SUR LE DRAINAGE DES SOLS STRATIFIÉS HORIZONTALEMENT

Communication présentée au Comité technique de la Société Hydrotechnique de France le 21 mars 1968

PAR C. CARRY *

Dans la pratique des écoulements souterrains on rencontre fréquemment des cas qui peuvent se schématiser de la manière suivante :

Sur un substratum imperméable existe un important horizon perméable de sable et de galets par exemple. Cet horizon est séparé en deux par une couche beauroup moins perméable, argilo-sableuse.

Très souvent, pour déterminer les caractéristiques du réseau de drainage, on considère que l'écoulement souterrain a lieu dans la couche perméable supérieure et on néglige l'écoulement dans la couche inférieure.

Le but de cette étude n'est pas de faire un calcul rigoureux, mais de montrer l'importance non négligeable de la couche perméable inférieure.

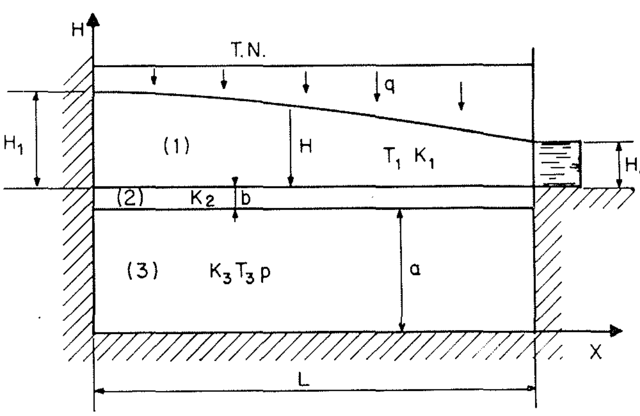
Equations générales

Pour la mise en équation de l'écoulement nous ferons les hypothèses suivantes (fig. 1). :

soit :

- H la hauteur d'eau au-dessus de la couche semi-perméable intermédiaire;
- K_1 la perméabilité de la couche perméable supérieure;
- $T_1 = K_1 H$ la transmissivité de cette couche supérieure;
- b l'épaisseur de la couche semi-perméable intermédiaire;
- K_2 la perméabilité de la couche semi-perméable;
- a l'épaisseur de la couche perméable inférieure;
- K_3 la perméabilité de la couche perméable inférieure;
- $T_3 = K_3 a$ la transmissivité de la couche perméable inférieure.

Nous supposerons dans la couche supérieure et dans la couche inférieure que l'hypothèse de Dupuit est satisfaite, c'est-à-dire que dans une même section la composante horizontale de la vitesse est constante, la répartition des pressions est hydrostatique et la composante verticale de la vitesse négligeable.



1/

* Ingénieur à SOGRÉAH.

Article published by SHF and available at http://www.shf-lhb.org or http://dx.doi.org/10.1051/lhb/1968035

Nous appellerons :

— p la charge dans la couche inférieure, comptée à partir du sommet de la couche semi-perméable; et,

— q la fraction du débit d'irrigation qui s'infiltre jusqu'à la nappe, par m² de surface.

Le débit Qa par unité de surface qui traverse la couche semi-perméable est donné par la formule :

$$Qa = \frac{H - p}{b} K_2$$

L'équation du mouvement dans la couche (1) est :

$$T_1 \frac{\delta^2 H}{\delta x^2} = -q + Qa = -q + \frac{H - p}{b} K_2 \quad (1)$$

L'équation du mouvement dans la couche (3) est :

$$T_3 \frac{\delta^2 p}{\delta x^2} = -\frac{H - p}{b} K_2 \quad (2)$$

Par la suite du calcul on posera $(K_2/b) = B$.
En additionnant (1) et (2) et en intégrant, on a :

$$T_1 H + T_3 p = -\frac{qx^2}{2} + Ax + C \quad (3)$$

où A et C sont deux constantes d'intégration.
Le débit global Q qui passe à travers une section verticale des couches (1) et (3) est :

$$Q = T_1 \frac{\delta H}{\delta x} + T_3 \frac{\delta p}{\delta x} = -qx + A \quad (4)$$

On a d'autre part, à partir de (3) :

$$p = -\frac{qx^2}{2\,T_3} + \frac{Ax}{T_3} + \frac{C}{T_3} - \frac{T_1 H}{T_3} \quad (5)$$

d'où, en reportant (5) dans (1), on a :

$$T_1 \frac{\delta^2 H}{\delta x^2} - \frac{K_2}{b}\left(1 + \frac{T_1}{T_3}\right) H = -q + \frac{K_2}{T_3 b}\left(\frac{qx^2}{2} - Ax - C\right) \quad (6)$$

d'où la solution générale pour H :

$$H = D \operatorname{ch} \sqrt{\frac{K_2}{b}\left(\frac{1}{T_3} + \frac{1}{T_1}\right)}\, x + E \operatorname{sh} \sqrt{\frac{K_2}{b}\left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_3}\right)}\, x - \frac{qx^2}{2\,(T_3 + T_1)} + \frac{A}{T_3 + T_1} x - \frac{T_3 b}{K_2 (T_3 + T_1)}\left(\frac{T_1 q}{T_1 + T_3} - \frac{K_2 C}{T_3 b} - q\right) \quad (7)$$

et pour p :

$$p = -\frac{T_1}{T_3}(D \operatorname{ch} \alpha x + E \operatorname{sh} \alpha x) - \frac{qx^2}{2\,(T_1 + T_3)} + \frac{Ax}{(T_1 + T_3)} + \frac{T_1 b}{(T_1 + T_3) K_2}\left(\frac{-T_3 q}{T_1 + T_3} + \frac{CK_2}{T_1 b}\right) \quad (8)$$

En posant :

$$\alpha = \sqrt{\frac{K_2}{b}\left(\frac{1}{T_3} + \frac{1}{T_1}\right)}$$

A, C, D, E sont des constantes d'intégration à déterminer d'après les conditions aux limites.
Si, dans la couche (1), on avait une hauteur H fortement variable, l'équation du mouvement dans la couche (1) serait :

$$K_1 \frac{\delta^2}{\delta x^2}\left(\frac{H^2}{2}\right) = -q + \frac{H - h}{b} K_2 \quad (1')$$

malheureusement nous ne savons pas intégrer le groupe d'équations (2) (1').

Exemples d'applications

A. — Nous allons étudier maintenant le cas particulier suivant correspondant aux figures 1 et 2.

a) à l'abcisse $x = 0$ nous avons une paroi imperméable verticale qui limite l'extension des deux couches (1) et (3) vers la gauche.
Ceci nous donne comme conditions sur cette limite :

— pour $x = 0$:

$H = H_1$ niveau dans la couche supérieure perméable,

$T_3 \frac{\delta p}{\delta x} = 0$ puisque nous avons un débit nul à travers la paroi imperméable;

b) à l'abcisse $x = L$ nous avons un canal de drainage recoupant toute l'épaisseur de la couche perméable (1) et, au-dessous, une paroi imperméable limite l'extension vers la droite de la couche perméable (3).
Ce cas schématise en fait des drains régulièrement espacés descendant jusqu'à la couche intermédiaire (fig. 2).
Ceci donne comme conditions aux limites :

— pour $x = L$:

$H = H_0$ si H_0 est la hauteur d'eau dans le canal;

$T_3 \frac{\delta p}{\delta x} = 0$ puisque nous avons un débit nul à travers la paroi imperméable.

Les valeurs de A, C, D, E se déduisent de ces conditions aux limites, et les équations (7) et (8) deviennent :

$$H = -\frac{qLT_3}{\alpha T_1 (T_1 + T_3)} \frac{\operatorname{ch} \alpha x}{\operatorname{sh} \alpha L} + \frac{qLT_3}{T_1 (T_1 + T_3) \operatorname{sh} \alpha L} - \frac{qx^2}{2\,(T_1 + T_3)} + H_1 \quad (9)$$

$$p = \frac{qL \operatorname{ch} \alpha x}{\alpha (T_1 + T_3) \operatorname{sh} \alpha L} + \frac{qLT_3}{\alpha T_1 (T_1 + T_3) \operatorname{sh} \alpha L} + \frac{qT_3}{B\,(T_1 + T_3)} - \frac{qx^2}{2\,(T_1 + T_3)} + H_1 \quad (10)$$

d'où :

$$H_1 - H_0 = \frac{qLT_3}{\alpha T_1 (T_1 + T_3)} \operatorname{th} \frac{\alpha L}{2} + \frac{qL^2}{2\,(T_1 + T_3)} \quad (11)$$

on vérifie que le débit qui s'écoule dans la couche inférieure est :

$$Qp = \frac{T_3 q}{T_1 + T_3}\left[L \frac{\text{sh}\, \alpha x}{\text{sh}\, \alpha L} - x \right] \qquad (12)$$

valeur qui est bien nulle pour $x = 0$ et $x = L$.

Si la couche semi-perméable devient franchement imperméable, c'est-à-dire $K_2 = 0$:

(11) devient :

$$H_1 - H_0 = \frac{qL^2}{2\, T_1} \qquad (12)$$

ce qui est bien l'équation classique.

Inversement si la couche semi-perméable n'existe pas, c'est-à-dire si $b = 0$, ou $K_2 = \infty$, on a :

$$H_1 - H_0 = \frac{qL^2}{2\,(T_1 + T_3)} \qquad (13)$$

On retrouve bien ainsi l'équation classique.

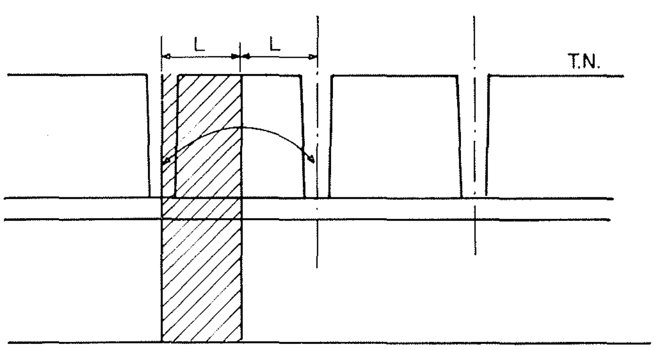
En général, si on se donne un débit q infiltré par unité de surface, si on se donne la hauteur d'eau H_0 dans le drain et la hauteur H_1 que la nappe ne doit pas dépasser, l'équation (11) permet de déterminer l'écartement L à donner aux drains.

En général, le terme αL est grand et alors th $\alpha L/2$ est voisin de 1, d'où nous avons une équation du second degré en L :

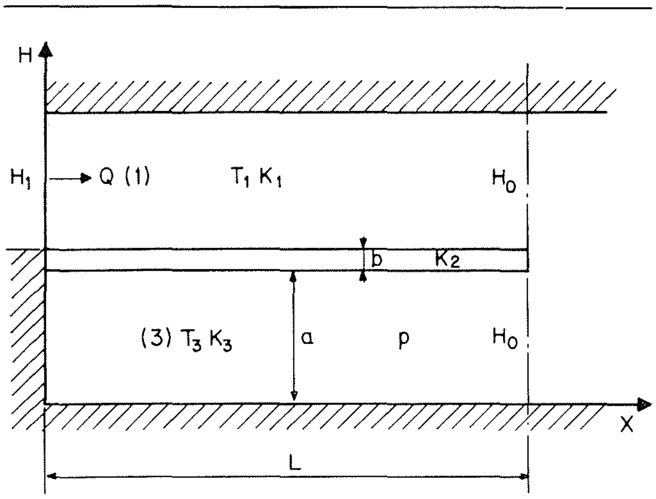
$$H_1 - H_0 = \frac{qT_3 L}{\alpha T_1 (T_1 + T_3)} + \frac{qL^2}{2\,(T_1 + T_3)}$$

d'où :

$$L = -\frac{T_3}{\alpha T_1} + \sqrt{\frac{T_3^2}{\alpha^2 T_1^2} + \frac{2\,(H_1 - H_0)\,(T_1 + T_3)}{q}}$$



2/



3/

Prenons un exemple numérique :

Soit une couche supérieure de 1,5 m d'épaisseur moyenne et de perméabilité $K_1 = 4.10^{-5}$ m/s, ce qui donne $T_1 = 6.10^{-5}$ m²/s, cette valeur correspond à un terrain de perméabilité plutôt faible.

Soit une couche inférieure de mêmes caractéristiques que la couche supérieure.

Soit une couche semi-imperméable d'épaisseur $b = 0{,}6$ m et de perméabilité 10^{-6}, ce qui correspond à un milieu encore assez perméable.

Soit une infiltration de $q = 0{,}6$ l/s par hectare, soit $q = 6.10^{-8}$ m/s et soit $H_1 - H_0 = 1$ m.

a) Si $K_2 = 0$ c'est-à-dire en supposant la couche intermédiaire parfaitement imperméable, on aurait $L = 44{,}7$ m;

b) si $b = 0$ c'est-à-dire si la couche intermédiaire n'existe pas, on a $L = 63{,}2$ m;

c) si $K_2 = 10^{-6}$ m/s on a $L = 59{,}15$ m.

On voit ici l'importance pratique considérable de la couche perméable profonde malgré la présence de la couche intermédiaire relativement imperméable.

Si on avait pris $K_2 = 10^{-7}$ m/s ce qui correspond à une grande imperméabilité de cette couche intermédiaire, on aurait obtenu :

$$L = 51{,}24 \text{ m}$$

valeur qui est encore très nettement supérieure aux 44,7 m, pris comme base de comparaison.

B. — Considérons maintenant l'autre cas particulier représenté sur la figure 3. Ce cas a été rencontré au cours d'une de nos études.

Soit une nappe en charge dans un milieu perméable. Le milieu est séparé en deux par une couche semi-perméable; dans le cas présent $q = 0$.

a) A l'origine, en $x = 0$ il pénètre un débit Q sous une charge H_1 dans la couche perméable supérieure. La couche inférieure est limitée par une paroi imperméable;

b) à la distance L, la couche semi-perméable disparaît et il existe dans la nappe la même charge H_0 dans les deux couches.

On a donc comme conditions aux limites :

$$\text{en } x = 0 \qquad H = H_1 \qquad \text{et} \qquad T_3 \frac{\delta p}{\delta x} = 0$$

$$\text{en } x = L \qquad H = H_0 \qquad \text{et} \qquad p = H_0$$

ce qui nous permet de déterminer les constantes.

On a :

$$D = \frac{H_1 - H_0}{1 + \dfrac{\alpha L}{\text{th}\, \alpha L}\dfrac{T_1}{T_3}}$$

$$E = -\frac{H_1 - H_0}{\text{th}\, \alpha L \left(1 + \dfrac{\alpha L}{\text{th}\, \alpha L}\dfrac{T_1}{T_3}\right)}$$

$$C = (T_1 + T_3)\frac{\left(H_0 + H_1 \dfrac{\alpha L}{\text{th}\, \alpha L}\dfrac{T_1}{T_3}\right)}{1 + \dfrac{\alpha L}{\text{th}\, \alpha L}\dfrac{T_1}{T_3}}$$

$$A = \frac{(H_1 - H_0)\,(T_1 + T_3)\, T_1 \alpha}{T_3\, \text{th}\, \alpha L \left(1 + \dfrac{\alpha L}{\text{th}\, \alpha L}\dfrac{T_1}{T_3}\right)}$$

Le débit Q qui circule est :

$$Q = -T_1 \left(\frac{\delta H}{\delta x}\right)_{x=0}$$

$$Q = \frac{T_1 (H_1 - H_0)\, \alpha \left(1 + \frac{T_1}{T_3}\right)}{\operatorname{th} \alpha L \left(1 + \frac{\alpha L}{\operatorname{th} \alpha L} \frac{T_1}{T_3}\right)}$$

Prenons comme exemple numérique :

$$T_1 = 1{,}5 . 10^{-2} \qquad T_3 = 1{,}5 . 10^{-2}$$
$$L = 10 \text{ km} \qquad b = 5 \text{ m}$$

Si on prend $K_2 = 0$, on a :

$$Q = \frac{H_1 - H_0}{L} T_1 = (H_1 - H_0)\, 1{,}5 . 10^{-6}$$

valeur qui correspond au débit dans la couche supérieure.

Si on prend $K_2 = \infty$, c'est-à-dire si la couche semi-perméable n'existait pas, on aurait :

$$Q = (H_1 - H_0) \frac{(T_1 + T_3)}{L} = (H_1 - H_0)\, 3 . 10^{-6}$$

Si on prend $K_2 = 10^{-6}$ m/s, ce qui correspond déjà à une perméabilité très faible, on obtient :

$$Q = (H_1 - H_0)\, 2{,}9 . 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$$

c'est-à-dire que le débit d'écoulement est très influencé par la présence de la couche semi-perméable.

Pour une perméabilité K_2 encore plus faible, $K_2 = 10^{-7}$ m/s :

$$Q = (H_1 - H_0)\, 2{,}8 . 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$$

Ceci montre la faiblesse de l'influence de la couche intermédiaire bien qu'elle soit presque imperméable.

Conclusions

On pourrait, à partir des équations générales, étudier beaucoup d'autres cas plus ou moins similaires.

Dans chaque cas, malgré la présence d'une couche semi-imperméable, on verrait l'importance de la couche perméable inférieure. Il est donc important de s'assurer au cours d'une étude concrète d'écoulement souterrain, qu'il n'existe pas de couche perméable sous la première couche presque imperméable rencontrée, et éventuellement d'en tenir compte.

Discussion

Président : M. Bauzil

Après avoir remercié M. Carry de son exposé, M. le Président remarque : dans le cas particulier envisagé dans le calcul qui vient d'être exposé, on a quatre constantes d'intégration, il faut donc quatre conditions aux limites pour les déterminer. Il semble que le système d'équations utilisé soit surabondant et qu'il y ait une équation de trop.

M. Carry précise que les conditions aux limites donnent un système de cinq équations. Ce système de cinq équations permet de calculer les quatre constantes d'intégrations et d'établir d'autre part une relation liant les différents paramètres : perméabilité, écartement des canaux de drainage, hauteur de l'eau dans les canaux et hauteur maximale de la nappe entre les canaux, débit d'irrigation.

C'est cette dernière relation qui permet de choisir l'écartement des drains.

M. Guyon revient sur certaines hypothèses de base admises par M. Carry. En ce qui concerne notamment le gradient hydraulique, l'expression simplificatrice de Dupuit est utilisée et d'autre part, il est admis que la surface libre de la nappe aboutit au niveau de l'eau dans le fossé.

M. Carry explique qu'afin d'aboutir à des équations différentielles intégrables, il a été obligé d'admettre :

1° l'absence de suintement;

3° une variation de hauteur pas trop grande.

M. Guyon se déclare d'accord sur ces hypothèses.