LE CALCUL NUMÉRIQUE DE L'ÉTAT DE LA MER

Communication
présentée au Comité technique
de la Société Hydrotechnique de France
le 20 novembre 1969

PAR R. GELCI * ET
E. DEVILLAZ *

Introduction

Voici déjà plus de cinquante ans que fut organisé, au Maroc, un service d'avertissement et de prédiction de la houle [1].

La méthode utilisée reposait essentiellement sur une corrélation morphologique entre le champ isobarique Nord Atlantique et les aggravations locales du phénomène.

Les observations des Açores complétaient efficacement la méthode.

Ultérieurement, le problème fut repris, voici vingt-cinq ans, de façon plus analytique [2] : l'état de la mer fut schématisé par une ondulation unique, dite « vague significative ».

Les caractéristiques de la vague significative sont estimées localement, par des jeux d'abaques à partir de la géométrie, de la cinématique et du vent moyen des aires génératrices.

En réalité, la schématisation des champs de vent, toujours plus ou moins arbitraire, rend cette méthode assez subjective.

Les méthodes spectrales, bien que relativement anciennes [3], ne sont pratiquement utilisées que depuis une quinzaine d'années [4, 5]. Leur application pratique se heurte d'abord à des difficultés instrumentales d'une part, de calcul numérique d'autre part. La considération de l'équation spectrale du bilan énergétique [6] permet de systématiser les calculs.

Plus récemment, les représentations spectrales proposées par les différents spécialistes furent confrontées [7, 8]. Les écarts considérables sont à l'heure actuelle partiellement élucidés :

1. La forme limite du spectre, dans le domaine des courtes périodes, a été précisée [9].

2. La dispersion angulaire des différentes composantes a pu être mesurée grâce à des accéléromètres montés sur bouée [10] ou par stéréophotographie aérienne [11].

3. L'hypothèse de la croissance simultanée des diverses composantes [6] a définitivement prévalu.

Des théories linéaires ont permis de préciser le mécanisme [12, 13, 14].

En ce qui concerne l'amortissement, trois mécanismes sont proposés actuellement :

a) Prise en compte d'un coefficient de viscosité turbulente, fonction de l'état de la mer [15].

b) Génération de composantes courtes à partir des autres composantes [16], puis destruction par déferlement, compte tenu de la forme limite du spectre dans le domaine des composantes courtes [17].

c) Considération *a priori* d'un spectre limite correspondant à la « mer complètement développée » [18, 19].

Nous allons maintenant décrire le modèle spectral utilisé par la Météorologie nationale, puis divers modèles spectraux proposés aux U.S.A. et en Grande-Bretagne.

Enfin, nous comparerons différentes représentations spectrales de l'état de la mer.

1. — Le modèle DSA V

1.1. Historique.

Les premiers modèles de la série DSA (densités spectrales angulaires) reposaient sur l'équation spectrale du bilan énergétique [6, 7] :

* Ingénieurs à la Météorologie nationale.

4/

$$\frac{\partial \rho(T, \theta)}{\partial t} + \frac{gT}{4\pi} \cos \theta \frac{\partial \rho(T, \theta)}{\partial x} + \frac{gT}{4\pi} \sin \theta \frac{\partial \rho(T, \theta)}{\partial y} = P(T, |\theta - \omega|, W) - \rho F(T, |\theta - \omega|, W) \quad (1)$$

dans laquelle $\rho(T, \theta) dT d\theta$ représente la densité d'énergie moyenne due à l'agitation, dans la gamme des périodes $(T, T + dT)$ et des directions $(\theta, \theta + d\theta)$.

$(gT/4\pi) \cos \theta$ et $(gT/4\pi) \sin \theta$ représentent les composantes de la vitesse de groupe de la composante (T, θ) .

P et F sont des fonctions, déterminées empiriquement, de la période T et de l'azimut θ d'une part, de la vitesse W, et de l'azimut ω du vent d'autre part; $|\theta - \omega|$ désigne ici la mesure de l'angle saillant formé par les deux directions. $P dT d\theta$ représente la densité d'énergie apportée par le vent sous forme d'ondulations élémentaires, dans les gammes $(T, T + dT)$ et $(\theta, \theta + d\theta)$; F représente un facteur sélectif d'amortissement.

Les fonctions P et F furent déterminées par approximations successives, de manière à diminuer autant que possible les écarts entre les résultats de calcul et plusieurs ensembles d'observations.

Les calculs étaient conduits manuellement d'abord (DSA I et DSA II) en construisant au préalable des diagrammes espace-temps (« diagrammes de propagation ») relativement à un seul point de prévision, puis sur calculateur électronique (DSA III et DSA IV) en menant le calcul simultanément pour chacun des nœuds d'une grille à maillage carré [20]. Le dernier modèle de la série (DSA V) résulte de deux améliorations : l'une concerne le traitement effectif de la propagation, l'autre la nature du terme d'amortissement [dernier terme de (1)].

1.2. La propagation.

La formulation analytique du phénomène de propagation est :

$$\vec{U}_{T\theta} \text{ grad } \rho_{T\theta} = \frac{gT}{4\pi} \cos \theta \frac{\partial \rho_{T\theta}}{\partial x} + \frac{gT}{4\pi} \sin \theta \frac{\partial \rho_{T\theta}}{\partial y} \quad (2)$$

Un schéma aux différences finies de (2) présente de fâcheux inconvénients. Considérons en effet une énergie unité, située au temps zéro au nœud de maille M^0 , se propageant à la vitesse $gT/4\pi$ dans la direction d'azimut θ .

Au bout de n pas dans le temps, c'est-à-dire au bout du temps $n \Delta t$, cette énergie doit en principe atteindre un point M^n tel que :

$$\vec{M^0 M^n} = (gT/4\pi) e^{i\theta} n \Delta t$$

Or, l'utilisation de (2) sous forme de différences finies conduit à disperser l'énergie initiale en plusieurs énergies partielles, distribuées aux nœuds de maille voisins de M^n . La dispersion par rapport à M^n est proportionnelle à n [21].

Pour éviter une telle dispersion, qui enlève toute signification aux calculs, un premier procédé consiste à positionner l'énergie initiale au nœud de maille M^n le plus voisin de la position théorique M^n (fig. 2). Ce faisant, on commet une erreur au plus égale à $(a\sqrt{2}/2)$ (a étant le pas de maille).

Cette technique de déplacement en zigzag, à même vitesse moyenne, n'est cependant pas entièrement satisfaisante. En effet, l'énergie unité que nous avons supposé concentrée au point M^0 est en réalité l'énergie d'une bande spectrale et non d'une raie. Elle doit donc s'étaler d'une certaine manière au cours de sa propagation. La propagation en zigzag ne rend pas compte de cet étalement naturel

de l'énergie; appliquée à un champ spectral initial, elle fait apparaître, au bout d'une dizaine de pas, des renforcements et des trous sans aucune réalité physique.

La figure 3 représente une zone initiale de vagues A° B° C° D° constituée de six composantes de directions $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ et de périodes T_1 et T_2 (correspondant aux vitesses de groupes $U_1 = gT_1/4\pi$ et $U_2 = gT_2/4\pi$). Le champ initial A° B° C° D° est donc la superposition de six champs spectraux.

Au bout de N pas dans le temps, la propagation en zigzag fait apparaître six champs distincts, séparés par des zones calmes.

Une technique particulière a été élaborée pour pallier cet inconvénient [22]. Elle consiste à répartir une partie de l'énergie sur les mailles voisines, d'une part dans le sens de la propagation (pour tenir compte de la largeur de bande $\Delta U = (g/4\pi)\Delta T$), d'autre part à angle droit de la direction de propagation, et de part et d'autre (pour tenir compte de la dispersion angulaire).

Ces répartitions longitudinales et transversales, baptisées « éclatements », ne sont pas effectuées systématiquement à chaque pas dans le temps, mais obéissent à des cycles particuliers. Les coefficients de répartition et la fréquence de ces « éclatements » dépendent de la direction considérée, par rapport à la grille, et de la période considérée.

Cette technique aboutit en fait à reproduire artificiellement une dispersion spectroangulaire voisine de la dispersion naturelle de la bande considérée (fig. 4).

1.3. L'amortissement.

Dans le modèle DSA V, le terme d'amortissement est un terme essentiel, au même titre que les termes de propagation et de croissance, dans l'équation du bilan spectral énergétique :

$$\partial\rho/\partial t = \text{propagation} + \text{amortissement} + \text{croissance}$$

Il intervient aussi bien dans l'atténuation des trains d'ondes qui quittent les aires génératrices que dans le calcul des spectres limites à l'intérieur des aires génératrices elles-mêmes.

C'est ainsi que les caractéristiques d'une aire génératrice infinie sous l'influence d'un vent constant et uniforme, s'obtiennent en annulant le premier membre et le premier terme du second membre dans l'équation ci-dessus. Le spectre limite apparaît comme une conséquence des hypothèses, et non comme une hypothèse supplémentaire. Nous y reviendrons.

L'amortissement adopté dans le modèle DSA V est un amortissement turbulent, de nature hydrodynamique, correspondant à la valeur du coefficient de viscosité turbulente :

$$\mu \approx 28 \times 10^{-7} m_0 \quad (\text{CGS}) \quad (3)$$

m_0 étant la densité totale d'énergie, due aux vagues, soit :

$$m_0 = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \rho(T, \theta) dT d\theta$$

liée elle-même à la hauteur des vagues H 1/10 par la relation :

$$H_{1/10} \approx 0.16 \sqrt{m_0} \quad (\text{CGS}) \quad (4)$$

La relation (4) n'est théoriquement valable que dans le cas d'un spectre infiniment mince [23]. Elle est encore valable dans le cas des spectres rencontrés effectivement [24]. A partir de μ , l'amortissement d'une composante monochromatique est donné par une relation due à Lamb [25], qu'on peut écrire :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{64 \mu \pi^4}{g^4 d_{\text{eau}}} \frac{1}{T^4} = - \frac{A}{T^4} m_0 \quad (5)$$

$\rho dT d\theta$ étant la densité d'énergie due à la composante;

d_{eau} la masse spécifique de l'eau;

g l'accélération due à la pesanteur;

A une constante égale à 18.10^{-9} CGS.

La relation (3) appelle un certain nombre de remarques.

1. Pour les faibles valeurs de m_0 correspondant par exemple à $H_{1/10} = 2$ m on trouve $\mu \sim 4$ CGS, valeur très inférieure aux valeurs déduite de mesures de courant.

L'amortissement des composantes moyennes et longues (de période égale ou supérieure à une dizaine de secondes) est alors pratiquement nul. Par contre, les composantes de période égale ou inférieure à 2 s sont considérablement amorties.

Pour des valeurs importantes de m_0 (c'est-à-dire de $H_{1/10}$) seules les composantes longues échappent pratiquement à l'amortissement.

2. Bien entendu, au cours de leur propagation, toutes les composantes, quelles que soient leurs périodes, s'affaiblissent par dispersion spectro-angulaire, processus cinématique dont nous avons parlé plus haut.

3. Des considérations de similitude [15] tendent à faire intervenir, dans l'expression de μ , les divers moments spectroangulaires, de forme générale.

$$\left. \begin{aligned} m_q'^p &= \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{\rho(T, \theta)}{T^q} \cos^p \theta d\theta \\ m_q''^p &= \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{\rho(T, \theta)}{T^q} \sin^p \theta d\theta \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

4. L'expression de μ donnée par (3) ne rend pas compte de l'influence de l'écart angulaire entre la composante d'énergie ρ dont on suit l'amortissement, et les autres composantes également présentes. En d'autres termes, l'amortissement dû à l'interférence de deux composantes serait le même, que ces composantes aient même direction ou des directions opposées.

Une relation moins grossière que (3), dans laquelle μ dépendrait non seulement de m_0 mais aussi de $m_0'^1, m_0''^1, m_1'^1, m_1''^1, \dots$, permettrait, en principe, d'approcher la réalité.

5. Quoi qu'il en soit, compte tenu des données d'observation actuelle, la relation (3) est suffisante pour rendre compte :

- a) de l'augmentation de la période modale du spectre, avec la durée du vent générateur;
- b) du très fort amortissement des composantes courtes à la sortie de l'aire génératrice, ou à la traversée d'une autre zone de vents forts;
- c) du très faible amortissement des composantes longues;
- d) de la diminution du taux d'amortissement au cours du trajet par suite de la diminution de ρ .

6. En ce qui concerne l'origine de la turbulence, on doit probablement invoquer la non linéarité des équations générales de l'hydrodynamique, qui est responsable des déferlements en surface et, dans l'ensemble du mouvement, de composantes nouvelles produites par l'interaction des composantes déjà existantes [16].

Dans la mesure où ces processus engendrent des mouvements d'échelle inférieure à celle du mouvement étudié, en l'occurrence des ondulations très courtes, de période inférieure à la seconde, on peut admettre la création d'une turbulence spécifique; m_0 apparaît alors comme une mesure plus ou moins approximative de cette turbulence.

7. A l'exception du modèle DSA V et du modèle proposé par Barnett que nous allons décrire succinctement plus loin, l'amortissement des vagues est considéré comme un processus aérodynamique, lié au vent. Au contraire, la relation (3) implique que le vent n'amortit pas directement les vagues de directions différentes, mais indirectement, par l'intermédiaire des composantes de la mer du vent qu'il engendre.

1.4. La croissance.

Dans la mesure où l'écoulement atmosphérique au-dessus de la mer peut-être représenté par une valeur représentative unique de la vitesse, de module W et d'azimut ω , l'énergie fournie à la composante (T, θ) de période T d'azimut θ et de densité d'énergie ρ peut s'écrire *a priori* :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}(W, |\theta - \omega|, T, \mathcal{E})$$

$|\theta - \omega|$ désignant ici l'angle rentrant arithmétique formé par la direction du vent et de la composante considérée; $\mathcal{E}$ désignant l'état de la mer, c'est-à-dire son spectre bidimensionnel.

5/

Le modèle DSA V restreint $\mathcal{E}$ à une seule fonction de W , $|\theta - \omega|$ et T . En d'autres termes, le taux d'énergie fourni par le vent, à une composante donnée, est constant et indépendant de l'état global de la mer.

Si l'on désigne par $s(\theta - \omega)$ la répartition angulaire de l'énergie fournie par le vent, de part et d'autre de sa direction, on a donc, au total :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \text{terme de propagation} + P(T, W) s(\theta - \omega) - (Am_0/T^4) \rho \quad (7)$$

Pour déterminer P , nous allons utiliser (7) dans deux cas particuliers importants.

1.4.1. Un vent constant W souffle uniformément sur une aire génératrice de grande étendue.

Le terme de propagation n'intervient plus, et (7) s'écrit (en intégrant par rapport à $(\theta - \omega)$ de $-\pi/2$ à $+\pi/2$) :

$$\frac{\partial r}{\partial t} = P(T, W) - (Am_0/T^4) r \quad (8)$$

en posant :

$$r = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \rho d(\theta - \omega)$$

Supposons la mer calme initialement, donc m_0 nul. On a alors, pour t petit :

$$r \sim t P(T, W) \quad (9)$$

La période de la composante prépondérante, soit $T_{\max}$

initial, est alors la période modale de P . On a d'ailleurs, en utilisant (4) :

$$H_{1/10} \sim 0,16 \left(t \int_0^\infty P(T, W) dT \right)^{1/2} \quad (9')$$

Lorsque les densités spectrales $r(t)$ ne sont plus petites, l'influence du terme d'amortissement se manifeste, puis finit par équilibrer celle du vent. Les densités spectrales tendent alors vers une valeur limite $r_{\lim}$ définie par (8) où l'on fait $\partial r / \partial t = 0$:

$$r_{\lim} = T^4 P(T, W) / Am_0$$

On en déduit :

$$H_{1/10 \lim} = 0,16 (C/A)^{1/4} \quad (10)$$

et :

$$r_{\lim} = B/(AC)^{1/2} \quad (10')$$

en posant :

$$B = T^4 P(T, W) \quad \text{et} \quad C = \int_0^\infty B dT$$

Selon (10'), la période de la composante prépondérante de la « mer complètement développée » correspond à la période modale de $T^4 P(T, W)$.

1.4.2. Un vent constant souffle au voisinage d'une côte, perpendiculairement à cette côte, et vers le large. Le terme d'advection intervient alors dans (7), et, en choisissant l'axe des x perpendiculaire à la côte, on a :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{gT}{4\pi} \frac{\partial \rho}{\partial x} + P(T, W) s(\theta) - \frac{Am_0}{T^4} \rho$$

Après intégration de $-\pi/2$ à $+\pi/2$ par rapport à θ , et pour le régime stationnaire :

$$\frac{\partial r}{\partial x} = - \frac{4\pi}{gT} P(T, W) - \frac{4\pi}{gT} \frac{Am_0}{T^4} r$$

Si x est suffisamment petit (voisinage de la côte), on peut négliger le terme d'amortissement et écrire :

$$r \sim (4\pi x/g) [P(T, W)/T] \quad (11)$$

d'où :

$$H_{1/10} \sim 0,16 \left(\frac{4\pi x}{g} \int_0^\infty \frac{P(T, W)}{T} dT \right)^{1/2} \quad (11')$$

Selon (11) la période de la composante d'énergie maximale, au voisinage de la côte, est égale à la période modale de $P(T, W)/T$.

1.5. Détermination de $P(T, W)$.

L'ordre de grandeur de la constante d'amortissement A a été déterminé par les résultats numériques d'un modèle unidimensionnel [15].

L'ajustement de $P(T, W)$ a été effectué ultérieurement [22] à partir des résultats suivants, considérés comme acquis :

a) Les abaques du modèle manuel DSA II (cf. planches) sont confirmés par la pratique pour les vents de 30 à 40 nœuds. Pour les vents de l'ordre de 20 nœuds les résultats semblent trop faibles (de l'ordre de 30 % en amplitude dans certains cas). Pour les vents forts, supérieurs ou égaux à 40 nœuds, les résultats semblent souvent surestimés.

b) L'observation statistique que la période prépondérante initiale des vagues, sous l'influence d'un vent W qui commence à s'établir est de l'ordre de $W/5$ (W étant exprimé en nœuds), soit [15] :

$$T_{\max} \text{ initial} \approx W/5 \quad (9'')$$

C'est ainsi qu'un vent de 30 nœuds, supposé s'établir instantanément sur un océan initialement calme, soulève des vagues dont la période modale est initialement, de l'ordre de 6 s.

Bien entendu, si le vent de 30 nœuds est précédé de vents inférieurs, la période modale initiale de 6 s sera, elle aussi, précédée de périodes modales inférieures à 6 s.

(9'') n'est en réalité qu'une estimation grossière, mais appuyée sur une certaine expérience des situations météorologiques.

c) L'observation statistique que les périodes modales tendent vers $W/3$ (W étant exprimé en nœuds) lorsque la durée du vent augmente, soit [6, 15] :

$$T_{\max} \text{ limite} \approx W/3 \quad (10'')$$

Ainsi, la célérité de la composante d'énergie maximale $C_{\max} \approx 3 T_{\max}$ ($C_{\max}$ étant exprimé en nœuds) tend à devenir égale à la vitesse du vent.

(10'') n'est également qu'une estimation grossière et ne peut être vérifiée que pour des vents relativement faibles; elle est cependant communément admise pour toutes valeurs du vent [4, 5, 6, 26].

Pour expliciter $P(T, W)$ nous avons utilisé la forme générale :

$$\begin{cases} P = (K/W^\alpha) T^2 (W - 2T)^3 & \text{si } T < W/2 \\ P = 0 & \text{si } T > W/2 \end{cases} \quad (12)$$

Les coefficients K , α et A (amortissement) ont été ensuite ajustés de manière à satisfaire aux résultats condensés de a), en utilisant (9') et (10), à l'observation statistique b), en utilisant (9), et à l'observation statistique c) en utilisant (10').

Après plusieurs essais, nous avons choisi (en CGS) :

$$K = 6,76 \quad \alpha = 3 \quad \text{et} \quad A = 18 \cdot 10^{-9} \quad (13)$$

On trouvera ci-après (sur les planches 1, 2 et 3) les résultats de l'intégration numérique de (8), compte tenu du choix des constantes (13), pour certains cas particuliers.

En réalité, pour définir complètement le modèle d'exploitation, à deux dimensions, il est nécessaire de définir la fonction de répartition angulaire. Compte tenu de la précision actuelle des mesures de vent (la direction en particulier), nous avons utilisé la fonction de répartition très simple :

$$\begin{cases} S(\theta - \omega) = (2/\pi) \cos^2(\theta - \omega) & \text{si } \theta - \omega < \pi/2 \\ S(\theta - \omega) = 0 & \text{si } \theta - \omega > \pi/2 \end{cases} \quad (14)$$

Bien entendu, avec l'amélioration progressive (en qualité et en quantité) des mesures de vent en mer, la fonction de répartition angulaire pourra être remaniée de manière à tenir compte de résultats récents [10, 11].

Nous n'aborderons pas ici les modalités du découpage spectroangulaire, qui, par suite d'une certaine limitation de capacité mémoire, reste assez grossier : $\Delta T = 3$ s de 2,5 s à 20,5 s, et $\Delta \theta = 22,5^\circ$.

Il est cependant nécessaire de signaler que le choix

d'un tel découpage, joint aux erreurs de chutes introduites par la technique de propagation, entraîne une certaine discordance (par défaut) avec les résultats du modèle unidimensionnel, tel qu'il est défini par [15].

Cette discordance a été compensée artificiellement en diminuant la constante d'amortissement A , en sorte que, dans la limite des situations effectivement rencontrées, la réponse du modèle bidimensionnel est très voisine de celle du modèle unidimensionnel. Nous n'aborderons pas non plus les modalités d'« entrées des données », c'est-à-dire le traitement des quatre réseaux quotidiens d'observations de vent, analysés manuellement selon les techniques en usage au KNMI [27], puis entrés et contrôlés par des programmes annexes.

Le modèle bidimensionnel DSA V a été utilisé de manière intensive depuis plus de quatre ans, malgré un certain nombre d'interruptions liées aux moyens de calcul.

Des comparaisons systématiques ont été effectuées entre les observations visuelles des six navires météorologiques stationnaires de l'Atlantique nord, stationnés aux points A, B, C, I, J, K, les amplitudes $H_{1/10}$ calculées et les amplitudes estimées synoptiquement à partir des observations visuelles [28].

Compte tenu d'un certain nombre d'erreurs indépendantes du modèle lui-même, l'accord peut être jugé satisfaisant, et en tous cas du même ordre que la fiabilité des observations visuelles elles-mêmes [29, 30].

On trouvera ci-après une série de courbes comparatives (planches 4 à 9) ($H_{1/10}$ calculé est représenté en pointillé, le ou les systèmes de vagues observés par un trait continu, l'amplitude estimée synoptiquement par un rond à 12 h TU).

On remarquera, sur l'une de ces planches (point K du 1^{er} au 8 février 1965) la courbe pointillée correspondant aux observations de l'enregistrement Tucker, installé à bord du France II.

2. — Les modèles d'état de la mer

2.1. Les composantes de l'évolution.

Le bilan spectral d'énergie que nous venons de décrire comportait seulement trois composantes :

1. Un terme d'advection (propagation) soit $U_{T\theta} \text{ grad } \rho_{T\theta}$;
2. Un terme de croissance, indépendant de l'état de la mer, soit $\mathcal{F}$;
3. Un terme d'amortissement ;

Au cours des toutes dernières années, deux nouvelles composantes ont été proposées :

4. Un terme de croissance, linéaire en ρ , soit $\rho \mathcal{J}$;
5. Un terme d'interactions entre les diverses composantes $\rho_{T\theta}$.

Avant d'aborder ces deux derniers, nous allons revenir sur les trois premières.

2.1.1. La relation $U = C/2 = gT/4\pi$ qui donne la vitesse de groupe en eau profonde, n'est valable en réalité que pour une ondulation infiniment petite.

Néanmoins la validité pratique de cette relation a été maintes fois confirmée sur des trajets considérables. Il semble illusoire, à l'heure actuelle tout au moins, d'apporter à cette formule une quelconque correction.

La seule difficulté relative à ce processus d'évolution, est

une difficulté de traitement numérique, sur laquelle nous nous sommes précédemment étendus.

2.1.2. Les fluctuations aléatoires de la pression atmosphérique superficielle liées à la turbulence atmosphérique, et mobiles avec le vent moyen, induisent [12, 13] des ondulations élémentaires, de même longueur d'onde et de même direction, mais dont la célérité obéit à la relation :

$$C = gT/2\pi$$

Certaines de ces ondulations élémentaires restent plus ou moins longtemps en synchronisme avec les fluctuations de pression élémentaires qui leur ont donné naissance : elles sont alors sélectivement renforcées.

L'énergie ainsi reçue par les vagues est indépendante de l'état de la mer, et correspond à la fonction $\mathcal{Q}$ définie plus haut, et estimée empiriquement dans le modèle DSA V, ainsi qu'il a été expliqué.

La théorie montre que $\mathcal{Q}$ est proportionnel au spectre de turbulence bidimensionnel Π de la pression atmosphérique.

Des mesures de covariance de la pression atmosphérique $p = p(x, y, t)$ effectuées en 1965 au-dessus d'un sol recouvert d'herbe, par Priestley, ont permis [31, 32] d'estimer Π . On a lors :

$$\mathcal{Q} = Cte^{-\tau} \Pi \quad (15)$$

2.1.3. L'interprétation d'expériences en laboratoire nécessite la prise en compte d'un amortissement par résistances passives. En ce qui concerne les vagues naturelles, la nécessité d'un terme d'amortissement est en partie masquée par l'amortissement apparent dû à la dispersion cinématique (dispersions longitudinale et transversale).

C'est ainsi que le modèle PNJ (1953) ne considérerait aucune espèce d'amortissement par résistance passive.

À l'heure actuelle, s'il apparaît nécessaire de prendre en compte un processus d'amortissement, l'accord est loin d'être réalisé sur son importance et même sur sa nature.

On trouvera en 2.2.1., 2.2.2. et 2.2.3. des processus d'amortissement différents de celui qui a été décrit précédemment.

2.1.4. Le terme de croissance le plus général peut s'écrire :

$$\mathcal{Q} = \mathcal{Q}(W, |\theta - \omega|, T, \mathcal{E})$$

$\mathcal{E}$ étant l'état de la mer.

Nous avons considéré précédemment la partie « constante » de $\mathcal{Q}$ indépendante de $\mathcal{E}$ soit $\mathcal{Q}(W, |\theta - \omega|, T)$. Il est naturel de considérer, en seconde approximation, un terme « linéaire » de la forme $\rho \mathcal{N}(W, |\theta - \omega|, T)$. L'étude théorique conduit effectivement à un tel transfert d'énergie.

Soit $u(z)$ la répartition verticale du vent moyen. Considérons une ondulation sinusoïdale élémentaire de la surface de la mer; cette dernière étant condition aux limites, induit une perturbation $\psi(z)$ dans l'écoulement, perturbation qui peut être calculée moyennant la linéarisation des équations de l'hydrodynamique.

On trouve alors que $\psi(z)$ présente un point singulier pour $u(z) = C = gT/2\pi$, c'est-à-dire pour l'altitude z_c où le vent est égal à la vitesse de phase de l'ondulation élémentaire.

Le transfert d'énergie (proportionnel à l'énergie de l'ondulation élémentaire) est proportionnel au rapport $u''(z)/u'(z)$ des valeurs prises par les dérivées secondes et premières du vent moyen à l'altitude z_c .

Ce mécanisme a fait l'objet d'études théoriques nombreuses, et le terme correspondant est généralement appelé « terme d'instabilité » ou encore « terme de Miles ».

2.1.5. Le terme d'amortissement non linéaire :

$$-(Am_0\rho/T^4)$$

que nous avons considéré en (5) correspond en quelque sorte à des interactions passives du second ordre (entre paires de composantes).

La condition de surface libre amène à considérer des interactions de tous ordres dont certaines correspondent à des transferts d'énergie.

En première approximation, la condition de surface libre exige que :

$$\sigma^2 = g|k| \quad (16)$$

soit satisfaite pour chaque ondulation élémentaire, soit :

$$\sigma_1^2 = g|k_1|, \quad \sigma_2^2 = g|k_2|, \dots \quad (16')$$

En seconde approximation, la condition de surface libre fait intervenir, relativement à chaque paire de composantes, les carrés et les produits des pentes, lesquels produits peuvent être décomposés en perturbations de la forme :

$$\begin{aligned} &\cos(2k_1x - 2\sigma_1t), \quad \cos(2k_2x - 2\sigma_2t) \\ &\cos[(k_1 + k_2)x - (\sigma_1 + \sigma_2)t] \\ &\cos[(k_1 - k_2)x - (\sigma_1 - \sigma_2)t] \end{aligned}$$

Par suite de (16'), aucune de ces perturbations ne satisfait à la condition générale (16). Le calcul montre alors que ces perturbations ne se développent pas.

Il n'en est pas de même en troisième approximation. La condition de surface libre fait alors intervenir des produits du troisième degré par rapport aux pentes de chaque combinaison des composantes d'ordre 3, produits qui peuvent être décomposés en perturbations de la forme :

$$\cos[(k_l \pm k_m \pm k_n)x - (\sigma_l \pm \sigma_m \pm \sigma_n)t]$$

Prenons pour fixer les idées $l = m = 1, n = 2$. La perturbation correspondante est de la forme :

$$\cos[(2k_1 - k_2)x - (2\sigma_1 - \sigma_2)t]$$

et la relation générale (16) peut être satisfaite pour :

$$9k_1 = 4k_2 \text{ et pour : } k_1 = -4k_2.$$

Le calcul montre alors que si ces relations sont satisfaites, la réponse à la perturbation croît linéairement.

Ce résultat se généralise à des composantes de directions différentes : deux composantes $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ de périodes et directions différentes peuvent donner naissance à une nouvelle composante $(2\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$ (fig. 6).

7/

Certaines observations aberrantes sont susceptibles d'être interprétées par le processus des interactions du troisième ordre.

Si par exemple la composante $\vec{k}_1$ correspond à une aire génératrice lointaine, et la composante $\vec{k}_2$ à un vent local de même direction, l'observation d'un troisième système de vagues correspondant à la composante $(2\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$ reçoit une explication simple.

En principe, l'évaluation globale des interactions nécessite le calcul d'intégrales triples.

La figure 7 représente [33] le taux de variation instantané $\delta E/\delta t$ de différentes composantes $E(f)$ d'un spectre de Neumann, ayant même direction que le vent.

Il est possible, en général, de ramener le spectre avant traitement, à un spectre standard, de même énergie m_0 , de même période moyenne T_0 , et de même direction moyenne θ_0 .

On peut alors calculer (une fois pour toutes) les transferts d'énergie de ces spectres standard, et exprimer les résultats en fonction des paramètres m_0 , T_0 et θ_0 soit [17] :

$$\delta\rho/\delta t = \mathcal{G} - \rho\mathcal{E}$$

$\mathcal{G}$ et $\mathcal{E}$ étant des fonctions connues de m_0 , T_0 , et $|\theta - \theta_0|$.

Bien entendu, ces formules sont d'autant meilleures que le spectre (avant traitement) s'écarte peu du spectre standard choisi, de paramètre m_0 , T_0 et θ_0 .

2.2. Les modèles numériques d'état de la mer.

D'après ce qui précède, un modèle « complet » devrait comporter cinq termes :

$$\partial\rho/\partial t = (gT/4\pi) e^{i\theta} \text{grad } \rho + \mathcal{R} + \rho\mathcal{N} + \mathcal{J} - \mathcal{A} \quad (17)$$

ρ étant la fonction inconnue de T , θ , x , y et t , $\mathcal{R}$ et $\mathcal{N}$ étant des fonctions connues de T , $|\theta - \omega|$ et W (ω étant l'azimut et W la vitesse du vent, eux-mêmes fonctions connues de x , y et t).

Le spectre de la turbulence atmosphérique intervient dans $\mathcal{R}$ et la structure verticale du vent moyen intervient dans $\mathcal{N}$.

$\mathcal{J}$ est le terme des interactions du troisième ordre;

$\mathcal{A}$ un terme d'amortissement par résistances passives.

Nous avons vu que le modèle DSA V fait intervenir seulement trois termes. Nous allons maintenant décrire succinctement quelques modèles récents.

2.2.1. LE MODÈLE INOUE [18].

Il ne s'agit pas en réalité d'un modèle d'exploitation, dans la mesure où l'auteur se limite à deux cas particuliers.

1) Régime transitoire dû à un vent constant uniforme, soufflant sur un océan illimité.

2) Régime stationnaire dû à un vent constant uniforme, soufflant depuis longtemps perpendiculairement à une côte rectiligne.

Le modèle ne fait pas intervenir le terme $\mathcal{J}$ des interactions du troisième ordre.

La considération des seuls cas particuliers 1) et 2) permet de faire abstraction de la répartition angulaire de l'énergie en intégrant, par rapport à θ , l'équation spectrale du bilan énergétique, soit :

$$\partial r/\partial t = P + rM - \mathcal{A}$$

pour le cas 1);

$$(gT/4\pi) (\partial r/\partial x) = P + rM - \mathcal{A}$$

pour le cas 2).

Le terme d'« instabilité » rM est calculé à partir de mesures de croissance d'une composante spectrale particulière, dans des conditions bien déterminées, soit $r = r(T)$. Dans le cas particulier 1), $r(T, t)$ peut être estimé par les analyses spectrales d'enregistrements successifs. Dans le cas particulier 2), $r(T, x)$ peut être mesuré avec un capteur remorqué de la côte vers le large, à la vitesse de groupe $gT/4\pi$ de la composante considérée. Si alors nous négligeons l'amortissement, on peut écrire, dans le cas 1) par exemple :

$$\partial r/\partial t = P + rM$$

d'où :

$$M \approx (1/\Delta t) \log [(r_1 - P\Delta t)/r_0]$$

r_0 et r_1 étant les densités d'énergie de la composante T aux temps respectifs t_0 et $t_1 = t_0 + \Delta t$ et P étant supposé connu, par exemple par (18).

Ayant ainsi M , pour une composante donnée, et une situation donnée, il reste à définir de façon relativement simple la structure verticale du vent qui intervient dans cette situation.

L'auteur caractérise la structure verticale par le paramètre u_* (vitesse de frottement) qui intervient dans le profil logarithmique classique :

$$u(z) = (u_*/k) \log(z/z_0)$$

La rugosité dynamique z_0 est elle-même liée à l'état de la mer par la relation (Kitaigorodsky) :

$$z_0 = 0,075 H^{1/3} \exp(-kc_p/u_*)$$

où $H^{1/3}$ est la hauteur moyenne du tiers le plus haut des

lames, liée à l'énergie totale $m_0 = \int_0^\infty r(T) dT$ par la relation $H^{1/3} = 0,126 \sqrt{m_0}$.

c_p est une vitesse de phase moyenne des diverses composantes de l'état de la mer calculée également à partir du spectre $r(T)$;

k est la constante de Von Karman, voisine de 0,4.

L'équation du profil vertical peut encore s'écrire :

$$u_* = k [u(z) - c_p] / \log(z/0,0075 H^{1/3}) \quad (18)$$

La connaissance du vent moyen mesuré à une altitude donnée (par exemple le vent des cartes météorologiques synoptiques W , mesuré à une quinzaine de mètres) permet de déterminer la « vitesse de frottement » u_* . Les don-

nées expérimentales conduisent alors l'auteur à définir M en fonction de u_* et T .

Reste à définir le terme d'amortissement. L'auteur définit ce terme implicitement à partir des spectres Pierson Moskowitz de la « mer complètement développée » [26] définis par :

$$r_{lim}(T, W) = 2.452 \exp(-62.77 T^4/W^4) \quad (19)$$

Si l'on admet que, pour la « mer complètement développée » l'énergie apportée par le vent est intégralement dissipée par les résistances passives (et le déferlement), on est conduit à poser (par exemple) :

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= P [1 - (r^2/r_{lim}^2)]^{3/2} \\ M_1 &= M [1 - (r^2/r_{lim}^2)] \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

L'équation spectrale du bilan énergétique s'écrit en définitive :

$$\left. \begin{aligned} \partial r / \partial t &= P + rM \\ &\quad - [P - P_1 + r(M - M_1)] \\ &\quad \text{pour le cas 1} \\ (gT/4\pi) (\partial r / \partial t) &= P + rM \\ &\quad - [P - P_1 + r(M - M_1)] \\ &\quad \text{pour le cas 2} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

P étant déterminé par intégration de (15);

M étant déterminé empiriquement comme il a été dit;

P_1 et M_1 étant déterminés par (20).

2.2.2. LE MODÈLE P.T.B. [19].

C'est essentiellement un modèle Inoue bidimensionnel, dans lequel sont définies une fonction de répartition angulaire de l'énergie et un amortissement supplémentaire sous l'influence d'un vent contraire.

La fonction de répartition angulaire est une expression assez complexe de W , $|\theta - \omega|$ et T [11].

8/

Posons :

$$\begin{aligned} r_W &= r_W(T) = \int_{\omega-\pi/2}^{\omega+\pi/2} \rho dT \\ m_W &= \int_0^\infty r_W(T) dT \end{aligned}$$

(ω désignant l'azimut de la direction du vent).

L'équation spectrale du bilan énergétique s'écrit :

$$\left. \begin{aligned} \partial \rho / \partial t &= sP [1 - (r_W^2/r_{lim}^2)]^{3/2} \\ &\quad + sr_W M [1 - (r_W^2/r_{lim}^2)] \\ &\quad - (\sqrt{m_W}/T^4) \rho F(|\theta - \omega|) \\ \text{si } r_W &< r_{lim} \\ \partial \rho / \partial t &= -(\sqrt{m_W}/T^4) \rho F(|\theta - \omega|) \\ \text{si } r_{lim} &< r_W \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$F(|\theta - \omega|)$ désignant une fonction de $|\theta - \omega|$ toujours positive décroissant de part et d'autre de la valeur $|\theta - \omega| = \pi$ (fig. 9).

L'instabilité de l'air est prise en compte en multipliant M par un coefficient qui dépend de la différence de température entre l'air et la mer.

Le terme d'instabilité lui-même est calculé par une relation simplifiée.

2.2.3. LE MODÈLE BARNETT.

T. P. Barnett [17] a élaboré un modèle comportant les cinq termes. L'amortissement repose sur la considération d'un spectre d'équilibre dynamique indépendant du vent [9] défini, en CGS, par la relation :

$$\rho_E(T, \theta) = s(\theta) \cdot 2.452 T^3 \quad (23)$$

$s(\theta)$ étant une fonction de répartition angulaire (en $\cos^4 \theta$ de $-\pi/2$ à $+\pi/2$).

Le terme d'amortissement s'écrit :

$$\partial \rho / \partial t = -\alpha [\mathcal{E} + \rho \mathcal{N}] \exp[-(\rho_e - \rho)/2\rho] \quad (24)$$

α étant une constante inférieure à l'unité.

D'après (24), la fraction $\alpha \exp(\dots)$ de l'énergie $\mathcal{E} + \rho \mathcal{N}$ apportée par le vent à la composante (T, θ) est dissipée sous forme de turbulence, et cette fraction est d'autant plus importante que la densité d'énergie de cette composante avoisine (ou excède) la densité d'énergie ρ_E définie par (23).

$\mathcal{E}$ est déterminé par (15) et $\mathcal{N}$ par une relation empirique; l'équation spectrale du bilan énergétique s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \partial \rho / \partial t &= -(gT/4\pi) e^{i\theta} \text{grad } \rho \\ &\quad + (\mathcal{E} + \rho \mathcal{N}) (1 - \alpha \exp[-(\rho_e - \rho)/2\rho]) \\ &\quad + (\mathcal{G} - \rho \mathcal{G}) \end{aligned} \quad (25)$$

Dans le cas d'un vent constant et uniforme, soufflant sur une mer initialement calme, la solution ρ converge vers un spectre limite ρ_{lim} qui n'est autre que le spectre de la mer « complètement développée ».

Cette dernière, qui est atteinte pour une très longue

9/

10/

11/

durée, apparaît aussi comme une conséquence des hypothèses c'est-à-dire de la forme des cinq termes de (25).

Nous avons vu qu'il en est de même dans le modèle DSA V. A vrai dire, la convergence de la solution de (25) n'est qu'apparente : par suite du terme d'interaction ($\mathcal{G} - \rho\mathcal{G}$), les longues composantes s'accroissent continuellement au détriment des composantes moyennes.

2.2.4. LE MODÈLE DARBYSHIRE [34].

Ce modèle repose essentiellement sur un spectre énergétique où la durée du vent n'apparaît pas explicitement.

La dispersion angulaire de l'énergie est approchée par une loi normale. L'océan est quadrillé par une grille comprenant 123 carrés de 200 milles marins de côté.

Soit (fig. 11) P un nœud de maille où l'on calcule l'état de la mer, (point récepteur) et M une maille courante, susceptible d'émettre de l'énergie vers P (maille émettrice).

Si θ est l'azimut de la droite MP, si ω est l'azimut du vent moyen W soufflant au temps t sur la maille M, si R est la distance MP, l'énergie qui arrivera en P, au temps $t - R/(gT/4\pi)$ est approximativement égale à :

$$r(T, W) \times s(\theta) \times 200/R$$

Ainsi, chaque maille émettrice, est susceptible de fournir au point récepteur, à un instant donné, une certaine contribution. Toutes ces contributions sont additives, sauf dans un seul cas : celui de deux (ou plusieurs) mailles émettrices $M_1, M_2, M_3 \dots$ alignées avec P, ayant émis sur la même période. Dans ce cas, seule est retenue la plus forte contribution des mailles émettrices alignées.

L'influence d'un vent contraire W' agissant éventuellement sur une composante, est prise en compte en soustrayant à l'énergie ρ de cette composante, l'énergie ρ' de direction contraire et de même période. L'auteur a également testé son modèle pour les spectres de Pierson Moskowitz et une dispersion angulaire sélective.

2.3. Quelques représentations spectrales.

Les considérations esquissées en 2.1 donnent une idée de l'ampleur des difficultés pratiques du calcul de l'état de la mer : la plupart des paramètres impliqués dans les formules ne font l'objet d'aucune mesure systématique sur l'océan.

C'est pourquoi il est bon que l'utilisateur, et particulièrement l'ingénieur, ait à sa disposition les réponses de chaque modèle à des conditions météorologiques types.

Il pourra ainsi, pour le problème particulier qui lui est soumis, effectuer une première approximation tout en appréciant les différences entre les modèles. On trouvera ci-après plusieurs séries de graphiques et spectres unidimensionnels.

Les planches 10 à 20 incluses concernant des résultats anciens [7] et permettent d'apprécier le chemin parcouru depuis dix ans.

Les planches 21 à 29 incluses sont relatives aux spectres plus récents : DSA V, Inoue et Barnett et à la comparaison de la croissance de $H_{1/10}$ en fonction du temps. Enfin, les planches 30, 31 et 32 sont relatives à la décroissance de l'état de la mer lorsqu'un vent de 30 nœuds après avoir soufflé 30 h, s'arrête brusquement.

L'analyse comparative de ces graphiques permet d'aboutir à un certain nombre de constatations :

1° Les planches 10 à 15 font apparaître un profond désaccord entre les spectres P.N.J. d'une part, les spectres Darbyshire et DSA II d'autre part.

Les densités de saturation, selon P.N.J. sont en effet beaucoup plus grandes que les densités de saturation selon Darbyshire et DSA II [7, 8, 35].

Ce désaccord se retrouve pour $H_{1/10}$ sur les planches 16, 17, 18.

2° Les planches 10 à 15 font apparaître un désaccord beaucoup plus grave encore en ce qui concerne l'évolution du spectre au cours du temps.

Selon P.N.J. le spectre au temps t coïncide avec le spectre saturé pour toutes les composantes de période $T < T_n$, T_n étant une fonction de t .

Les densités sont nulles pour $T_n < T$ (hypothèse du « cut off »). En d'autres termes, le spectre se construit des petites périodes vers les grandes, une composante ne pouvant croître que si la composante de période immédiatement inférieure a déjà atteint sa valeur de saturation.

Selon Darbyshire et DSA II, la croissance est progressive et simultanée pour toutes les composantes, avec un déplacement de la période modale des courtes périodes vers les longues.

A l'heure actuelle, la première discordance a été élucidée ; quant à la théorie du « cut off », elle a été pratiquement écartée.

Les fortes valeurs des spectres P.N.J. sont dues [26, 36] à ce que ces derniers se réfèrent à un vent mesuré à 7,50 m. Or, les plates-formes des navires météorologiques stationnaires, et la plupart de celles des navires météorologiques sélectionnés sont situées à une quinzaine de mètres au-dessus de l'eau [37].

Par ailleurs, en l'absence de mesures de vent, les météorologistes utilisent une formule reliant le « vent du gradient » déduit des isobares, au « vent de surface » supposé mesuré à une vingtaine de mètres, soit :

$$W = (0,66/2 \omega \rho \sin \theta) (\delta P / \delta n)$$

$\delta P / \delta n$ étant le gradient de pression atmosphérique ;

ω étant la vitesse angulaire de rotation de la terre ;

θ étant la latitude ;

0,66 étant le coefficient qui correspond précisément à un niveau d'un vingtaine de mètres, dans des conditions de stabilité moyenne.

La décroissance du vent entre les deux niveaux explique alors l'écart systématique, par excès des spectres P.N.J. En réalité, la différence ΔW du vent entre les deux niveaux n'est pas constante et dépend de la stabilité de l'air. En sorte qu'une correction précise est difficile à définir. On trouvera, (planches 19 et 20) les spectres P.N.J. pour 30 et 25 nœuds, puis 40 et 35 nœuds. On constatera que les densités de saturation Darbyshire et DSA II pour W nœuds sont du même ordre que les densités de saturation P.N.J. pour $W - 5$ nœuds.

En ce qui concerne le désaccord 2), il a été montré que l'hypothèse du « cut off » était en contradiction avec les observations de houle hors des zones génératrices. Des mesures directes ont d'ailleurs établi de façon certaine que les différentes composantes sont engendrées à peu près simultanément [38].

L'analyse comparative des planches 21 à 29 inclus plus récentes, est plus encourageante :

1. La gamme des périodes excitée s'étend jusqu'à $T_M = 0,6 W$ selon Barnett et Inoue, jusqu'à $T_M = 0,5 W$ selon DSA V (T_M étant en secondes, W en nœuds).

2. Les périodes modales des spectres initiaux, correspondant aux plus petites durées, sont voisines de $W/5$ secondes (W en nœuds).

PL.1 CROISSANCE SPECTRALE DSA V
SPECTRES APRES 3,6,12,24,36,48 Heures

PL.2 — DECREMENT SPECTRALE DSA V —
VENT AYANT SOUFFLE PENDANT 6 Heures
SPECTRES APRES 1,2,3,5,10,20,30,40,50,60 Heures

PL.3 — DECREMENT SPECTRALE DSA V —
VENT AYANT SOUFFLE PENDANT 30 Heures
SPECTRES APRES 1,2,3,5,10,20,30,40,50,60 Heures

PLANCHE 4 PLANCHE 5

PLANCHE 6

PLANCHE 7

PLANCHE 8 PLANCHE 9

PLANCHE 10

PLANCHE 11

PLANCHE 12

PLANCHE 13

PLANCHE 14

PLANCHE 15

PLANCHE 16

PLANCHE 17

PLANCHE 18

PLANCHE 19

PLANCHE 20

PLANCHE 21

PLANCHE 22

PLANCHE 23

PLANCHE 24

PL 25

PLANCHE 26

PLANCHE 27

PLANCHE 28

PLANCHE 29

PLANCHE 30

PLANCHE 31

PLANCHE 32

	3 h			6 h			12 h			24 h			36 h		
W (kt) ...	20	30	40	20	30	40	20	30	40	20	30	40	20	30	40
DSA V ..	2	5	8	3,2	8	15	4,6	11,5	22	5,5	14,7	29	5,5	15,5	32
INOUE	1,7	4	8	2,7	6,5	15,5	3,3	11	23	3,3	11	25,3	3,3	11	25,3
BARNETT .		6			10			13			14,2			14,5	

3. La période modale T_{MAX} du spectre tend vers $W/3$ secondes (W en nœuds) lorsque la durée du vent augmente.

4. Le tableau ci-dessus permet de comparer les densités d'énergie maximales pour diverses durées et diverses valeurs du vent.

5. On remarquera un certain désaccord sur la forme des spectres : alors que les spectres DSA V et Barnett sont relativement symétriques autour de la période modale, les spectres Inoue accusent, pour les longues durées d'action, une certaine dissymétrie.

6. L'analyse comparative des planches 28 et 29 relatives à l'évolution de $H_{1/10}$ en fonction de la durée, fait apparaître un certain désaccord entre DSA V et Inoue. Les amplitudes selon Inoue (calculées directement à partir des spectres proposés par l'auteur) sont notablement plus petites que les amplitudes DSA V. Cet écart apparaît comme une conséquence de la dissymétrie constatée plus haut.

Les amplitudes DSA V et Barnett sont par contre très voisines.

Enfin l'étude comparative des planches 30, 31 et 32 relatives à l'amortissement de la « mer du vent » levée par un vent de 30 nœuds pendant 30 h, est elle aussi relativement satisfaisante : les spectres initiaux DSA V et Barnett sont très voisins. Au bout de 30 h, la période modale est voisine de 11 s, avec les deux modèles (10,5 s selon DSA V, 11,5 s selon Barnett). La densité maximum (après 30 h d'amortissement) est voisine de $6,5 \text{ cJ/cm}^2 \times \text{s}$ selon DSA V, de $8,5 \text{ cJ/cm}^2 \times \text{s}$ selon Barnett, soit des amplitudes respectives de 2,5 m et 3,5 m approximativement. Cet écart est compatible avec l'imprécision de nos connaissances sur l'amortissement.

Conclusions générales

Les modèles DSA et Darbyshire ont été élaborés pour répondre aux besoins de l'assistance météorologique de routine (navigation et travaux à la mer) sur l'ensemble de l'Atlantique nord.

La précision du modèle DSA V est meilleure que celle des observations visuelles de vagues [29]. Elle est de l'ordre de celle des mesures de vent effectués par les N.M.S. (Navires Météorologiques Sélectionnés) dont certains ne disposent même pas d'anémomètres à main et utilisent l'échelle Beaufort (elle-même référencée à l'état de la mer estimé visuellement).

Cependant, l'amélioration constante, en qualité et quantité du matériel d'observation des N.M.S., le développement de nouvelles techniques de mesures (enregistreurs montés sur bouées, avions ou satellites) permettront de justifier des modèles d'état de la mer plus raffinés.

La prise en compte du « terme d'instabilité » et du terme des « interactions du troisième ordre » apparaîtra peut-être indispensable [39].

Peut-être aussi devra-t-on faire appel à de nouveaux mécanismes de génération, plus réalistes [41].

Quoiqu'il en soit, les modèles proposés par Inoue, P.T.B. et Barnett constituent des démarches intéressantes, le dernier surtout, dans la mesure où il évite toute référence aux « mers complètement développées » dont l'existence est hypothétique.

La mise au point du modèle DSA V a été effectuée dans le cadre de la convention D.R.M.E.-Météorologie nationale, n° 69.34049.00.480.75.01. Nous tenons à remercier M. Chavy responsable du Bureau de prévision maritime du Service météorologique métropolitain, ainsi que MM. De Coninck, Dubut et Schaeffer du Bureau de Météorologie maritime de l'E.E.R.M., pour leur précieuse collaboration.

Références

- [1] MONTAGNE (M). — Le service de la prédiction de la houle au Maroc. *Annales Hydrographiques*, (1922).
- [2] SUTHONS (C. T.). — The forecasting of sea and swell. *Naval meteorological Branch*, Hydrographic Department, Memo n° 135/45, (1965).
- [3] DARBYSHIRE (J.). — The generation of waves by wind. *Proceedings of the Royal Society*, A volume 215, (1952).
- [4] NEUMANN (G.). — On ocean wave spectra and a new method of forecasting wind generated seas. *Beach Erosion Board*. Technical memorandum n° 43, (1953).
- [5] PIERSON (W. J.), NEUMANN (G.) and JAMES (R. W.). — Practical methods for observing and forecasting ocean waves by means of wave spectra and statistics. *New-York University*. Technical Report n° 1, (1953).
- [6] GELCI (R), CAZALE (H.) et VASSAL (J.). — Utilisation des diagrammes de propagation à la prévision énergétique de la houle (1956). *Bulletin d'information du Comité central d'océanographie et d'études des côtes*, VIII, 4 avril 1956.
- [7] GELCI (R), CAZALE (H.) et VASSAL (J.). — Prévision de la houle. La méthode des densités spectroangulaires (1957). *Bulletin d'information du Comité central d'océanographie et d'études des côtes*, IX, 8 sept., oct. 1957.
- [8] WALDEN (H.). — Comparison of one dimensional wave spectra recorded in the Germany bight with various theoretical spectra. (1961). Conférence on ocean wave spectra, Easton, Maryland, May 1-4, 1961.
- [9] PHILLIPS (O. M.). — The equilibrium range in the spectrum of wind-generated waves (1958) *J. Fluid Mech*; février 1958, 4. 426. 434.
- [10] LONGUET-HIGGINS (M. S.), CARTWRIGHT (D. E.) and SMITH (N. D.). — Observations of the directional spectrum of sea waves, using the motions of a floating buoy *Proc. Conference on ocean wave spectra*, Easton, U.S.A., (1962).
- [11] CHASE (J.) et al. — The directional spectrum of a wind generated sea as determined from data obtained by the Stereo Wave Observation Project (SWOP). *New-York University*, (1957).
- [12] ECKART (K.). — The generation of wind waves on a water surface. *J. Appl. Phys.* 24, (1953).

- [13] PHILLIPS (O.M.). — On the generation of waves by turbulent winds. *J. Fluid Mech.*, 2, (1957).
- [14] MILES (J.W.). — On the generation of surface waves by turbulent shear flows. *J. Fluid Mech.*, 7, (1960).
- [15] GELCI (R.) et CAZALE (H.). — Une équation synthétique de l'évolution d'état de la mer. *Journal de Mécanique et de Physique de l'atmosphère*, (1962).
- [16] PHILLIPS (O.M.). — On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitude. *J. Fluid Mech.*, 9, p. 193-217, (1960).
- [17] BARNETT (T.P.). — On the generation, dissipation and prediction of ocean wind waves (1967). *U.S. Naval Oceanographic Office*, January 1967.
- [18] INOUE (Tokujiro). — On the growth of the spectrum of a wind generated sea according to a modified Miles-Philips mechanism and its application to wave forecasting. *New-York University*, July 1967.
- [19] PIERSON JR (W.J.), TICK (L.J.) and BAER (L.). — Computer based procedures for preparing global wave forecasts and wind field analyses capable of using wave data obtained by a spacecraft. *New-York University*, (1967).
- [20] LEBEL (F.) et GELCI (R.). — La prévision numérique de l'état de la mer à l'aide d'un calculateur. *Journal de Mécanique et de Physique de l'atmosphère*, (1959).
- [21] GELCI (R.), DEVILLAZ (E.) et CHAVY (P.). — Evolution de l'état de la mer. Calcul numérique des advections. Note de l'Etablissement d'Etudes et de Recherches météorologiques, n° 166, (1964).
- [22] DEVILLAZ (E.). — Traitement numérique de l'état de la mer. Dispersion artificielle et premiers résultats du modèle DSA 5 M. Note de l'Etablissement d'Etudes et de Recherches météorologiques, n° 211, (1965).
- [23] LONGUET-HIGGINS (M.S.). — On the statistical distribution of the heights of sea waves. *Journal of Marine Research*, vol. XI, (1952).
- [24] DEVILLAZ (E.) et BARBOTTIN (P.). — L'analyse automatique des enregistrements de houle. Campagnes du NMS France II. Note de l'Etablissement d'Etudes et de Recherches météorologiques, n° 240, (1967).
- [25] LACOMBE (H.). — Cours d'océanographie physique. *Gauthier-Villars*, Paris, (1965).
- [26] PIERSON JR (W.J.) and MOSKOWITZ (L.). — A proposed spectra form of fully developed wind seas based on the similarity theory of S.A. Kitaigorodsky. *Journal of Geophysical Research*, volume 69, n° 24, (1964).
- [27] VERPLOEGH (G.). — Observation and analysis of the surface wind over the Ocean. *Koninklijk Nederlands Meteorologisch Instituut*, (1967).
- [28] Publication du *Koninklijk Meteorologisch Instituut*.
- [29] FONS (C.). — Prévision de la houle. La méthode des densités spectroangulaires n° 5 (DSA 5) (1966). *Cahiers océanographiques*, janvier 1966.
- [30] SAVINA (A.) et FONS (C.). — Analyse et prévision de l'état de la mer. Méthode DSA V. *La Houille Blanche*, n° 3, 1966.
- [31] SNYDER (R.L.) and COX (C.S.). — A field study of the wind generation of Ocean waves. *Journal Marine Research*, 24, n° 2, (1966).
- [32] BARNETT (T.P.). — On the generation, dissipation and prediction of the Ocean wind waves. Ph. D. dissertation, *University California*, San Diego, (1966).
- [33] HASSELMANN (K.). — On the non linear transfer in a gravity wave spectrum. Evaluation of the energy flux and swell-sea interaction for a Neumann spectrum. *Journal Fluid Mech.*, 15, (1963).
- [34] DARBYSHIRE (J.) and SIMPSON (J.H.). — Numerical prediction of wave spectra over the North Atlantic. *Deutsche Hydrographische Zeitschrift Jahrgang*, 20, Heft 1, (1967).
- [35] WALDEN (H.). — Vorschlag zur Änderung der Neumannschen Konstanten C bei der Berechnung der Wellenhöhe aus der Windstärke. *Deutsche Hydrogr. Zeitschrift Band*, 1, Heft 1, 1956.
- [36] PIERSON JR (W.J.). — The interpretation of wave spectrums in terms of the wind profile instead of the wind measured at a constant height. *Journal of Geophysical Research*, vol. 69, n° 24, (1964).
- [37] MAYENÇON (R.). — Statistique sur la hauteur des plates-formes des navires météorologiques sélectionnés (in litteris), (1969).
- [38] BRETSCHNEIDER (C.L.) et al. — Data for high wave conditions observed by the O.W.S. « Weather Reporter » in December 1959. *Deutsche Hydrographische Zeitschrift Band*, 15, Heft 6, (1962).
- [39] KORVIN KROUKOVSKY (B.V.). — Further reflections on properties of sea waves developing along a fetch. *Deutsche Hydrographische Zeitschrift Jahrgang*, 20, (1967).
- [40] GELCI (R.) et DEVILLAZ (E.). — Le calcul numérique de l'état de la mer. Note de l'Etablissement d'Etudes et de Recherches météorologiques, n° 268, octobre 1969.
- [41] LONGUET-HIGGINS (M.S.). — A non-linear mechanism for the generation of sea waves. *Proc. Roy. Soc. A* 311, (1968).

Discussion

Président : H. Y. LA PRAIRIE

M. le Président remercie M. GELCI de son exposé et ouvre la discussion.

M. MICHE félicite tout d'abord les auteurs de la méthode D.S.A. (densités spectrales angulaires), utilisée par la Météorologie nationale depuis une quinzaine d'années avec des modèles progressivement améliorés ; le dernier, D.S.A.V., a été employé de façon intensive depuis bientôt cinq ans avec des résultats qu'on peut taxer de satisfaisants. Il s'agit de modèles *bidimensionnels* permettant d'obtenir, essentiellement, en fonction des données du vent sur de très grandes surfaces, s'il y a lieu, l'état prévisionnel statistique de la mer, notamment les amplitudes des types adoptées ($H_{1/10}$) aux différents points d'un maillage.

M. MICHE rappelle ensuite qu'il y a également une quinzaine d'années, il avait exposé sous le nom de *Méthode synthétique* (Cf. VI^e Journées de l'Hydraulique, Paris 1956, question I, rapport n° 2) un procédé permettant un contrôle satisfaisant des données statistiques précédentes.

Il s'agissait de modèles prévisionnels *uni-dimensionnels*, donnant, à partir des observations se rapportant, en valeurs moyennes ou statistiques, l'évolution au cours du temps t et au cours de leur cheminement aux différentes abscisses x , de trains d'ondes bien définis et importants progressant dans une certaine direction, données alors à peu près seules disponibles dans la littérature spécialisée.

Cette méthode, plus directement rattachée aux équations de base de Poisson-Cauchy, et, en réalité, fort simple, aboutissait à des relations de nature élémentaire définissant, de façon statistique et en chaque point (x, t), les éléments essentiels de l'agitation : amplitude, période, etc.

Je ne peux m'empêcher de regretter, dit M. MICHE, qu'il n'ait pas été tenté une généralisation de la méthode synthétique, éminemment simple dans son principe aux modèles bidimensionnels, évoqués plus haut et beaucoup plus utiles d'une manière générale. Ils permettent, du fait de leur possibilité d'application permanente et sans retard prohibitif grâce à l'ordinateur, des prévisions sur l'état de la mer sur le trajet d'un navire traversant l'Atlantique, par exemple.

Les études concernant cette généralisation et ses applications numériques auraient débordé du cadre d'activité d'un seul chercheur et n'auraient pu être menées à bien que par une équipe en contact avec les Services météorologiques.

De toute façon, la comparaison des deux méthodes, la seconde devant rester probablement un peu plus simple malgré la complication due à des spectres localement directionnels de l'agitation, aurait été intrinsèquement intéressante.

Sur une question de M. HYACINTHE, M. GELCI précise qu'il existe plusieurs modèles numériques permettant de prédéterminer la route optimale d'un navire allant d'un point à un autre de l'Atlantique Nord.

La « navigation météorologique » suppose une prévision de l'évolution de l'état de la mer.

Cette prévision fait-elle actuellement usage d'un modèle de calcul spectral, sur ordinateur, tel que celui qui a été présenté par les auteurs de la communication ? demande M. PINTARD.

Notre modèle a été effectivement utilisé avec des résultats satisfaisants en 1966, répond M. GELCI. Depuis le changement du type d'ordinateur dont nous disposons, nous avons été obligés de réécrire les programmes. Mais nous pensons que la Météorologie Nationale pourra reprendre les prévisions de ce genre, à bref délai.

Sur la demande de M. PINTARD, M. GELCI précise que le spectre bidimensionnel des vagues est défini par 96 composantes : l'intervalle spectral est subdivisé de 3 en 3 s et l'intervalle de direction de 22°30 en 22°30 ; comme il y a 6 gammes spectrales et 16 directions, on arrive au total à 96 composantes.

Le modèle numérique décrit, supposé réduit au terme principal d'advection, rend-il compte avec une bonne précision de situations météorologiques caricaturales, telles que l'effet d'une tempête engendrée en une région limitée de l'Atlantique, demande M. HYACINTHE ? L'intérêt pratique de la prévision de ces situations caricaturales est très grand, dit-il.

M. GELCI répond que les situations caricaturales envisagées se présentent rarement et sont de courte durée, de sorte que la comparaison des valeurs observées et calculées n'est guère possible. Il semble préférable de comparer globalement les prévisions et les observations sur une période d'une année par exemple.

M. PLANEIX désirerait savoir si les valeurs obtenues par le modèle D.S.A.V. pour les spectres ont été comparées aux valeurs données dans les tables de Roll, résultant d'observations visuelles pour l'Atlantique Nord, et si les résultats de cette comparaison ont été publiés.

M. GELCI indique que le National Physical Laboratory, à Feltham, en Angleterre, prépare une telle comparaison, qui pour avoir une bonne base statistique ne pourra être terminée que dans quatre ou cinq années. En attendant, M. GELCI peut communiquer, aux personnes intéressées, la collection des prévisions pour 1966 et pour quelques autres périodes isolées.

Les efforts sur les structures marines (de navire, par exemple), étant très faibles pour des spectres (de forme classique) correspondant à une vitesse de vent inférieure à 20 nœuds, y a-t-il d'autres raisons de s'intéresser à de tels spectres de faible énergie, demande M. PLANEIX ?

Des vitesses de vent de 20 nœuds entraînent, en effet, des amplitudes de houle faibles, qui produisent, à leur tour, des efforts mécaniques peu dangereux pour la plupart des structures, remarque M. BANAL. Mais il existe des domaines où des houles de relativement petites amplitudes, de l'ordre du mètre, sont déjà gênantes ; c'est le cas de beaucoup de travaux à la mer : dragages, constructions de quais et de digues, etc. Leur prévision correcte peut être une source importante d'économies.

M. le Président remercie M. GELCI et toutes les personnalités qui sont intervenues dans la discussion.

Abstract

Digital computation of the state of sea

This type of calculation is still basically empirical and none of the attempts to bring it within the scope of hydrodynamics theory had so far been successful.

Forms of spectral representation of the state of sea in terms of wind proposed by various specialists had been showing discrepancies for a long time, mainly on the following points—

- a) Total spectrum energy.
- b) The tendency of the spectrum to develop into a more or less hypothetical limited spectrum.

These discrepancies have now been cleared up, as follows :

- a) Wind conditions should be referred to a standard height, as with the currently applied meteorological relationships between "surface wind" and pressure gradient.
- b) Recent theory has confirmed the more or less simultaneous growth of the various spectrum components.

These theories, which are mainly based on linearisation of the hydrodynamics equations, involve average wind conditions, the turbu-

lence spectrum above the waves and the average wind profile in the lower layers, all of which are unfortunately still difficult to establish. With the equations, however, five simultaneous change processes can be considered, which are combined into a spectral energy balance equation. They are the following :

- 1. Propagation (or advection).
- 2. The Phillips growth term.
- 3. The Miles growth term.
- 4. The third-order interaction term.
- 5. Passive resistance damping.

Hence, a digital model is characterised by its spectral energy equation.

Five digital models are described and a certain number of their responses are classified into groups in terms of schematic special situations (Figs. 1 to 3 and 10 to 32 inclusive.)

The results of a computation with model DSA representing the North Atlantic are compared with various observed and estimated data (Figs. 4 to 9 inclusive).