LA MESURE DES DÉBITS PULSATOIRES AU MOYEN D'APPAREILS DÉPRIMOGÈNES

Communication
présentée au Comité technique
de la Société Hydrotechnique de France
le 20 mars 1969

PAR A. FORTIER *

Relation générale entre le débit volume instantané au niveau du dispositif déprimogène et la différence de pression instantanée entre deux points situés à l'amont et à l'aval du dispositif

Notations générales.

g : accélération due à la pesanteur;

p : pression en un point, $p_g = p + \rho g z$: pression motrice;

ρ : masse volumique du fluide;

z : cote d'un point M comptée suivant la verticale ascendante à partir d'un plan horizontal de référence;

$\vec{V}$: vecteur vitesse du fluide au sens d'Euler;

t : temps;

μ : viscosité du fluide supposée constante.

Equation fondamentale de la dynamique des fluides.

En admettant qu'entre deux points situés à l'amont et à l'aval du dispositif, mais suffisamment près l'un de l'autre, la masse volumique du fluide puisse être considérée comme constante, l'équation fondamentale de la dynamique s'écrit sous forme vectorielle :

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}}\, \frac{V^2}{2} + \overrightarrow{\text{rot}}\, \vec{V} \wedge \vec{V} \right] = - \overrightarrow{\text{grad}}\, p_g - \mu\, \text{rot rot}\, \vec{V} \qquad (1)$$

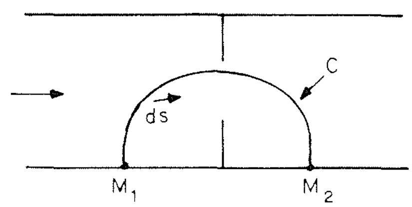
Pour que la masse volumique du fluide puisse être considérée comme constante, il faut que le nombre de Mach, correspondant à la vitesse d'écoulement dans la section d'aire minimale du dispositif, soit petit devant 1, égal par exemple au maximum à 1/3.

Soient M_1 et M_2 deux points situés le premier à l'amont du dispositif déprimogène et le second à l'aval. M_1 et M_2 seront par exemple les centres de deux prises de pression sur la paroi du conduit (figure 1) que nous supposerons plein de fluide sans surface libre.

Traçons une ligne quelconque reliant M_1 à M_2. Cette ligne n'est ni une trajectoire ni une ligne de courant, c'est une courbe fixe C géométriquement définie par rapport aux surfaces frontières et qui se trouve entièrement à l'intérieur du fluide.

Multiplions scalairement les deux membres de l'équation (1) par l'élément d'arc $\overrightarrow{ds}$ de C et intégrons le long de C de M_1 à M_2; nous obtenons :

$$\int_{M_1}^{M_2} \rho \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}}\, \frac{V^2}{2} + \text{rot}\, \vec{V} \wedge \vec{V} \right) \overrightarrow{ds} = - \int_{M_1}^{M_2} \overrightarrow{\text{grad}}\, p_g \,.\, \overrightarrow{ds} - \mu \int_{M_1}^{M_2} \text{rot rot}\, \vec{V} \,.\, \overrightarrow{ds}$$



1/

* Professeur à la Faculté des Sciences de Paris.

c'est-à-dire :

$$p_{g1} - p_{g2} = \rho \frac{V_2^2}{2} - \rho \frac{V_1^2}{2} + \rho \int_{M_1}^{M_2} \mathrm{rot}\, \vec{V} \wedge \vec{V} . \vec{ds}$$

$$+ \rho \int_{M_1}^{M_2} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} . \vec{ds} + \mu \int_{M_1}^{M_2} \mathrm{rot\,rot}\, \vec{V} . \vec{ds} \quad (2)$$

l'indice 1 correspond au point M_1 et l'indice 2 au point M_2.

Appelons q_v le débit volume instantané à travers le dispositif déprimogène et S une surface de référence. Nous pouvons poser $\vec{V} = (q_v/S)\, \vec{m}, \vec{m}$ désignant un vecteur qui dépend des coordonnées et du temps, et l'équation (2) s'écrit :

$$p_{g1} - p_{g2} = \rho \frac{q_v^2}{2\,S^2} (m_2^2 - m_1^2)$$

$$+ \frac{\rho}{S} \int_{M_1}^{M_2} \frac{\partial q_v \vec{m}}{\partial t} . \vec{ds} + \frac{\rho q_v^2}{S^2} \int_{M_1}^{M_2} \mathrm{rot}\, \vec{m} \wedge \vec{m} . \vec{ds}$$

$$+ \frac{\mu q_v}{S} \int_{M_1}^{M_2} \mathrm{rot\,rot}\, \vec{m} . \vec{ds} \quad (3)$$

La ligne C étant fixe, nous avons :

$$\int_{M_1}^{M_2} \frac{\partial q_v \vec{m}}{\partial t} . \vec{ds} = \frac{d}{dt} \int_{M_1}^{M_2} q_v \vec{m} . \vec{ds} = \frac{dq_v k_1}{dt}$$

k_1 désignant une grandeur homogène à une longueur, fonction du temps.

Nous avons de même :

$$\int_{M_1}^{M_2} \mathrm{rot\,rot}\, \vec{m} . \vec{ds} = k_2$$

$$\int_{M_1}^{M_2} \mathrm{rot}\, \vec{m} \wedge \vec{m} . \vec{ds} = k_3$$

k_2 désignant une grandeur homogène à l'inverse d'une longueur, et k_3 une grandeur sans dimensions, fonction du temps.

Introduisons une longueur de référence l et posons :

$$k_1 = k \frac{S}{l}$$

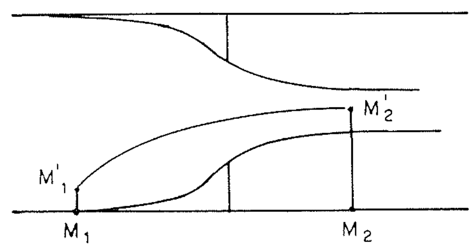
$$K = m_2^2 - m_1^2 + \frac{2\,\mu S}{\rho q_v} k_2 + k_3$$

l'équation (3) s'écrit :

$$p_{g_1} - p_{g_2} = K \frac{\rho q_v^2}{2\,S^2} + \frac{\rho}{l} \frac{dkq_v}{dt} \quad (4)$$

K et k sont des nombres sans dimension fonctions du temps et la relation (4) est très générale, elle constitue en fait une forme particulière de l'équation fondamentale de la dynamique adaptée à l'étude des écoulements non stationnaires.

Pour montrer comment on peut évaluer K et k, examinons le cas d'un diaphragme en mince paroi de diamètre d placé dans un conduit circulaire de diamètre D. A tout instant un jet convergent se forme à l'aval du diaphragme et, en dehors d'une mince couche de fluide au voisinage des parois et de la surface de discontinuité de vitesse qui constitue la limite du jet, on peut admettre que l'écoulement



2/

dans le jet est irrotationnel. Dans ces conditions, traçons un contour C comprenant une petite portion de M_1 à M'_1 de la normale à la paroi en M_1, puis une ligne M'_1 M'_2 située dans l'écoulement irrotationnel et enfin une perpendiculaire à la paroi M'_2 M_2 (fig. 2). Aux grands nombres de Reynolds et si M'_2 se trouve dans une région du jet de faible courbure, les différences de pression motrice entre M_1 et M'_1 et entre M'_2 et M_2 sont très faibles à tout instant devant la différence des pressions entre M'_1 et M'_2; nous pouvons donc écrire :

$$p_{g_1} - p_{g_2} = \rho \frac{V'^2_2}{2} - \rho \frac{V'^2_1}{2} + \rho \int_{M'_1}^{M'_2} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \vec{ds}$$

Or, de M'_1 à M'_2 l'écoulement étant irrotationnel, on a $\vec{V} = \vec{\mathrm{grad}}\, \varphi$, φ désignant le potentiel des vitesses et par conséquent :

$$\int_{M'_1}^{M'_2} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} . \vec{ds} = \frac{d\,(\varphi'_2 - \varphi'_1)}{dt}$$

les lettres accentuées correspondant aux points M'_1 et M'_2.

Pour calculer $\varphi'_2 - \varphi'_1$ on peut admettre que l'écoulement a lieu par tranche, c'est-à-dire que la vitesse n'est fonction que de l'abcisse x d'une section du jet comptée suivant l'axe du diaphragme. Avec cette hypothèse et en appelant σ la section courante du jet d'abscisse x à l'instant t, nous obtenons :

$$\varphi'_2 - \varphi'_1 = \int_{x_1}^{x_2} \frac{q_v}{\sigma}\, dx = q_v \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sigma}$$

et par conséquent nous avons :

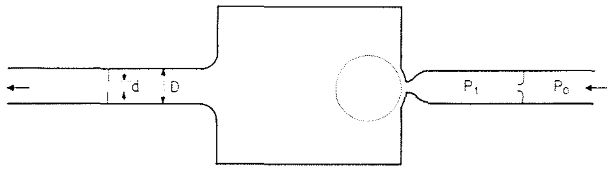
$$K = \frac{S^2}{\sigma_2^2} - \frac{S^2}{\sigma_1^2} \qquad \frac{k}{l} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sigma}$$

σ_1 désignant une aire très voisine de l'aire de la section du conduit par le plan perpendiculaire à l'axe passant par M_1 et σ_2 l'aire de la section du jet par le plan perpendiculaire à l'axe passant par M_2.

L'aire σ_1 ainsi que les aires de toutes les sections jusqu'à une section d'abscisse x_m située à l'aval du diaphragme sont indépendantes du temps et ce n'est que de x_m à x_2 que σ varie de façon aléatoire en fonction du temps. Or de x_m à x_2 l'aire σ varie peu en fonction de x et par conséquent on peut écrire :

$$\frac{k}{l} = \int_{x_1}^{x_m} \frac{dx}{\sigma} + \frac{x_2 - x_m}{\sigma_2}$$

Nous voyons donc que les fonctions K et k du temps ne sont pas indépendantes, elles font intervenir



3/

principalement les variations de σ_2 en fonction du temps.

Application aux écoulements permanents en moyenne.

Soit A une grandeur scalaire fonction du temps, telle qu'une projection sur un axe de la vitesse en un point M de l'écoulement ou encore la pression en M. Nous appelons valeur moyenne de A entre l'instant t et l'instant $t + T$ la quantité :

$$\overline{A} = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} A\,dt$$

Nous dirons que l'écoulement est permanent en moyenne lorsqu'il est possible de trouver un temps T suffisamment long pour que les moyennes des projections des vitesses et des pressions en tous les points de l'écoulement ne dépendent pas de l'instant t choisi pour faire la moyenne.

Lorsque l'écoulement est permanent en moyenne la relation (4) est applicable à tout instant et par conséquent nous pouvons prendre les moyennes des deux membres, ce qui nous donne :

$$\overline{p_{g_1}} - \overline{p_{g_2}} = \frac{\rho}{2\,S^2}\,\overline{K_{q_v}{}^2} \tag{5}$$

car la moyenne d'une dérivée par rapport au temps est nulle d'après la définition de l'écoulement permanent en moyenne. L'écoulement étant permanent en moyenne, K et q_v oscillent autour des valeurs moyennes $\overline{K}$ et $\overline{q_v}$ et nous pouvons écrire à l'instant t : $K = \overline{K} + K'$ et $q_v = \overline{q_v} + q'_v$; K'_v et q'_v sont les fluctuations des grandeurs K et q_v et par définition nous avons $\overline{K'} = 0$ et $\overline{q'_v} = 0$. En introduisant ces fluctuations, l'équation (5) peut s'écrire :

$$\overline{\Delta p_g} = \overline{p_{g_1}} - \overline{p_{g_2}} = \frac{\rho}{2\,S^2}\overline{(\overline{K} + K')\,(\overline{q}_v{}^2 + 2\,\overline{q}_v q'_v + q'_v{}^2)} \tag{6}$$

$$\overline{\Delta p_g} = \frac{\rho}{2\,S^2}\,[\overline{K}\,(\overline{q}_v{}^2 + \overline{q'_v{}^2}) + 2\,\overline{q}_v\overline{q'_v K'} + \overline{K' q'_v{}^2}]$$

Un étalonnage du dispositif déprimogène effectué avec un débit *rigoureusement constant* et connu donne $\overline{K}$ car on a alors :

$$\overline{\Delta p_g} = \frac{\rho}{2\,S^2}\,\overline{K}q_v{}^2$$

Si S désigne la surface du diaphragme, $\overline{K}$ n'est autre que l'inverse du carré du coefficient de débit des normes. Mais dans le cas où le débit est variable autour d'une valeur moyenne $\overline{q_v}$, la mesure de $\overline{\Delta p_g}$ ne permet pas de déterminer le débit moyen, car la relation entre $\overline{\Delta p_g}$ et $\overline{q_v}$ contient quatre inconnues.

En écrivant la relation (6) sous la forme :

$$\overline{\Delta p_g} = \frac{\rho}{2\,S^2}\,\overline{K}\overline{q}_v{}^2\left(1 + \frac{\overline{q'_v{}^2}}{\overline{q}_v{}^2} + \frac{2\,\overline{q'_v K'}}{\overline{q}_v\overline{K}} + \frac{\overline{K' q'_v{}^2}}{\overline{K}\overline{q}_v{}^2}\right)$$

Nous voyons qu'une condition nécessaire pour déterminer q_v avec une précision suffisante à partir de la mesure de $\overline{\Delta p_g}$ est que $\overline{q'_v{}^2}/\overline{q}_v{}^2$ soit suffisamment petit devant 1. En d'autres termes, le rapport de l'amplitude des oscillations du débit au débit moyen, au niveau même du dispositif déprimogène, doit être petit devant 1.

Pour que cette condition soit suffisante, il faut que l'inégalité $\overline{q'_v{}^2}/\overline{q}_v{}^2 \ll 1$ entraîne les inégalités $2\,(\overline{q'_v K'}/\overline{q}_v\overline{K}) \ll 1$ et $(\overline{K' q'_v{}^2}/\overline{K}\overline{q_v{}^2}) \ll 1$. Si $\overline{K'^2}/\overline{K}^2$ est très petit devant 1, les trois inégalités sont satisfaites en même temps et il n'y a pas de difficulté. C'est en pratique le cas pour les tuyères et les venturis, mais pour les diaphragmes on pouvait craindre que de petites oscillations du débit entraînent par un phénomène de résonance de grandes oscillations du jet à l'aval du diaphragme et par conséquent des fluctuations K' très grandes. Il était donc indispensable d'entreprendre des expériences systématiques avec des diaphragmes pour déterminer si la condition $\overline{q'_v{}^2}/\overline{q}_v{}^2 \ll 1$ est bien nécessaire et suffisante.

Ces expériences ont été effectuées par M. Yazici, au Laboratoire de Mécanique Expérimentale des Fluides de la Faculté des Sciences de Paris, à l'aide d'une installation représentée sur la figure 3 et comprenant de l'amont vers l'aval un compresseur refoulant l'air atmosphérique dans un grand réservoir où la pression est maintenue constante et égale à la valeur P_0, une première tuyère sonique de section telle que la pression aval P_1 ne dépasse jamais la pression critique soit 0,528 P_0, une deuxième tuyère sonique à col variable constituée par un orifice fixe devant lequel tourne à vitesse de rotation constante un disque excentré, un grand réservoir et enfin un tuyau cylindrique de section circulaire de diamètre D contenant un diaphragme en mince paroi de diamètre d et débouchant à l'aval dans l'atmosphère.

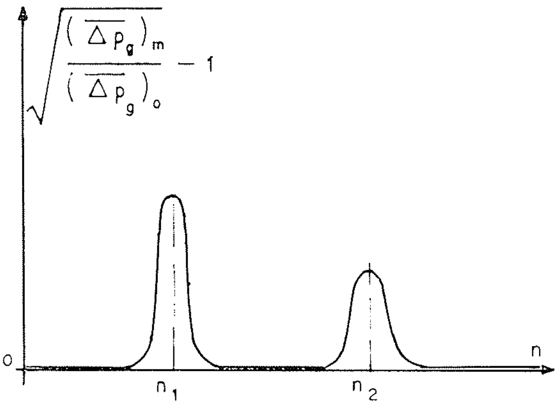
La première tuyère sonique impose un débit masse constant au niveau de cette tuyère et la deuxième tuyère produit des oscillations pratiquement sinusoïdales du débit masse, à l'aval, dont l'amplitude est réglée par l'excentrement et la fréquence par la vitesse de rotation du disque; l'amplitude et la fréquence des oscillations du débit sont donc des variables indépendantes et le débit masse moyen est égal au débit masse imposé par la 1re tuyère, quelles que soient les conditions aval.

Pour faire une expérience avec cette installation, on fixe la valeur de P_0, donc du débit masse moyen q_0 et, le disque étant arrêté, c'est-à-dire le débit rigoureusement constant à travers toute l'installation, on mesure la différence de pression $(\overline{\Delta p_g})_0$. Puis en maintenant P_0 constant, c'est-à-dire en maintenant le débit moyen égal à q_0, on fait tourner le disque à la vitesse de rotation mesurée de n tours par seconde pour une excentricité donnée du disque, c'est-à-dire pour un débit immédiatement à l'aval de la deuxième tuyère égal à $q_0\,(1 + a \sin 2\,\pi n t)$ et on mesure dans ces conditions la différence de pression au diaphragme $(\overline{\Delta p_g})_m$. On répète l'expérience en maintenant a constant et en faisant varier n et on représente les résultats obtenus en portant $\left[\sqrt{(\overline{\Delta p_g})_m}/\sqrt{(\overline{\Delta p_g})_0}\right] - 1$ en ordonnée et n en abscisse.

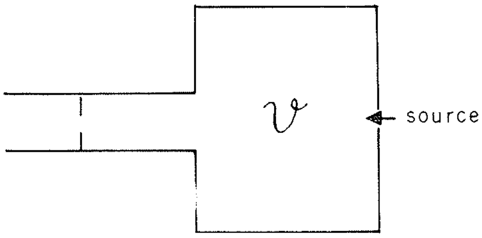
Les courbes obtenues ont la forme de la figure 4. On constate que $(\overline{\Delta p_g})_m = (\overline{\Delta p_g})_0$ en dehors du voisinage des fréquences n_1 et n_2 qui sont égales aux fréquences de résonance du réservoir, situé à l'aval de la 2ᵉ tuyère sonique, communiquent avec l'atmosphère par le tuyau de diamètre D. Dans toutes ces expériences l'amplitude des fluctuations relative du débit au niveau de la 2ᵉ tuyère est toujours très faible, de l'ordre au maximum de 1/10.

Il est possible de calculer les fréquences de résonance du réservoir communiquant avec l'atmosphère par le tuyau de diamètre D ainsi que l'amplitude des oscillations du débit au niveau du diaphragme pour une amplitude donnée a à l'amont. Pour faire ce calcul on suppose que le coefficient de débit du diaphragme est égal à sa valeur moyenne c'est-à-dire qu'on suppose qu'il n'y a pas de corrélation entre les fluctuations du débit et les fluctuations du coefficient K. Comme on retrouve ainsi parfaitement les résultats expérimentaux, on peut affirmer que, tant que les fluctuations relatives du débit au niveau du diaphragme restent faibles, la condition $(\overline{q'^2_v}/\overline{q}_v^2) \ll 1$ est nécessaire et suffisante pour pouvoir calculer $\overline{q_v}$ à partir de $(\overline{\Delta p_g})_m$, avec une approximation d'autant meilleure que $(\overline{q'^2_v}/\overline{q}_v^2)$ est plus petit, à partir de la valeur du coefficient de débit déterminée avec un débit rigoureusement constant.

Ces expériences montrent de plus que les fluctuations relatives du débit peuvent être très faibles dans une section donnée du conduit, mais devenir très importantes au niveau du diaphragme lorsque des phénomènes de résonance entrent en jeu. C'est pourquoi il est indispensable de préciser que dans l'inégalité $(\overline{q'^2_v}/\overline{q}_v^2) \ll 1$, $\overline{q'^2_v}$ désigne le carré de la valeur quadratique moyenne des fluctuations du débit *au niveau du dispositif déprimogène.*



4/



5/

En résumé, pour mesurer le débit moyen d'un écoulement pulsatoire à l'aide d'un dispositif déprimogène classique, il faut nécessairement réduire le rapport de l'amplitude des fluctuations du débit au débit moyen au niveau même du dispositif déprimogène.

Remarque sur les fluctuations de pression et de débits.

Lorsqu'on mesure un débit à l'aide d'un diaphragme en mince paroi, on lit sur un manomètre la différence de pression entre l'amont et l'aval du diaphragme. Or l'amplitude des oscillations observées de cette différence de pression peut bien être très grande en valeur relative sans que l'amplitude des fluctuations du débit à travers le diaphragme soit elle-même très grande. Cela tient à ce que, dans l'expression de la valeur instantanée de Δp_g, il y a deux termes; la valeur moyenne du premier terme est égale à la valeur moyenne de Δp_g tandis que la valeur moyenne du 2ᵉ terme est nulle. Il se peut donc que l'amplitude des oscillations du 1ᵉʳ terme soit très faible alors que l'amplitude des oscillations du second terme est très grande. L'amplitude des oscillations du manomètre est alors très grande, mais la mesure du débit moyen est correcte, à condition évidemment qu'on détermine d'une façon correcte la valeur moyenne de Δp_g.

En particulier ces phénomènes s'observent lorsque les tuyaux à l'amont et à l'aval du diaphragme entrent en résonance comme des tuyaux sonores. Si le diamètre du diaphragme est petit devant le diamètre du tuyau, le plan du diaphragme constitue un ventre de pression et un nœud de débit et par conséquent les oscillations de la différence de pression sont très grandes, alors que les oscillations du débit à travers le diaphragme sont faibles. Si au contraire le diamètre du diaphragme est voisin du diamètre du tuyau, le plan du diaphragme est un ventre de débit et un nœud de pression, on observe de grandes oscillations du débit alors que les oscillations relatives de la différence de pression restent faibles. D'une façon très générale il faut donc éviter d'utiliser des rapports d/D voisins de 1 et en pratique supérieurs à 0,5.

Emploi d'une capacité pour amortir les oscillations du débit à travers le dispositif déprimogène.

Nous venons de voir qu'il est indispensable, pour mesurer correctement à l'aide d'un dispositif déprimogène le débit moyen d'un écoulement pulsatoire donné, de réduire l'amplitude des oscillations du débit au niveau du dispositif déprimogène lui-même. Dans le cas des gaz, cette réduction d'amplitude est obtenue en intercalant entre la source de l'écoulement pulsatoire et le dispositif déprimogène de mesure une capacité de volume $\mathcal{V}$ et une résistance qui peut être constituée par le dispositif déprimogène lui-même.

L'amplitude a_0 des oscillations du débit de la source étant supposée connue, nous allons calculer le volume $\mathcal{V}$ nécessaire pour que l'amplitude a des oscillations du débit à travers le dispositif déprimogène soit égale à une fraction donnée de a_0.

Pour faire ce calcul, nous supposerons que les dimensions du réservoir sont petites devant la longueur d'onde du son de fréquence égale à la fréquence n de la source, c'est-à-dire que la pression est la même dans tout le réservoir à chaque instant, et que la réduction d'amplitude est suffisante pour qu'on puisse supposer qu'il n'y a pas de corrélation entre K et k et les fluctuations du débit, c'est-à-dire pour qu'on puisse remplacer dans l'équation (4) K et k par les valeurs moyennes correspondantes. Nous avons dans ces conditions à tout instant, en appelant p la pression dans le réservoir et p_{at} la pression atmosphérique :

$$\Delta p = p - p_{at} = \frac{K}{S^2} \rho \frac{q_v^2}{2} + \rho \frac{k}{2} \frac{dq_v}{dt} \qquad (7)$$

q_v désigne le débit en volume qui passe à travers le dispositif déprimogène à l'instant t, mais K et k sont déterminés par l'ensemble de la tuyauterie entre le réservoir et l'atmosphère. Dans la relation précédente on peut prendre comme valeur de la masse volumique ρ la masse volumique ρ_0 du fluide à la pression atmosphérique.

D'après l'équation de continuité, en désignant par $\rho_0 q_{v_0}$ le débit masse de la source à l'instant t et par ρ la masse volumique du fluide à l'instant t dans le réservoir, nous avons :

$$\mathcal{V} \frac{d\rho}{dt} = \rho_0 (q_{v_0} - q_v)$$

$\mathcal{V}$ désignant le volume du réservoir.

Si donc la compression du fluide dans le réservoir est isentropique c'est-à-dire si $d\rho/dt = (1/c^2)(dp/dt)$ avec $c^2 = \gamma p/\rho$, c désignant la célérité de propagation du son dans le gaz du réservoir et γ le rapport des chaleurs massiques du gaz, l'équation de continuité peut s'écrire :

$$\frac{\mathcal{V}}{c^2} \frac{dp}{dt} = \rho_0 (q_{v_0} - q_v) \qquad (8)$$

En dérivant les deux membres de l'équation (7) par rapport au temps et en remplaçant dp/dt par sa valeur tirée de l'équation (8) nous obtenons :

$$q_{v_0} = q_v + \frac{K\mathcal{V}}{S^2c^2} q_v \frac{dq_v}{dt} + \frac{k\mathcal{V}}{\rho c^2} \frac{d^2q_v}{dt^2} \qquad (9)$$

Posons :

$$\frac{K\mathcal{V}\overline{q_v}}{S^2c^2} = \tau \qquad \text{et : } \frac{k\mathcal{V}}{\rho c^2} = \frac{1}{\omega_0^2}$$

Pour un débit q_{v_0} de la forme :

$$q_{v_0} = \overline{q_{v_0}} (1 + a_0 \sin \omega t) \quad \text{avec} \quad \omega = 2\pi n,$$

le débit à travers le dispositif déprimogène est $\overline{q_{v_0}}\ [1 + a \sin (\omega t + \psi)]$ si a est petit devant 1 et d'après l'équation (9) nous avons :

$$\left(\frac{a}{a_0}\right)^2 = \frac{1}{[1 - (\omega^2/\omega_0^2)]^2 + \tau^2\omega^2}$$

Pour que le dispositif déprimogène mesure le débit moyen avec une erreur relative inférieure à α % (sur le débit moyen), il faut que :

$$\overline{q'_v}^2/\overline{q_{v_0}}^2 = a^2/2 \leqslant 2\,\alpha/100$$

ce qui est toujours réalisé, même s'il y a résonance c'est-à-dire si $\omega = \omega_0$, lorsque :

$$\frac{a_0^2}{\tau^2\omega^2} < \frac{4\,\alpha}{100}$$

c'est-à-dire lorsque :

$$\tau\omega > \frac{10\,a_0}{2\sqrt{\alpha}}$$

Or :

$$\tau\omega = \frac{K\mathcal{V}\overline{q}_v}{S^2c^2} \cdot 2\pi n \qquad \text{avec : } \frac{K\overline{q}_v^2}{2\,S^2} = \frac{\overline{\Delta p}}{\rho} \text{ et } c^2 = \gamma \frac{p}{\rho}$$

la condition précédente peut donc s'écrire :

$$\frac{4\,\pi}{\gamma} \frac{\overline{\Delta p}}{p} \frac{\mathcal{V}n}{q_v} > \frac{10\,a_0}{2\sqrt{\alpha}}$$

Pour $\gamma = 1{,}4$, $4\,\pi/\gamma$ est peu différente de 9 et par conséquent pour que l'erreur sur le débit moyen soit inférieur à α % il faut que :

$$\frac{\overline{\Delta p}}{p} \cdot \frac{\mathcal{V}n}{q_v} > \frac{10\,a_0}{18\sqrt{\alpha}}$$

Le nombre sans dimension $(\overline{\Delta p}/p)(\mathcal{V}n/q_v)$ est le nombre de Hodgson $\mathcal{H}$ et la condition pour que l'erreur relative sur le débit moyen soit inférieure à α % s'écrit :

$$\mathcal{H} \geqslant \frac{10\,a_0}{18\sqrt{\alpha}} \qquad (10)$$

En introduisant comme l'a fait Hodgson pour un écoulement pulsatoire « vrai » (c'est-à-dire sinusoïdal) le rapport du débit maximal au débit minimal $q_{\max}/q_{\min} = (1 + a_0)\ (1 - a_0)$, l'inégalité (10) conduit aux valeurs minimales du nombre de Hodgson suivantes (pour des valeurs de α égales à 0,5, 1 et 2 %).

Tableau 1

$\frac{q_{max}}{q_{min}}$	$\alpha = 0{,}5$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$
1	0	0	0
2	0,26	0,185	0,13
3	0,39	0,28	0,20
4	0,46	0,33	0,23
6	0,56	0,40	0,28
8	0,60	0,43	0,30
10	0,63	0,45	0,32
∞	0,79	0,56	0,39

Les valeurs de ce tableau sont à comparer aux valeurs données par Hodgson qui sont probablement d'origine expérimentale, et qui figurent dans le tableau suivant :

Tableau 2

$\frac{q_{max}}{q_{min}}$	$\alpha = 0{,}5$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$
1	0	0	0
2	0,14	0,09	0,04
3	0,24	0,15	0,08
4	0,30	0,19	0,11
6	0,35	0,23	0,14
8	0,38	0,26	0,16
10	0,40	0,27	0,16

La comparaison des valeurs numériques qui figurent dans les tableaux 1 et 2 montrent que les nombres de Hodgson minimaux calculés à partir de l'inégalité (10) sont plus grands que les valeurs indiquées par Hodgson lui-même. Ce résultat est tout à fait normal car, pour aboutir à l'inégalité (10), nous avons négligé le terme $(1 - \omega^2/\omega_0{}^2)^2$ devant $\tau^2\omega^2$ dans le calcul du rapport des amplitudes. Or très souvent ω_0 est petit devant ω et par conséquent :

$$\frac{a_0{}^2}{[1 - (\omega^2/\omega_0{}^2)]^2 + \tau^2\omega^2} \leqslant \frac{a_0{}^2}{\tau^2\omega^2}$$

et il n'y a égalité qu'à la résonance lorsque $\omega = \omega_0$. Si par exemple $\omega/\omega_0 = 2$, $(1 - \omega^2/\omega_0{}^2) = 9$, alors que $\tau^2\omega^2 = 3{,}2$; l'erreur α est donc divisée par $12{,}2/3{,}2 \# 4$ par rapport à l'erreur indiquée dans le tableau 1.

Pour calculer en toute rigueur le volume $\mathcal{V}$ permettant de réduire l'amplitude relative des fluctuations du débit à travers le dispositif déprimogène de façon à rendre l'erreur relative sur le débit moyen mesuré inférieure à α %, il faut faire intervenir deux nombres sans dimension, le nombre de Hodgson et le nombre $(k\mathcal{V}/\rho c^2)\omega^2$, et écrire :

$$\frac{a_0{}^2}{[1 - (k\mathcal{V}\omega^2/\rho c^2)]^2 + [(4\,\pi/\gamma)\mathcal{H}]^2} \geqslant \frac{4\,\alpha}{100}$$

Lorsque la tuyauterie qui fait communiquer le réservoir avec l'atmosphère a une forme simple, on peut évaluer k/l, c'est-à-dire la fréquence propre n_0 du résonateur constitué par le volume $\mathcal{V}$ et la tuyauterie. Par exemple, si la tuyauterie est droite et de faible longueur par rapport à la longueur d'onde du son de fréquence n_0, on peut écrire :

$$\frac{k}{l} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sigma},$$

x désignant une abscisse comptée suivant l'axe de la tuyauterie, x_1 et x_2 les abscisses des extrémités et σ la section occupée effectivement par le fluide *en mouvement* à l'abscisse x. Mais dans le cas où ce calcul n'est pas possible, en prenant les valeurs du nombre de Hodgson indiquées dans le tableau 1, on est certain que l'erreur relative sur le débit moyen, introduite par les oscillations du débit, est inférieure aux valeurs indiquées dans le tableau, même s'il y a résonance.

Cas où l'écoulement n'est plus sinusoïdal mais est interrompu.

C'est le cas où le débit de la source est représenté en fonction du temps par la courbe de la figure 6, caractérisée par une période z_0 et une durée d'interruption z_u.

En effectuant un développement en série de Fourier du débit de la source en fonction du temps, on a dans ce cas :

$$\frac{q'_{v_0}}{\bar{q}_{v_0}} = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{2 \sin \pi n\,[1 - (z_u/z_0)]}{\pi n\,[1 - (z_u/z_0)]} \cos\left[\frac{2\,\pi n t}{z_0} - \pi n\left(1 - \frac{z_u}{z_0}\right)\right]$$

Appelons $\mathcal{H}_0$ le nombre de Hodgson correspondant à la fréquence fondamentale $1/z_0$; pour que l'erreur relative sur le débit moyen soit inférieure à α % il faut que :

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\left[\dfrac{2 \sin \pi n\,[1 - (z_u/z_0)]}{\pi n\,[1 - (z_u/z_0)]}\right]^2}{\left[1 - \dfrac{k\mathcal{V}}{lc^2}\left(\dfrac{2\,\pi n}{z_0}\right)^2\right]^2 + [(4\,\pi/\gamma)\,\mathcal{H}_0]^2 n^2} \leqslant \frac{4\,\alpha}{100}$$

Comme pour l'écoulement pulsatoire sinusoïdal, si on néglige le terme $[1 - (k\mathcal{V}/lc^2)\,(2\,\pi n/z_0)^2]^2$ devant le terme $[(4\,\pi/\gamma)\mathcal{H}_0]^2 n^2$, on obtient une valeur maximale du nombre de Hodgson minimal définie par l'inégalité :

$$\mathcal{H}_0 \geqslant \frac{10}{9\sqrt{\alpha}} \sqrt{\sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\sin^2 [n\pi\{1 - (z_u/z_0)\}]}{n^4\pi^2\,[1 - (z_u/z_0)]^2}}$$

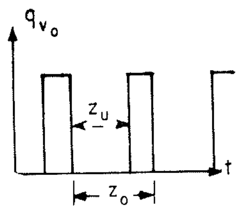
Soit en posant $\beta = 2\,[1 - (z_u/z_0)]$:

$$\mathcal{H}_0 \geqslant \frac{10}{9\sqrt{\alpha}}\,\frac{\pi}{\sqrt{6}} \sqrt{1 + (\beta^2/4) - \beta}$$

ou :

$$\mathcal{H}_0 \geqslant \frac{10}{9\sqrt{\alpha}}\,\frac{\pi}{\sqrt{6}}\,\frac{z_u}{z_0}$$

le tableau III donne les valeurs du nombre de Hodgson ainsi calculées pour différentes valeurs du degré d'interruption z_u/z_0 et pour $\alpha = 0{,}5$ %, 1 % et 2 %. Ces valeurs sont à comparer aux valeurs du tableau IV données par Hodgson et qui sont probablement d'origine expérimentale.



6/

Tableau 3

z_n/z_0	$\alpha = 0{,}5$ %	$\alpha = 1$ %	$\alpha = 2$ %
1	2,02	1,42	1,00
0,8	1,61	1,14	0,81
0,6	1,20	0,85	0,60
0,4	0,81	0,57	0,40
0,2	0,40	0,28	0,20
0	0	0	0

Tableau 4

z_n/z_0	$\alpha = 0{,}5$ %	$\alpha = 1$ %	$\alpha = 2$ %
1	2,50	1,70	1,20
0,8	1,85	1,25	0,90
0,6	1,35	0,90	0,60
0,4	0,95	0,65	0,45
0,2	0,65	0,45	0,30
0	0,50	0,35	0,25

L'accord entre les valeurs des deux tableaux est très bon sauf pour $z_n/z_0 = 0$, valeur pour laquelle l'écoulement n'est plus pulsatoire et qui par conséquent doit correspondre à $\mathcal{H} = 0$.

Cas d'un écoulement à la vitesse critique à la sortie du réservoir.

Supposons que le réservoir de volume $\mathcal{V}$ communique avec la tuyauterie aval par une tuyère. Appelons p_0 et ρ_0 la pression et la masse volumique du gaz dans le réservoir et p et ρ la pression et la masse volumique dans une section de la tuyère où la vitesse est V et où nous supposerons que l'écoulement a lieu par tranche. Le théorème de Bernoulli s'écrit pour un écoulement isentropique :

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p_0}{\rho_0} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + \frac{k}{l\rho} \frac{dq}{dt}$$

q désignant le débit masse instantané qui passe dans la tuyère supposée de longueur faible devant la longueur d'onde du son de fréquence n.

Lorsque le débit q est de la forme :

$$q = \overline{q}\,(1 + a \sin (2\,\pi n t + \psi),$$

l'amplitude relative a étant petite devant 1, le rapport du terme en dq/dt au terme $V^2/2$ est égal au col de section S de la tuyère, à :

$$\varepsilon = a\,4\,\pi\,k\,\frac{S}{l} \cdot \frac{n}{\overline{V_c}}$$

$\overline{V_c}$ désignant la vitesse moyenne au col de la tuyère; or k/l est de l'ordre de $1/d$, en appelant d le diamètre du col de la tuyère et par conséquent :

$$\varepsilon = 10\,a\,\frac{nd}{\overline{V_c}}$$

Dans les applications le nombre de Strouhal $nd/\overline{V_c}$ est toujours beaucoup plus petit que 1 car $\overline{V_c}$ est égal à la célérité de propagation du son pour un écoulement à la vitesse critique dans la section de gorge de la tuyère. V_c est donc de l'ordre de 300 m/s alors que nd ne dépasse généralement pas 1 m/s. Le terme en dq/dt est donc toujours négligeable devant les autres termes de l'équation de Bernoulli et à un instant t on peut exprimer le débit en fonction de la masse volumique ρ_0 par la formule du régime permanent, c'est-à-dire :

$$q = \rho_0 S.A$$

A étant une grandeur homogène à une vitesse qui ne dépend que de la température et du rapport des chaleurs massiques du gaz. Pour l'air à 20 °C, A = 200 m/s.

L'équation de continuité conduit dans ces conditions à l'équation :

$$\mathcal{V}\,\frac{d\rho_0}{dt} + \rho_0 S.A = q_0\,(1 + a_0 \sin 2\,\pi n t)$$

$\overline{q_0}$ désignant le débit moyen de la source, a_0 l'amplitude des oscillations relatives du débit de la source et $\mathcal{V}$ le volume du réservoir intercalé entre la source et la tuyère.

L'équation différentielle précédente permet de calculer a^2/a_0^2 et on obtient :

$$a^2 = \frac{a_0^2}{1 + (\mathcal{V}^2\,4\,\pi^2 n^2/A^2 S^2)}$$

Par conséquent, si l'on veut que a^2 soit inférieur à $4\,\alpha/100$, il faut que :

$$\frac{\mathcal{V} \times 2\,\pi n}{\widehat{A.S}} > \frac{10\,a_0}{2\sqrt{\alpha}}$$

$\widehat{A.S.} = \overline{q_v}$ désigne le débit en volume de la tuyère dans les conditions amont, c'est-à-dire exprimé en volume de gaz de masse volumique ρ_0.

Si on compare l'inégalité ainsi obtenue :

$$\frac{\mathcal{V}_n}{\overline{q_v}} \geqslant 0{,}8\,\frac{a_0}{\sqrt{\alpha}}$$

à l'inégalité trouvée antérieurement :

$$\frac{\overline{\Delta p}}{p} \cdot \frac{\mathcal{V}_n}{\overline{q_v}} > 0{,}55\,\frac{a_0}{\sqrt{\alpha}}$$

on constate que lorsque l'écoulement dans la tuyère est critique il suffit dans l'expression du nombre de

Hodgson de prendre $\overline{\Delta p}/p = 0{,}69$ et d'exprimer le débit $\overline{q_v}$ en volume de gaz de masse volumique égale à ρ_0.

Remarquons que lorsqu'il est possible de réaliser dans la tuyère le régime critique, c'est-à-dire lorsque la pression p_0 est suffisamment élevée, un moyen particulièrement simple et extrêmement fiable de mesurer le débit moyen d'un écoulement pulsatoire est d'utiliser la tuyère elle-même comme dispositif de mesure du débit. L'amplitude des oscillations du débit dans la tuyère est :

$$a = \frac{a_0}{\mathcal{V}\,(2\,\pi n/\mathrm{AS})}$$

et pour que l'erreur relative introduite par les pulsations sur la valeur du débit moyen calculé avec la formule du régime permanent, soit inférieure à α %, il suffit que :

$$\frac{10\,a_0}{\mathcal{V}\,(2\,\pi n/\widehat{\mathrm{AS}})} \times \frac{nd}{\mathrm{V}_c} \leqslant \frac{2\,\alpha}{100}$$

$$\frac{10\,a_0 d^3}{8\,\mathcal{V}} \times \frac{\rho_c}{\rho_0} \leqslant \frac{2\,\alpha}{100}$$

ρ_c/ρ_0 désigne le rapport de la masse volumique dans la section de gorge de la tuyère à la masse volumique amont. Pour l'air, $\rho_c/\rho_0 = 1/1{,}58$ et par conséquent, pour que l'erreur soit inférieure à α %, il faut que :

$$\frac{\mathcal{V}}{d^3} \geqslant \frac{40\,a_0}{\alpha} \qquad (11)$$

Pour un écoulement pulsatoire sinusoïdal, a_0 est au maximum égal à 1 et il suffit dans tous les cas que :

$$\frac{\mathcal{V}}{d^3} \geqslant \frac{40}{\alpha}$$

Pour un écoulement pulsatoire interrompu, l'inégalité (11) doit être satisfaite pour tous les harmoniques. Or, dans le cas le plus défavorable, c'est-à-dire pour $z_u/z_0 = 1$, l'amplitude maximale est celle du fondamental de fréquence $1/z_0$ et elle est égale à 2. Le volume $\mathcal{V}$ doit donc satisfaire à l'inégalité :

$$\frac{\mathcal{V}}{d^3} \geqslant \frac{80}{\alpha}$$

Cas des liquides.

Dans le cas d'écoulements pulsatoires de liquides, on ne peut pas amortir les oscillations du débit en utilisant comme pour les gaz un réservoir indéformable plein de liquide, associé à une perte de charge, car les liquides sont trop peu compressibles. Il faut employer soit une cheminée d'équilibre, soit un réservoir d'air.

Cheminée d'équilibre (fig. 7).

Pour mesurer un débit en volume pulsatoire $q_{v_0} = \overline{q}_v\,(1 + a_0 \sin \omega t)$, on intercale entre la source et le dispositif déprimogène de mesure D une cheminée d'équilibre de surface Σ. A l'aval du dispositif déprimogène on supposera que le liquide coule dans un réservoir à niveau constant. Appelons z la différence de niveau entre la cheminée d'équilibre et le réservoir aval et q_v le débit en volume à travers le dispositif déprimogène, nous avons :

$$q_{v_0} = \Sigma\,\frac{dz}{dt} + q_v$$

$$\rho g z = \mathrm{K}\,\frac{\rho q_v^2}{2\,\mathrm{S}^2} + \frac{k}{l}\,\rho\,\frac{dq_v}{dt}$$

ρ désignant la masse volumique du liquide et g l'accélération due à la pesanteur. En éliminant dz/dt entre la première et la seconde équation, nous obtenons :

$$q_{v_0} = q_v + \frac{\mathrm{K} q_v \Sigma}{g\mathrm{S}^2}\,\frac{dq_v}{dt} + \frac{k}{l}\,\frac{\Sigma}{g}\,\frac{d^2 q_v}{dt^2}$$

Posons $q_v = \overline{q_v}\,[1 + a \sin(\omega t + \psi)]$ et supposons que a soit petit devant 1, nous obtenons :

$$a^2 = \frac{a_0^2}{[1 - (\omega^2/\omega_0^2)]^2 + \tau^2\omega^2}$$

avec :

$$\tau = \frac{\mathrm{K}\overline{q_v}\Sigma}{g\mathrm{S}^2} \qquad \frac{k\Sigma}{lg} = \frac{1}{\omega_0^2}$$

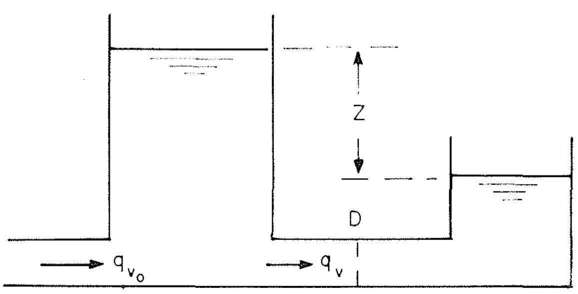
Or

$$\frac{\mathrm{K}\overline{q_v}^2}{2\,g\mathrm{S}^2} = \overline{z}$$

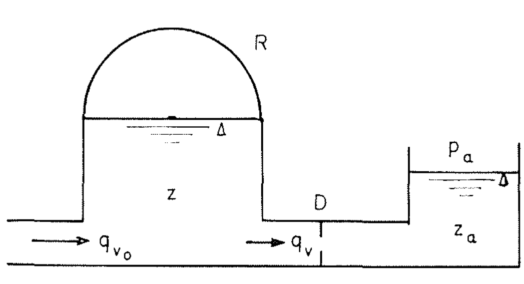
et par conséquent :

$$\tau = \frac{2\,\overline{z}\Sigma}{\overline{q_v}}, \quad \tau\omega = 4\,\pi\,\frac{\overline{z}\Sigma_n}{\overline{q_v}}$$

Pour déterminer la surface Σ de la cheminée d'équilibre, il suffit donc de remplacer, dans tous les résultats énoncés pour les gaz, le nombre de Hodgson divisé par γ par le nombre $\overline{z}\Sigma n/q_v$. Pour obtenir les valeurs minimales de ce nombre, il suffit de diviser les valeurs numériques qui se trouvent dans les tableaux 1 et 3 par $\gamma = 1{,}4$.



7/



8/

Réservoir à air (fig. 8).

On intercale entre la source de débit pulsatoire et le dispositif déprimogène D un réservoir R étanche dans lequel de l'air est comprimé au-dessus de la surface libre du liquide.

Appelons Σ l'aire de la section du réservoir par le plan de la surface libre du liquide et z la cote de la surface libre dans le réservoir au-dessus d'un plan horizontal de référence, l'équation de continuité s'écrit :

$$q_{v0} = \Sigma \frac{dz}{dt} + q_v$$

Désignons par p la pression absolue de l'air dans le réservoir, par p_a la pression atmosphérique et par z_a la cote de la surface libre dans le réservoir aval, l'application de la formule fondamentale donne :

$$(p + \rho g z) - (p_a + \rho g z_a) = \mathrm{K} \frac{\rho q_v^2}{2 \mathrm{S}^2} + \frac{k}{l} \rho \frac{dq_v}{dt}$$

La cote z oscille autour de la valeur moyenne $\bar{z}$ et lorsque le niveau dans le réservoir à air est à la cote $\bar{z}$ le volume d'air est V_0 et la pression d'air est égale à p_0. Si nous supposons que la compression de l'air dans le réservoir est isotherme nous avons :

$$p = \frac{\mathrm{V}_0 p_0}{\mathrm{V}_0 - \Sigma z'}$$

avec $z = \bar{z} + z'$

Et par conséquent, si z' est suffisamment petit pour que $\Sigma z'$ soit petit devant V_0, nous pouvons écrire :

$$p_0\left(1 + \frac{\Sigma z'}{\mathrm{V}_0}\right) + \rho g z - (p_a + \rho g z_a) = \mathrm{K} \frac{\rho q_v^2}{2 \mathrm{S}^2} + \frac{k}{2} \rho \frac{dq_v}{dt}$$

et en dérivant par rapport au temps :

$$p_0 \frac{\Sigma}{\mathrm{V}_0}\left(1 + \frac{\rho g \mathrm{V}_0}{\Sigma p_0}\right) \frac{dz'}{dt} = \mathrm{K} \frac{\rho q_v}{\mathrm{S}^2} \frac{dq_v}{dt} + \frac{k}{l} \rho \frac{d^2 q_v}{dt^2}$$

Or $$\frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt} = \frac{q_{v_0} - q_v}{\Sigma}$$

nous avons donc :

$$q_{v_0} = q_v + \frac{\mathrm{K} \rho q_v \mathrm{V}_0}{\mathrm{S}^2 p_0 \left[1 + (\rho g \mathrm{V}_0 / \Sigma p_0)\right]} \frac{dq_v}{dt} + \frac{k}{2} \frac{\rho \mathrm{V}_0}{p_0 \left[1 + (\rho g \mathrm{V}_0 / \Sigma p_0)\right]} \frac{d^2 q_v}{dt^2}$$

Si $q_{v_0} = \overline{q_v}(1 + a_0 \sin \omega t)$, la solution est de la forme $q_v = \overline{q_v}\,[1 + a \sin(\omega t + \psi)]$, si on peut linéariser l'équation différentielle précédente, c'est-à-dire si $a \ll 1$. Nous supposerons que le volume V_0 est suffisamment grand pour que cette linéarisation soit possible, ce qui permet d'écrire dans ce cas :

$$\overline{\Delta p_g} = (\bar{p} + \rho g \bar{z}) - (p_a + \rho g z_a) = \mathrm{K} \frac{\rho \overline{q_v}^2}{2 \mathrm{S}^2}$$

$$\frac{\mathrm{K} \overline{q_v}}{\mathrm{S}^2} = \frac{2 \overline{\Delta p_g}}{\overline{q_v}}$$

et en posant :

$$\tau = \frac{2 \Delta p_g \mathrm{V}_0}{p_0 \left[1 + (\rho g \mathrm{V}_0 / \Sigma p_0)\right] \overline{q_v}}$$

$$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{k}{l} \frac{\rho \mathrm{V}_0}{p_0 \left[1 + (\rho g \mathrm{V}_0 / \Sigma p_0)\right]}$$

nous obtenons :

$$a^2 = \frac{a_0^2}{\left[1 - (\omega^2/\omega_0^2)\right]^2 + \tau^2 \omega^2}$$

formule identique à la formule trouvée dans le cas des gaz. Les conclusions sont identiques et pour déterminer le volume d'air minimal V_0, il suffit d'écrire que le nombre sans dimension :

$$\frac{\overline{\Delta p_g}}{p_0 \left[1 + (\rho g \mathrm{V}_0 / \Sigma p_0)\right]} \frac{\mathrm{V}_0 n}{\overline{q_v}}$$

est égal aux valeurs numériques qui figurent dans les tableaux 1 et 3, divisées par 1,4.

Discussion

Président : M. G. Réméniéras

M. le Président remercie M. le Professeur Fortier de son brillant exposé où chacun a retrouvé les qualités de clarté et de rigueur qui ont fait sa réputation.

M. Thibessard rejoint l'opinion de M. le Professeur Fortier concernant l'empirisme qui régnait le plus souvent jusqu'ici dans les débats concernant la mise au point des normes internationales pour la mesure des débits. La nécessité d'une meilleure utilisation des connaissances théoriques dans les travaux de normalisation est, dit-il, une des conclusions qui s'est imposée aux rédacteurs des récentes normes internationales. La communication de M. le Professeur Fortier en illustre brillamment l'intérêt pour ce qui concerne les fluctuations de débit. Le même souci anime le groupe de travail qui se penche actuellement sur le problème de la mesure des débits par un dispositif dit « à débit critique ».

Du point de vue didactique, remarque M. le Président, l'équation de base utilisée par M. le Professeur Fortier peut être rapprochée de l'équation de Saint-Venant pour l'étude de l'écoulement non permanent dans les canaux à écoulement libre.

On peut y retrouver l'équivalent des pentes dues :

1° Aux différences de $\mathrm{V}^2/2g$;

2° Aux pertes de charges;

3° A l'accélération (positive ou négative) de l'écoulement.

Il est vrai que dans les études relatives aux écoulements non permanents à surface libre, on ne considérera pas des écoulements à débits sinusoïdaux ou périodiques.

M. le Professeur Fortier confirme que l'équation visée est absolument générale et ne suppose pas que l'écoulement est périodique.

Peut-on actuellement définir une limite — un seuil — en deçà de laquelle le débit pourrait être considéré comme constant — non fluctuant — pour les besoins de la mesure ? demande M. Thibessard.

Lorsque le débit est strictement sinusoïdal, répond M. le Professeur Fortier, les formules données permettent le calcul de ce seuil pour réduire la correction de pulsation à une valeur donnée. Lorsque l'oscillation du débit est purement aléatoire, le problème ne pourra être résolu *pratiquement* que lorsque l'on aura rassemblé suffisamment de renseignements statistiques sur le spectre des pulsations engendrées par les divers appareils ou obstacles créant des discontinuités de vitesse dans l'écoulement.

Gravure extraite de Architectura curiosa nova *par G. A. BOCKLERN*
Nuremberg (1664)