POSSIBILITÉ DE DÉDUCTION DES BESOINS EN EAU D'IRRIGATION A PARTIR DE LA LOI DE DESSÈCHEMENT DU SOL

PAR I. MELISENDA **

Introduction

L'irrigation du sol serait établie de façon adéquate, si elle pouvait assurer ce comportement particulier de la réserve en eau du sol que l'agronomie indique comme le mieux adapté à la production d'une culture déterminée.

Des indications agronomiques de ce genre reviennent fréquemment, aujourd'hui, dans la littérature technique.

Selon des résultats récemment obtenus en physiologie végétale, on estime, en effet, que l'on peut préciser les valeurs limites, inférieure et supérieure, entre lesquelles, pour chaque culture, la teneur en eau doit se maintenir; et l'on considère que ces limites peuvent s'exprimer en fonction de la capacité hydrique utilisable U du système sol-végétal ⁽¹⁾.

Pour répondre, dans la pratique de l'irrigation, aux exigences agronomiques ainsi formulées, il ne

suffit pas, afin d'évaluer les dotations en eau d'irrigation ⁽²⁾, de prendre simplement les valeurs de ce qu'on appelle le « déficit pluviométrique » mensuel $\Delta E_p - \Delta P$, c'est-à-dire les valeurs de la différence entre les valeurs mensuelles de l'évapotranspiration potentielle ΔE_p et de la pluie ΔP [1]. En effet, si l'on adoptait ce mode d'évaluation, la teneur en eau du sol appelée, comme on l'a dit, à conditionner de façon substantielle les modalités de l'irrigation, ne saurait déterminer ni l'importance ni la fréquence des distributions d'eau d'irrigation.

Il ne semble pas non plus que l'on puisse se suffire de cet autre mode d'évaluation, plus « à jour », qui consiste à donner pour valeurs aux dotations mêmes, celles du « déficit agricole » mensuel $\Delta E_p - \Delta P - KU$, obtenu en soustrayant du déficit pluviométrique une quantité KU de la capacité hydrique utilisable U , dont nous avons déjà parlé [2]. Cette quantité devrait exprimer la participation de l'eau emmagasinée dans le sol à la « consommation d'eau » du système sol-végétal.

En effet, il nous faut observer que si le déficit agricole représente bien à notre esprit le complément d'eau que doit fournir l'irrigation et qui est nécessaire, chaque mois, pour assurer complètement la consommation en eau ci-dessus, le procédé d'évaluation précédent ne permet pas encore de déterminations exactes, parce qu'il n'indique pas les

* Une communication sur cette recherche a été présentée au 1^{er} Congrès de l'Association Italienne de Génie Rural, à Portici, en avril 1966.

** Professeur libre d'Hydraulique Agricole, Assistant à l'Institut d'Hydraulique de l'Université de Palerme.

(1) A la vérité, le problème agronomique reste encore posé. Les résultats récents auxquels on se réfère se retrouvent, entre autres, dans la littérature américaine (Veihmeyer, Richards et Hagan) et hollandaise (Makkink, Van Heehmst et Slatyer).

Les recherches minutieuses du français Hallaire mènent à des conclusions plus complexes, selon lesquelles le climat contribuerait également à la détermination des limites dont il s'agit.

(2) On se rapporte ici aux dotations en eau d'irrigation théoriques; ces dotations doivent, dans la pratique, être majorées, on le sait, du volume des pertes d'eau qui accompagnent la distribution.

méthodes qui permettraient un choix rationnel des valeurs du coefficient K .

De toute façon, ni l'un ni l'autre mode d'évaluation ne fournissent les moments où l'irrigation doit entrer en jeu, parce qu'ils ne permettent pas de traduire la succession des phénomènes que subit, dans le temps, la réserve d'eau du sol, à la fois sous l'action desséchante de la consommation par évapotranspiration et sous l'action humidifiante de la pluie et de l'irrigation.

Seul, l'établissement du bilan hydrologique du terrain irrigué peut permettre une interprétation de ce genre; il convient donc de demander à ce bilan de fournir un instrument plus complet de dosage de l'irrigation. Jusqu'à présent, en effet, l'établissement du bilan hydrologique du sol de culture a été réalisé en considérant les seuls apports hydriques naturels; et, de ce fait, il a permis de déterminer les caractères hydrologiques d'un sol privé d'irrigation, dans un milieu climatique déterminé [3], [4], [5], [6].

Mais maintenant, dans cette élaboration du bilan hydrologique, il faut considérer l'intervention de l'irrigation. Il importe donc de mettre au point un procédé de calcul qui considère l'apport de l'irrigation comme un instrument régularisateur de la teneur en eau du sol, concurremment avec l'apport météorologique et avec le processus de dessèchement, et qui permette en même temps de déterminer l'importance que doit avoir l'apport ci-dessus et le moment où il faut le fournir, afin que se trouvent réalisées les données agronomiques rappelées au début de la présente introduction.

Nous avons pu réaliser un procédé de ce genre, par extension du procédé, bien connu, de Thornthwaite pour l'établissement du bilan hydrologique mensuel du sol.

Nous justifierons mathématiquement, ci-après, l'extension ainsi effectuée et, pour l'illustrer, nous en donnerons un exemple d'application.

Particularités mathématiques de la loi de dessèchement de Thornthwaite

Le procédé d'élaboration du bilan hydrologique mensuel qui doit son origine à Thornthwaite s'est révélé récemment, en Italie, comme un instrument mathématique efficace pour la solution de plusieurs problèmes d'hydrologie et d'hydrogéologie, en particulier pour les études préliminaires touchant les programmes de bonification.

Nous connaissons maintenant les relations et les fondements mathématiques sur lesquels il repose, et ses modalités d'exécution pratique, qui consistent précisément les unes et les autres dans des déterminations successives et connexes des valeurs mensuelles des éléments du bilan.

Pour une meilleure compréhension de ce qui va suivre, nous nous limiterons simplement à rappeler que ce procédé permet d'évaluer, pratiquement mois par mois, la teneur en eau du sol (que l'on est convenu d'appeler *réserve*) dans une situation pédologique et culturale donnée, définie par la capacité utilisable U , et dans un milieu climatique déter-

miné par les valeurs mensuelles des précipitations P et de l'évapotranspiration E_p .

Rappelons encore que la diminution progressive de la teneur en eau du terrain, durant ce qu'on appelle la saison sèche, est traduite par une loi de dessèchement qui, en termes différentiels, a pour expression :

$$d\alpha/d\lambda = \alpha \quad (1)$$

les variables numériques α et λ sont respectivement définies comme suit :

$$\alpha = A(t)/U \quad \lambda = L(t)/U$$

$A(t)$ étant la réserve en eau du sol; U la capacité utilisable et $L(t) = P(t) - E_p(t)$.

Cette dernière fonction est évidemment négative et croît en module lorsque le temps t croît; son opposée est appelée « perte potentielle » d'eau du terrain.

Pour étendre la possibilité d'application du procédé au sol irrigué, observons avant tout que l'intégrale générale de (1) s'écrit :

$$\alpha = e^{\lambda + \text{const}} \quad (2)$$

La détermination de la valeur constante de laquelle dépend, en substance, l'interprétation quantitative réelle d'un processus particulier de dessèchement du sol, s'effectue naturellement en prenant pour base les valeurs initiales des variables α et λ et, par conséquent, de $A(t)$ et de $L(t)$, c'est-à-dire en prenant pour base les conditions de teneur en eau au début du processus de dessèchement du sol.

Ces conditions sont donc déterminantes de la forme mathématique de la relation qui lie α et λ et donc $A(t)$ et $L(t)$.

Si l'on appelle $A_{\max}$ la valeur générique initiale de $A(t)$ (c'est-à-dire pour $t=0$), les conditions initiales s'écrivent :

$$\alpha = \alpha_{\max} = A_{\max}/U \quad \text{pour } \lambda = 0$$

et (2) devient :

$$\alpha = e^{\lambda + \ln \alpha_{\max}} \quad (3)$$

En particulier, lorsqu'on a $A_{\max} = U$, c'est-à-dire $\alpha_{\max} = 1$ pour $\lambda = 0$, on a :

$$\alpha = e^{\lambda} \quad (4)$$

Il est utile de représenter graphiquement, dans le plan ayant pour coordonnées α et λ , les intégrales particulières (3) (fig. 1) : elles sont exprimées par la famille des courbes qui sont tracées dans le demi-plan $\alpha > 0$; chaque courbe intercepte, évidemment, la valeur $\alpha_{\max}$ sur l'axe α ($\lambda = 0$).

Pour la signification physique de $\alpha_{\max}$, seule nous intéresse, naturellement, la portion de chaque courbe (tracée d'un trait continu) qui se trouve dans le quadrant $\lambda < 0$ et qui reste limitée aux valeurs de α comprises entre 0 et 1.

Dans ce domaine, un processus particulier de dessèchement qui commence par une valeur déterminée $A_{\max}$, se développe selon la succession des couples de valeurs α et λ constituant les coordonnées de la courbe définie par la valeur $\alpha_{\max}$; cette valeur prend alors le caractère d'un paramètre.

Ainsi, comme on peut le déduire de (3), toutes les courbes de cette famille sont parallèles (3). Deux courbes définies par les valeurs $\alpha_{\max 1}$ et $\alpha_{\max 2}$ sont, en effet, superposables par translation dans la direction de l'axe λ , d'amplitude :

$$\ln \alpha_{\max 1} - \ln \alpha_{\max 2}$$

En particulier, toutes les courbes qui sont, chacune, définies par le paramètre générique $\alpha_{\max} < 1$ sont superposables à la courbe définie par $\alpha_{\max} = 1$ par une translation de $\ln \alpha_{\max}$.

Par suite, le processus de dessèchement qui part de la condition physique caractérisée par la valeur générique $A_{\max}$, et donc selon la condition analytique $\alpha = \alpha_{\max}$ pour $\lambda = 0$, se développe suivant la succession soit des points de la courbe définie par $\alpha_{\max}$ à partir du point $\lambda = 0$, soit des points de la courbe définie par $\alpha_{\max} = 1$, mais à partir du point de coordonnées $\alpha = \alpha_{\max}$, $\lambda = \ln \alpha_{\max}$. Cette déduction a son utilité pratique. Elle permet d'interpréter

n'importe quel processus de dessèchement, quelles que soient ses conditions initiales, avec l'unique relation qui lie les variables α et λ dans le processus de dessèchement défini par la condition $\alpha_{\max} = 1$, $\lambda = 0$.

Ainsi la relation existant entre les variables α et λ , et donc entre $A(t)$ et $L(t)$, peut être considérée, dans chaque cas, comme régie par la (4). En effet, au moyen de (4) on peut calculer les valeurs de α et de λ correspondant à n'importe quel processus de dessèchement défini par la valeur générique initiale $\alpha_{\max}$, en prenant soin, toutefois, de soustraire des valeurs de λ fournies par chaque valeur de α dans (4) ci-dessus, la valeur constante $\ln \alpha_{\max}$, et de l'ajouter préalablement aux valeurs de λ pour en obtenir, toujours selon (4), la valeur de α .

Méthode analytique pour l'établissement du bilan hydrologique du sol irrigué

D'après les éléments qui sont à la base de l'équation du bilan hydrologique, quand le terrain ne bénéficie pas d'irrigation, il se dessèche durant chaque intervalle de temps où l'on a $dP/dt < dE_p/dt$. Et, comme nous l'avons dit, le phénomène de dessèchement peut être traduit mathématiquement par l'expression $\alpha = e^{\lambda}$, dont nous avons reconnu les possibilités d'utilisation pratique, quelles que soient les conditions initiales.

L'irrigation du sol consiste dans une fourniture d'eau qui, à cause de la brièveté du temps nécessaire à sa réalisation, peut être considérée comme très rapide par rapport à la lente évolution naturelle de la teneur en eau du sol lui-même.

C'est pour cette raison que l'irrigation peut intervenir dans le mécanisme physique du bilan hydrologique comme un facteur d'humidification instantanée du sol; elle se traduit donc dans le mécanisme mathématique de ce bilan même, par une augmentation instantanée de la valeur de A et donc de α .

En substance, l'irrigation s'insère donc dans le processus spontané du dessèchement du sol et détermine artificiellement, en un certain moment, une certaine valeur de la teneur en eau du sol.

Cette nouvelle valeur constitue la condition initiale qui détermine quantitativement la phase de dessèchement qui suit l'irrigation; cette phase peut être traduite par l'égalité $\alpha = e^{\lambda}$, selon les conditions qui dépendent de la valeur $A_{\max}$, et donc de la valeur $\alpha_{\max}$, que l'irrigation elle-même a fait atteindre.

Précisément, d'après ce qui a été spécifié dans le paragraphe précédent, la suite des couples de valeurs α , λ , qui expriment le déroulement des phases de dessèchement, doit commencer à partir des valeurs :

$$\alpha_{\max} \quad \ln \alpha_{\max}$$

La représentation graphique d'un exemple met davantage en évidence le rôle de l'irrigation dans le phénomène du dessèchement.

Supposons (fig. 2) qu'une période sèche, faisant suite à une période humide, commence avec :

$$A_{\max}/U = \alpha_{\max} = 0,6$$

(*) On sait que l'on appelle « parallèles » deux courbes superposables par simple translation.

Ce phénomène se déroule alors selon la courbe (a), de telle sorte que les valeurs de α , et donc de la teneur en eau A, correspondent aux valeurs de λ , et donc de L, selon la relation :

$$\alpha = e^{\lambda + \ln 0,6}$$

La même correspondance, rappelons-le, peut être représentée par la courbe (c) ($\alpha_{\max} = 1$), mais à partir du point M de coordonnées 0,6, $\ln 0,6$; et elle peut se déduire de la relation plus simple $\alpha = e^{\lambda}$ dans laquelle λ apparaît augmenté de la quantité constante $\ln 0,6$.

Supposons encore que, à l'instant où la teneur en eau du sol atteint la valeur $A = 0,4$ U, et donc où $\alpha = 0,4$, on irrigue le sol en portant la teneur en eau du sol à la valeur $A = 0,8$ U, c'est-à-dire à $\alpha = 0,8$; le terrain continue à se dessécher : mais le phénomène reprend suivant l'allure donnée par la courbe (b) qui représente la relation $\alpha = e^{\lambda \ln + 0,8}$ ou bien, suivant la courbe (c) en partant, alors, précisément, du point N (0,8, $\ln 0,8$).

Si le dessèchement se poursuit, s'il revient à la valeur $\alpha = 0,4$ et si à ce moment-là le sol est à nouveau irrigué jusqu'à ce que la teneur en eau remonte à la valeur $\alpha = 0,8$, le phénomène se renouvelle et respecte la dépendance étroite représentée, comme déjà dit, par l'arc $\widehat{N'Q'}$ de la courbe (b) ou par l'arc $\widehat{NQ}$ de la courbe (c). Il est singulièrement éloquent de représenter graphiquement le comportement de la relation α , λ , dans toutes les phases successives de l'évolution du phénomène de dessèchement, durant une période de sécheresse pendant laquelle s'effectue l'irrigation. C'est dans ce but, que, poursuivant notre exemple, nous avons également tracé, figure 2, les arcs des courbes (d_1), (d_2), (d_3)..., qui représentent cette relation après chacune des opérations d'irrigation que nous avons supposées.

Ces arcs partent d'une même valeur initiale de α , précisément de $\alpha = 0,8$: ils sont donc parallèles entre eux et tous sont parallèles à l'arc correspondant $\widehat{N'Q'}$ de la courbe (b).

La dépendance quantitative de α par rapport à λ , pour chacun des arcs (d_1), (d_2), (d_3), ..., est donc tout simplement déterminée par l'arc susdit $\widehat{N'Q'}$ de la courbe (b), d'équation $\alpha = e^{\lambda + \ln 0,8}$, ou encore par l'arc parallèle $\widehat{NQ}$ de la courbe (c) d'équation $\alpha = e^{\lambda}$, si l'on se rappelle alors ce qui a été dit des valeurs de λ .

Remarquons que le graphique ici présenté ne traduit pas l'évolution dans le temps t de la teneur en eau du sol A, mais (il est bon de le répéter) seulement la relation entre α et λ . Comme les valeurs de la dernière variable $\lambda = L/U$, expriment, pour leur part, le comportement climatique [d'après la définition de L (t)] c'est de ce comportement climatique, qui ne peut s'exprimer de façon analytique, que dépend, en définitive, l'évolution de A dans le temps t .

Par conséquent, dans une représentation graphique A, t , des arcs du type (d), qui correspondent à un même segment du type $\widehat{N'Q'}$ en ordonnée, correspondent en abscisse à des segments du type RS de longueur différente, suivant les caractéristiques particulières du climat.

Etablissement du bilan hydrologique du sol irrigué

Sur la base des considérations qui précèdent, il est facile de mettre au point un procédé permettant d'établir le bilan hydrologique du sol irrigué. Ce procédé reprend, dans ses lignes principales, le procédé de Thornthwaite, plusieurs fois cité et que nous supposons connu.

Afin que ce procédé soit un instrument de calcul des quantités d'eau à fournir au sol et du moment où il faut les lui donner, il importe avant tout d'abrèger l'intervalle de temps auquel on rapportera les termes du bilan. La période d'un mois, adoptée pour le sol non irrigué, est en effet trop longue et ne permet pas de suivre les variations de la teneur en eau A en conformité avec ce calcul.

Il nous paraît opportun de choisir la période d'une semaine, de façon que les distributions d'eau, qui seront déterminées par l'établissement du bilan, reviennent avec une fréquence hebdomadaire ou pluri-hebdomadaire, en accord avec les habitudes d'irrigation les plus répandues.

Il est donc nécessaire de calculer d'abord pour toute l'année les valeurs hebdomadaires des précipitations et de l'évapotranspiration potentielle, que nous indiquons par ΔP et ΔE_p .

Les deux calculs n'offrent pas de difficultés particulières. Le premier s'effectue simplement à partir des données pluviométriques journalières, que l'on trouve dans les Annales des Services Hydrographiques nationaux; le second peut s'effectuer à partir des valeurs journalières de E_p , obtenues par la formule de Thornthwaite, à l'aide des tables réalisées à cette fin par le même auteur [3] (⁴).

Les séries des valeurs hebdomadaires ΔP et ΔE_p , une fois connues, on les ordonne chronologiquement, et l'on obtient les différences correspondantes $\Delta P - \Delta E_p$. Leurs signes déterminent, durant l'année, les « périodes sèches » dans lesquelles on a $\Delta P - \Delta E_p < 0$, et les « périodes humides », où $\Delta P - \Delta E_p > 0$.

On commence alors à établir le bilan en partant d'une des périodes sèches de laquelle on peut connaître, selon les critères que nous présenterons au paragraphe suivant, la valeur initiale $\alpha_{\max}$ plus grande que la limite inférieure α_i de l'intervalle de convenance agronomique α_b , α_j .

En effet, si l'on connaît $\alpha_{\max}$, on tire $\lambda = \ln \alpha_{\max}$, et ainsi se trouvent fixées les valeurs de A et de L à partir desquelles commence l'établissement du bilan.

A partir de ces valeurs, on déduit les valeurs hebdomadaires successives de A (en phase de dessè-

(⁴) Les autres formules que l'on peut utiliser pour le calcul de E_p n'offrent pas la possibilité de déterminer les valeurs journalières, ou du moins des valeurs portant sur quelques jours; certaines ont été établies pour des déterminations mensuelles, exclusivement; d'autres seraient adaptées à des périodes plus brèves, mais elles sont pratiquement inutiles, car on ne peut y trouver certaines données des caractéristiques météorologiques qui y figurent. C'est pour cette raison que nous avons recouru à la formule de Thornthwaite, sans qu'il soit possible de discuter de ce choix. La possibilité et la convenance de l'emploi de cette formule vient, par ailleurs, d'être reconnue, même pour un milieu pédologique et cultural méditerranéen tel que le milieu sicilien.

chement), par application de l'égalité $\alpha = e^\lambda$; et cela, tant que α n'est pas inférieur à la limite inférieure indiquée plus haut α_i .

Arrivée à ce point limite ($\alpha < \alpha_i$) la dernière déduction s'annule, car elle a servi simplement à signaler la nécessité de l'irrigation à la fin de la semaine précédente, durant laquelle on avait encore $\alpha_j > \alpha_i$. La distribution d'eau d'irrigation doit être exactement mesurée suivant la différence entre α_j et α_p , et doit précisément avoir pour valeur $A_j - A_p$.

L'irrigation fait croître α jusqu'à la valeur α_j , à laquelle correspond la valeur $\lambda = \ln \alpha_j$; α_j et $\ln \alpha_j$ constituent donc les nouveaux points de départ pour les déterminations hebdomadaires successives de α et donc de A .

Le procédé pour déterminer ultérieurement les temps et les quantités d'eau d'irrigation se poursuit de la même façon, tant qu'il ne survient pas de période humide; durant la période humide, la réserve du sol A augmente chaque semaine de $\Delta P - \Delta E_p$, jusqu'à atteindre une valeur $\alpha_{\max}$ qui ne peut évidemment pas dépasser la valeur U .

À la fin de la période humide, la détermination des valeurs qui concernent le dessèchement durant la période sèche qui suit part des valeurs $\alpha_{\max}$ (réserve finale de la période humide et donc réserve initiale de la période sèche) et de $\lambda = \ln \alpha_{\max}$; on obtient ces valeurs selon le processus mathématique déjà expliqué; et ces valeurs permettent éventuellement de nouvelles déductions touchant les quantités d'eau à fournir et les moments où l'on doit les administrer.

Suivant ces modalités, l'établissement du bilan s'effectue pour toute l'année, jusqu'à ce qu'on atteigne les conditions à partir desquelles on l'a fait débiter.

Recherches des conditions initiales requises pour l'établissement du bilan

En fait, les conditions initiales, supposées connues dans l'argumentation du paragraphe précédent, ne sont immédiatement reconnaissables que dans le cas où, au cours d'une période humide de l'année, on a :

$$\Sigma (\Delta P - \Delta E_p) > U$$

Dans ce cas, on est sûr que le sol, durant cette période, se charge, grâce aux pluies, jusqu'à la limite de la saturation capillaire; à la fin de cette même période et, par suite, au début de la période sèche qui suit immédiatement, on a :

$$\alpha_{\max} = 1 \quad \text{et} \quad \lambda = 0$$

Les mêmes conditions initiales se vérifient également dans le cas où une période sèche est précédée de plusieurs périodes humides pour lesquelles $\Sigma (\Delta P - \Delta E_p)$ totale surpasse au moins de U la valeur absolue de $\Sigma (\Delta P - \Delta E_p)$ totale de toutes les périodes sèches comprises entre les périodes humides mêmes. En une semaine, en effet, la diminution de la réserve du sol ne peut dépasser la perte potentielle; cette particularité garantit donc que l'on aura une réserve égale à U à la fin de la dernière période humide.

Quand, par contre, aucun des cas précédents ne se produit, aucune valeur $\alpha_{\max}$ de début d'une période sèche n'est connue *a priori*; car cette valeur dépend du bilan tout entier et l'on ne sait justement pas à partir de quelle valeur il faut commencer l'établissement de ce bilan.

Il faut alors procéder par essais successifs, c'est-à-dire fixer une valeur arbitraire $\alpha_{\max}$, au début d'une période sèche et procéder à l'établissement du bilan pour l'année entière, puis, finalement, vérifier la valeur fixée au départ; si cette valeur est exacte, on devra, évidemment, la retrouver à la fin du bilan, car le cycle annuel doit s'achever sans discontinuité.

Il peut donc être nécessaire d'exécuter plus d'une fois l'établissement du bilan, jusqu'à ce que le choix de la valeur initiale $\alpha_{\max}$ soit acceptable et que le bilan établi soit donc suffisamment approché.

De telles complications dans l'application du procédé sont cependant peu courantes, car les valeurs les plus répandues de U et des facteurs climatiques du milieu méditerranéen donnent lieu, habituellement, à des circonstances qui permettent, comme on l'a précisé au début de ce paragraphe, la détermination directe d'une condition initiale certaine de teneur en eau à partir de laquelle on peut commencer l'établissement d'un bilan unique. Il est bon de noter que l'on peut procéder d'une manière plus expéditive, à la recherche des conditions initiales. En effet, au moyen des relations mathématiques déjà rappelées ou déduites, il est possible d'exprimer les liens qui existent entre les valeurs initiales et finales de α et de λ pour toutes les périodes sèches, en tenant compte des distributions d'eau d'irrigation qui les concernent.

La solution du système d'équations ainsi posé peut fournir, comme on va le voir immédiatement, non seulement une condition (ce qui suffirait pour l'établissement du bilan) mais toutes les conditions de teneur en eau par lesquelles commencent et s'achèvent les périodes sèches (et donc s'achèvent et commencent les périodes humides) et encore le nombre et l'importance des arrosages de chaque période sèche dotée d'irrigation. Pour obtenir cette solution, il faut encore procéder par essais successifs, mais le procédé est beaucoup plus facile que la répétition de l'établissement du bilan semaine par semaine. Supposons que l'année soit composée de u périodes humides et de $s = (s_1 + s_2)$ périodes sèches. Nous indiquerons par l'indice m ($= 1, 2, \dots, u$) les valeurs (inconnues) de $\alpha_{\min}$ et de $\alpha_{\max}$, et les valeurs (connues et positives) de $[\Sigma (\Delta P - \Delta E_p)]/U = \sigma$ de la période humide générique; par l'indice n ($= 1, 2, \dots, s_1$) les valeurs (inconnues) de $\alpha_{\max}$ et de $\alpha_{\min}$ et les valeurs (connues et négatives) de $[\Sigma (\Delta P - \Delta E_p)]/U = \lambda$ de la période sèche générique du 1^{er} groupe, c'est-à-dire durant laquelle le terrain ne se dessèche pas au-dessous de α_i et où il n'est donc pas nécessaire de l'irriguer; par l'indice r ($= 1, 2, \dots, s_2$) les valeurs (inconnues) de $\alpha_{\max}$ et de $\alpha_{\min}$ ⁽⁵⁾, et les valeurs (connues et négatives) de la période sèche générique du second groupe, durant laquelle le sol se dessèche naturellement au-dessous de α_i et où il est nécessaire de l'irriguer. Et encore par le même indice r les

⁽⁵⁾ On indique par α_{fin} la valeur α finale de la période sèche du second groupe, et non par $\alpha_{\min}$, car cette valeur n'est pas la valeur minimale de cette même période.

valeurs inconnues de x qui, pour chacune des périodes susdites, représentent le rapport entre la valeur de λ qui correspond à l'intervalle de temps entre le premier arrosage et la fin de la période même, et la valeur de λ qui correspond à l'intervalle entre deux arrosages. Nous pouvons alors écrire les équations $u + s_1 + s_2$:

$$(A) \quad \alpha_{\max, m} = \alpha_{\min, m} + \sigma_m \quad [u]$$

$$(B) \quad \ln \frac{\alpha_{\min, n}}{\alpha_{\max, n}} = \lambda_n \quad [s]$$

$$(C) \quad \ln \frac{\alpha_i}{\alpha_{\max, r}} + x_r \ln \frac{\alpha_i}{\alpha_j} = \lambda_r$$

$$(D) \quad \frac{\alpha_{\text{fin}, r}}{\alpha_j} = \left(\frac{\alpha_i}{\alpha_j} \right)^{b_r}; \quad b_r : \text{partie décimale de } x_r^{(6)} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} [2 s_2]$$

Puisque la valeur $\alpha_{\max, n}$ ou $\alpha_{\max, r}$ d'une période sèche s'identifie, pour des raisons de continuité évidentes, avec les valeurs $\alpha_{\max, m}$ de la période humide qui précède, et la valeur $\alpha_{\min, n}$ ou $\alpha_{\text{fin}, r}$ s'identifie avec la valeur $\alpha_{\min, m}$ de la période qui suit, les inconnues des équations sont seulement :

$$\alpha_{\max, m}, \quad \alpha_{\min, m}, \quad x_r$$

et, par suite :

$$2 u = s_2$$

Puisque $u = s_1 + s_2$, nous aurons :

$$2 u + s_2 = u + s_1 + 2 s_2$$

c'est-à-dire que le système présente un nombre d'inconnues égal au nombre d'équations.

Cependant, puisqu'il s'agit d'un système non linéaire, sa solution directe pose des problèmes mathématiques difficiles dont, par souci de brièveté, nous ne débattons pas ici.

Par contre, il est possible, comme on l'a dit, de calculer les racines du système par essais successifs, par exemple, en fixant une valeur arbitraire de $\alpha_{\max}$ au début d'une période sèche du second groupe. A partir de cette valeur, et avec les équations du type C et D qui se rapportent à la période considérée, on procède en suivant la succession des autres périodes (et donc avec les équations du type A, B, C, D, dépendant du groupe des périodes successives) jusqu'à ce qu'on calcule la valeur $\alpha_{\max}$ de la période humide qui précède la période sèche dont on est parti.

L'essai sera concluant si cette valeur coïncide (ou, en pratique, si elle s'en approche beaucoup) avec la

(6) Le nombre d'arrosages, durant cette période, est de $(x-b) + 1$, comme on le déduit aisément en observant la figure 3.

valeur fixée au départ. En ce cas, nous l'avons dit, toutes les conditions, initiales et finales, de la teneur en eau dans toutes les périodes se trouvent ainsi déterminées; en outre, à partir des valeurs calculées de $(x-b)$, et des valeurs fixées de α_i et α_j , se trouve aussi déterminée la dotation en eau d'irrigation de chaque période sèche du second groupe, et donc de toute l'année. Cette dotation est, en effet, égale à :

$$\sum_1^{s_2} (x_r - b_r + 1) (\alpha_j - \alpha_i) U$$

Application à un sol de la région agricole de Lentini, en Sicile

On a appliqué ce procédé pour un sol de la région agricole de Lentini, en Sicile, en se référant au déroulement des conditions climatiques de l'année 1963.

On a supposé une capacité hydrique utilisable $U = 100$ mm. Les qualités pédologiques du sol, combinées avec les utilisations culturales, auxquelles répondent des capacités hydriques égales ou inférieures à la valeur susdite sont très répandues sur ce territoire. En effet, des 460 km² qui constituent la superficie totale du bassin versant auquel appartient cette région agricole, 42 % environ sont constitués de sols de capacité $U \leq 100$ mm.

On a supposé, en outre, que les exigences agromonomiques prescrivaient de maintenir la teneur en eau du sol entre 0,4 U et 0,9 U, c'est-à-dire entre 40 et 90 mm.

On a calculé, semaine par semaine, les hauteurs de pluie ΔP et les hauteurs d'évapotranspiration potentielle ΔE_p ; on a ainsi déterminé, dans l'année, sept périodes humides et sept périodes sèches (7).

En aucune période humide, on n'a :

$$\Sigma (\Delta P - \Delta E_p) > 100 \text{ mm}$$

Mais, de la quatrième à la seizième semaine (qui vont de janvier à avril), on a quatre périodes humides successives, séparées par trois courtes périodes sèches, durant lesquelles la perte potentielle — L totale reste relativement réduite. En effet, pour les quatre périodes humides, globalement, on a :

$$\Sigma (\Delta P - \Delta E_p) = 161,9 \text{ mm}$$

tandis que pour les périodes sèches, on a au total :

$$\Sigma (\Delta P - \Delta E_p) = 36,5 \text{ mm}$$

Par conséquent, on peut être certain que, à la fin de la 4^e période humide, la teneur en eau du sol a déjà atteint la valeur U correspondant à la capacité hydrique.

L'établissement du bilan a donc débuté à la dix-septième semaine. Les conditions initiales sont $A = 100$ mm, $L = 0$: c'est-à-dire $\alpha_{\max} = 1$, $\lambda = 0$.

On calcule alors, semaine par semaine, les diffé-

(7) L'établissement hebdomadaire, et non mensuel, du bilan provoque une multiplicité de périodes sèches et de périodes humides. Naturellement, cette multiplicité s'atténue quand on étend le bilan, non à une année particulière, mais à l'année moyenne d'une période de plusieurs années.

Tableau 1

Bilan hydrologique d'un sol irrigué dans la région agricole de Lentini en Sicile
Année 1963 - Capacité hydrique
utilisable du sol $U = 100$ mm - Intervalle de variabilité de la réserve (0,4 U-U)

Mois	N° D'ORDRE DE LA SEMAINE	ΔP (mm)	ΔE_p (mm)	$\Delta P - \Delta E_p$ (mm)	$-L$ (mm)	$-\lambda$	α	A (mm)	ΔI (mm)	ΔA (mm)	ΔE (mm)	ΔD (mm)	ΔS (mm)
JANVIER	1	0,2	5,6	— 5,4	17,3	0,173	0,841	84,1		— 4,7	4,9	0,7	0
	2	1,0	6,4	— 5,4	22,7	0,227	0,797	79,7		— 4,4	5,4	1,0	0
	3	0,4	4,9	— 4,5	27,2	0,272	0,762	76,2		— 3,5	3,9	1,0	0
	4	52,8	2,0	50,8				100		23,8	2,0	0	27,0
FÉVRIER	5	3,6	2,3	1,3				100		0	2,3	0	1,3
	6	14,8	4,0	10,8				100		0	4,0	0	10,8
	7	3,6	6,3	— 2,7	2,7	0,027	0,973	97,3		— 2,7	6,3	0	0
	8	2,6	4,6	— 2,0	4,7	0,047	0,954	95,4		— 1,9	4,5	0,1	0
MARS	9	40,8	2,9	37,9				100		4,6	2,9	0	33,3
	10	1,8	6,9	— 5,1	5,1	0,051	0,950	95,0		— 5,0	6,8	0,1	0
	11	0,0	9,0	— 9,0	14,1	0,141	0,869	86,9		— 8,1	8,1	0,9	0
	12	2,8	7,6	— 4,8	18,9	0,189	0,828	82,8		— 4,1	6,9	0,7	0
AVRIL	13	44,2	9,8	34,4				100		17,2	9,8	0	17,2
	14	12,4	7,4	5,0				100		0	7,4	0	5,0
	15	0,0	12,9	— 12,9	12,9	0,129	0,879	87,9		— 12,1	12,1	0,8	0
	16	32,6	10,9	21,7				100		12,1	10,9	0	9,6
MAI	17	7,0	14,2	— 7,2	7,2	0,072	0,931	93,1		— 6,9	13,9	0,3	0
	18	19,4	16,2	3,2	— 3,8	0,038	0,963	96,3		3,2	22,6	0	0
	19	1,0	18,7	— 17,7	21,5	0,215	0,807	80,7		— 15,6	16,6	2,1	0
	20	3,2	17,2	— 14,0	35,5	0,355	0,701	70,1		— 10,6	13,8	3,4	0
JUIN	21	0,0	19,6	— 19,6	55,1	0,551	0,577	57,7		— 12,4	12,4	7,2	0
	22	17,6	23,4	— 5,8	60,9	0,609	0,544	54,4		— 3,3	20,9	2,5	0
	23	9,0	25,1	— 6,1	67,0	0,670	0,512	51,2		— 3,2	12,2	2,9	0
					10,5	0,105	0,900	90	38,8				
JUILLET	24	0,6	33,3	— 32,7	43,2	0,432	0,649	64,9		— 25,1	25,7	7,6	0
	25	0,0	34,7	— 34,7	77,9	0,779	0,459	45,9		— 19,0	19,0	15,7	0
					10,5	0,105	0,900	90	44,1				
	26	0,0	41,0	— 41,0	51,5	0,515	0,598	59,8		— 30,2	30,2	10,8	0
AOUT	27	0,0	41,9	— 41,9	10,5	0,105	0,900	90	30,2				
					52,4	0,524	0,592	59,2		— 30,8	30,8	11,1	0
	28	0,0	39,9	— 39,9	10,5	0,105	0,900	90	30,8				
	29	17,8	36,7	— 18,9	50,4	0,504	0,604	60,4		— 29,6	29,6	10,3	0
SEPTEMBRE	30	10,6	36,9	— 26,3	69,3	0,693	0,500	50,0		— 10,4	28,2	8,5	0
	31	0,2	39,3	— 39,1	10,5	0,105	0,900	90	40,0				
					36,8	0,368	0,692	69,2		— 20,8	31,4	5,5	0
	32	9,4	36,7	— 27,3	75,9	0,759	0,468	46,8		— 22,4	22,6	16,7	0
OCTOBRE	33	0,0	40,8	— 40,8	10,5	0,105	0,900	90	43,2				
					37,8	0,378	0,685	68,5		— 21,5	30,9	5,8	0
	34	0,0	31,9	— 31,9	78,6	0,786	0,456	45,6		— 22,9	22,9	17,9	0
	35	2,6	31,6	— 29,0	10,5	0,105	0,900	90	44,4				
NOVEMBRE	36	0,0	31,6	— 31,6	42,4	0,424	0,655	65,5		— 24,5	24,5	7,4	0
	37	0,0	27,2	— 27,2	71,4	0,714	0,490	49,0		— 16,5	19,1	12,5	0
	38	15,8	26,3	— 10,5	10,5	0,105	0,900	90	41,0				
	39	28,4	21,8	6,6	42,1	0,421	0,657	65,7		— 24,3	24,3	7,3	0
DÉCEMBRE	40	12,8	19,1	— 6,3	69,3	0,693	0,500	50,0		— 15,7	15,7	11,5	0
	41	18,0	15,0	3,0	79,8	0,798	0,450	45,0		— 5,0	20,8	5,5	0
	42	36,8	15,4	21,4	66,2	0,662	0,516	51,6		— 6,6	21,8	0	0
	43	11,8	12,2	— 0,4	72,5	0,725	0,485	48,5		— 3,1	15,9	3,2	0
NOVEMBRE	44	0,0	10,8	— 10,8	10,5	0,105	0,900	90		3,0	15,0	0	0
	45	0,0	14,2	— 14,2	31,6	0,316	0,729	72,9		21,4	15,4	0	0
	46	0,0	13,8	— 13,8	32,0	0,320	0,726	72,6		— 0,3	12,2	0	0
	47	1,4	7,3	— 5,9	42,8	0,428	0,652	65,2		— 7,4	7,4	3,4	0
DÉCEMBRE	48	2,0	6,5	— 4,5	57,0	0,570	0,566	56,6		— 8,6	8,6	5,6	0
	49	1,8	7,6	— 5,8	70,8	0,708	0,493	49,3		— 7,3	7,3	6,5	0
	50	7,0	7,7	— 0,7	76,7	0,767	0,465	46,5		— 2,8	4,2	3,1	0
	51	3,8	7,0	— 3,2	81,2	0,812	0,444	44,4		— 2,1	4,1	2,4	0
	52	4,6	6,0	— 1,4	87,0	0,870	0,419	41,9		— 2,5	4,3	3,3	0
					87,7	0,877	0,416	41,6		— 0,3	7,3	0,4	0
					90,9	0,909	0,403	40,3		— 1,3	5,1	1,9	0
					10,5	0,105	0,900	90	49,7				
					11,9	0,119	0,888	88,8		— 1,2	5,8	0,2	0

Tableau 2

Bilan hydrologique d'un sol irrigué dans la région agricole de Lentini en Sicile

Année 1963 - Capacité hydrique utilisable du sol $U = 100$ mm - Intervalle de variabilité de la réserve (0,4 U-0,9 U)

MOIS	N° D'ORDRE DE LA SEMAINE	ΔP (mm)	ΔEp (mm)	$\Delta P - \Delta Ep$ (mm)	-- L (mm)	-- λ	α	A (mm)	ΔI (mm)	ΔA (mm)	ΔE (mm)	ΔD (mm)	ΔS (mm)
JANVIER	1	0,2	5,6	— 5,4	66,1	0,661	0,517	51,7		— 2,8	3,0	2,6	0
	2	1,0	6,4	— 5,4	71,5	0,715	0,489	48,9		— 2,8	3,8	2,6	0
	3	0,4	4,9	— 4,5	76,0	0,760	0,468	46,8		— 2,1	2,5	2,4	0
	4	52,8	2,0	50,8				97,6		50,8	2,0	0	0
	5	3,6	2,3	1,3				98,9		1,3	2,3	0	0
FÉVRIER	6	14,8	4,0	10,8				100		1,9	4,0	0	9,7
	7	3,6	6,3	— 2,7	2,7	0,027	0,973	97,3		— 2,7	6,3	0	0
	8	2,6	4,6	— 2,0	4,7	0,047	0,954	95,4		— 1,9	4,5	0,1	0
	9	40,8	2,9	37,9				100		4,6	2,9	0	33,3
MARS	10	1,8	6,9	— 5,1	5,1	0,051	0,950	95		— 5,0	6,8	0,1	0
	11	0	9,0	— 9,0	14,1	0,141	0,869	86,9		— 8,1	8,1	0,9	0
	12	2,8	7,6	— 4,8	18,9	0,189	0,828	82,8		— 4,1	6,9	0,7	0
	13	44,2	9,8	34,4				100		17,2	9,8	0	17,2
AVRIL	14	12,4	7,4	5,0				100		0	7,4	0	5,0
	15	0	12,9	— 12,9	12,9	0,129	0,879	87,9		— 12,1	12,1	0,8	0
	16	32,6	10,9	21,7				100		12,1	10,9	0	9,6
	17	7,0	14,2	— 7,2	7,2	0,072	0,931	93,1		— 6,9	13,9	0,3	0
MAI	18	19,4	16,2	3,2	3,8	0,038	0,963	96,3		3,2	16,2	0	0
	19	1,0	18,7	— 17,7	21,5	0,215	0,807	80,7		— 15,6	16,6	2,1	0
	20	3,2	17,2	— 14,0	35,5	0,355	0,701	70,1		— 10,6	13,8	3,4	0
	21	0	19,6	— 19,6	55,1	0,551	0,577	57,7		— 12,4	12,4	7,2	0
	22	17,6	23,4	— 5,8	60,9	0,609	0,544	54,4		— 3,3	20,9	2,5	0
	23	9,0	25,1	— 6,1	67,0	0,670	0,512	51,2		— 3,2	12,2	12,9	0
JUIN	24	0,6	33,3	— 32,7	32,7	0,327	0,721	72,1	48,8	— 27,9	28,5	4,8	0
	25	0	34,7	— 34,7	67,4	0,674	0,510	51,0		— 21,1	21,1	13,6	0
	26	0	41,0	— 41,0	41,0	0,410	0,664	66,4	49,0	— 33,6	33,6	7,4	0
	27	0	41,9	— 41,9	82,9	0,829	0,437	43,7		— 22,7	22,7	19,2	0
JUILLET	28	0	39,9	— 39,9	39,9	0,399	0,671	67,1	56,3	— 32,9	32,9	7	0
	29	17,8	36,7	— 18,9	58,8	0,588	0,556	55,6		— 11,5	29,3	7,1	0
	30	10,6	36,9	— 26,3	85,1	0,851	0,427	42,7		— 12,9	23,5	13,4	0
	31	0,2	39,3	— 39,1	39,1	0,391	0,677	67,7	57,3	— 32,3	32,5	6,8	0
AOUT	32	9,4	36,7	— 27,3	66,4	0,664	0,515	51,5		— 16,2	25,6	11,1	0
	33	0	40,8	— 40,8	40,8	0,408	0,665	66,5	48,5	— 33,5	33,5	7,3	0
	34	0	31,9	— 31,9	72,7	0,727	0,484	48,4		— 18,1	18,1	13,8	0
	35	2,6	31,6	— 29,0	29,0	0,290	0,748	74,8	51,6	— 25,2	27,8	3,8	0
SEPTEMBRE	36	0	31,6	— 31,6	60,6	0,606	0,546	54,6		— 20,2	20,2	11,4	0
	37	0	27,2	— 27,2	87,8	0,878	0,416	41,6		— 13,0	13,0	14,2	0
	38	15,8	26,3	— 10,5	10,5	0,105	0,900	90,0	58,4	— 10,0	25,8	0,5	0
	39	28,4	21,8	6,6	3,5	0,035	0,966	96,6		6,6	21,8	0	0
OCTOBRE	40	12,8	19,1	— 6,3	9,8	0,098	0,907	90,7		— 5,9	18,7	0,4	0
	41	18,0	15,0	3,0				93,7		3,0	15,0	0	0
	42	36,8	15,4	11,4				100		6,3	15,4	0	5,1
	43	11,8	12,2	— 0,4	0,4	0,004	0,996	99,6		— 0,4	12,2	0	0
NOVEMBRE	44	0	10,8	— 10,8	11,2	0,112	0,894	89,4		— 10,2	10,2	0,6	0
	45	0	14,2	— 14,2	25,4	0,254	0,776	77,6		— 11,8	11,8	2,4	0
	46	0	13,8	— 13,8	39,2	0,392	0,676	67,6		— 10	10	3,8	0
	47	1,4	7,3	— 5,9	45,1	0,451	0,637	63,7		— 3,9	5,3	2	0
DÉCEMBRE	48	2,0	6,5	— 4,5	49,6	0,496	0,609	60,9		— 2,8	4,8	1,7	0
	49	1,8	7,6	— 5,8	55,4	0,554	0,575	57,5		— 3,4	5,2	2,4	0
	50	7,0	7,7	— 0,7	56,1	0,561	0,571	57,1		— 0,4	7,4	0,3	0
	51	3,8	7,0	— 3,2	59,3	0,593	0,553	55,3		— 1,8	5,6	1,4	0
	52	4,6	6,0	— 1,4	60,7	0,607	0,545	54,5		— 0,8	5,4	0,6	0

rentes valeurs de A jusqu'à ce que, à la vingt-quatrième semaine, on constate que la teneur en eau est arrivée au-dessous des 40 mm fixés comme limite inférieure.

A la fin de la semaine précédente (la vingt-troisième), où $A = 51,2$ mm, il faut donc irriguer le sol. La dose d'irrigation sera $\Delta I = 38,8$ mm, et portera instantanément la teneur à 90 mm.

Durant la vingt-quatrième semaine, l'assèchement du sol part donc de la valeur susdite $A = 90$ mm, c'est-à-dire de $\alpha_{\max} = 0,90$; et il trouve son interprétation mathématique selon le mode bien connu, c'est-à-dire selon l'équation $\alpha = e^{\lambda}$, λ initial étant, cette fois, égal à 0,105 pour la condition initiale susdite $\alpha_{\max} = 0,90$.

Jusqu'à la trente-sixième semaine, le processus suit les règles ci-dessus. Il en résulte des fournitures d'eau à la fin des vingt-cinquième, vingt-sixième, vingt-septième, vingt-neuvième, trente et unième, trente-troisième et trente-cinquième semaines; elles sont respectivement égales à : 44,1, 30,2, 30,8, 40,0, 43,2, 44,4 et 41 mm.

La trente-neuvième semaine constitue une période humide. La teneur en eau A qui, au terme de la trente-huitième semaine, avait atteint la valeur de 45 mm, s'accroît de $\Delta P - \Delta E_p = 6,6$ mm et atteint donc 51,6 mm.

La quarantième semaine est une période sèche; donc le sol se dessèche et la nouvelle valeur de A se déduit de α calculé d'après $\alpha = e^{\lambda}$, en conformité avec la valeur $\lambda = -0,725$ obtenue en additionnant :

$$\frac{\Delta P - \Delta E_p}{U} = -\frac{6,3}{100} = -0,063 \text{ et } \ln \frac{51,6}{100} = -0,662$$

De cette façon, l'établissement du bilan se complète facilement, en faisant suivre, pour une évidente exigence de cycle, la cinquante-deuxième semaine par la première, jusqu'à ce que s'achève le bilan avec la seizième semaine, qui se soude ainsi à la dix-septième semaine par laquelle il avait commencé.

Les valeurs de A, nécessaires pour l'établissement de l'irrigation, se complètent ensuite facilement par celles de ΔA et de l'évapotranspiration ΔE ; en outre, pour les seules périodes sèches, elles se complètent par la détermination des valeurs du « déficit hydrique » ΔD (la différence $\Delta E_p - \Delta E$) et, pour les seules périodes humides, éventuellement par celles de l'« excédent » ΔS (la différence $\Delta P - \Delta E_p$, une fois atteinte la valeur de U).

Ainsi le bilan offre un cadre hebdomadaire, non seulement de l'intervention de l'irrigation, mais aussi des autres caractéristiques hydrologiques du sol. On a ainsi obtenu le besoin en eau d'irrigation théorique et total de l'année $\Sigma \Delta I = 312,5$ mm, égal à 3 100 m³/ha environ, cette eau étant répartie sur 8 arrosages, chacun de 40 mm en moyenne, soit de 400 m³/ha.

Observons, par parenthèse, que pour la seule période sèche dans laquelle a été établie et réglée l'irrigation, le « déficit pluviométrique » est, au total, de :

$$\Sigma (\Delta E_p - \Delta P) = 536 \text{ mm}$$

soit de 5 360 m³/ha. Pour toutes les périodes sèches de l'année, par ailleurs, on a :

$$\Sigma (\Delta E_p - \Delta P) = 662 \text{ mm}$$

soit au moins 6 600 m³/ha environ.

Il nous semble utile de signaler, enfin, que de l'établissement du *bilan hydrologique mensuel du sol non irrigué*, que l'on ne rapporte pas ici par souci de brièveté, on obtient un « déficit hydrique », à savoir la différence $\Sigma \Delta D$ ci-dessus, appelée par Thornthwaite à caractériser la déficience en eau du sol, égale à une valeur de 485,3 mm. La valeur analogue $\Sigma \Delta D$, tirée du *bilan hebdomadaire du terrain irrigué*, se réduit à 207,8 mm.

Il reste évidemment pour le terrain irrigué une valeur non nulle de $\Sigma \Delta D$, parce que l'irrigation ne maintient pas constamment le sol à la limite de saturation capillaire. On doit remarquer d'ailleurs que le « déficit hydrique », dans la définition qu'en donne Thornthwaite, perd tout sens pratique pour un terrain soumis à l'irrigation. Il pourrait toutefois être appelé à revêtir une signification nouvelle, précisément en vue des applications du procédé mis au point dans la présente note, comme on le verra plus loin. De l'examen du bilan, il apparaît évident que le programme d'irrigation que l'on peut en déduire dépend des limites posées à la variabilité de la teneur en eau du sol A. La fixation de ces limites, comme nous l'avons laissé entendre, est un problème d'agronomie où interviennent des facteurs d'ordre économique. Comme ces facteurs touchent non seulement à la production agricole, mais encore au coût de l'irrigation, il nous paraît utile de mettre en évidence, par une extension de l'application faite au début de ce paragraphe, le mode et l'importance des modifications que subissent, d'après le procédé proposé, les paramètres de l'irrigation, à cause de la différence apportée dans le choix de l'intervalle de variabilité de A.

C'est dans ce but que l'on a établi le bilan hydrologique du sol de la région de Lentini considéré dans la partie de l'application déjà développée, dans l'hypothèse que l'intervalle en question soit délimité par les valeurs 40 et 100 mm = U, au lieu des valeurs 40 et 90 mm — c'est-à-dire dans l'hypothèse que l'on veuille, par chaque arrosage, ramener le sol à la condition de saturation capillaire exprimée, on le sait, par $A = U$ (tabl. 2).

Dans ce cas, les calculs d'établissement du bilan sont évidemment plus simples, car les conditions analytiques initiales du processus de dessèchement qui suit chaque arrosage sont exprimées par $\alpha = 1$, $\lambda = 0$.

Les résultats du bilan montrent que la dotation théorique en eau d'irrigation de l'année $\Sigma \Delta I$, partant des 312,5 mm préalablement calculés, croît jusqu'à 369,9 mm, c'est-à-dire de 600 m³/ha environ.

D'après ces nouvelles hypothèses, on déduit en outre que cette dotation devra être répartie sur sept arrosages, chacun de 500 m³/ha environ, et non pas sur huit arrosages de 400 m³/ha, comme on l'avait calculé auparavant.

La limite supérieure plus élevée, fixée par l'intervalle de variabilité de A, se reflète naturellement sur la valeur nouvelle et plus réduite du déficit hydrique $\Sigma \Delta D$ du terrain irrigué, qui passe de 207,8 mm à 194,1 mm.

Sous cet aspect, ce « déficit hydrique » peut assumer une nouvelle fonction inhérente aux choix agronomiques qui sont à la base du procédé exposé,

ainsi qu'il a été dit plus haut; puisqu'il indique le comportement de la réserve en eau du sol irrigué, il peut exprimer synthétiquement les effets hydrologiques de l'irrigation, que l'on peut ainsi mettre en rapport avec les résultats de la production.

Conclusion

Le procédé d'établissement du bilan hydrologique hebdomadaire du terrain irrigué proposé dans cette étude pour la déduction des besoins théoriques en eau d'irrigation, est une extension du procédé connu, proposé par Thornthwaite pour le bilan hydrologique mensuel du terrain soumis aux seuls apports météorologiques.

Le procédé a pour base mathématique l'expression de la loi de dessèchement du sol du même Thornthwaite. Il permet le calcul de la teneur en eau du sol, au terme d'intervalles de temps fixés d'avance, quelle que soit la succession des « périodes sèches » et des « périodes humides », et en considérant les apports de l'irrigation; l'importance de ces apports et le moment où ils sont effectués sont indiqués précisément par l'évolution de cette teneur en eau, une fois fixées ses limites, en conformité avec les nécessités agronomiques. C'est l'établissement du bilan par semaine qui semble convenir, parce que l'intervalle hebdomadaire ou pluri-hebdomadaire correspond aux usages en vigueur en irrigation.

Les données de départ pour l'établissement du bilan s'obtiennent facilement : celles qui concernent la pluie, directement des publications du Service Hydrographique; celles qui touchent à l'évapotranspiration potentielle, en calculant les valeurs journalières par la formule de Thornthwaite, connue de tous.

Le procédé s'applique rapidement pour certaines combinaisons climatico-pédologico-culturelles faciles à préciser. Par contre, pour d'autres, il nécessite des essais répétés qui le rendent laborieux.

De toute façon, les premières combinaisons sont de beaucoup les plus courantes, même dans les zones de faible pluviosité du milieu méditerranéen.

A titre d'exemple, on a donné dans cette étude une application relative à l'année 1963 et concernant un sol de la région agricole de Lentini, en Sicile, de capacité utilisable $U = 100$ mm. Pour ce sol, le procédé peut s'appliquer sans essais répétés parce qu'on repère facilement un instant d'où l'on peut le faire démarrer; on y trouve, en effet, le sol chargé d'eau jusqu'à la limite de rétention capillaire.

Une fois fixé l'intervalle (0,4 U; 0,9 U) dans lequel on désire maintenir, par convenance agronomique, la teneur en eau A du sol, on a déduit une attribution d'eau théorique et globale durant la saison d'irrigation (qui s'étend de juin à septembre) de $3\,100$ m³/ha. Cette attribution globale a été divisée en huit arrosages de chacun 400 m³/ha, à fournir, soit chaque semaine, soit toutes les deux semaines.

Si l'intervalle est 0,4 U, U, l'attribution devient de $3\,700$ m³/ha divisée en sept arrosages de 500 m³/ha environ. A noter que l'abaissement de la limite supérieure de l'intervalle (égale à 17 % environ de l'étendue de l'intervalle même) dont on

affirme fréquemment la convenance agronomique, détermine une réduction de la dotation d'eau d'irrigation selon un pourcentage du même ordre de grandeur.

Ces dotations sont de beaucoup inférieures à celle ($6\,600$ m³/ha) qu'on aurait pu obtenir par le critère, simple et facile à utiliser, selon lequel on proportionne l'irrigation à la valeur du « déficit pluviométrique », c'est-à-dire à $\Sigma(\Delta E_p - \Delta P)$ relative à la saison sèche. Et les différences entre ce dernier résultat et le plus grand des deux obtenus par le procédé proposé — ($6\,600 - 3\,600$ m³/ha) sont considérablement plus grandes que le volume spécifique ($1\,000$ m³/ha) correspondant à la capacité hydrique utilisable U, c'est aussi pour cela que le « déficit agricole » de la saison sèche tout entière, exprimé, au moins (pour $K = 1$) par :

$$\Sigma(\Delta E_p - \Delta P) - U$$

dépasse de façon notable la dotation déterminée par l'établissement du bilan.

La disparité entre le résultat qui découle de l'établissement du bilan et ceux que l'on aurait pu obtenir avec les critères que l'on a rappelés, n'est pas, en effet, particulière à l'exemple donné. Comme nous l'avons déjà indiqué dans l'introduction, cette disparité est attribuée au fait que ces critères ne tiennent pas compte de l'aptitude du sol à retenir l'eau chaque fois que l'apport dépasse la consommation, et à la céder à la végétation dans les périodes où le contraire se produit; pas plus qu'ils ne tiennent compte de la dépendance de la consommation réelle d'eau de la végétation par rapport à la réelle teneur en eau du sol.

L'exemple donné a servi aussi à indiquer un ordre de grandeur de la différence entre les résultats que l'on peut obtenir par les deux critères déjà en usage et le résultat que fournit le procédé proposé dans cette étude. Et il a confirmé, en conclusion, que les dotations en eau d'irrigation que l'on peut déterminer en s'appuyant sur le déficit pluviométrique et sur le déficit agricole sont *excessives* et impliquent, par suite, du point de vue de l'irrigation, un gaspillage d'eau.

Les dotations calculées par le procédé ici proposé proviennent d'une façon de poser le problème qui reste liée à l'évolution des rapports entre l'eau, le sol et la végétation; elles devraient donc être mieux adaptées au besoin effectif en eau de cette végétation; elles permettent en outre de réaliser cette régulation particulière de la teneur en eau du sol que l'on doit considérer comme convenant à la production la plus rentable, selon l'orientation moderne de l'agronomie.

Puisqu'on peut exécuter les calculs en se référant, soit aux conditions climatiques particulières des différentes années d'une période cyclique, soit aux conditions climatiques moyennes de la même période, il est évident que ces calculs serviront à la prévision des ouvrages et des installations capables d'assurer le fonctionnement de l'irrigation en conformité avec les résultats fournis par ces mêmes calculs.

La réalisation pratique, année par année, du fonctionnement effectif de l'irrigation, sera ensuite guidée par des constatations expérimentales de la teneur en eau du sol; ces constatations, orientées par des choix agronomiques déterminés, signaleront la nécessité de l'arrosage.

Bibliographie

- [1] RAVELLI (F.). — Elementi di idrologia agraria. *Edizioni Agricole*, Bologne (1963).
 - [2] POIRÉE (M.) et OLLIER (C.). — Irrigation. *Eyrolles*, Paris (1962).
 - [3] THORNTHWAIT (C.W.) and MATHER (J.R.). — Instructions and tables for computing potential evapotranspiration and the water balance. *Publ. Clim. Drexel Inst. Technol.*, 10 (1957).
 - [4] DE VARENNES e MENDONÇA. — Sobre o novo metodo de balanço hidrologico do solo de Thornthwaite-Mather. *Anais do Instituto Superior de Agronomia*, vol. XXII, Lisboa (1958).
 - [5] BENFRATELLO (G.). — Contributo allo studio del bilancio idrologico del terreno agrario. *L'Acqua*, 2 (1961).
 - [6] MELISENDA (I.). — Sul calcolo dell'evapotraspirazione nell'ambiente siciliano. *Atti Accademia Scienze Lett. Arti*, Palermo (1964).
 - [7] MELISENDA (I.). — Sui calcoli idrologici per il terreno agrario : influenza del clima. *L'Acqua*, 4 (1964).
-

Abstract

The calculation of irrigation water requirements from the soil drying relationship

by I. Melisenda *

Since the notion of evapotranspiration of a soil and plant system and methods for the determination of both potential and 'effective' evapotranspiration (E_p and E respectively) have been gaining popularity, criteria have been suggested for the calculation of theoretical water applications for farmland requiring irrigation from these values. Practical water applications are then calculated from the theoretical values by adding the water distribution losses.

With one of these criteria, the theoretical water applications are taken as proportional to the difference between potential evapotranspiration and rainfall supplies ($\Delta E_p - \Delta P$); a more 'up to date' criterion allows for the contribution of soil moisture retention to the plants' water consumption by reducing this difference by a conventionally defined part of the ground's readily available moisture capacity.

Although the latter criterion is no doubt adequately representative of the physical mechanism of the hydrological relationships within the soil and plant system in a given climate, it does not necessarily follow that it is expressed properly by a numerical method enabling rational quantitative determinations to be made. These can be deduced from a water balance of *land under irrigation* which has been established by consideration of a relationship expressing the actual soil drying process. A method of establishing this individual balance *on a weekly basis* is suggested, which is an extension of Thornthwaite's well-known method of *determining the monthly water balance for land supplied solely by rainfall*. Among other things, this method of Thornthwaite's also gives the 'water deficit' which is merely an index for the soil's irrigation requirements.

The considered calculation mechanism can be confirmed mathematically with the aid of Thornthwaite's soil drying relationship, which enables the quantity of moisture retained by the soil after set periods of time to be evaluated, for any succession of 'dry' and 'wet' periods ($\Delta P < \Delta E_p$) and ($\Delta > \Delta E_p$) respectively, and allowing for irrigation water applications. Once suitable crops have been chosen, the quantities of water to apply and when to do so will depend on how the soil moisture content varies. The water balance should preferably be established on a weekly basis, for weekly or several-weekly intervals are in keeping with usual irrigation turn practices.

Initial data are easily obtained. Rainfall data are available from National Hydrographical Services and evapotranspiration data are found by calculating daily values by Thornthwaite's formula.

The method is easier to use for certain definite properly classified climate-soil-crop combinations, i.e. those in which the ground moisture builds up to the 'available moisture' content during at least one 'wet' period. For the other combinations, the method requires repeated tests and therefore becomes unwieldy. The first combinations are the most frequent, however, especially in a Mediterranean environment.

An example is described of an application of the method to land in the Lentini agricultural region of Sicily in 1963, for which no repeated tests were necessary. A readily available moisture capacity of 100 mm was assumed and maximum and minimum amounts of water to be retained in the soil were to be 90 and 40 mm respectively. A theoretical overall water application of 3,100 cu.m/ha was calculated from these assumptions for the May to September irrigation season, whereas $\Sigma(\Delta E_p - \Delta P)$ gave, 5,900 cu.m/ha. This overall water application was divided into eight applications of about 400 cu.m/ha, to be made in alternating fortnightly and three-weekly turns.

A final point to note is that the proposed determinations can be made with reference to either an average hydrological year in a cycle of several years, or to one particular year (as in the example); in the former case, indirect results are obtained on which overall technical forecasts can be based, and the second case yields data for specific climate effects, which are useful for more detailed prediction of operational requirements for an irrigation undertaking.

* Professeur libre d'Hydraulique Agricole, Assistant à l'Institut d'Hydraulique de l'Université de Palerme.