

LES CLASSIQUES DE LA MÉCANIQUE DES FLUIDES ET DE L'HYDRAULIQUE

SÉRIE PUBLIÉE SOUS LA DIRECTION DE ENZO O. MACAGNO

Les textes de cette série seront publiés sans corrections d'aucune sorte, excepté lorsqu'il s'agira d'erreurs typographiques évidentes. Le lecteur sera ainsi confronté avec le texte original tel qu'il se présentait. Les traductions seront aussi littérales que possible, de façon à permettre l'accès le plus direct au texte original.

Les suggestions concernant les textes à inclure dans cette série seront les bienvenues, spécialement si des indications précises sont données, dans le cas d'articles très longs ou de livres, sur les parties considérées comme les plus importantes.

CLASSICAL WORKS IN FLUID MECHANICS AND HYDRAULICS

A SERIES SELECTED BY ENZO O. MACAGNO

No attempt to correct errors, if they would be detected, will be made, unless they appear as obvious misprints. Each reader will be confronted with the original writing as it was. Translations in this series are intended to be quite literal with the purpose of providing an access as direct as possible to the original form of the writing.

Suggestions to include material in this series will be most welcome, especially if indications are given of the excerpts that are considered valuable in the case of long papers or books.

ISAAC NEWTON

(1642-1727)

PHILOSOPHIÆ NATURALIS PRINCIPIA MATHEMATICA

Londres (1687)

Excerpts from English translation by Andrew MOTTED (1729),
revised by Florian CAJORI

Extraits tirés de la traduction française
de Madame du CHATELET (1756)

PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICÆ.

Autore ꝑ S. NEWTON, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos
Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, Reg. Soc. PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostant Vena-
les apud Sam. Smith ad insignia Principis Walliæ in Cœmiterio
D. Pauli, aliosq; nonnullos Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

MATHEMATICAL PRINCIPLES

OF

NATURAL PHILOSOPHY

BOOK II

The motion of bodies

SECTION VII

*The motion of fluids, and the resistance made
to projected bodies*

PROPOSITION XXXII. THEOREM XXVI.

Suppose two similar systems of bodies consisting of an equal number of particles, and let the correspondent particles be similar and proportional, each in one system to each in the other, and have a like situation among themselves, and the same given ratio of density to each other; and let them begin to move among themselves in proportional times, and with like motions (that is, those in one system among one another, and those in the other among one another). And if the particles that are in the same system do not touch one another, except in the moments of reflection; nor attract, nor repel each other, except with accelerative forces that are inversely as the diameters of the correspondent particles, and directly as the squares of the velocities: I say, that the particles of those systems will continue to move among themselves with like motions and in proportional times.

Like bodies in like situations are said to be moved among themselves with like motions and in proportional times, when

PRINCIPES MATHÉMATIQUES

DE LA

PHILOSOPHIE NATURELLE

LIVRE SECOND

Du mouvement des corps

SEPTIÈME SECTION

*Des mouvemens des fluides et de la résistance
des projectiles*

PROPOSITION XXXII. THÉORÈME XXVI.

Si deux systèmes semblables de corps sont composés d'un nombre égal de particules, & que les particules correspondantes soient respectivement semblables & proportionnelles dans l'un & l'autre système, qu'elles soient posées de même entr'elles, qu'elles ayent entre elles une raison donnée de densité, & qu'elles commencent à se mouvoir entr'elles semblablement dans des temps proportionnels, c'est-à-dire, celles qui sont dans un même système entr'elles, & si les particules d'un même système ne se touchent point, excepté dans les momens où elles se réfléchissent, enfin si elles ne s'attirent ni ne se fuient mutuellement que par des forces accélératrices qui soient inversement comme les diamètres des particules correspondantes, & directement comme les quarrés des vitesses: je dis, que les particules de ces systèmes continueront à se mouvoir entr'elles de la même maniere dans des temps proportionnels.

Je dis que les corps semblables, & posés de même, se meuvent entr'eux de la même maniere dans des temps proportionnels

their situations at the end of those times are always found alike in respect of each other; as suppose we compare the particles in one system with the correspondent particles in the other. Hence the times will be proportional, in which similar and proportional parts of similar figures will be described by correspondent particles. Therefore if we suppose two systems of this kind, the correspondent particles, by reason of the similitude of the motions at their beginning, will continue to be moved with like motions, so long as they move without meeting one another; for if they are acted on by no forces, they will go on uniformly in right lines, by the first Law. But if they agitate one another with some certain forces, and those forces are inversely as the diameters of the correspondent particles and directly as the squares of the velocities, then, because the particles are in like situations, and their forces are proportional, the whole forces with which correspondent particles are agitated, and which are compounded of each of the agitating forces (by Cor. 11 of the Laws [*]), will have like directions, and have the same effect as if they respected centres places alike among the particles; and those whole forces will be to each other as the several forces which compose them, that is, inversely as the diameters of the correspondent particles and directly as the squares of the velocities: and therefore will cause correspondent particles to continue to describe like figures.

These things will be so (by Cor. 1 and 8, Prop. 4, Book 1 [**]), if those centres are at rest; but if they are moved, yet, by reason of the similitude of the translations, their situations among the particles of the system will remain similar, so that the changes introduced into the figures described by the particles will still be similar. So that the motions of correspondent and similar particles will continue similar till their first meeting with each other; and thence will arise similar collisions, and similar reflections; which will again beget similar motions of the particles among themselves (by what was just now shown), till they mutually fall upon one another again, and so on *ad infinitum*. Q. E. D.

Cor. 1. Hence if any two bodies, which are similar and in like situations to the correspondent particles of the systems, begin to move amongst them in like manner and in proportional times, and their magnitudes and densities be to each other as the magnitudes and densities of the corresponding particles, these bodies will continue to be moved in like manner and in proportional times; for the case of the greater parts of both systems and of the particles is the very same.

Cor. 2. And if all the similar and similarly situated parts of both systems be at rest among themselves; and two of them,

[*] COROLLARY I. *A body, acted on by two forces simultaneously, will describe the diagonal of a parallelogram in the same time as it would describe the sides by those forces separately.*

COROLLARY II. *And hence is explained the composition of any one direct force AD, out of any two oblique forces AC and CD; and, on the contrary, the resolution of any one direct force AD into two oblique forces AC and CD: which composition and resolution are abundantly confirmed from mechanics.*

[**] PROPOSITION IV. THEOREM IV. *The centripetal forces of bodies, which by equable motions describe different circles, tend to the centres of the same circles; and are to each other as the squares of the arcs described in equal times divided respectively by the radii of the circles.*

Cor. 1. Therefore, since those arcs are as the velocities of the bodies, the centripetal forces are as the squares of the velocities divided by the radii.

Cor. 8. The same things hold concerning the times, the velocities, and the forces by which bodies describe the similar parts of any similar figures that have their centres in a similar position with those figures; as appears by applying the demonstration of the preceding cases to those. And the application is easy, by only substituting the equable description of areas in the place of equable motion, and using the distances of the bodies from the centres instead of the radii.

lorsque leur position entr'eux est toujours la même à la fin de ces temps : comme lorsqu'on compare, par exemple, les particules d'un système avec les particules correspondantes de l'autre. Il suit delà, que les temps dans lesquels les parties semblables & proportionnelles des figures semblables seront décrites par des particules correspondantes seront des temps proportionnels. Donc si on a deux systèmes de cette sorte, les particules correspondantes ayant commencé à se mouvoir de la même manière continueront de même jusqu'à ce qu'elles se rencontrent. Car si aucune force s'agissoit sur elles, elles avanceroient uniformément en ligne droite par la première loy du mouvement. Mais si elles agissoient l'une sur l'autre mutuellement par quelques forces, & que ces forces fussent inversement comme les diamètres des particules correspondantes, & directement comme les quarrés des vitesses, les positions des particules étant semblables, & les forces étant proportionnelles, les forces totales qui agiroient alors sur les particules correspondantes, étant composées des forces qui agissent sur chacune des particules (par le second corollaire des loix [*]) auroient des déterminations semblables à celles qu'elles auroient si elles tendoient à des centres placés semblablement entre ces particules; & les forces totales seroient entr'elles comme chacune des forces composantes, c'est-à-dire, inversement comme les diamètres des particules correspondantes, & directement comme les carrés des vitesses : & elles feroient par conséquent que les particules correspondantes continueroient à décrire des figures semblables.

Tout cela arrivera ainsi (par les corol. 1. & 8. de la Prop. 4. L. 1.) [**] pourvu que les centres soient en repos. Mais s'ils se meuvent, comme leurs situations demeurent les mêmes entre les particules des systèmes, à cause qu'ils sont mus d'une manière semblable; il arrivera des changemens semblables dans les figures que ces particules décrivent. Donc les mouvemens des particules semblables correspondantes seront semblables jusqu'à leurs premières rencontres, & par conséquent les rencontres & les réflexions seront semblables, & ensuite (par ce qui a déjà été démontré) elles auront les mêmes mouvemens entr'elles, jusqu'à ce qu'elles se rencontrent de nouveau; & ainsi de suite C. Q. F. D.

Cor. 1. Delà, si deux corps quelconques, semblables & situés de même par rapport aux particules correspondantes des systèmes, commencent à se mouvoir de même entre ces particules dans des temps proportionnels, & que leurs grandeurs & leurs densités entr'elles soient comme les grandeurs & les densités des particules correspondantes : elles continueront à se mouvoir de même dans des temps proportionnels. C'est la même chose pour les plus grandes parties de l'un & l'autre système que pour les particules.

Cor. 2. Et si toutes les parties semblables & posées de même des systèmes sont en repos entr'elles : & que deux d'entr'elles,

[*] COROLLAIRE I. *Un corps poussé par deux forces parcourt, par leurs actions réunies, la Diagonale d'un parallélogramme dans le même temps, dans lequel il auroit parcouru ses côtés séparément.*

COROLLAIRE II. *D'où l'on voit qu'une force directe AD est composée des forces obliques quelconques AB & BD, & réciproquement qu'elle peut toujours se résoudre dans les forces obliques quelconques AB & BD. Cette résolution & cette composition des forces se trouve confirmée à tout moment dans la mécanique.*

[**] PROPOSITION IV. THÉOREME IV. *Les corps qui parcourent uniformément différens cercles sont animés par des forces centripètes qui tendent au centre de ces cercles, & qui sont entr'elles comme les quarrés des arcs décrits en temps égal, divisés par les rayons de ces cercles.*

Cor. 1. Comme ces arcs sont proportionnels aux vitesses des corps, les forces centripètes seront en raison composée de la raison doublée des vitesses directement, & de la raison simple des rayons inversement.

Cor. 8. On peut trouver de la même manière tout ce qui concerne les temps, les vitesses & les forces avec lesquelles les corps décrivent des parties semblables de figures quelconques semblables, qui ont leurs centres posés de même dans ces figures; il ne faut pas pour ces cas d'autres démonstrations que les précédentes, pourvu qu'on substitue la description égale des aires au mouvement uniforme, & qu'on mette les distances des corps aux centres à la place des rayons.

which are greater than the rest, and mutually correspondent in both systems, begin to move in lines alike posited, with any similar motion whatsoever, they will excite similar motions in the rest of the parts of the systems, and will continue to move among those parts in like manner and in proportional times; and will therefore describe spaces proportional to their diameters.

PROPOSITION XXXIII. THEOREM XXVII.

The same things being supposed, I say, that the greater parts of the systems are resisted in a ratio compounded of the squared ratio of their velocities, and the squared ratio of their diameters, and the simple ration of the density of the parts of the systems.

For the resistance arises partly from the centripetal or centrifugal forces with which the particles of the system act on each other, partly from the collisions and reflections of the particles and the greater parts. The resistances of the first kind are to each other as the whole motive forces from which they arise, that is, as the whole accelerative forces and the quantities of matter in corresponding parts; that is (by the supposition), directly as the squares of the velocities and inversely as the distances of the corresponding particles, and directly as the quantities of matter in the correspondent parts: and therefore since the distances of the particles in one system are to the correspondent distances of the particles in the other, as the diameter of one particle or part in the former system to the diameter of the correspondent particle or part in the other, and since the quantities of matter are as the densities of the parts and the cubes of the diameters, the resistances are to each other as the squares of the velocities and the squares of the diameters and the densities of the parts of the systems. *Q. E. D.*

The resistances of the latter sort are as the number of correspondent reflections and the forces of those reflections conjointly; but the number of the reflections are to each other directly as the velocities of the corresponding parts and inversely as the spaces between their reflections. And the forces of the reflections are as the velocities and the magnitudes and the densities of the corresponding parts conjointly; that is, as the velocities and the cubes of the diameters and the densities of the parts. And, joining all these ratios, the resistances of the corresponding parts are to each other as the squares of the velocities and the squares of the diameters and the densities of the parts conjointly. *Q. E. D.*

plus grandes que les autres, & qui se correspondent mutuellement dans l'un & l'autre système, commencent à se mouvoir d'une façon quelconque d'un mouvement semblable, & selon des lignes posées de même: elles produiront des mouvemens semblables dans les autres parties des systèmes, & elles continueront à se mouvoir de même entr'elles dans des temps proportionnels; & par conséquent à décrire des espaces proportionnels à leurs diamètres.

PROPOSITION XXXIII. THÉORÈME XXVII.

Les mêmes choses étant posées, je dis que les parties les plus grandes des systèmes éprouvent une résistance en raison composée, de la raison doublée de leurs vitesses, de la raison doublée de leurs diamètres, & de la raison de la densité des parties du système.

Car la résistance vient en partie des forces centripètes ou centrifuges par lesquelles les particules des systèmes agissent les unes sur les autres, & en partie des rencontres & des réflexions des particules, & des parties les plus grandes. Les résistances du premier genre sont entr'elles comme les forces motrices entières qui les produisent, c'est-à-dire, comme les forces accélératrices entières, & les quantités de matière dans les parties correspondantes; ou, ce qui revient au même par l'hypothèse, comme les quarrés des vitesses directement, & les distances des particules correspondantes inversement, & comme les quantités de matière dans les particules correspondantes directement: c'est pourquoi, les distances des particules d'un système étant aux distances correspondantes des particules de l'autre système, comme le diamètre d'une particule, ou d'une partie dans le premier système au diamètre d'une particule ou d'une partie dans l'autre système, & que les quantités de matière sont comme les densités des parties, & les cubes des diamètres, les résistances sont l'une à l'autre comme les quarrés des vitesses, les quarrés des diamètres, & les densités des particules des systèmes. *C. Q. F. D.*

Les résistances du second genre sont comme les nombres des réflexions correspondantes, & les forces conjointement. Mais les nombres des réflexions sont entr'eux comme les vitesses des particules correspondantes directement, & inversement comme les espaces entre ces réflexions. Les forces des réflexions sont comme les vitesses, les grandeurs, & les densités des parties correspondantes conjointement, c'est-à-dire, comme les vitesses, les cubes des diamètres & les densités des parties. Et en composant toutes ces raisons, les résistances des parties correspondantes sont entr'elles conjointement comme les quarrés des vitesses, les quarrés des diamètres & les densités des parties. *C. Q. F. D.*

