



## EXPÉRIENCES DANS L'EXPLOITATION DE MODÈLES MATHÉMATIQUES DE BASSINS FLUVIAUX

PAR A. PREISSMANN \*  
ET H. LORGERÉ \*

Communication  
présentée au Comité technique  
de la Société Hydrotechnique de France  
le 9 juin 1967

Depuis près de huit ans, SOGREAH traite, par le calcul électronique, des écoulements non stationnaires dans les systèmes de canaux et de rivières. Notre but ici est de faire part de l'expérience que nous avons acquise en traitant divers cas pratiques.

Nous parlerons successivement du choix des équations différentielles de l'écoulement, du choix de la méthode de résolution numérique de ces équations, de la possibilité d'utiliser une seule dimension spatiale, et du choix des pertes de charge.

---

### Equations fondamentales

---

Nos programmes de calcul correspondent à l'intégration numérique des équations de Saint-Venant. Ces équations conviennent-elles toujours au cas traité? ou bien ne rendent-elles pas compte de phénomènes importants? ou bien, au contraire, contiennent-elles des termes négligeables qui ont pour effet d'allonger inutilement le calcul?

A la fin de cet exposé, nous citerons quelques cas où les équations de Saint-Venant se sont trouvées en défaut. Lorsque le lit majeur est important, la répartition des vitesses est loin d'être uniforme; par conséquent, la hauteur représentative de l'énergie cinétique peut être très supérieure à l'expression  $v^2/2g$ , où  $v$  est égal au débit divisé par la section

mouillée. Depuis longtemps les hydrauliciens introduisent un facteur multiplicatif  $\alpha$ . Nous avons prévu dans nos programmes la possibilité d'introduire ce facteur de façon rationnelle. Dans les rares cas où nous avons fait usage de cette possibilité, les différences avec le calcul exécuté avec  $\alpha = 1$  se sont révélées assez faibles, mais nous ne sommes pas sûrs que cette assertion soit générale.

Dans la presque totalité des cas de *crues naturelles* que nous avons traités, les termes d'inertie des équations de Saint-Venant sont, sinon négligeables, du moins de l'ordre de grandeur des erreurs que l'on peut faire sur les termes de frottement. Par conséquent, il pourrait y avoir intérêt à négliger l'inertie : le système d'équations de Saint-Venant devient parabolique et le schéma de résolution des équations se simplifie, ce qui devrait conduire à une réduction du temps de calcul. Dans les faits, même pour les cas de crues naturelles, nous avons conservé des termes d'inertie souvent ridiculement faibles et nous n'avons pas tenté d'établir un programme général sans forces d'inertie. La raison en est évidemment psychologique : on hésite à éliminer des termes alors qu'on peut en tenir compte sans difficulté : en effet l'utilisation d'un schéma de calcul implicite conduit de toute façon à des temps de calcul acceptables avec les machines électroniques de grande puissance dont on dispose maintenant. C'est d'ailleurs une remarque générale que, dans presque tous les cas que nous traitons maintenant, le coût de l'utilisation des machines tend à diminuer devant le coût du per-

---

\* Ingénieurs à la SOGREAH.

sonnel qui procède à la collecte et à la critique des données topographiques et au choix des coefficients de rugosité. Or, les dépenses en personnel sont les mêmes, qu'on tienne compte des termes d'inertie ou non.

La question de la simplification à l'extrême du programme de calcul pour l'annonce des crues se pose évidemment, mais ceci est un sujet qui doit être traité l'an prochain aux Journées de l'Hydraulique.

Dans le cas de la propagation des crues dans la plaine du Mékong, nous avons négligé les termes d'inertie, nous reviendrons sur ce sujet.

---

### Méthodes de résolution des équations de Saint-Venant

---

On dispose de trois types de méthodes pour l'intégration numérique des équations de Saint-Venant:

- 1° la méthode des caractéristiques;
- 2° la méthode aux différences finies, schéma explicite;
- 3° la méthode aux différences finies, schéma implicite.

1. A vrai dire, à cause de ses inconvénients pratiques, nous n'avons guère utilisé la méthode des caractéristiques qui est, mathématiquement, la plus séduisante. Nous nous sommes servis de cette méthode pour tester l'exactitude des résultats donnés par les méthodes aux différences finies dans le cas de canaux prismatiques.

2. Nous avons travaillé pendant un certain temps avec un schéma explicite simple qui est pratiquement celui de Stoker. Nous avons choisi le réseau de points en quinconces dans le plan  $(x, t)$  (*Staggered net*). L'inconvénient majeur du schéma explicite pour l'étude des crues, c'est évidemment la limite du pas de temps à des valeurs qui semblent ridiculement faibles. Cette limitation est nécessaire pour assurer la stabilité du calcul. Lors du calcul d'intumescences dans les canaux ou de propagation de marées dans les estuaires, le pas de temps qui résulte de la condition de stabilité semble tout à fait raisonnable. Intuitivement, on peut dire ceci : la limitation du pas de temps résulte des termes d'inertie qui, dans le cas de crues naturelles, ne jouent aucun rôle; on obtient des pas de temps ridiculement faibles parce qu'on veut calculer avec précision des termes qui sont négligeables. Une possibilité déjà évoquée considérerait à supprimer les termes d'inertie et à modifier le schéma de calcul en conséquence. Nous n'avons pas suivi cette voie et préféré utiliser un schéma implicite.

Pour le calcul des intumescences dans les canaux, notre schéma explicite a donné satisfaction; nous avons cependant observé un phénomène, également noté par Stoker, de séparation de réseaux; les sections paires donnent une ligne d'eau bien lisse, de même les sections impaires, mais la ligne d'eau donnée par l'ensemble des points est rugueuse. Nous pensons qu'il doit être relativement facile d'éviter cette séparation de réseaux.

Un autre inconvénient du schéma explicite, c'est

que les conditions aux limites et les conditions de passage (pertes de charge singulières, variations brusques de section, confluences, etc.) ne s'expriment pas simplement. (Nous avons utilisé pour exprimer les conditions de passage, la théorie des caractéristiques avec interpolation.)

En ce qui concerne le choix du pas de temps, on obtient les résultats les plus précis, pour un découpage donné en tronçons élémentaires, en se rapprochant du maximum donné par la condition de stabilité. Ceci est en quelque sorte évident, puisqu'on a intérêt à se rapprocher le plus possible du calcul par les caractéristiques. Ainsi, si l'on veut une bonne précision, il faut faire en sorte que les longueurs des tronçons élémentaires soient à peu près proportionnelles à la vitesse de propagation locale. Dans tous les cas, pour un découpage donné, il n'y a aucun intérêt à faire tendre le pas de temps vers zéro.

Enfin, il faut constater que le schéma explicite ne permet pas de reproduire les ondes à front raide; il faut introduire une « pseudo-viscosité » qui n'a aucune réalité physique, pour pouvoir obtenir approximativement les ondes à front raide.

3. Le schéma implicite permet de se libérer de la limitation dans le choix du pas de temps, ou plus précisément d'éviter l'instabilité du calcul. Le choix du pas de temps va dépendre de considérations sur la précision. A nos dépens, nous avons appris qu'il fallait être très prudents dans le choix du pas de temps lorsque les termes d'inertie sont prépondérants. En effet, l'utilisation de notre schéma implicite introduit dans les équations de l'écoulement un terme de diffusion qui ne correspond à aucune réalité. Lorsque les forces de frottement sont prépondérantes, la diffusion supplémentaire n'apparaît pratiquement pas. Par contre, pour la propagation de la marée dans un fleuve, ce sont les termes d'inertie qui sont prépondérants et l'adoption d'un pas de temps trop élevé conduit à une atténuation de la marée bien trop forte.

Pour avoir un minimum de diffusion artificielle, il convient de choisir un pas de temps aussi proche que possible de celui qui est donné par la condition de stabilité du schéma explicite. Ainsi donc, dans le cas où les forces d'inertie sont prépondérantes, le temps de calcul n'est pas diminué quand on passe du schéma explicite au schéma implicite. Ainsi donc, il semblerait que l'utilisation du schéma implicite doive être limitée aux cas où les forces d'inertie ne sont pas importantes, mais ne sauraient être complètement négligées.

En fait, le schéma implicite, tel que nous l'utilisons, présente certains avantages pratiques importants. D'abord, les conditions aux limites et les conditions de passage s'expriment très facilement et conduisent à des sous-programmes simples. D'autre part, dans notre schéma implicite, les relations entre niveaux et débits aux différents points correspondent, en différences finies, à l'expression des conditions de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. On sait qu'alors les discontinuités ne posent guère de problèmes; effectivement, et sans précautions particulières, le mascaret est reproduit de façon raisonnable. C'est pour ces raisons pratiques que nous utilisons, pour ainsi dire dans tous les cas, le schéma implicite de calcul.

Un des inconvénients majeurs du schéma implicite, tel que nous l'avons utilisé, c'est qu'il ne permet pas de traiter les réseaux maillés de canaux, complètement avec les termes d'inertie.

---

### Schémas unidimensionnels ou bidimensionnels

---

Dans les rivières naturelles, le niveau peut présenter une pente transversale non négligeable; nous pensons ici moins aux différences entre rive gauche et rive droite dans le cas d'un coude qu'aux champs d'inondation qui peuvent être très étendus et qui jouent un rôle essentiel dans la propagation des crues. En fait, nous avons eu à traiter un cas extrême : il s'agissait de la propagation des crues dans tout le delta du Mékong. Là, la notion même de section perdait son sens, toute la plaine étant inondée. Il devenait donc nécessaire de prévoir un schéma de calcul à deux dimensions. Les variations des vitesses d'écoulement étant lentes, les forces d'inertie sont négligeables. Dans cette plaine où il fallait tenir compte d'un certain nombre d'obstacles (digues, routes), nous avons renoncé à écrire en différences finies un système d'équations différentielles, mais nous avons divisé toute la plaine en quelque trois cents casiers et admis que les débits d'échange dépendaient de façon univoque des niveaux dans deux casiers contigus; les lois de débit étant soit du type « Strickler », soit du type « déversoir ». Le système d'équations aux dérivées partielles est remplacé par un système d'un grand nombre d'équations différentielles ordinaires.

Pour la résolution de ce système, nous avons utilisé un schéma implicite, le temps de calcul étant prohibitif avec le schéma explicite naturel.

Dans les bassins où les champs d'inondation sont importants, il semble judicieux de se servir de modèles bidimensionnels, à condition, évidemment, de disposer d'observations suffisantes pour qu'on puisse ajuster la propagation latérale de la crue. Nous nous sommes rendu compte que, dans un tel modèle, on pouvait introduire des termes d'inertie et calculer ainsi des réseaux fluviaux maillés.

---

### Choix des lois de perte de charge

---

Les pertes de charge sont à peu près les seuls éléments qu'on modifie au cours du réglage, la topographie étant en général fixée définitivement. La perte de charge par frottement a été admise et programmée selon la loi de Manning-Strickler qui nous semble être d'emploi général. Pour le lit mineur, cette loi semble parfaitement convenir. Il est arrivé que les estimations des valeurs de  $k$  faites par des hydrauliciens exercés n'aient pratiquement pas été retouchées lors du réglage. Eventuellement, nous introduisons des valeurs de  $k$  différentes pour les différentes parties du fond. Pour le lit majeur, généralement, le coefficient de Strickler ne veut rien dire; en effet, la perte de charge n'est pas donnée par des éléments homogènes de rugosité, mais par

de gros obstacles, par de la végétation, des épis, des resserrements de l'écoulement, etc. Nous utilisons de façon conventionnelle la loi de Strickler dans le lit majeur en essayant d'ajuster le coefficient de façon à reproduire au mieux les crues observées, à défaut de méthode mieux adaptée, mais nous ne sommes pas sûrs d'obtenir ainsi une bonne représentation de l'écoulement dans le lit.

Les pertes de charge dites de forme (coudes, élargissements, etc.) sont souvent difficiles à estimer; quelquefois, lorsque nous ne pouvons pas ajuster de façon convenable en agissant sur le coefficient de Strickler, nous introduisons une perte de charge supplémentaire proportionnelle à  $v^2/2g$ .

Quelquefois, il n'est demandé de ne faire aucun ajustement, mais de fournir un certain nombre de lignes d'eau en régime permanent. Ces lignes d'eau doivent nous permettre de déterminer pour chaque section la débitance en fonction du niveau. Ceci est un procédé commode, mais qui nous semble dangereux. Il nous est arrivé, en procédant de cette façon, de ne guère pouvoir interpréter les débitances obtenues de façon à pouvoir extrapoler la débitance pour des niveaux élevés. Il nous semble important de passer par une phase de réglage qui nous permet de connaître le mécanisme des pertes de charge.

---

### Cas de phénomènes qui échappent aux équations de Saint-Venant

---

On sait que dans les canaux d'une certaine longueur, au lieu du ressaut brusque calculé, on observe un ressaut ondulé. Ce phénomène est inexplicable si on admet que l'écoulement est régi par les équations de Saint-Venant. Il faut au moins admettre que les pressions ne sont pas hydrostatiques pour pouvoir expliquer les ondes obtenues. En France et ailleurs, il est fait un effort pour intégrer les équations du ressaut ondulé. Nous n'avons guère appliqué ces techniques d'intégration à des cas pratiques. En effet, pour des sections trapézoïdales, le mouvement à prendre en compte est à trois dimensions et nous nous trouvons devant des équations très complexes. Pour aboutir à des résultats pratiques, nous calculons à l'aide du programme implicite qui nous donne une discontinuité et nous essayons d'estimer la hauteur des ondulations qui accompagnent le ressaut.

Dans le cas de la propagation de la marée dans la Seine, nous sommes arrivés assez rapidement à un ajustement presque satisfaisant; mais en restant à la limite du raisonnable nous n'avons pas réussi à obtenir un accord idéal. Nous sommes persuadés que cela provient du fait que l'eau salée est plus dense que l'eau douce. Nous comptons, dans les nouveaux calculs de propagation, inclure les différences de densité. Une expérience comme celle-là tend à rendre prudent lors de l'ajustement. Il ne faut, en tout cas, pas introduire de valeurs invraisemblables pour les rugosités sous prétexte de mieux ajuster les niveaux. Le rôle joué par la salinité peut être repris par exemple par le vent qui peut provoquer des dénivellations de quelques centimètres.

# LA HOUILLE BLANCHE

## A L'ÉTRANGER

Bureaux d'abonnement et de vente

### AUSTRALIE

Sydney N.S.W.

GRAHAME BOOK COMPANY : 39-49, Martin Place.

### BRÉSIL et AMÉRIQUE DU SUD

Rio de Janeiro

« S.O.G.E.C.O. », José Luis Garcia Renalès : Avenida Rio Branco, 9, Sala 218.

### CANADA

Montréal 8.PQ

LIBRAIRIE LEMEAC (Messageries France-Canada) : 371, Ouest Avenue Laurier.

### ESPAGNE

Madrid

J. DIAS DE SANTOS : Lagasca n° 38.

Madrid

LIBRERIA VILLEGAS : Preciados, 46.

### GRANDE-BRETAGNE

London W.C.2.

W.M. DAWSON & SONS LIMITED : Cannon House, Macklin Street.

London W.1.

I.R. MAXWELL Co. : 4-5, Fitzroy Square.

### HOLLANDE

Amsterdam C.

MEULENHOF & Cie (Librairie) : Beulingstraat, 2-4.

La Haye

MARTINUS NIJHOFF : 9, Lange Voorhout.

### HONGRIE

Budapest 62

KULTURA P.O.B. 149.

### INDES

Calcutta 16

FRANCE-ARTS, 33-34 Park Mansions, Park Street.

### ITALIE

Bologna

TECHNA : Via San Felice, 28, Casella Postale 503.

### JAPON

Tokyo

MARUZEN Co. : 6, Tori-Nichome, Nihonbashi, P.O. Box 605.

### MEXIQUE

Mexico D.F.

LIBRERIA VILLEGAS MEXICANA : Santa Ma., La Redonda, n° 209-9.

Mexico D.F.

MANUEL BONILLA (Librairie) : Tiber 38-201.

### NOUVELLE-ZÉLANDE

Auckland-Wellington C.2.

R. HILL & SONS : Matlock House, 32, Quay Street.

### PORTUGAL

Lisboa

LIVRARIA BERTRAND : 73, Rua Garret.

### SUÈDE

Stockholm

A.B. HENRIK LINDSTAHLS BOKHANDEL : Odengatan, 22.

### SUISSE

Lausanne

S.P.E.S., S.A. Librairie et Editions techniques, 1, rue de la Paix.

### TCHÉCOSLOVAQUIE

Praha 2

ARTIA : V° Smeckach, 30.

Praha 1

ORBIS (Import-Export) : Narodin, 37.

### TURQUIE

Istanbul

LIBRAIRIE HACHETTE : 469, Istiklal Caddesi, Beyoglu.

### U.S.A.

New York

MOORE-COTTRELL SUBSCRIPTION AGENCIES INC. : North Cohocton.

### VENEZUELA

Caracas

LIBRERIA VILLEGAS VENEZOLANA, Avenida Urdaneta, Esquina Ibarra, Edificio Riera.