

# QUELQUES CONSIDÉRATIONS SUR LES DIFFÉRENTES SIMULATIONS ET MÉTHODES DE CALCUL DU COMPORTEMENT DES STRUCTURES IMMERGÉES OU FLOTTANTES EN MER

Communication présentée au  
Comité technique de la Société Hydrotechnique de France  
le 20 novembre 1969

PAR A. DAUBERT \*

Les travaux en mer connaissent actuellement un développement considérable. Lorsqu'ils ont lieu sur des fonds assez importants, les moyens d'intervention sont flottants et soumis à l'action de la houle. Pour étudier la tenue de ces engins à la houle, les ingénieurs disposent à présent de puissants moyens de calcul qui viennent s'ajouter aux montages expérimentaux. L'objet de cette étude est d'essayer d'analyser comment se présente le problème et de fournir quelques éléments pour juger de la façon de les aborder et des moyens utiles pour le faire.

Il faut tout d'abord distinguer les corps qui déplacent un gros volume de ceux qui apparaîtraient dans la houle comme filiformes. Nous verrons, dans l'analyse des efforts, que, pour les premiers, il importe de bien chiffrer les forces d'inertie tandis que, pour les autres, les forces de résistance passive ne sont plus négligeables. Nous ne nous intéresserons ici qu'aux corps immergés d'un déplacement important.

## Mouvement d'un corps immergé

C'est finalement ce que l'on cherche à évaluer. Cela n'est jamais qu'un peu de mécanique du solide à faire.

$$M\ddot{X} = F$$

$$I\ddot{\theta} = \mathcal{M}'_G(F)$$

où les notations parlent d'elles-mêmes :

X est le vecteur déplacement du centre de gravité G;

$\theta$  le vecteur rotation;

M la masse du corps;

I son tenseur d'inertie;

F les forces extérieures.

## Analyse des forces extérieures.

Très rapidement :

$$F = \text{Poids} + \text{Forces hydrostatiques} \\ + \text{Forces hydrodynamiques} \\ + \text{Réaction des amarres}$$

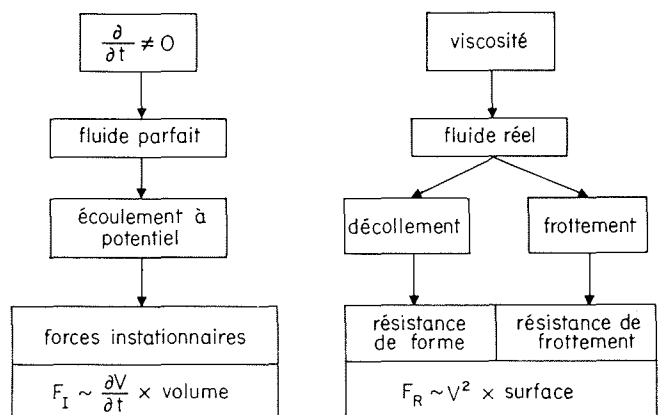
Il n'y a en général pas de difficulté pour les deux premières forces.

Les réactions des amarres, quand ces dernières existent, ne seront pas étudiées ici.

Seul le problème hydrodynamique sera abordé et nous ramènera à la mécanique des fluides.

## Forces hydrodynamiques.

Elles constituent l'excitation du mouvement et ont essentiellement deux origines :



\* Laboratoire National d'Hydraulique, Electricité de France, 6, quai Watier, 78-Chatou.

Plus précisément :

$$F_I \sim \partial V / \partial t \times \text{volume} \sim m\sigma\varphi L^3$$

$$F_R \sim V^2 \times \text{surface} \sim m^2\varphi^2 L^2$$

où :

$\varphi$  représente le potentiel de vitesse;

$m = 2\pi/\lambda$  le nombre d'onde;

$\sigma = 2\pi/T$  la pulsation de la houle;

$L$  une dimension caractéristique du corps.

Par ailleurs :

$$\varphi \sim gA/\sigma$$

où :

$g$  est l'accélération due à la pesanteur;

$A$  l'amplitude de la houle.

On en déduit que :

$$F_R/F_I \sim (mg/\sigma^2)(A/L) \sim (A/L)$$

pour une houle de longueur d'onde donnée puisque, d'après la formule d'Airy :

$$mg/\sigma^2 = \coth md$$

$d$  étant la profondeur d'eau.

On voit donc que, pour une houle donnée, les forces d'inertie sont d'autant plus importantes que le corps est gros et que les forces de résistance ont leur domaine d'action sur les corps de faibles dimensions et sur de faibles tirants d'eau. Mais l'importance relative de ces dernières, proportionnelle au creux de la houle, se trouve également bornée par la limitation de ce creux par le déferlement.

Comme il a été dit en introduction, cette étude concernera plutôt des corps de grosses dimensions comme les plates-formes flottantes que des pieux fichés en faible profondeur.

Les forces hydrodynamiques  $F_I$  qui découlent du potentiel  $\varphi$  s'obtiennent à partir de la pression étoilée  $p^*$  :

$$p^* = p + \rho gz = -\rho\varphi_t - \rho V^2/2$$

En effet, la pression hydrostatique  $\rho gz$  contribue à la force hydrostatique. D'autre part, le paradoxe de d'Alembert montre que la contribution de la pression dynamique  $\rho V^2/2$  est nulle et qu'il n'y a pas à en tenir compte :

$$F_I = - \int_S p^* n ds = \rho \int_S \varphi_t n ds$$

$n$  : normale extérieure au corps.

Ainsi le problème se ramène à la détermination du potentiel  $\varphi$ , c'est-à-dire à un problème de cinématique des fluides.

## Recherche du potentiel des vitesses

### Les équations.

La houle incidente étant la cause du mouvement, nous isolerons son potentiel  $\varphi^\infty$  et rechercherons la solution sous la forme de trois potentiels :

$$\varphi = \varphi^\infty + \varphi^d + \varphi^v$$

Les deux premiers potentiels décrivent l'écoulement lorsque le corps est immobile dans la houle, et le troisième  $\varphi^v$ , représentera l'écoulement induit par le mouvement du corps excité par la houle et décrit par les composantes de ses six degrés de libertés ( $X, \theta$ ).

L'équation de continuité impose aux potentiels recherchés d'être toujours harmoniques :

$$\Delta\varphi = 0$$

comme  $\Delta\varphi^\infty = 0$ , il restera :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\varphi^d = 0 \\ \Delta\varphi^v = 0 \end{array} \right.$$

avec :

$$\varphi_n = 0$$

sur le fond (limite fixe)

et

$$\varphi_t + V^2/2 + g\eta = 0$$

$$\eta_t + \text{grad } \eta \cdot \text{grad } \varphi = \varphi_z$$

sur la surface libre  $z = \eta$

$$\varphi_n = (X_t + \theta_t \wedge GM) n$$

sur le corps.

Les frontières du domaine d'intégration sont inconnues, tant la surface libre que celle du corps.

Ici, intervient l'hypothèse de la linéarisation. On considère le problème comme une perturbation de l'état de repos et en utilisant une méthode de perturbation du domaine, on se ramènera, au premier ordre, au domaine de repos qui est fixe et connu.

Il restera alors :

$$\varphi_{tt} + g\varphi_z = 0$$

sur la surface libre au repos et :

$$\varphi_n = \varphi_n^\infty + \varphi_n^d + \varphi_n^v = (X_t + \theta_t \wedge GM) n$$

sur la surface  $S$  du corps au repos.

La première condition remplie par  $\varphi^\infty$  sera imposée aussi bien à  $\varphi^d$  qu'à  $\varphi^v$ , tandis que la seconde, conformément aux définitions de  $\varphi^d$  et  $\varphi^v$ , sera vérifiée en prenant :

$$\varphi_n^d + \varphi_n^\infty = 0$$

et

$$\varphi_n^v = (X_t + \theta_t \wedge GM) n$$

sur  $S$ .

A ce stade, il est bon de remarquer deux points :

- $\varphi^d$  représente le potentiel de diffraction dû à la présence du corps immobile dans la houle;
- $\varphi^v$  représente le potentiel de l'écoulement créé par le mouvement ( $X, \theta$ ) du corps dans un fluide qui sans cela serait immobile.

Avant de poursuivre, signalons qu'il y a encore à ajouter des conditions de comportement des potentiels à l'infini. Nous ne nous appesantirons pas sur ce point qui n'est pas essentiel pour la compréhension de la suite. Mentionnons simplement que ce comportement est régi par la condition de radiation de Sommerfeld qui traduit simplement que l'écoulement créé par  $\varphi^d$  et  $\varphi^v$  loin du corps est une onde divergente.

Sans qu'il soit dans nos intentions d'entrer dans le détail de la construction de la solution, nous allons tout de même en tracer les grandes lignes afin d'éclaircir la terminologie des résultats qui seront présentés plus loin.

**Construction de la solution.**

Nous allons chercher des solutions harmoniques en posant pour chaque variable  $f$  :

$$f = \text{Re} [f' e^{-i\sigma t}] = |f| \cos(\sigma t - \alpha)$$

si :

$$f' = |f'| e^{i\alpha}$$

La transformation  $f \rightarrow f'$  est linéaire et s'apparente beaucoup à une transformation de Fourier. En électricité l'affixe de  $f'$  dans le plan complexe fournit la représentation de Fresnel de  $f$ .

Le problème consiste à déterminer la transformation  $\varphi'^\infty \rightarrow (X', \theta')$  que nous noterons :

$$(X', \theta') = FT'(\varphi'^\infty)$$

Comme par ailleurs, on peut écrire :

$$\varphi'^\infty = g\eta'_0 \Phi'^\infty / \sigma$$

$\eta'_0$  représentant la surface libre en un point déterminé; la linéarité du problème conduit alors à :

$$(X', \theta') = FT(\Phi'^\infty) \eta'_0$$

FT ( $\Phi'^\infty$ ) constitue la fonction de transfert (vectorielle) de  $\eta'_0$  à  $(X', \theta')$ . Et l'on sait que si  $\eta_0$  est une variable aléatoire dont le spectre est  $S_{\eta_0}$ , le spectre  $S_{(X,\theta)}$  de X et  $\theta$  s'obtiendra par :

$$S_{(X,\theta)} = |FT(\Phi'^\infty)|^2 S_{\eta_0}$$

La norme  $|\cdot|$  étant prise sur le corps des complexes, composantes par composantes.

Dans la suite, lorsque cela ne prêterait pas à confusion, nous noterons d'ailleurs de la même façon une variable et sa représentation de Fresnel.

Dans la représentation de Fresnel, nous recherchons  $(X, \theta)$  définis par :

$$-\sigma^2 MI(X, \theta)' = (F_I, \mathcal{J}\mathcal{L}'_G F_I)'$$

où MI est une matrice qui regroupe la masse, le tenseur d'inertie et les forces de rappel constituées par les forces hydrostatiques et les réactions des amarres :

$$\begin{aligned} (F_I, \mathcal{J}\mathcal{L}'_G F_I) &= -i\sigma\rho \times \left( \int_S \Phi n ds, \int_S \Phi GM \wedge n ds \right) g\eta_0 / \sigma \\ \Phi &= \Phi^\infty + \Phi^d + \Phi^v \end{aligned}$$

$\Phi^d$  et  $\Phi^v$  étant harmoniques vérifient, outre la condition de surface libre :  $\Phi_z = \sigma^2 \Phi / g$  et la condition de radiation, les conditions suivantes sur le corps S :

$$\Phi^d_n = -\Phi^\infty_n$$

$$\Phi^v_n = -i\sigma(X + \theta \wedge GM) \cdot n = -i\sigma(X \cdot n + \theta \cdot GM \wedge n)$$

Cette dernière condition conduit à décomposer encore  $\Phi^v$  en :

$$\Phi^v = -i\sigma(X \cdot \Phi^T + \theta \cdot \Phi^\theta)$$

$\Phi^T$  et  $\Phi^\theta$ , ayant cette fois-ci, chacun trois composantes vérifient sur le corps les conditions :

$$\overline{\text{grad}} \Phi^T \cdot n = n$$

$$\overline{\text{grad}} \Phi^\theta \cdot n = GM \wedge n$$

**Représentation du torseur hydrodynamique.**

On aura :

$$F_I = F^\infty + F^d + F^v$$

avec les significations physiques suivantes :

— force d'excitation par la houle rapportée à  $g\eta_0/\sigma$  :

$$F^\infty = -i\sigma\rho \int_S \Phi^\infty n ds : \text{effort dû à la houle sur le corps transparent;}$$

$$F^d = -i\sigma\rho \int_S \Phi^d n ds : \text{effort dû à l'imperméabilité du corps.}$$

— réaction du fluide aux mouvement du corps :

$$F^v = -\sigma^2\rho \left[ \left( \int_S \Phi^T \otimes n ds \right) X + \left( \int_S \Phi^\theta \otimes n ds \right) \theta \right]$$

Des relation analogues peuvent être écrites pour les moments en remplaçant  $n$  par son moment par rapport à G :  $GM \wedge n$ .

Si l'on regroupe les éléments du torseur proportionnel à X et  $\theta$ , on aura :

$$(F^v, \mathcal{J}\mathcal{L}'_G F^v)' = \sigma^2 (TM)(X, \theta)'$$

avec :

$$TM = -\rho\mathcal{V} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \frac{1}{\mathcal{V}} \int_S \Phi^T \otimes n ds, & \frac{1}{\mathcal{V}} \int_S \Phi^\theta \otimes n ds \\ \frac{1}{\mathcal{V}} \int_S \Phi^T \otimes GM \wedge n ds, & \frac{1}{\mathcal{V}} \int_S \Phi^\theta \otimes GM \wedge n ds \end{bmatrix}$$

où  $\mathcal{V}$  est le volume d'eau déplacé par le corps.

Le tenseur TM représente le tenseur des masses et inerties ajoutées, et le tenseur :

$$(CM) = (TM) / \rho\mathcal{V}$$

s'appellera le tenseur des coefficients de masses et inerties ajoutées.

En effet les équations du mouvement du corps s'écrivent :

$$\begin{aligned} \sigma^2 (MI + TM)(X, \theta)' &= \\ &= i\rho g\eta_0 \left[ \int_S \Phi^\infty n ds + \int_S \Phi^d n ds \right. \\ &\quad \left. \int_S \Phi^\infty GM \wedge n ds + \int_S \Phi^d GM \wedge n ds \right] \end{aligned}$$

d'où l'on déduit la fonction de transfert FT ( $\Phi^\infty$ ) :

$$\begin{aligned} FT(\Phi^\infty) &= i\rho(g/\sigma^2)(MI + TM)^{-1} \times \\ &\times \left[ \int_S \Phi^\infty n ds + \int_S \Phi^d n ds \right. \\ &\quad \left. \int_S \Phi^\infty GM \wedge n ds + \int_S \Phi^d GM \wedge n ds \right] \end{aligned}$$

Enfin, on peut donner une interprétation physique à  $F^\infty$  :

$$\begin{aligned} F^\infty &= -i\sigma\rho \int_S \Phi^\infty n ds \\ &= -i\sigma\rho \int_V \text{grad} \Phi^\infty dv + i\sigma\rho \int_{SF} \Phi^\infty n ds \end{aligned}$$

## A. DAUBERT

où S représente la coque, SF la surface de flottaison (si le corps flotte) et V le volume de la carène.

$$i\sigma \int_V \text{grad } \Phi^\infty dv = \text{quantité d'accélération de la houle incidente contenue dans le volume de la carène:}$$

$$i\sigma \int_{SF} \Phi^\infty nds = \text{poussée complémentaire due à la suppression causée par la déformation } \eta/\eta_0 \text{ de la surface libre.}$$

A une fonction  $\Phi^\infty$  on fait correspondre :

$$F^\infty, F^d, \mathcal{N}'_G F^\infty \text{ et } \mathcal{N}'_G F^d$$

Pour une fréquence et une direction de houle données, considérant toutes les amplitudes de houle possibles, on peut définir un tenseur de coefficients hydrodynamiques par :

$$(\text{CH}) = (\underline{F}^d \otimes \underline{F}^\infty) / (\underline{F}^\infty)^2$$

D'où :

$$F^d = (\text{CH}) F^\infty$$

Nous reviendrons plus loin sur ce sujet.

### Recherche des potentiels $\Phi$ par un potentiel de simple couche.

Nous dirons enfin un dernier mot sur la méthode de résolution utilisée car des approximations peuvent également y être faites.

Les potentiels sont créés par une distribution de source  $\tau$  réparties sur la carène :

$$\Phi^k(M) = \int_S \tau^k(M') G(M', M) ds(M') \equiv K(\tau)$$

$k = d, T, \theta$ .

La fonction  $G(M', M)$  est la fonction de Green du problème. Elle revêt des formes différentes selon que la profondeur d'eau est finie ou non et ses différentes expressions sont bien connues depuis les travaux de F. John.

Lorsque M tend vers M', G se comporte comme  $1/M'M$  par construction. Or, la fonction  $1/M'M$  est bien connue en physique comme fonction de Green. En mécanique des fluides, elle représente le potentiel d'une source dans un milieu infini. Les figures 1 et 2 permettent de comparer  $|G|$  pour les profondeurs finies et infinies, et  $1/M'M$ . On constate que pour des distances M'M de l'ordre de  $1/10^2$  de la longueur d'onde  $|G|$  est effectivement assez voisin de  $1/M'M$ .

Pour terminer cette partie un peu théorique, mention sera faite de l'équation de Fredholm qui permet de déterminer la densité de source  $\tau$ . Par dérivation :

$$\Phi^k_n(M) = -2\pi\tau^k + \int_S \tau^k(M') \frac{dG}{dn} \Big|_M ds(M') \equiv \mathcal{L}(\tau^k)$$

$k = d, T, \theta$ .

Les conditions aux limites sur S complètent alors l'équation :

$$\mathcal{L}(\tau^k) = f^k = \begin{cases} -\Phi^\infty_n, & k = d \\ n, & k = T \\ GM \wedge n, & k = \theta \end{cases}$$

### Résolution numérique.

Les équations  $\mathcal{L}(\tau^k) = f^k$ ,  $k = d, T, \theta$  sont discrétisées et l'opérateur  $\mathcal{L}$  apparaît alors comme une matrice dense qu'il suffit d'inverser pour avoir  $\tau^k$ .

La discrétisation consiste à couvrir la carène de petites facettes au centre desquelles on calcule la valeur prise par  $\tau^k$ . Il est évident que plus le corps sera gros, plus le nombre de facettes sera important et plus l'opérateur  $\mathcal{L}$  sera de rang élevé.

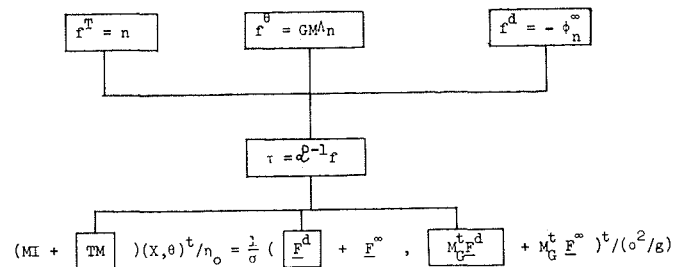
Le calcul des éléments de la matrice  $\mathcal{L}$  à lui seul pose déjà un problème, car il croît comme le carré du nombre de facettes. Les fonctions de Green exactes sont décrites par des séries (en particulier en profondeur finie) et le temps de calcul d'une seule valeur de cette fonction peut déjà prendre 0,01 s sur CDC 6 600. Si le recouvrement est de 1 000 facettes, il faudrait de 1 à 3 h de machine.

Mais ce qui augmente plus vite encore, c'est le temps que nécessite l'inversion de l'opérateur  $\mathcal{L}$ , car ce temps croît presque comme le cube du rang de la matrice. Pour le recouvrement en 1 000 facettes, il faudrait trois mois et encore on n'arriverait pas à loger le problème dans le CDC 6 600.

En utilisant les symétries et par une analyse approfondie de l'opérateur  $\mathcal{L}$ , on peut actuellement recouvrir de 1 000 facettes un ensemble comme la plate-forme Pentagone 81 et obtenir une valeur de la fonction FT ( $\Phi^\infty$ ) pour une fréquence, en une demi-heure à peu près.

### Résumé.

Il tient dans l'organigramme suivant :



### Discussion

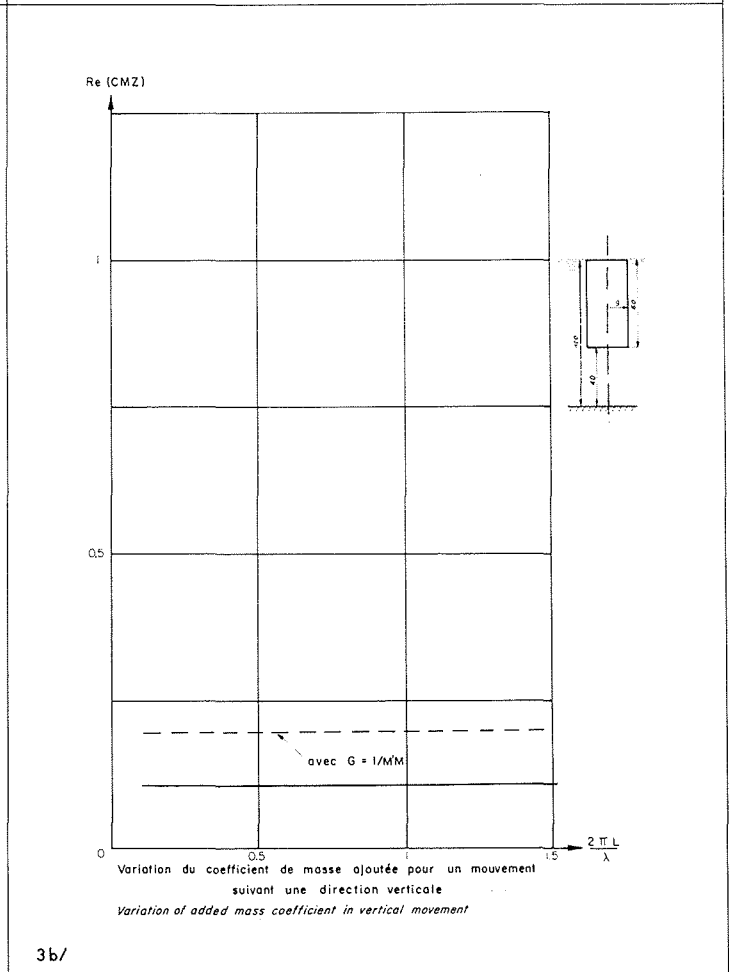
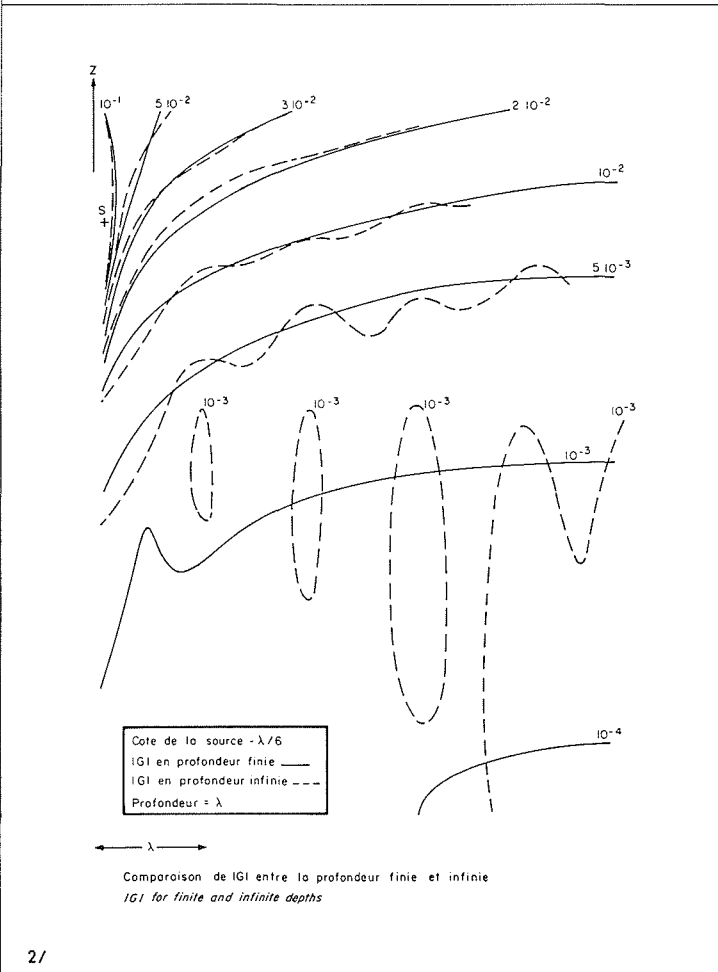
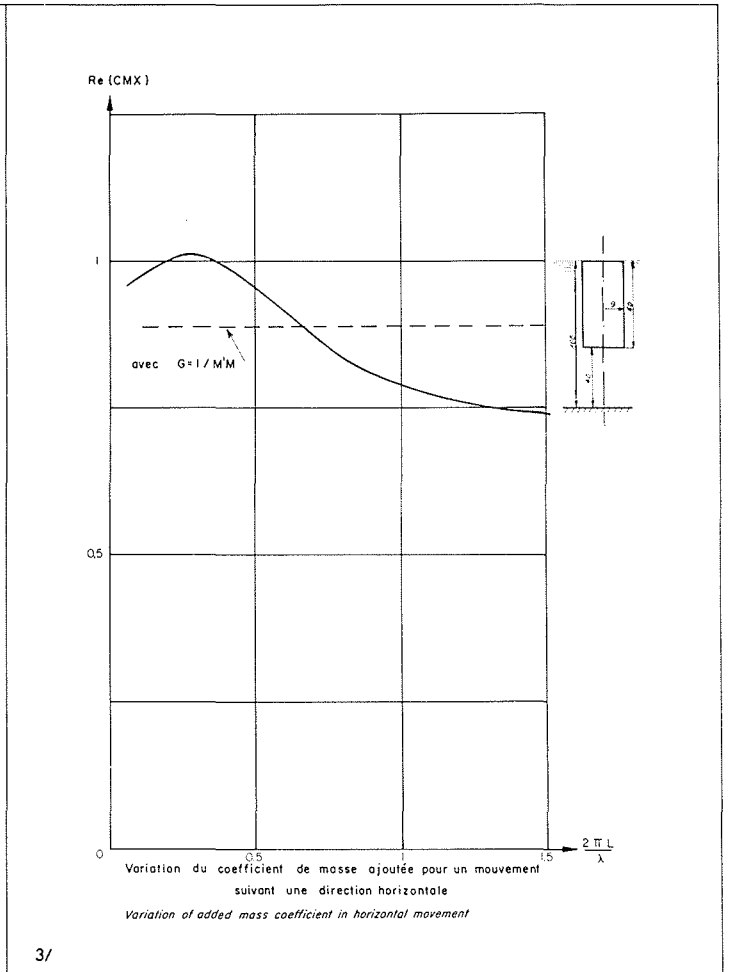
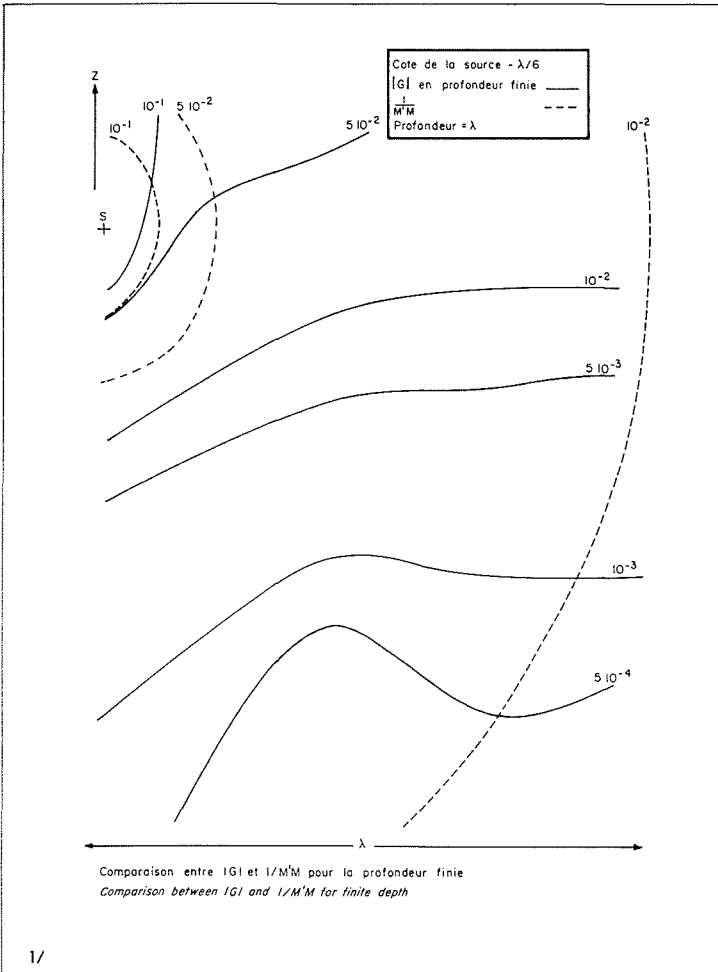
La première réflexion qui vient à l'esprit après les considérations numériques précédentes, c'est que le calcul de la fonction de transfert exacte  $FT(\Phi^\infty)$  pour de gros corps est un problème numérique d'une taille sérieuse, mais qui a pu cependant être réduit à une taille convenable.

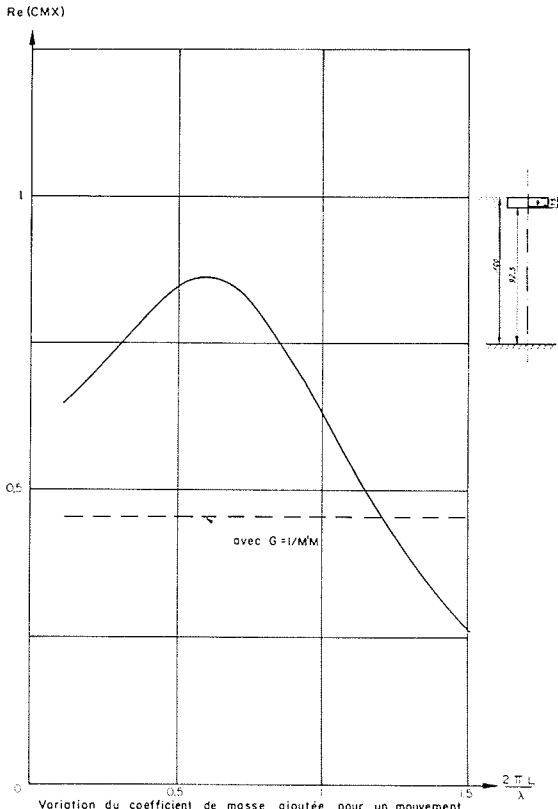
Pour essayer d'alléger les calculs, il s'offre plusieurs voies que nous avons voulu explorer.

#### Éléments simples en milieu infini.

La première consiste à décomposer le corps en éléments simples. Pour chacun de ces éléments simples, on peut espérer trouver les coefficients de masse ajoutée. Ici, se pose déjà un premier problème, car on ne disposera dans la littérature que des valeurs concernant un domaine fluide illimité. Comme nous l'avons dit, cela revient à ne pas tenir compte de la surface libre qui a ici un rôle important, car c'est à cause d'elle qu'il y a un phénomène de propagation, et par suite une meilleure transmission des effets de la source pulsante. Un autre aspect très visible, outre celui qui apparaît sur les figures 1 et 2, c'est que les coefficients de masse ajoutée ainsi approchés ne sauraient dépendre de la fréquence.

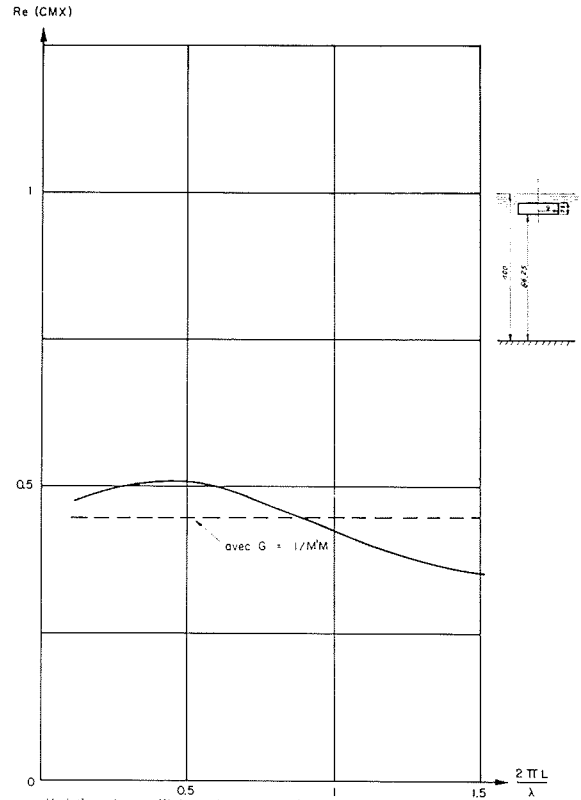
A titre d'exemple, les figures 3 donnent les variations de la partie réelle du coefficient de masse ajoutée pour les





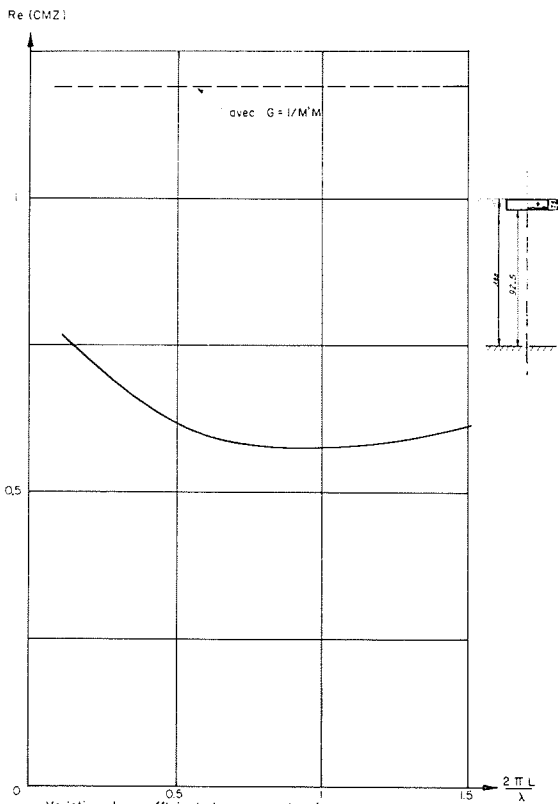
Variation du coefficient de masse ajoutée pour un mouvement suivant une direction horizontale  
*Variation of added mass coefficient in horizontal movement*

4/



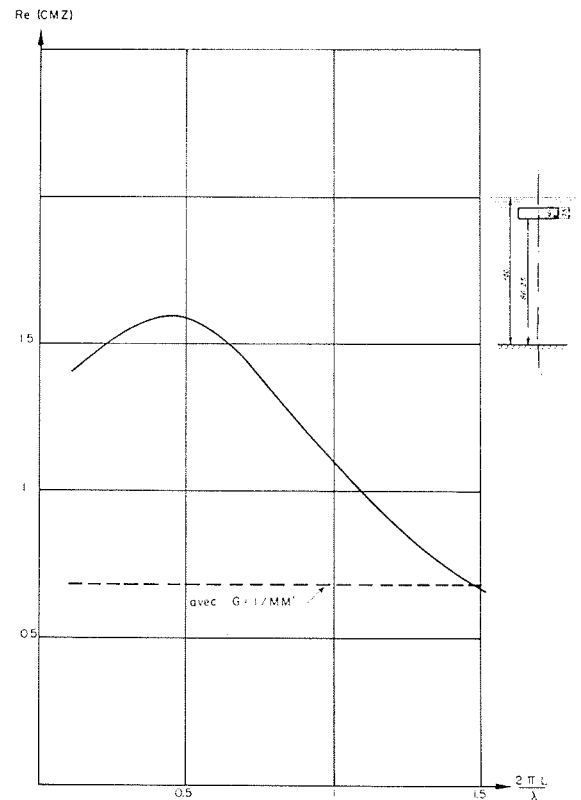
Variation du coefficient de masse ajoutée pour un mouvement suivant une direction horizontale  
*Variation of added mass coefficient in horizontal movement*

5/



Variation du coefficient de masse ajoutée pour un mouvement suivant une direction verticale  
*Variation of added mass coefficient in vertical movement*

4b/



Variation du coefficient de masse ajoutée pour un mouvement suivant une direction verticale  
*Variation of added mass coefficient in vertical movement*

5b/

mouvements, suivant une direction horizontale et une direction verticale, d'un cylindre relativement long d'axe vertical. Les figures 4 et 5 donnent les mêmes résultats pour un cylindre court (presque un disque).

Ces valeurs sont à comparer, pour les mouvements horizontaux, à la valeur 1 classique pour un cylindre infiniment long dans un milieu infini. Sur les mêmes figures, sont également portées les valeurs correspondant au cylindre étudié (de longueur finie) en mouvement dans un milieu indéfini.

On constate que, même en tenant compte de l'effet de troncature du cylindre, l'approximation de la fonction de Green par  $1/M'M$  peut causer une erreur de 20 à 70 %. Cette erreur diminue évidemment lorsque la longueur d'onde augmente.

Il semble, en tout cas, qu'il faille porter un soin attentif à tenir compte de la géométrie exacte. Et comme on ne disposera pas toujours des coefficients correspondant à la forme exacte du corps considéré, on sera amené à faire le calcul. Il semble alors que l'on devrait en profiter pour faire les calculs avec la fonction de Green exacte.

Tout ce qui précède ne concerne que les coefficients de masse ajoutée. La question reste entièrement ouverte pour les coefficients hydrodynamiques, c'est-à-dire pour les forces excitatrices dues à la houle. Nous y reviendrons plus loin, car en ce qui les concerne, la littérature ne donne que très peu de résultats même pour des corps de forme simple.

#### Composition d'éléments simples.

A la rigueur, on pourrait supposer qu'on ait constitué un catalogue de coefficients relatifs à différents corps simples. L'étape suivante consisterait à assembler ces éléments simples pour essayer d'approcher la forme du corps étudié.

Il nous a donc semblé intéressant d'étudier la loi de composition des coefficients de masse ajoutée.

Supposons que pour élément  $E_1$  de volume  $V_1$ , on ait un coefficient  $c_1$  et de même pour un élément  $E_2$ .

Le corps à étudier  $E$  serait composé de l'assemblage de  $E_1$  et  $E_2$ :

$$E = E_1 \oplus E_2$$

En revenant à la définition du coefficient de masse ajoutée, la réaction du fluide au même mouvement d'accélération  $\gamma$  de chaque élément est respectivement :

$$\rho c_1 V_1 \gamma$$

$$\rho c_2 V_2 \gamma$$

$$\rho c (V_1 + V_2) \gamma$$

La question est de savoir si ces réactions sont additives. Dans l'affirmative, nous aurions :

$$c = (c_1 V_1 + c_2 V_2) / (V_1 + V_2)$$

Il est évident qu'en toute rigueur ceci ne peut être vrai, car la présence de l'élément  $E_2$  modifie l'écoulement créé par le mouvement de l'élément  $E_1$ , non seulement par l'écoulement créé par le mouvement de l'élément  $E_2$ , mais déjà par sa simple présence fût-il immobile.

Nous avons cependant voulu voir quelle approximation représenterait la loi de composition précédente.

Les figures 6 et 7 montrent les résultats pour des éléments de cylindres longs et courts. La figure 8 donne la composition d'un élément de cylindre long (jambe) et d'un élément de cylindre plus court (patte) mais de plus gros diamètre. Cet ensemble jambe + patte constitue une appro-

che « stylisée » d'un des cinq ensembles pile-caisson de la plate-forme Pentagone 81. Sur la même figure 8, est également portée la vraie valeur calculée pour la forme réelle.

En conclusion, il apparaît que la composition simpliste des coefficients de masse ajoutée basée sur l'additivité des réactions du fluide aux mouvements des éléments, peut être hasardeuse comme le montre la figure 7 (éléments de cylindre courts).

#### Forces excitatrices.

Elles constituent un des éléments essentiels de l'étude. En effet, à défaut des masses ajoutées, la connaissance des forces excitatrices, sans permettre le calcul exact du mouvement du corps, peut malgré tout donner un renseignement très précieux et souvent suffisant pour optimiser un projet. Dans le cas où le corps est maintenu fixe dans la houle, elles constituent alors les seules inconnues du problème.

Nous les avons décomposées en deux,  $F^\infty$  et  $F^d$ . Revenons un peu sur le sens physique de ces deux composantes.

Imaginons que le corps soit, dans un premier stade, remplacé par les particules d'eau qui occuperaient sa place en son absence. Nous savons que dans la houle les particules ne s'éloignent jamais beaucoup de leur position de repos. C'est ici que l'on peut essayer de se rendre compte de l'hypothèse de linéarisation. Si l'on suppose que la houle est de très faible amplitude, le corps fictif fluide de remplacement aura une peau qui se déformera suivant le déplacement des particules qui constituent cette peau. Et l'effort de la houle, qui n'est absolument pas dérangée par la présence de ce corps fictif, sera représenté par  $F^\infty$ .

Il faut ensuite, dans une seconde étape, imaginer que par un moyen quelconque, on imprime à la peau du corps fictif un mouvement opposé à celui que lui imposait la houle. La réaction de l'eau à cette déformation de compensation constitue  $F^d$ . Cette seconde étape doit être isolée et étudiée en eau calme. C'est l'étude d'une « vibration » de coque dans l'eau.

On voit donc qu'en ce sens,  $F^d$  est d'une nature très semblable à  $F^v$  et se calcule d'ailleurs de la même façon. Mais alors que  $F^v$  est engendré à partir des vecteurs  $X$ ,  $\theta$ ,  $F^d$  l'est à partir de  $\Phi^\infty$  ou  $\text{grad } \Phi^\infty$ . Ceci représente une différence assez fondamentale, car  $X$  et  $\theta$  sont :

- des vecteurs quelconques de  $C^3$ ;
- uniformément répartis dans l'espace;
- indépendants de  $\sigma$ .

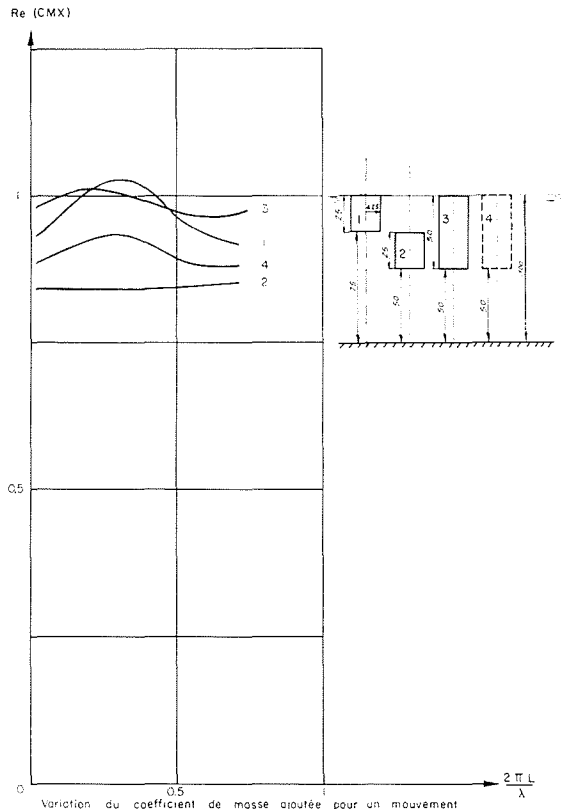
$\text{grad } \Phi^\infty$  représente des vecteurs dans  $C^3$ , non uniformément répartis dans l'espace et dépendants de  $\sigma$ , de la direction  $\alpha$  de la houle, et de son amplitude  $\eta_0$ .

L'ensemble des vecteurs  $\text{grad } \Phi^\infty$ , quand on fait varier  $\sigma$ ,  $\alpha$  et  $\eta_0$ , n'a pas une structure vectorielle dans  $C^3$ .

Par contre, si l'on se fixe la fréquence par  $\sigma$  et la direction de la houle par  $\alpha$ , alors le champ de  $\text{grad } \Phi^\infty$  prend une structure vectorielle mais dans  $C^1$  pour l'ensemble des amplitudes  $\eta_0$ .

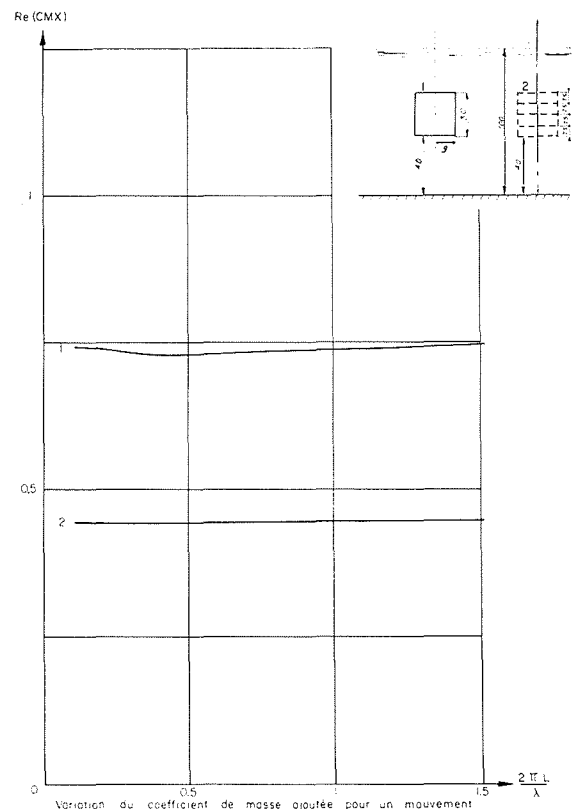
Dans ce dernier cas, la correspondance entre  $F^\infty$  et  $F^d$  se définit simplement par la proportionnalité de leur mesure.

Par contre, lorsque le corps est de révolution autour d'un axe vertical, on peut définir une transformation linéaire de  $F^\infty$  sur  $F^d$ . On considère cette fois l'ensemble des houles d'une fréquence donnée, définie par  $\sigma$ , mais de direction  $\alpha$  et d'amplitude  $\eta_0$  quelconques. La symétrie de révolution du problème permet alors de définir une struc-



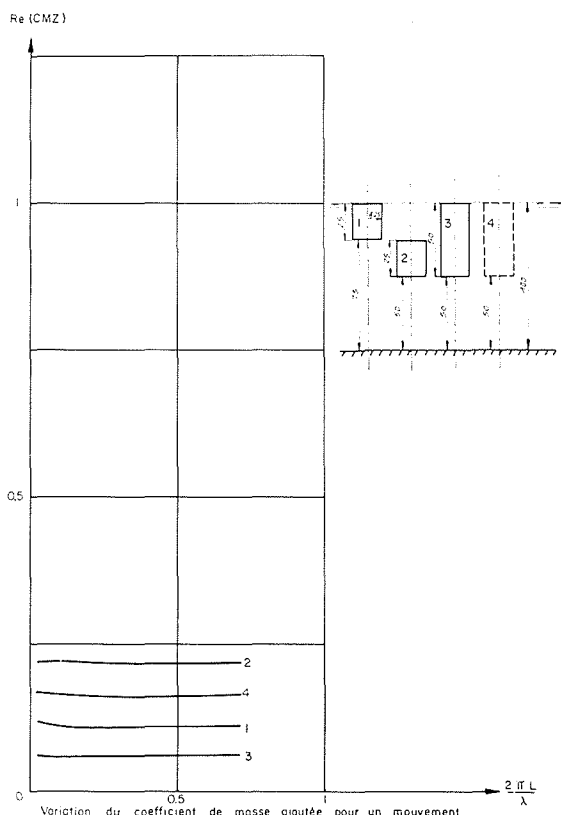
Variation of added mass coefficient in horizontal movement

6/



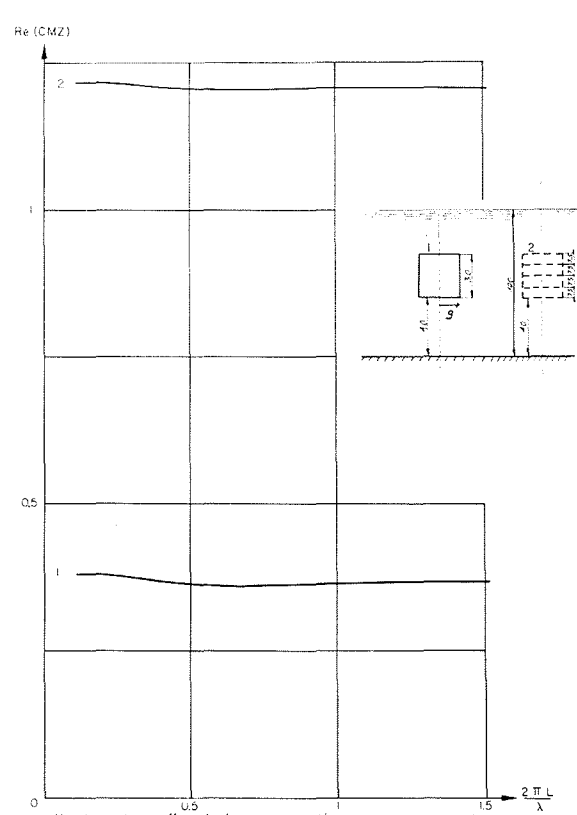
Variation of added mass coefficient in horizontal movement

7/



Variation of added mass coefficient in vertical movement

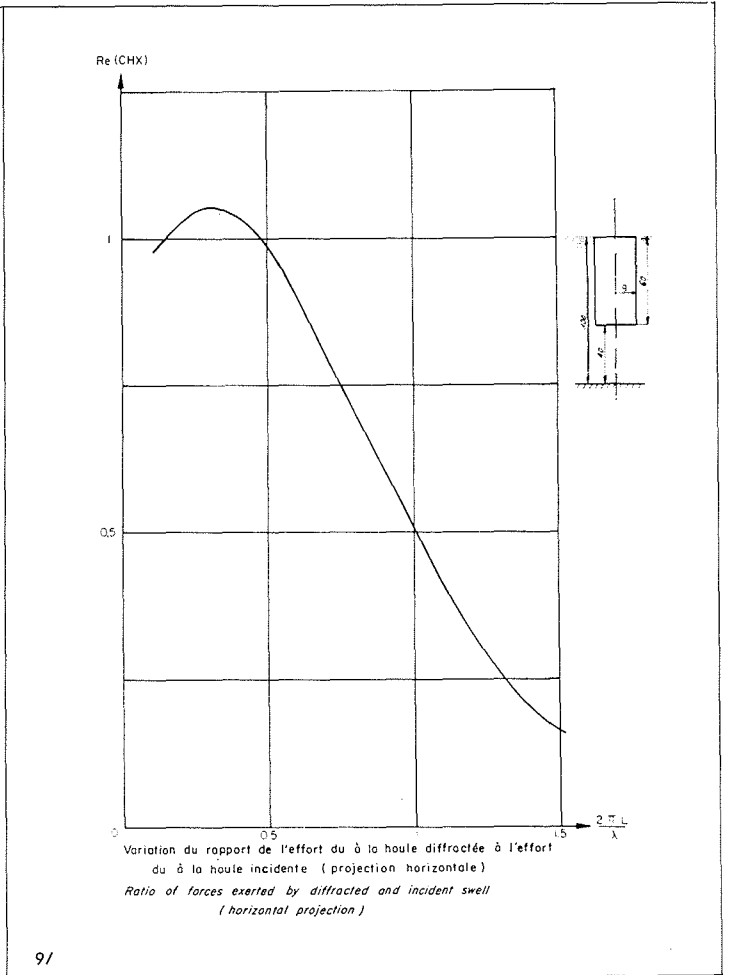
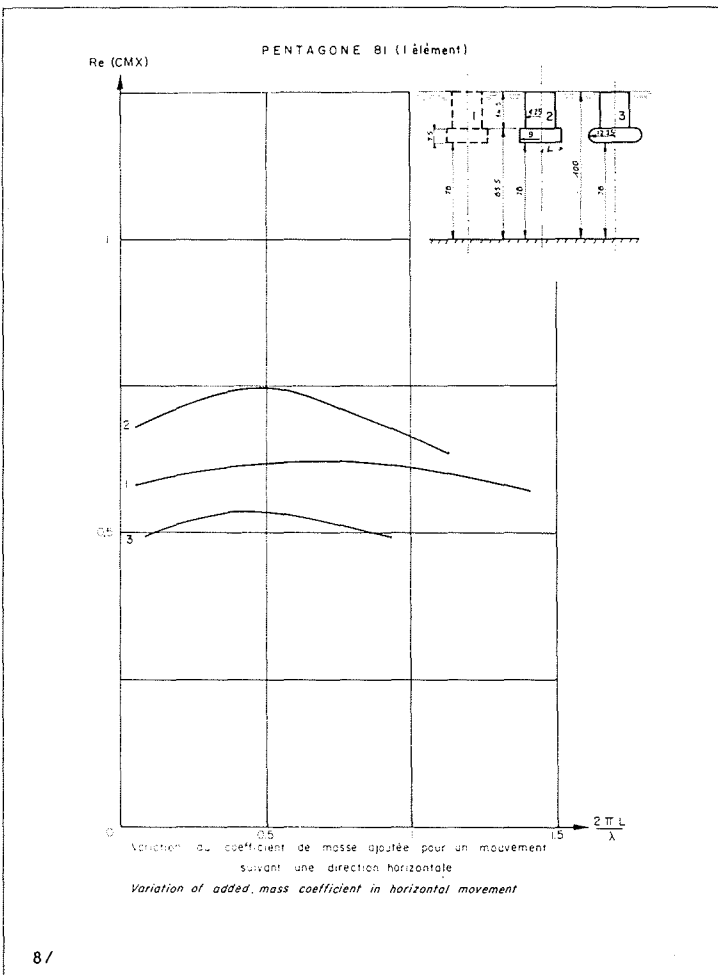
6b/



Variation of added mass coefficient in vertical movement

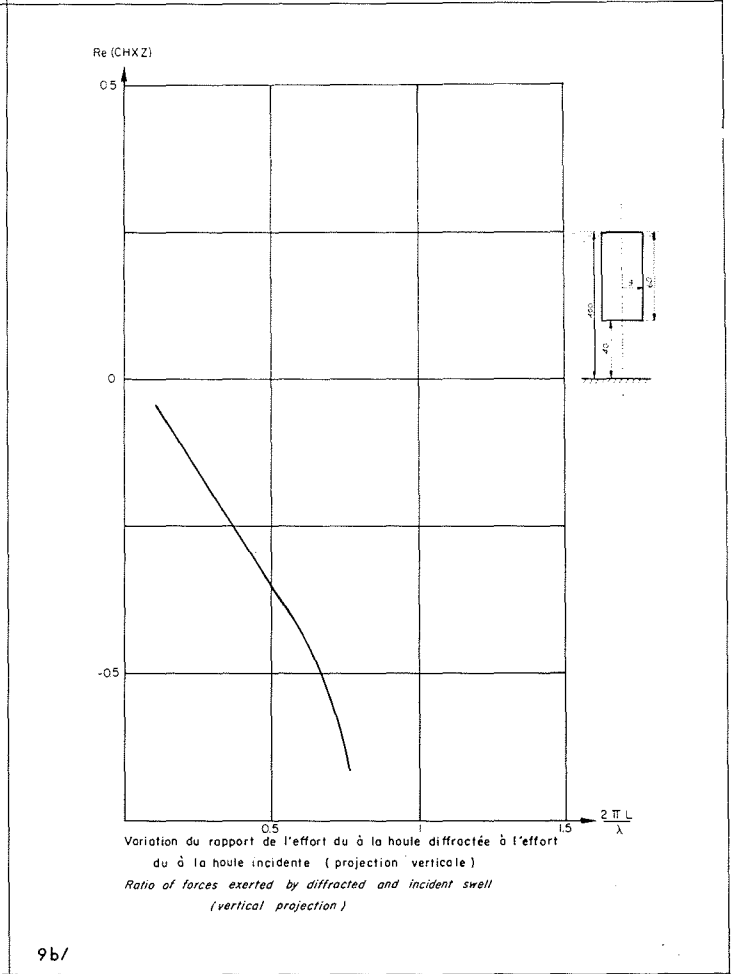
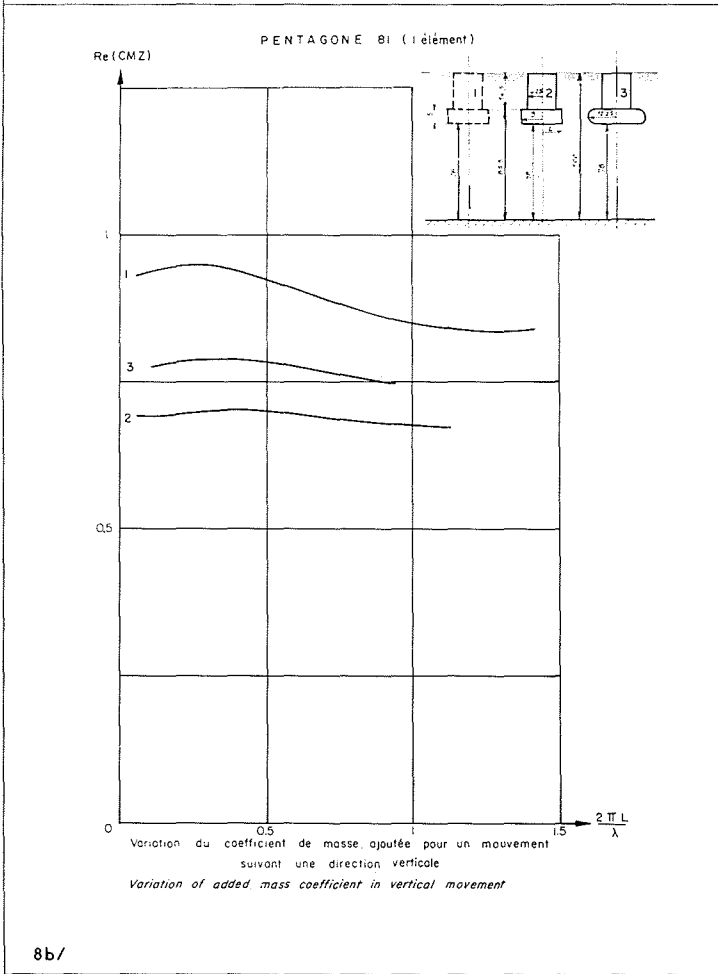
7b/





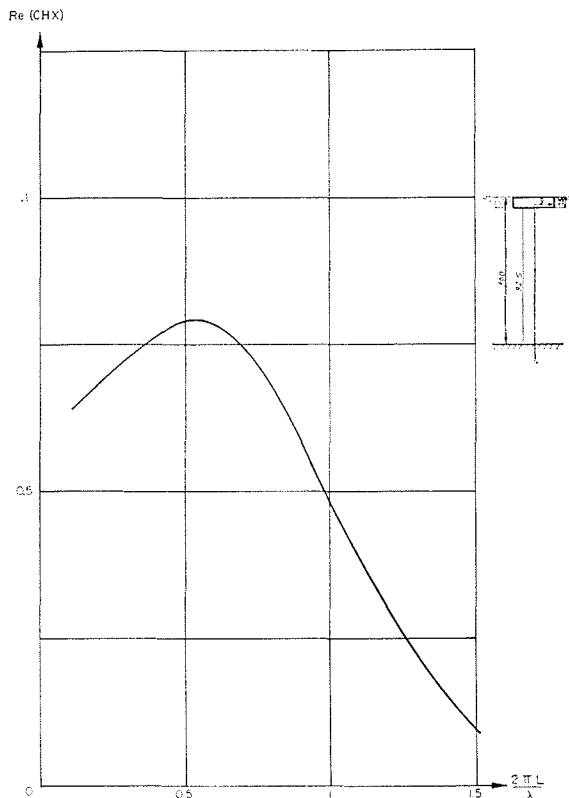
8/

9/



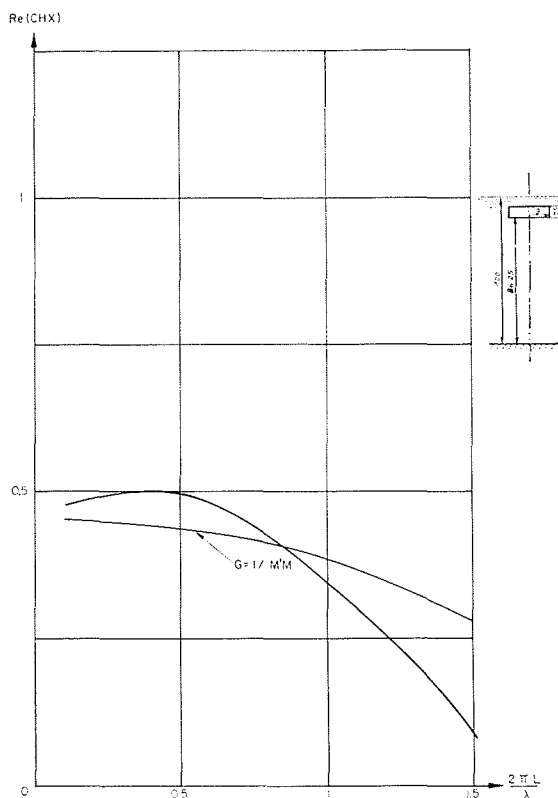
8b/

9b/



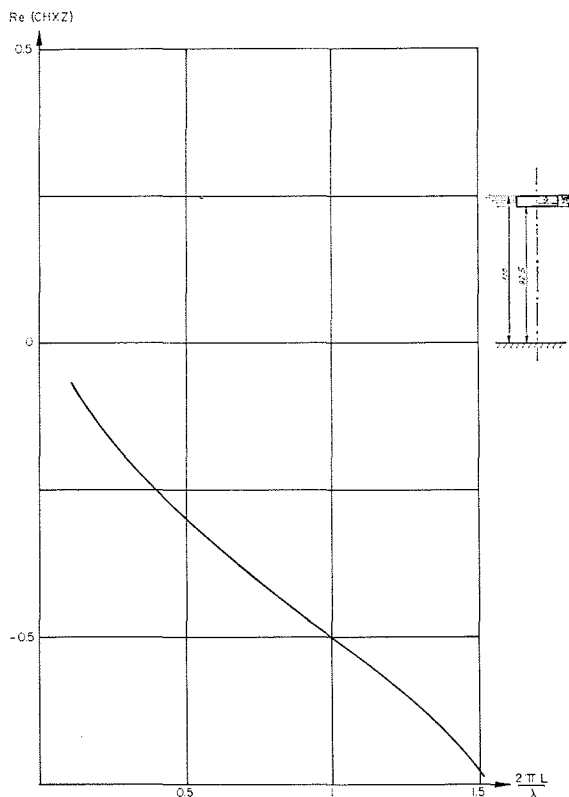
Variation du rapport de l'effort du à la houle diffractée à l'effort du à la houle incidente (projection horizontale)  
 Ratio of forces exerted by diffracted and incident swell (horizontal projection)

10/



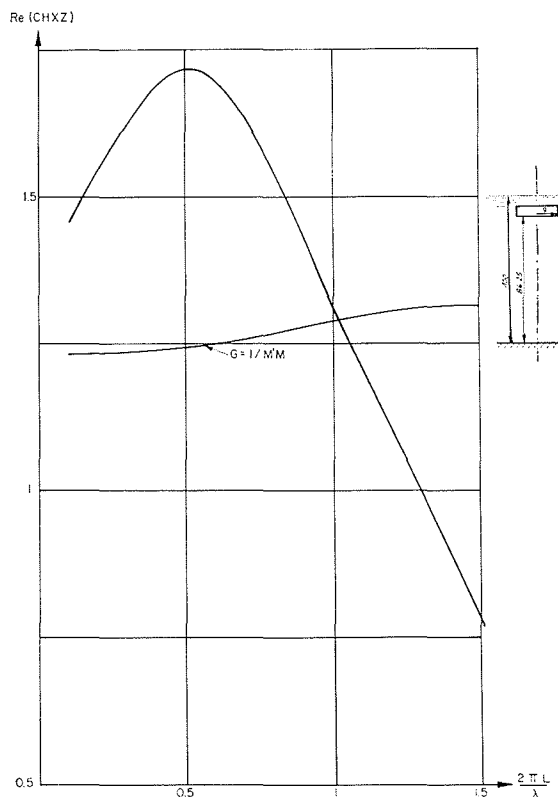
Variation du rapport de l'effort du à la houle diffractée à l'effort du à la houle incidente (projection horizontale)  
 Ratio of forces exerted by diffracted and incident swell (horizontal projection)

11/



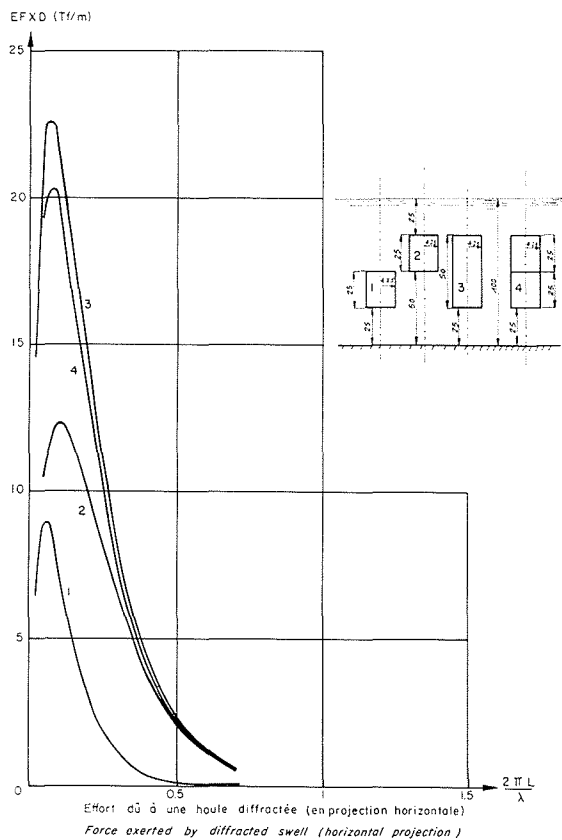
Variation du rapport de l'effort du à la houle diffractée à l'effort du à la houle incidente (projection verticale)  
 Ratio of forces exerted by diffracted and incident swell (vertical projection)

10b/

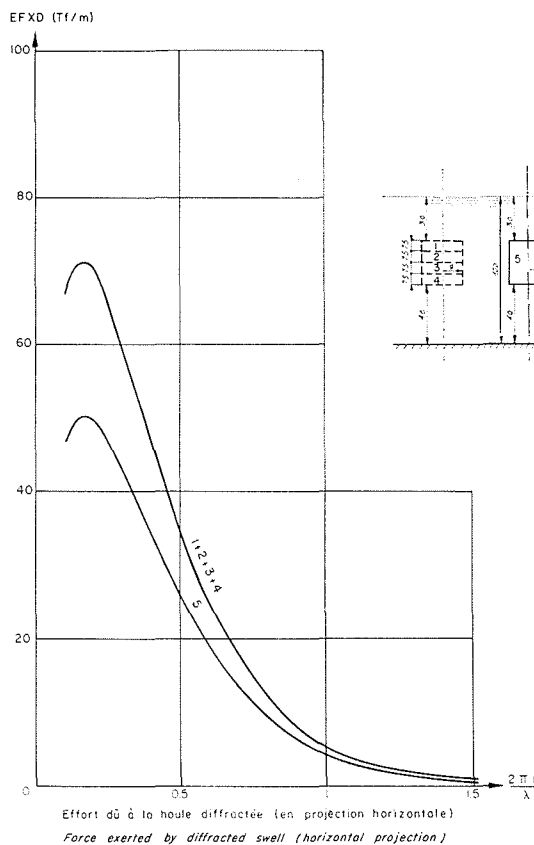


Variation du rapport de l'effort du à la houle diffractée à l'effort du à la houle incidente (projection verticale)  
 Ratio of forces exerted by diffracted and incident swell (vertical projection)

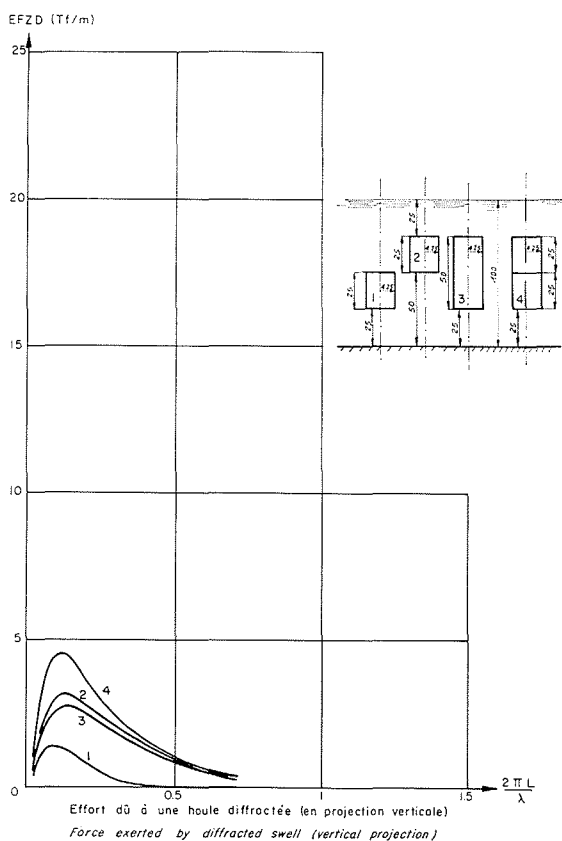
11b/



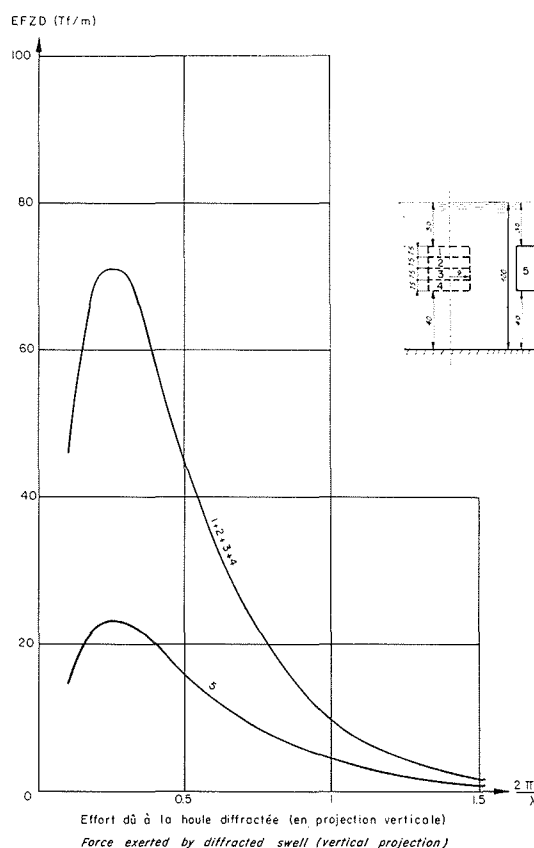
12/



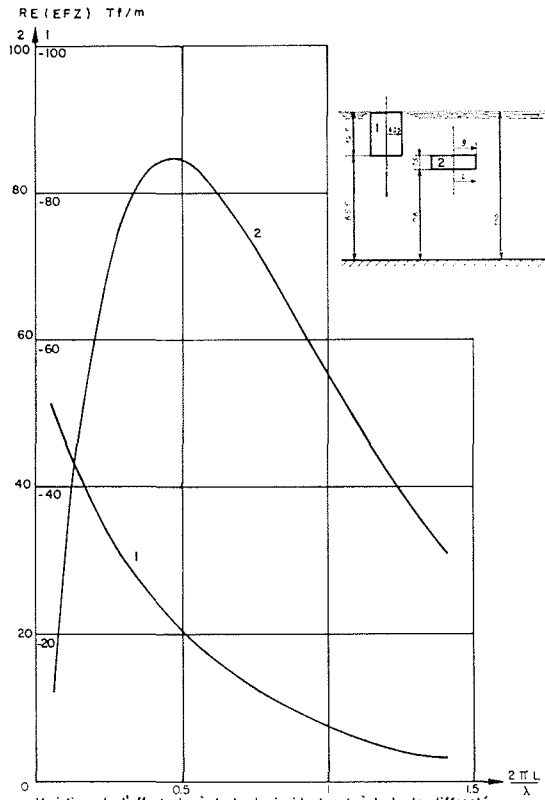
13/



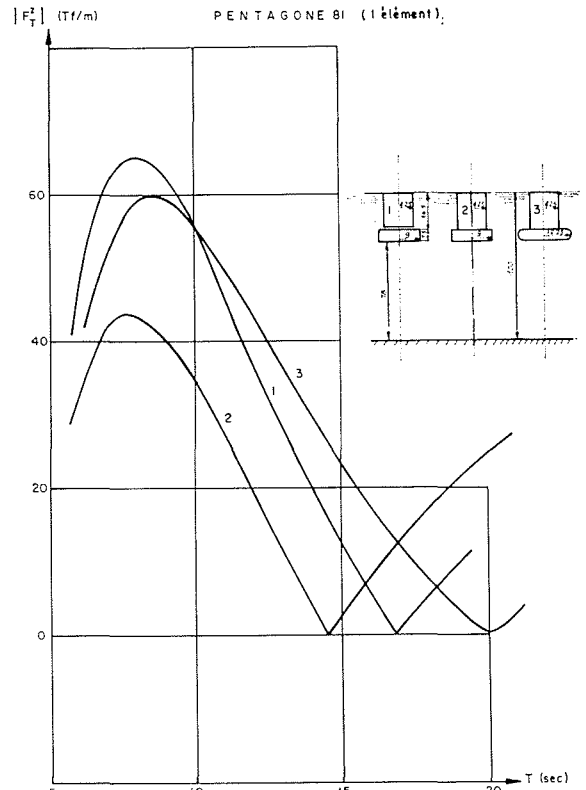
12b/



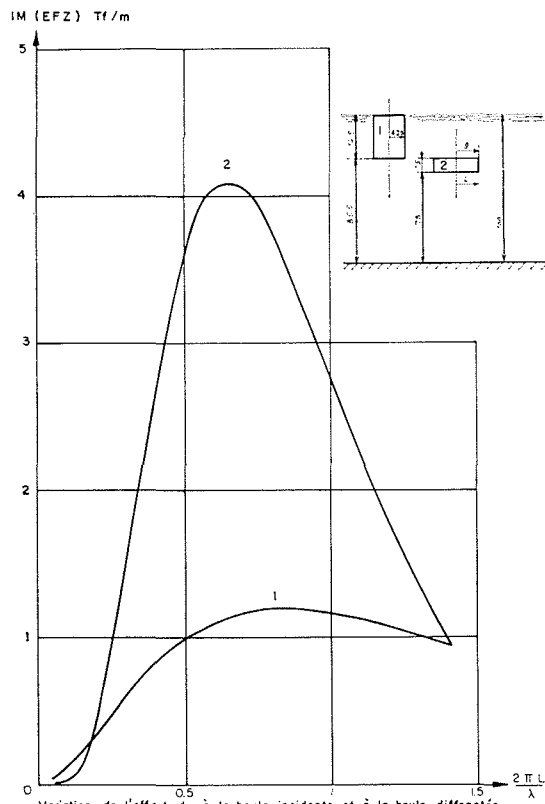
13b/



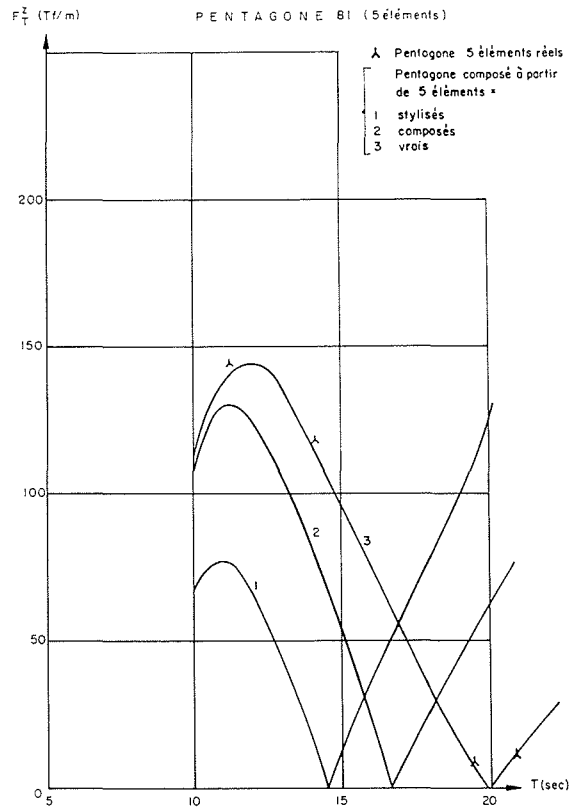
14/



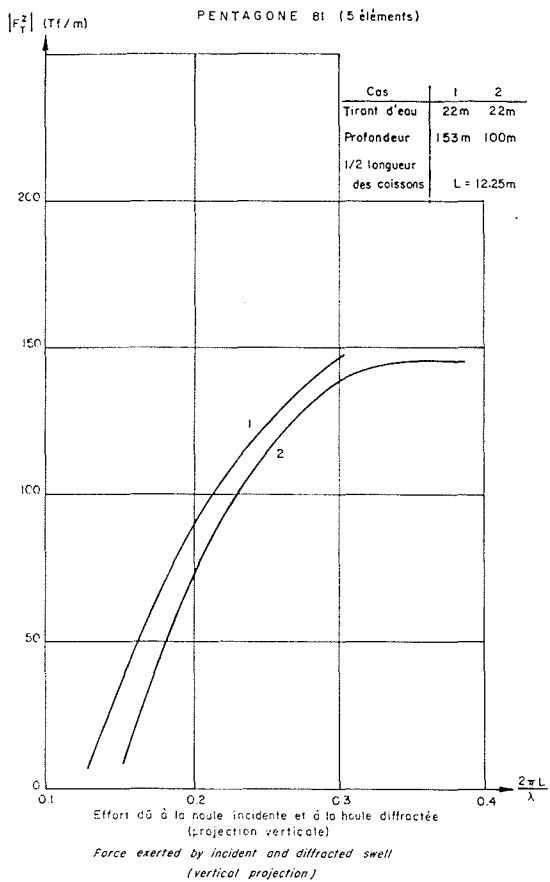
15/



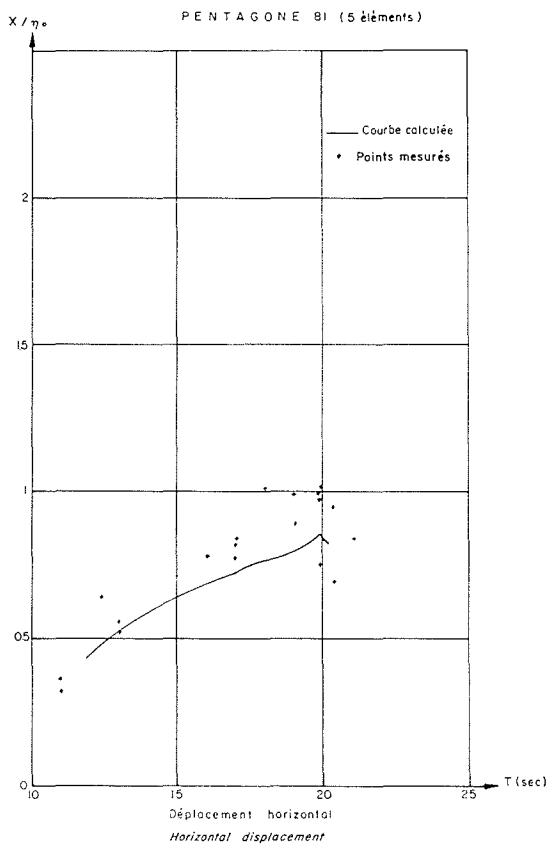
14b/



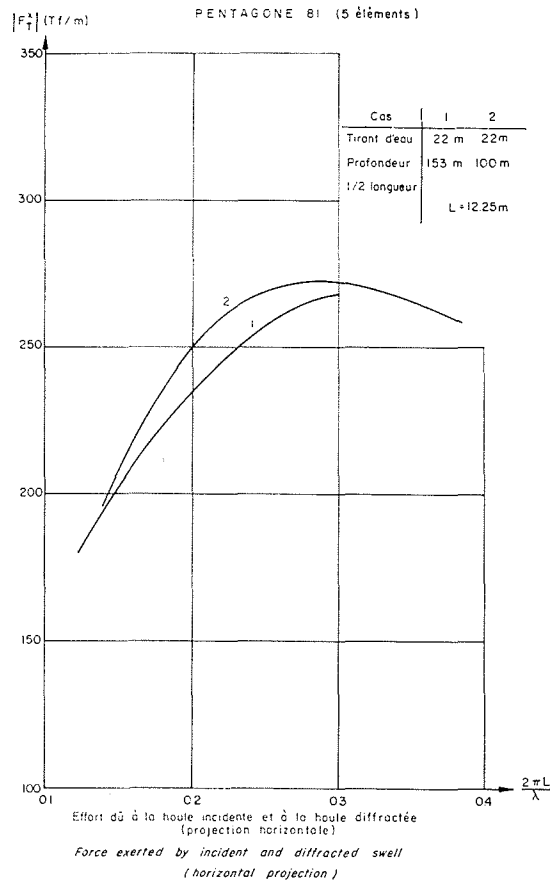
15b/



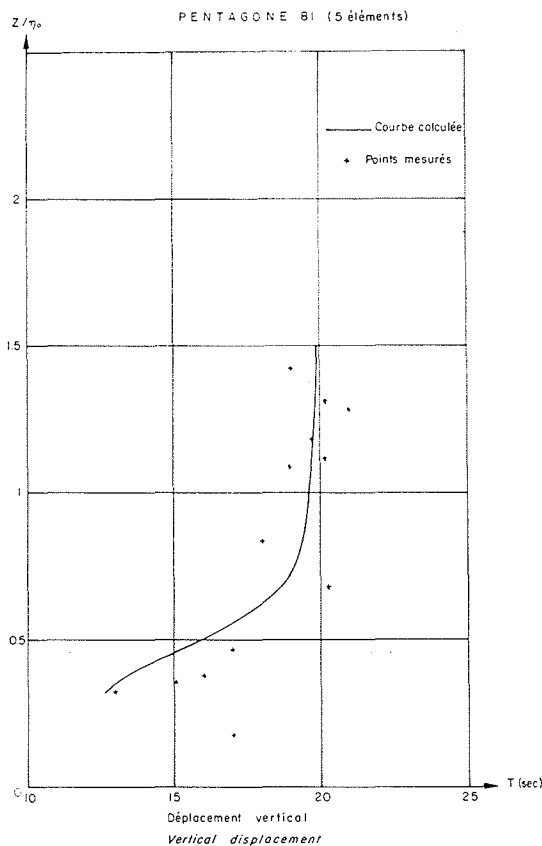
16/



18/



17/



19/

ture vectorielle de  $F^\infty$  et  $F^d$  dans  $C^3$  ainsi que la transformation :

$$F^d = (CH_r) F^\infty$$

avec :

$$(CH_r) = \begin{pmatrix} CHX & 0 & 0 \\ 0 & CHX & 0 \\ 0 & 0 & CHXZ \end{pmatrix}$$

CHX = projection horizontale de  $F^d$ /projection horizontale de  $F^\infty$ ;

CHXZ = projection verticale de  $F^d$ /projection verticale de  $F^\infty$ .

A titre d'exemple, nous donnons respectivement dans les figures 9, 10 et 11, les parties réelles des coefficients CHX et CHXZ pour les mêmes éléments de cylindre long et court que ceux étudiés dans les figures 3, 4 et 5.

De même que nous avons vu la composition des coefficients de masse ajoutée, nous étudierons l'additivité des forces excitatrices. Il est bien évident que  $F^\infty$  est additif lorsqu'on assemble des éléments de corps. C'est pourquoi sur les figures 12 et 13 se trouvent tracées, d'une part, la somme des efforts  $F^d$  des composants et d'autre part, l'effort  $F^d$  sur le corps d'ensemble. Alors que sur la figure 12, on voit que l'additivité est presque réalisée pour des cylindres longs, la figure 13 montre que l'erreur peut être importante pour des « disques ».

Les figures 14 présentent les efforts sur les éléments de cylindre de la figure 8 dont l'assemblage pourrait représenter un ensemble pile-caisson du Pentagone 81 « stylisé ». L'intérêt de ces courbes est de montrer que les forces excitatrices ont des composantes verticales de signe contraire sur la pile isolée et sur le caisson seul, ceci parce que l'une crève la surface libre tandis que l'autre est entièrement immergé. Ce résultat peut s'expliquer physiquement à partir de la répartition décroissante des fluctuations de pression avec la profondeur et de la pression nulle en surface libre. Ceci est également à rapprocher de l'interprétation physique de  $F^\infty$  donnée plus haut où il était apparu que pour les corps flottants, aux quantités d'accélération contenues dans le volume de la carène, s'ajoutait la poussée due à la suppression causée par la déformation de la surface libre.

La figure 15 montre les variations de l'amplitude des efforts verticaux en fonction de la période pour les différents cas suivants :

- un élément pile-caisson réel de Pentagone 81;
- le même élément « stylisé » par deux cylindres;
- la composition de l'élément stylisé par l'assemblage de deux cylindres.

Enfin la figure 15 b montre les efforts verticaux obtenus pour :

- le Pentagone 81 étudié en bloc;
- le Pentagone 81 approché par la composition des cinq éléments.

Nous concluerons ici, comme pour les coefficients de masse ajoutée, qu'il est très délicat d'essayer, en partant de  $F^\infty$ , d'évaluer les forces excitatrices au moyen de « coefficients hydrodynamiques » (en général mal définis) et par assemblage d'éléments simples.

#### Mouvements.

Les mouvements du corps se déterminent par un système linéaire. Pour faciliter la compréhension, nous supposons

qu'il ne s'agira que du mouvement de pilonnement seul. Tout procède d'une remarque très simple. La solution d'une équation linéaire sera nulle si le second membre l'est et tendra vers l'infini (cas de résonance) lorsque le coefficient de l'inconnue tendra vers 0.

Or, le second membre est essentiellement constitué par  $F^\infty + F^d$ , et le coefficient de l'inconnue s'annulera lorsque les forces de rappel seront opposées aux forces d'inertie (y compris les inerties ajoutées).

Le problème consiste essentiellement à trouver des formes de carène minimisant  $F^\infty + F^d$  dans la bande de fréquence intéressante en essayant au contraire d'en éloigner la fréquence de résonance.

Un intérêt particulier s'attache au calcul de  $F^d$ . Nous avons vu qu'en assemblant un corps flottant avec un corps immergé présentant un maître couple suffisant dans le sens vertical, on pouvait pour certaine fréquence amener les forces d'excitation sur les deux corps à être en opposition de phase. A cette fréquence les forces d'excitation sur le corps s'annulent. Il peut alors paraître intéressant de faire coïncider cette fréquence avec celle de résonance. On pourrait ainsi espérer limiter l'amplitude de résonance. En réalité, les calculs deviennent alors excessivement délicats et conduisent à des formes indéterminées 0/0. Au moment où les forces excitatrices s'annulent, il devient évident que celles qui par ailleurs étaient négligeables, reprennent de l'importance.

La figure 16 montre la variation de l'amplitude des forces excitatrices verticales sur le Pentagone 81. On trouvera également sur la figure 17 les mêmes résultats en projection horizontale.

Par ailleurs, nous avons également calculé le tenseur des masses ajoutées, ce qui a permis de calculer la fonction de transfert FT ( $\Phi^\infty$ ).

Les figures 18 et 19 donnent les éléments de cette fonction qui concernent le déplacement horizontal et le pilonnement à partir des efforts donnés par les figures 16 et 17 qui ne tiennent pas compte de l'action de la houle sur les entretoises.

## Conclusion

L'étude que nous avons présentée ne saurait prétendre être exhaustive. Elle pose le problème du calcul des grosses plates-formes dans la houle. Cela fait appel à d'assez gros programmes de calcul sur ordinateur mais qui ont été optimisés pour être exploitables industriellement. Ce sont cependant des outils qui ne sont à utiliser que lorsque l'étude le nécessite. Des méthodes de calcul simplifiées peuvent également être mises en œuvre, mais il sera bon de faire preuve d'un sens aigü des réalités hydrauliques pour ne pas commettre d'erreurs grossières.

Certes, des études restent encore nécessaires pour maîtriser complètement par le calcul le problème des plates-formes en mer. Mais il semble que l'on soit arrivé au stade où le calcul et la mesure devraient s'appuyer mutuellement l'un sur l'autre pour une meilleure connaissance et une plus grande sûreté de calcul.

Je ne voudrais pas terminer cette étude sans mentionner expressément l'intérêt porté par le Comité d'Etudes Marines — Action des Eléments — et le fait qu'elle représente la suite à une très grosse contribution apportée par M. Lebreton. Elle est également le fruit d'une collaboration d'un groupe de chercheurs du Laboratoire National d'Hydraulique que je voudrais remercier tout particulièrement.

**Discussion***Président : M. GRESLOU*

M. Le Président remercie M. DAUBERT de son exposé qui suggère un copieux programme d'investigations nouvelles, et ouvre la discussion.

Des calculs employant la méthode exposée, ont ils été faits pour des cylindres à axe horizontaux? (des catalogues existant pour cylindres non de révolution), demande M. PLANEIX.

M. DAUBERT répond que des études ont été faites sur de longs cylindres horizontaux de grandes dimensions et leurs résultats coïncident avec ceux obtenus par d'autres méthodes. Dans la méthode simplifiée, le problème est plus simple que pour les cylindres verticaux du fait que les premiers se trouvent à une même cote dans la houle. Il a cherché dans son mémoire à présenter une illustration de la méthode de « recomposition ». D'autre part, il

pense qu'il n'y a aucune difficulté à tenir compte des surfaces libres si c'est nécessaire.

Revenant sur une question posée par M. LEBRETON, lors de la discussion du mémoire de MM. SOMMET et VIGNAT, M. DAUBERT demande: « Dans le cas d'une structure dont le point d'équilibrage serait confondu avec la fréquence propre, que se passerait-il? »

C'est là une question intéressante au point de vue théorique et peut être aussi pour la pratique, mais nous n'avons procédé à aucun essai sur ce point, répond M. SOMMET.

Les exigences de l'horaire obligent M. le Président à clore la discussion en remerciant tous ceux qui ont contribué à l'animer.

La séance est levée à 18 h 40.

**Abstract****Considerations on methods of simulating and calculating the behaviour of submerged and floating structures at sea**

A distinction is made between large obstacles at sea and small structures compared to the wave length.

The behaviour of large structures in waves can now be calculated with the aid of a computer program designed for industrial use. Attempts have also been made to establish whether simplified methods can provide an initial approach to this type of calculation,

applying simplifications based on the Green function or the shape of the obstacle. The effect of these approximations was investigated by considering a Green function reduced to  $1/R$  or by considering the structure as an assembly of simple forms (cylinders).

The results showed that the use of such simplified calculation methods requires considerable caution.

