterons  $\varepsilon_E$ ), nous allons essayer de déterminer les longueurs  $L_E$  associées aux vitesses turbulentes  $u'$  qui définissent  $\varepsilon_E$ . Il est en effet plausible de garder pour l'échelle des vitesses caractéristiques, la valeur efficace des fluctuations turbulentes  $u'$ .

On admettra qu'il existe une relation définie entre la longueur intégrale  $l_f$  (égale elle-même à  $2l_g$ ) et  $L_E$ , en posant :

$$L_E = \sigma_E l_g$$

Pour le cas de la diffusion des particules fluides elles-mêmes, on a cherché depuis longtemps à définir théoriquement ou expérimentalement la valeur de  $\sigma$ . Une étude de Mickelsen [II.13] conclut à





11/ Constante de Kolmogoroff. Variation de  $\epsilon_E$  en fonction de la profondeur.  
Kolmogoroff constant.  $\epsilon_E$  vs. depth.

l'existence d'un rapport  $L/l_f$  pouvant varier entre 2 et 4/3, suivant le nombre de Reynolds. Une étude de Uberoi et Corrsin [II.14] donne pour ce rapport une variation plus importante, de 2,5 à 0,8, avec d'ailleurs une dispersion considérable. Ces mesures concernent des essais effectués sur la diffusion d'hélium dans [II.13], et d'une élévation de température dans [II.14]. Les résultats expérimentaux ont été interprétés à partir de la théorie de Taylor sur la diffusion.

Une correction doit être apportée pour tenir compte des différences entre la diffusion du scalaire considéré et celle des particules fluides, due à la diffusion propre, nulle dans aucun des deux cas.

L'hypothèse admise pour évaluer son effet est considérée comme inexacte dans [II.17].

Dans notre cas, il paraît également logique de tenir compte d'une même relation de proportionnalité entre  $l_f$  ou  $l_g$  et  $L_E$ , le nombre de Reynolds de la turbulence variant relativement peu avec la profondeur.

On connaît, par les mesures, à la fois  $l_g$  et  $u'$ , et on constate expérimentalement que  $\epsilon$  — considéré dans ce calcul comme proportionnel à  $u'l_g$  —, peut être approché par la relation suivante :

$$\frac{\epsilon_E}{\epsilon_{0E}} = \frac{50 - y}{280} \sqrt{E}$$

Quant à la relation entre  $\lambda$  et  $E$ , on peut l'écrire sous la forme :

$$E \lambda^2 = \frac{p^2}{f(y)}$$

$p^2$  étant une constante à déterminer expérimentalement, compte tenu des valeurs trouvées pour  $E$  et  $\lambda$ ,  $f(y)$  variant peu autour de l'unité.

Si on reporte ces valeurs dans l'équation de la diffusion, on aboutit à :

$$\frac{d}{dy} \left[ \frac{50 - y}{280} \sqrt{E} \frac{dE}{dy} \right] = A^2 E^2 f(y)$$

On développe ensuite cette expression en tenant

compte du très bon ajustement expérimental indiqué ci-dessus, entre la courbe  $E(y)$  et la solution de l'équation de la diffusion sous sa forme simplifiée.

On obtient pour la fonction  $f(y)$  les valeurs suivantes :

$y$	$f(y)$
0	1,00
5	1,00
10	1,02
15	1,00
20	1,10
25	1,205
30	1,39
35	1,88
36	2,07

Il reste une seule constante à définir expérimentalement, c'est  $p^2$ . La confrontation des valeurs expérimentales de  $E\lambda^2$  et de  $p^2/f(y)$  conduit à prendre  $p^2 = 9$ .

On connaît  $\epsilon_{0E}$  par  $\epsilon_{0E} = 10 \nu / A^2 p^2$ ,  $A$  ayant gardé la même valeur que précédemment. Les variations de  $\lambda$  (considérant  $E$  comme bien défini) et celles de  $\epsilon_E$  sont alors déterminées.

On obtient  $\epsilon_{0E} = 80 \text{ cm}^2/\text{s}$ . Les variations de  $\epsilon_E$  sont données figure 11.

Il est également possible de calculer maintenant  $\sigma_E$ , rapport entre l'échelle des longueurs intervenant dans le coefficient de diffusion  $\epsilon_E$ , et l'échelle des corrélations. Compte tenu du fait que  $l_g \sqrt{u^2} = 25$  pour les faibles profondeurs, et que  $\epsilon_E$  est alors égal à 75, on voit que :

$$\sigma_E = 3 = L_E/l_g$$

ce qui donnerait  $L_E/l_f = 1,5$ .

Bien qu'il s'agisse de valeurs concernant des scalaires de différentes natures, on constate que ce rapport est voisin de celui donné par Mickelsen (compris entre 1,3 et 2) et à l'intérieur des valeurs extrêmes données par Uberoi et Corrsin (compris entre 0,8 et 2,5).

### 3. Relations entre $l_g$ ou $l_f$ et $\lambda$ .

L'étude de la turbulence isotrope derrière grille a mis en évidence un certain nombre de ses propriétés. La plupart de ces résultats, toutefois, concernent des mouvements turbulents à nombre de Reynolds nettement moins élevé que celui caractérisant le mouvement turbulent dans notre cuve. Nous allons rappeler brièvement ces résultats, les appliquer à l'essai, et confronter avec les résultats des mesures.

a) On a déjà utilisé plusieurs fois la loi de décroissance de l'énergie cinétique :

$$\frac{du^2}{dt} = -10 \nu \frac{u^2}{\lambda^2}$$

qui relie cette décroissance aux structures fines de la turbulence.

On peut la relier aux structures larges, en écrivant, suivant la méthode classique :

$$\frac{du^2}{dt} = -A \frac{u^3}{l}$$

$A$  étant une constante expérimentale,  $l$  une longueur caractéristique des gros éléments de la tur-

bulence. Cette expression, confirmée expérimentalement, peut être rapprochée du fait que la production — donc la dissipation d'énergie — dans un écoulement, est donnée par l'expression :

$$u_i u_m \frac{\partial u_i}{\partial x_m}$$

En turbulence isotrope, on a :

$$u_i \approx u_m = u' \quad \text{et} \quad \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \approx \frac{u'}{l}$$

Par conséquent :

$$\frac{du^2}{dt} = -A \frac{u'^3}{l}$$

En égalant les deux expressions précédentes, on aboutit à :

$$10 \nu \frac{u^2}{\lambda^2} = A \frac{u'^3}{l}$$

soit :

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{A}{10} u' \frac{\lambda}{\nu}$$

Dryden donne, à la suite d'essai concernant la turbulence isotrope derrière grille,  $A = 0,21$  si  $l_y$  représente la longueur intégrale transversale [II.15]. La formule devient dans notre cas, avec  $\nu = 1/100$  :

$$0,69 \sqrt{l/u}$$

Nous avons reporté la courbe correspondante sur la figure représentant  $\lambda(y)$ .

b) Comparaison. On voit que les résultats donnés par ces diverses expériences — qui n'ont absolument aucun rapport entre elles — donnent des résultats qui, sans coïncider parfaitement — ce qui ne serait d'ailleurs pas possible compte tenu des erreurs expérimentales ou même des erreurs systématiques des diverses méthodes —, cadrent convenablement les uns avec les autres.

#### 4. Constante de Kolmogoroff.

Nous avons indiqué, à propos de la mesure des spectres, que la fonction spectrale unidimensionnelle mesurée à différents niveaux présentait systématiquement une zone de Kolmogoroff.

Rappelons que, dans cette zone, l'équation du spectre unidimensionnel peut se mettre sous la forme :

$$f(k) = A_1 \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$$

$\varepsilon^{(4)}$  représentant la dissipation d'énergie, égale, en turbulence isotrope, à :

$$\varepsilon = 15 \nu \int_0^\infty k^2 f(k) dk$$

Si, au lieu de considérer le spectre unidimensionnel, on considère le spectre tridimensionnel  $F(K)$ , relié à  $f(k)$  par la relation [II.12] :

$$F(K) = \frac{1}{2} K^3 \left[ \frac{d}{dk} \frac{1}{k} \frac{df}{dk} \right]_{k=K}$$

on trouve que  $F(K)$  a également la forme :

$$F(K) = A \varepsilon^{2/3} K^{-5/3}$$

Puisqu'on connaît expérimentalement la loi  $f(k)$ , on peut calculer la constante  $A$  ou  $A_1$ . C'est, en général, la constante  $A$  qui est utilisée par différents auteurs, et c'est également celle que nous avons déterminée. Le paramètre  $\varepsilon$  est déduit des mesures, en particulier de celle de  $\lambda$ .

Nous avons alors obtenu les valeurs suivantes, reportées sur la figure 11.

y (cm)	A
3,6	1,78
6	2,52
11	1,84
16,6	2,13
21,5	2,18
26,6	2,27
31	3,4
36	3,16-1,28

Les valeurs trouvées par d'autres expérimentateurs sont les suivantes :

— Turbulence en jet sur l'axe. . . . .	1,57
— [II.7] hors de l'axe. . . . .	1,62
— Canal Maritime, Discovery Passage [II.8].	1,44
— Turbulence derrière grille, cité dans [II.8].	2,70

Les résultats obtenus dans la cuve se situent à l'intérieur de ceux enregistrés dans d'autres recherches avec une dispersion relativement importante. Mais le calcul de  $A$ , aussi bien dans nos expériences que dans celles qui servent de comparaison, est entaché d'erreurs expérimentales importantes, puisque résultant de mesures assez variées. Les résultats sont en tous cas cohérents.

#### Valeur limite du nombre de Reynolds assurant l'existence d'une zone de Kolmogoroff.

Le nombre de Reynolds de l'écoulement turbulent dans la cuve atteint une valeur un peu supérieure à 300. On voit donc que la limite inférieure du nombre de Reynolds nécessaire à l'obtention d'une zone de Kolmogoroff est nettement inférieure à 500, valeur citée par Corrsin.

#### 5. Conclusion sur ces mesures.

Nous avons donc pu, avec les méthodes indiquées, procéder à une série de mesures de la turbulence dans l'eau, concernant des grandeurs qui n'avaient encore jamais été déterminées dans l'eau.

Mais ces mesures restent entachées de difficultés sérieuses, et, sur certains points, c'est seulement à cause des caractéristiques particulières de notre installation que nous avons pu les mener avec succès : volume limité de la cuve, et caractère confiné de l'écoulement.

Les sondes quartzées coniques résolvent beaucoup de problèmes. Mais elles ne permettent de mesurer que la composante de la vitesse suivant une seule direction. Leur longévité est encore réduite.

L'appareillage nécessaire à l'analyse des signaux turbulents recueillis dans l'eau est spécial et bien différent de celui nécessaire à la mesure dans l'air.

Les basses fréquences sont beaucoup plus basses que dans l'air, Ceci est dû entre autres au fait que

(4) Dans cette notation — consacrée par l'usage —  $\varepsilon$  n'a évidemment aucun rapport avec le coefficient de diffusion.

les vitesses moyennes utilisées sont en général beaucoup plus réduites dans l'air que dans l'eau.

Les fréquences élevées peuvent s'étendre assez loin. L'eau est 13 fois moins visqueuse que l'air. Le processus de cascade renvoie donc la dissipation vers des structures qui ont une longueur caractéristique pas tellement plus grande que pour l'air : les microéchelles restent de l'ordre du mm.

Il faudrait donc utiliser un appareillage présentant des caractéristiques bien définies, pour les divers types de mesure des grandeurs intervenant dans la turbulence :

— *Mesure des tensions.*

L'utilisation d'un appareil du genre de celui que nous avons utilisé est indispensable. Pour mesurer les valeurs quadratiques moyennes, il doit avoir une base d'intégration élevée : comme nous l'avons dit, 80 secondes sont quelquefois un minimum. Le circuit quadratique doit être bien construit, le circuit à résistance non linéaire, par diodes de déblocage, présente de grands avantages. L'extension sur une large gamme de fréquences des tensions qu'on veut mesurer, les niveaux de tension très variables, impliquent une fidélité de l'appareil dans de grands domaines, difficile à obtenir sans une attention spéciale.

— *Spectre.*

Il faut disposer soit d'un analyseur de fréquence descendant vers les fréquences très basses, soit d'un système enregistreur magnétique, à double vitesse de déroulement, permettant de changer artificiellement la fréquence enregistrée.

— *Corrélation.*

L'appareil que nous utilisions donnait la corrélation par différence des deux nombres, l'un et l'autre assez élevés lorsque la corrélation était voisine de zéro. Il serait certainement préférable, si  $e_1$  et  $e_2$  représentent les deux signaux dont on veut avoir la corrélation, d'utiliser un montage qui donnerait simultanément  $e_1 + e_2$ ,  $e_1 - e_2$ , avec deux voltmètres à circuit quadratique donnant la valeur efficace de ces deux sommes et différences. La corrélation serait alors donnée par l'expression :

$$R = \left( \frac{\Sigma}{\Delta} - 1 \right) / \left( \frac{\Sigma}{\Delta} + 1 \right)$$

$\Sigma$  et  $\Delta$  représentant les valeurs efficaces de  $(e_1 + e_2)^2$  et de  $(e_1 - e_2)^2$ .

— *Microéchelle.*

Il faut disposer :

- soit d'un dérivateur à large bande passante;
- soit d'un analyseur de fréquence descendant à des fréquences assez basses. La solution que nous avons dû adopter, consistant à mesurer la totalité du signal en dehors de l'analyseur de fréquence (alors qu'elle devrait résulter de l'intégration sur toutes les fréquences du signal de sortie) entache les grandeurs qu'on déduit des spectres d'une imprécision notable.

Enfin, il est certain que l'enregistrement des

signaux, sur bande magnétique, par exemple, permettrait d'améliorer assez considérablement la mesure. Entre autres, l'étude d'un spectre demande plusieurs heures, au cours desquelles l'ensemble de la chaîne de mesure peut dériver. Par contre, il suffirait d'enregistrer le signal sur quelques minutes pour ensuite procéder au dépouillement dans de très bonnes conditions, sans risquer de dérive à cause de l'élément sensible lui-même.

Avant de pouvoir amener la mesure dans l'eau au degré de perfectionnement atteint actuellement dans l'air, il sera certainement indispensable d'étudier de façon approfondie les appareils de mesure à utiliser.

## Bibliographie

- [II.1] VON KARMAN. — Progress in statistical theory of turbulence. *Journal of Marine Research*, 7 (1948).
- [II.2] LIN (C.C.). — On Taylor's hypothesis and the acceleration terms in the Navier-Stokes equation. *Quarterly of Applied Mathematics* (janvier 1953).
- [II.3] GOLDSTEIN (D.). — Statistical theory of turbulence. Séries de conférences présentées à l'Université d'Haifa (1950).
- [II.4] KAMPÉ DE FÉRIET (J.). — Sur l'analyse spectrale d'une fonction stationnaire en moyenne. Colloque international de Mécanique, Poitiers (1950).
- [II.5] KOLMOGOROFF. — The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. *C.R. Académie des Sciences de l'U.R.S.S.* (1941). Traduction anglaise dans [II.16].
- [II.6] BETCHOV. — On the fine structure of turbulent flows. *Journal of Fluid Mechanics* (novembre 1957).
- [II.7] GIBSON. — Spectra of turbulence in a round jet. *Journal of Fluid Mechanics* (février 1963).
- [II.8] GRANT, STEWART and MOILLIER. — Turbulence spectra from a tidal channel. *Journal of Fluid Mechanics*, (février 1962).
- [II.9] HEISENBERG. — Zur statistischen Theorie der Turbulenz. *Zeitschrift für Physik* (1948).
- [II.10] TAYLOR. — Statistical theory of turbulence. *Proceedings of the Royal Society*, A, 151 (1935).
- [II.11] MILLIAT. — Etude expérimentale de l'écoulement turbulent dans un divergent bidimensionnel parcouru par de l'air. Thèse, Grenoble (1956).
- [II.12] HINZE. — Turbulence. An introduction to its mechanism and theory. *McGraw Hill Book Company* (1959).
- [II.13] MICKELSEN. — An experimental comparison of the Lagrangian and Eulerian correlation coefficients in homogeneous isotropic turbulence. *NACA*, TN 3570 (octobre 1955).
- [II.14] UBEROI and CORRSIN. — Diffusion of heat from a line source in isotropic turbulence. *NACA*, TR 1142 (1953).
- [II.15] DRYDEN. — A review of the statistical theory of turbulence. *Quarterly of Applied Mathematics* (1943).
- [II.16] FRIEDLANDER and TOPPER. — Turbulence-classic papers on statistical theory. *Interscience Publishers* (New-York).
- [II.17] KENNEDY (DONALD A.). — Some measurements of the dispersion of spheres in a turbulent flow. Thèse Ph. D., John Hopkins University (1955).
- [II.18] CRAYA (A.). — Introduction à l'étude de la turbulence. Séminaire de turbulence organisé par l'Académie des sciences de Pologne, Jablona (1961).

**Abstract**

**The measurement of turbulence in water by the hot wire method  
Part II : Measurement procedure and results**

**by M. Bouvard\* and H. Dumas\*\***

---

Once the general measurement procedure had been finalised during the tests described in Part I, measurements were carried out to determine the characteristics of the turbulence produced in the tank. This took place in the following stages:

**A) Choice of final parameters, especially rotating arm speed.**

Different turbulence values are obtained by varying the speed of the rotating arm as the turbulent system is determined by the mechanical generator characteristics.

**B) Actual measurements.**

*1. Fluctuating velocity.*

As might be expected a substantial decrease was observed in the turbulent velocities from the bottom part of the tank near the generator to the free surface.

*2. Spectra.*

These measurements too are more difficult than with conventional wind tunnel screen layouts as the characteristic apparent frequencies of the motion resulting from the spatial frequencies of the turbulent motion and average (rotating arm) speed are low.

The spectrum shows a very typical Kolmogoroff zone, but the dissipation zone does not conform to the (-7) exponent law predicted by the Heisenberg theory.

*3. Correlations.*

The correlation between longitudinal velocity fluctuations and distance between the two measurement points was measured and the resulting curve used to define the integral transverse correlation length.

*4. Micro-scales.*

These were measured directly with the aid of a differentiation system and calculated from the spectra. A certain number of measurement difficulties were experienced with probe dimensions as compared to measurement lengths and differentiation system pass bands.

**C) Interpretation of measurement results.**

*1. Effective turbulent velocities.*

These velocities were found to satisfy an equation of the 'diffusion' type surprisingly accurately. The energy diffusion 'coefficient' was determined by matching this equation to the experimental curve.

*2 and 3. Relationship between characteristic turbulence quantities.*

The study of the (approximately isotropic) turbulence behind the screen yielded certain relationships between the characteristic quantities. Comparison with the tank measurements showed that these relationships are at least approximately preserved in spite of differences between the basic parameters of the movements obtained, especially Reynolds number.

*4.* The Kolmogoroff constant was determined by spectrum measurement and by calculating dissipated power from the micro-scale measurement data. Despite fairly appreciable scatter the values found agree well with other researchers' data.

As the Reynolds number for turbulent flow in the tank is about 300, it is seen that the critical Reynolds number for the existence of a Kolmogoroff zone is invariably less than 500, which is the figure some researchers have suggested.

*5.* The measurements also especially showed up the need for very different special instrumentation from that used in air flows, even though the definitions of the measured quantities may be the same in both cases.

---

\* Docteur ès Sciences, Laboratoire de Mécanique des fluides, Université de Grenoble.

\*\* Ingénieur, Laboratoire de Mécanique des fluides, Université de Grenoble.