



MESURE DES DIVERS PARAMÈTRES RHÉOLOGIQUES

Communication
présentée au Comité Technique
de la Société Hydrotechnique de France
le 19 mars 1970

PAR D. BELLET * ET
CL. THIRRIOT **

Introduction

La viscosité d'un fluide est qualitativement définie comme la résistance à l'écoulement de ce fluide. Pour provoquer un tel écoulement, une force doit être exercée sur le fluide de façon à ce que les forces visqueuses d'attraction mutuelle entre molécules soient surpassées et que ces molécules puissent se déplacer les unes par rapport aux autres. Naturellement, pour des forces appliquées données, plus grandes sont les forces intermoléculaires et plus grande est la viscosité du fluide; par conséquent, plus faible est la quantité de fluide déplacée. Ceci constitue l'aspect purement qualitatif de la notion de viscosité. Envisageons maintenant l'aspect quantitatif. Il a pour fondement la loi rhéologique de Newton qui s'énonce ainsi :

« Les gradients de vitesse de déformation dans un fluide en mouvement sont proportionnels aux contraintes de cisaillement dont il est le siège. »

Ce coefficient de proportionnalité est nommé fluidité du fluide. Mais on a plus souvent l'habitude de prendre en compte son inverse nommé *viscosité dynamique* du fluide et représenté par le symbole μ . La loi de Newton que nous venons d'énoncer s'écrit donc $\tau = \mu (du/dy)$. Dans un système cohérent d'unités, la viscosité dynamique a pour valeur numérique celle de la contrainte de cisaillement tangentiel τ par unité de surface pour un gradient de vitesse de déformation du/dy unitaire.

Les fluides suivant la loi de Newton dits fluides newtoniens ont un comportement visqueux « parfait ». Ils sont caractérisés par une loi linéaire de déformation en fonction

de l'effort et leur viscosité, définie sans ambiguïté est indépendante du taux de cisaillement d'une part et du temps durant lequel ils y sont soumis d'autre part, mais dépend généralement de la température.

Mais la viscosité ainsi considérée constitue une notion simple et n'est malheureusement pas significative du comportement rhéologique des fluides dans de nombreux cas. En effet, de nombreux fluides ne suivent pas la loi de Newton et de ce fait sont dits non newtoniens. Un grand nombre de fluides industriels importants ont une structure moléculaire complexe et manifestent, de ce fait, des propriétés d'écoulement anormales. Pour de tels corps dits *non newtoniens* il n'est plus possible de définir une viscosité constante car ce paramètre change avec les conditions expérimentales; il est une fonction du tenseur des contraintes voire même du temps d'application de la contrainte, c'est-à-dire encore de l'histoire de l'écoulement.

Dans la suite de cet exposé, nous n'envisageons que le premier volet du comportement non newtonien à savoir les relations existant entre tenseur de contraintes et tenseurs de déformations afin de pouvoir caractériser le comportement instantané du fluide.

Après avoir défini les idées directrices qui permettent de caractériser mathématiquement le comportement des fluides, nous donnons un classement des modèles rhéologiques généralement adoptés; nous indiquons ensuite les moyens expérimentaux dont on dispose actuellement pour obtenir les rhéogrammes, graphes représentatifs de la relation entre contrainte de cisaillement et gradient de vitesse de déformation. Afin d'illustrer cet exposé, nous présentons les résultats expérimentaux que nous avons obtenus pour divers fluides non newtoniens.

* Maître-Assistant à la Faculté des Sciences de Toulouse.

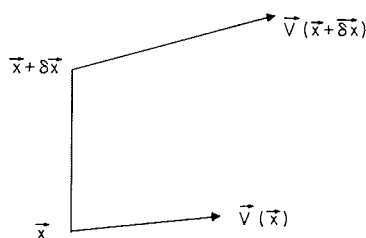
** Professeur à l'Université de Toulouse.

Classement et critique des modèles rhéologiques

On sait que pour un milieu indéformable tel qu'un solide, on peut définir un tenseur vitesse de rotation qui est le même en tout point et antisymétrique. Une telle notion peut être étendue à un milieu continu déformable dans le voisinage d'un point défini par $\vec{OM} = \vec{x}$. A tout point du voisinage de \vec{x} défini par le rayon vecteur $\vec{\delta x}$ (fig. 1), faisons correspondre la vitesse de ce point relativement à un repère d'orientation galleenne d'origine \vec{x} . Cette vitesse est $\delta\vec{V} = \vec{V}(\vec{x} + \vec{\delta x}) - \vec{V}(\vec{x})$ ce qui s'écrit matriciellement :

$$(\delta V) = \begin{pmatrix} \partial_1 V_1 & \partial_2 V_1 & \partial_3 V_1 \\ \partial_1 V_2 & \partial_2 V_2 & \partial_3 V_2 \\ \partial_1 V_3 & \partial_2 V_3 & \partial_3 V_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \\ \delta x_3 \end{pmatrix}$$

soit $(\delta V) = (\text{grad } V) (\delta x)$



1/

La matrice (gradient V) représente un tenseur fonction du point \vec{x} . Ce tenseur peut généraliser dans le voisinage de \vec{x} le tenseur vitesse de rotation Ω d'un solide ($x' = \Omega x$).

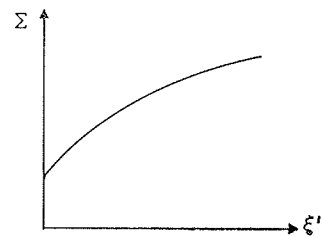
Dans le cas où le milieu est indéformable $\delta\vec{V}$ est orthogonal à $\vec{\delta x}$ c'est-à-dire que $(\delta x)^T (\delta V) = 0$, ceci quel que soit $\vec{\delta x}$.

Soit $(\delta x)^T (\text{grad } V) (\delta x) = 0$; ainsi, la partie symétrique de (grad V) est alors nulle et (grad V) se réduit alors à sa partie antisymétrique qui est $1/2 (\text{rot } V)$. On a l'habitude de désigner par Ω le tenseur antisymétrique auquel se réduit (grad V) lorsqu'il n'y a pas de déformation locale du milieu. On appelle Ω tenseur tourbillon et il est bon de se souvenir que c'est un tenseur de vitesse de rotation locale.

La partie symétrique du tenseur (grad V) est celle qui nous intéresse ici plus directement. Elle n'intervient que s'il y a déformation locale du milieu et pour cela on l'appelle tenseur de vitesse de déformation locale ξ' tel que :

$$\xi' = \text{Sym} (\text{grad } V) = 1/2 [(\text{grad } V) + (\text{grad } V)^T]$$

Il faut remarquer que pour un milieu déterminé, le tenseur des contraintes Σ et le champ des vitesses \vec{V} ne



2/

sont pas indépendants. Chaque milieu est caractérisé par des lois reliant le tenseur des contraintes Σ et le tenseur gradient des vitesses de déformation $\xi' = \text{Sym} (\text{grad } V)$. On dit que chaque milieu obéit à des lois de comportement hydrodynamique déterminé.

Le moyen le plus général de caractériser ce comportement est donc d'affecter au milieu considéré une loi tensorielle de la forme implicite $f(\xi', \Sigma) = 0$. Ceci dans l'hypothèse où le milieu est considéré comme homogène et isotrope (fig. 2).

Dans de nombreux cas, cette loi très générale peut être considérablement simplifiée. A la vue des résultats expérimentaux obtenus par divers auteurs, nous avons tout d'abord scindé les lois rhéologiques expérimentales proposées en deux grandes classes :

$$\begin{aligned} \Sigma - \Sigma_0 &= g_1(\xi') \xi' \\ \xi' &= h_1(\Sigma - \Sigma_0) (\Sigma - \Sigma_0) \end{aligned}$$

Σ_0 représente ici un tenseur constant que l'on peut appeler tenseur seuil de contrainte. Ces deux classes de relations ne sont que des formes d'interpolation du graphe réel implicite $f(\xi', \Sigma) = 0$, qui ont l'avantage de séparer les variables.

Rappelons que dans cet exposé, nous n'envisageons qu'un aspect de la notion de fluide non newtonien et pour simplifier, nous ne considérons que des écoulements plans ou à symétrie de révolution. Sur les six quantités distinctes de chaque tenseur Σ , Σ_0 et ξ' qui sont symétriques, une seule va faire l'objet de l'étude qui va suivre. En effet, dans ce cas, seules les quantités σ_{12} , $\sigma_{(0)12}$, ϵ'_{12} suffisent pour caractériser le comportement rhéologique d'un fluide non viscolastique et ne dépendant pas du temps. Pour nous conformer aux notations habituelles, nous désignerons σ_{12} par τ_{yx} (ou τ_{rx}), $\sigma_{(0)12}$ par τ_0 et ϵ'_{12} par du/dy (ou du/dr).

Dans le tableau 1 suivant, nous présentons les lois expérimentales adoptées en les divisant en deux groupes :

$$\begin{aligned} \tau_{yx} - \tau_0 &= g \left(\frac{du}{dy} \right) \frac{du}{dy} \\ \frac{du}{dy} &= h (\tau_{yx} - \tau_0) (\tau_{yx} - \tau_0) \end{aligned}$$

Remarquons avant de donner ce tableau 1 qu'une bonne approximation des graphes $f(\Sigma, \xi') = 0$ peut être obtenue en considérant que les fonctions d'interpolation g et h prennent dans la plupart des cas une forme de fractions rationnelles et même très souvent une forme polynomiale limitée à la somme de deux monomes. Elles sont représentatives des notions élargies de viscosité en ce qui concerne g et de fluidité en ce qui concerne h .

Bien souvent, les formules avancées font intervenir les valeurs μ_0 et μ_∞ . Ces constantes sont destinées à indiquer

TABLEAU I CLASSIFICATION DES MODELES RHEOLOGIQUES

Auteurs	Modèles proposés	Mise sous la forme $\frac{du}{dy} = h(\tau_{yx} - \tau_0) / (\tau_{yx} - \tau_0)$	Mise sous la forme $\tau_{yx} - \tau_0 = g\left(\frac{du}{dy}\right) \frac{du}{dy}$
		Expression $\frac{du}{dy}$	Expression $\tau_{yx} - \tau_0$
CAS où $\tau_0 = 0$		Fluidité équivalente $h(\tau_{yx} - \tau_0)$	Viscosité équivalente $g\left(\frac{du}{dy}\right)$
Newton	$\tau_{yx} = \mu \frac{du}{dy}$	$\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu} \tau_{yx}$	$\frac{1}{\mu} = \text{cte}$
Ostwald - De Waele	$\tau_{yx} = K \left(\frac{du}{dy}\right)^n$	$\frac{du}{dy} = \left(\frac{1}{K}\right)^{\frac{1}{n}} (\tau_{yx})^{\frac{1-n}{n}} \tau_{yx}$	$\left(\frac{1}{K}\right)^{\frac{1}{n}} (\tau_{yx})^{\frac{1-n}{n}}$
Ellis - De Haven	$\tau_{yx} = \frac{\mu_0}{1 + C \tau_{yx}^n} \left(\frac{du}{dy}\right)$	$\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu_0} (1 + C \tau_{yx}^n) \tau_{yx}$	$\frac{1}{\mu_0} (1 + C \tau_{yx}^n)$
Reiner - Philippoff	$\tau_{yx} = \left[\mu_\infty + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1 + (\tau_{yx}/A)^2} \right] \left(\frac{du}{dy}\right)$	$\frac{du}{dy} = \left[\frac{1 + (\tau_{yx}/A)^2}{\mu_\infty + \mu_0 (\tau_{yx}/A)^2} \right] \tau_{yx}$	$\frac{1 + (\tau_{yx}/A)^2}{\mu_\infty + \mu_0 (\tau_{yx}/A)^2}$
Sisko	$\tau_{yx} = A \left(\frac{du}{dy}\right) + B \left(\frac{du}{dy}\right)^n$		$\tau_{yx} = \left[A + B \left(\frac{du}{dy}\right)^{n-1} \right] \left(\frac{du}{dy}\right)$
Prandtl - Eyring	$\tau_{yx} = A \sinh^{-1} \left[\frac{1}{B} \left(\frac{du}{dy}\right) \right]$		$\tau_{yx} = \left[\frac{A \sinh^{-1} (1/B \, du/dy)}{du/dy} \right] \frac{du}{dy}$
Powell - Eyring	$\tau_{yx} = C \left(\frac{du}{dy}\right) + D \sinh^{-1} \left[\frac{1}{E} \frac{du}{dy} \right]$		$\tau_{yx} = \left[C + D \frac{\sinh^{-1} (1/E \, du/dy)}{du/dy} \right] \frac{du}{dy}$
CAS où $\tau_0 \neq 0$			
Bingham	$\tau_{yx} = \tau_0 + \eta \frac{du}{dy}$	$\frac{du}{dy} = \frac{1}{\eta} (\tau_{yx} - \tau_0)$	$\frac{1}{\eta} = \text{cte}$
Herschel - Bulkley n°1	$\tau_{yx} = \tau_0 + \left[\eta' \left(\frac{du}{dy}\right) \right]^{1/m}$	$\frac{du}{dy} = \left(\frac{1}{\eta'}\right)^m (\tau_{yx} - \tau_0)^{m-1} (\tau_{yx} - \tau_0)$	$\left(\frac{1}{\eta'}\right)^m (\tau_{yx} - \tau_0)^{m-1}$
Herschel - Bulkley n°2	$\tau_{yx} = \tau_0 + \frac{\tau_0}{1 + C(\tau_{yx} - \tau_0)^n} \left(\frac{du}{dy}\right)$	$\frac{du}{dy} = \frac{1}{\tau_0} [1 + C(\tau_{yx} - \tau_0)^n] (\tau_{yx} - \tau_0)$	$\frac{1}{\tau_0} [1 + C(\tau_{yx} - \tau_0)^n]$

les tendances asymptotiques des rhéogrammes obtenus. En effet, μ_0 est considérée comme une viscosité limite à gradient de vitesse de déformation nul et est matérialisé par la pente de la courbe rhéologique au voisinage de l'origine. De même, μ_∞ représente la pente de l'asymptote (s'il y en a une) à la courbe rhéologique lorsque du/dy augmente indéfiniment (fig. 3).

De nombreux modèles rhéologiques peuvent être placés dans l'un ou l'autre groupe que nous venons de définir; c'est le cas en particulier de tous les modèles ne comportant qu'un terme en $(\tau_{yx} - \tau_0)$ et un terme en du/dy .

Dans le tableau 1, nous avons volontairement séparé les modèles rhéologiques faisant intervenir un seuil de contrainte non nul et qui sont relatifs à une classe particulière de corps que l'on appelle plastiques. Cette catégorie de corps est cependant très répandue dans la nature et très employée dans l'industrie; c'est pour cette raison que nous leur avons réservé une place importante.

Mais il faut remarquer déjà que pour un usage industriel, lorsque les conditions d'écoulement habituelles restreignent la plage de variations utiles du gradient de vitesse, plusieurs modèles rhéologiques peuvent constituer des représentations aussi satisfaisantes du comportement rhéologique comme l'indique la figure 4.

La loi de Bingham, par exemple, peut être une simplification de la loi d'Ostwald. Elle est en quelque sorte le résultat d'une linéarisation sur la plage $[(du/dy)_1, (du/dy)_2]$.

La proximité peut être encore plus nette dans le cas des lois d'Ellis de Haven d'une part et de Sisko d'autre part.

Il ne faut pas perdre de vue que dans bien des cas ces modèles rhéologiques sont des résultats de lissage et donc conservent le caractère empirique de leur origine.

Nous pouvons résumer le tableau 1 à l'aide de deux modèles principaux :

$$1) \quad \tau_{yx} - \tau_0 = [A + B (du/dy)^\alpha] (du/dy)$$

avec le cas particulier très courant où $\tau_0 = 0$, la viscosité équivalente peut être donnée par la formule :

$$[A + B (du/dy)^\alpha]$$

$$2) \quad du/dy = [C + D (\tau_{yx} - \tau_0)^\beta] (\tau_{yx} - \tau_0)$$

Fluidité équivalente : $[C + D (\tau_{yx} - \tau_0)^\beta]$; avec le cas particulier très courant $\tau_0 = 0$, la fluidité équivalente devient :

$$[C + D (\tau_{yx})^\beta]$$

La prise en compte des solutions asymptotiques conduit à poser des formules plus complètes de la forme :

$$\tau_{yx} - \tau_0 = \left[\frac{A + B (du/dy)^\alpha}{A' + B' (du/dy)^\alpha} \right] \left(\frac{du}{dy} \right) \quad (1)$$

avec :

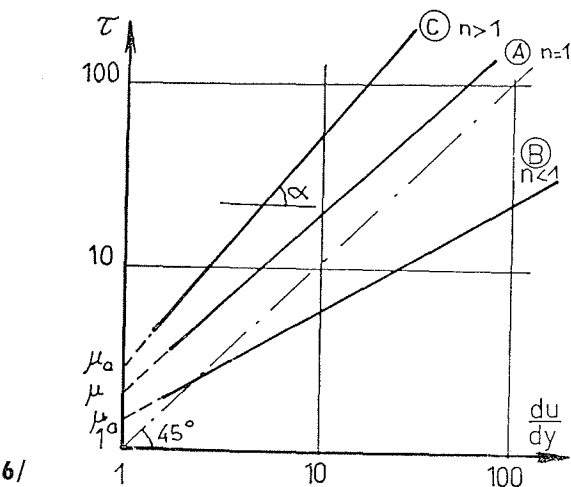
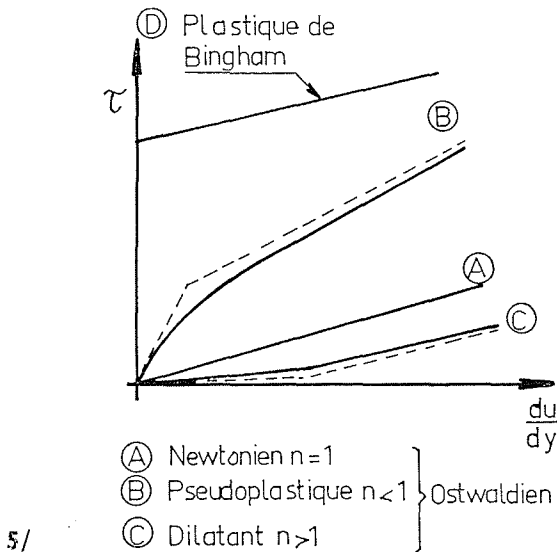
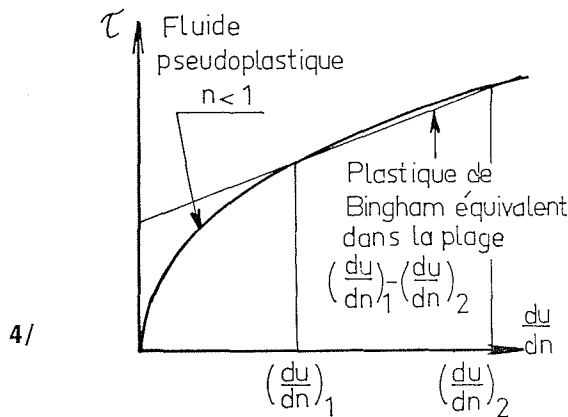
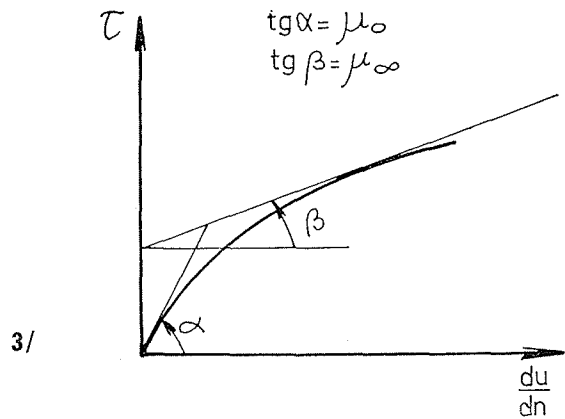
$$A/A' = \mu_0 \quad \text{et} \quad B/B' = \mu_\infty$$

et :

$$\frac{du}{dy} = \left[\frac{C + D (\tau_{yx} - \tau_0)^\beta}{C' + D' (\tau_{yx} - \tau_0)^\beta} \right] (\tau_{yx} - \tau_0) \quad (2)$$

avec :

$$C/C' = 1/\mu_0 \quad \text{et} \quad D/D' = 1/\mu_\infty$$



Deux modèles semblent cependant très en dehors de ce classement général, ce sont les modèles de Prandtl-Eyring et de Powell-Eyring.

Lorsque le milieu considéré n'est pas un plastique ($\tau_0 = 0$), le modèle le plus simple et qui est de ce fait le plus couramment employé est le modèle d'Ostwald de Waele. Le corps auquel on peut affecter une loi rhéologique de la forme $\tau_{yx} = K (du/dy)^n$ est appelé ostwaldien. K est appelé dans ce cas la consistance du fluide et n l'indice de comportement fluide.

Si $n > 1$, le fluide est dilatant;

Si $n = 1$, le fluide est newtonien;

Si $n < 1$, le fluide est pseudoplastique (fig. 5 et 6). Cette dernière classe de fluide porte le nom de pseudoplastique car pour des produits de vitesse de déformation suffisamment importants (supérieurs à $(du/dy)_1$ par exemple) leur comportement rhéologique est tout à fait semblable à celui des corps plastiques (fig. 4).

La détermination des coefficients rhéologiques intervenant dans les différentes lois énoncées se fait expérimentalement à l'aide de viscosimètres qu'il serait préférable de nommer ici rhéomètres. Nous allons présenter maintenant les diverses méthodes que l'on peut envisager pour déterminer les coefficients n et K des fluides ostwaldiens. Nous insisterons plus particulièrement sur les deux méthodes que nous avons déployées.

Détermination des rhéogrammes en fluides non-newtoniens et des caractéristiques rhéologiques des fluides en loi puissance

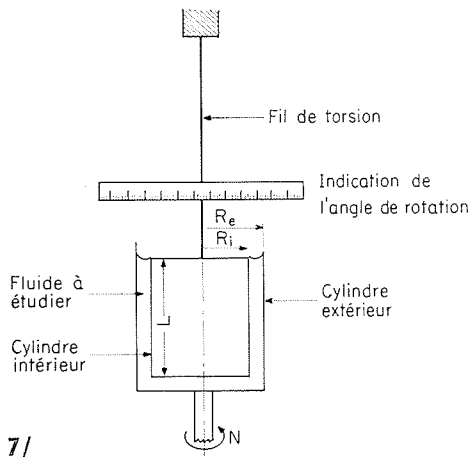
Nous venons de mettre l'accent sur le caractère complexe du comportement général des fluides et sur les difficultés que l'on rencontre pour les caractériser au point de vue rhéologique. Afin de parvenir à une définition la mieux élaborée possible du fluide, de nombreux chercheurs ont étudié et mis au point divers dispositifs expérimentaux permettant de déterminer soit directement, soit indirectement le rhéogramme d'un fluide et de ce fait ses caractéristiques.

Détermination directe du rhéogramme d'un fluide.

Certains appareils et en particulier les viscosimètres à rotation permettent d'obtenir directement les valeurs de τ_{yx} en fonction de du/dy . Il est même possible dans le cas où ils sont couplés à une table traçante d'obtenir instantanément le rhéogramme $\tau_{yx} = f(du/dy)$ de l'échantillon fluide considéré. Nous allons décrire trois de ces appareils qui sont les plus connus en insistant tout particulièrement sur le viscosimètre à cône et plateau qui nous a servi à examiner un certain nombre de fluides et dont nous donnons les caractéristiques ci-après.

1) Viscosimètre à cylindres coaxiaux.

Cet appareil dont le schéma est donné sur la figure 7 est fondé sur la mesure d'un couple de torsion appliqué à un élément solide suspendu et dû aux forces visqueuses induites par un second élément en mouvement dans le milieu considéré. Dans le viscosimètre de Couette-Hatshek l'élément fluide à étudier est disposé dans l'espace cylindrique annulaire situé entre deux cylindres concentriques. Le cylindre extérieur est mis en rotation continue à vitesse



7/

constante connue; le cylindre intérieur est soumis de ce fait à un couple de torsion qui peut être facilement évalué s'il est suspendu à un fil de torsion muni d'un repère indiquant l'angle dont il a tourné.

Bien entendu, cette description est très simplifiée et de nombreuses variantes ou perfectionnements agrémentent cet appareil vendu dans le commerce sous les noms de Fann, Rotovisko... Le fil de torsion est souvent remplacé par un ressort et il arrive également que les rôles des cylindres intérieurs et extérieurs soient inversés.

Mais dans tous les cas le couple de torsion exercé sur le cylindre que nous appelons « passif » est directement lié à la contrainte de cisaillement $\tau_{r,x}$ imposée au fluide à la paroi du cylindre. De même, la vitesse de cisaillement connue du cylindre dit « actif » est liée au gradient de déformation du/dr .

Dans le cas de la figure 2, l'égalité des moments des forces nous donne :

$$\tau_{r,x}^{(i)} (2 \pi R_i L) R_i = 2 \pi R_o^2 L \tau_{r,x}^{(o)} = M$$

soit :

$$\tau_{r,x}^{(i)} = M / 2 \pi R_i^2 L$$

M : couple de torsion;

R_i : rayon du cylindre intérieur;

L : longueur du cylindre intérieur;

$\tau_{r,x}^{(i)}$: contrainte de cisaillement à la surface du cylindre intérieur.

Signalons dès maintenant qu'il est souvent nécessaire de prendre pour L une longueur fictive corrigée en fonction des effets d'extrémités qui ont lieu à la base des cylindres.

L'évaluation de la relation entre vitesse de rotation du cylindre extérieur N et $(du/dr)_{r=R_i}$ est complexe. Kreiger et Maron ont représenté cette relation à l'aide d'une série infinie. Mais dans ce cas où le rapport des rayons R_e/R_i est très voisin de 1 ($R_e/R_i < 1,05$), Calderbank et Moo-Young ont montré qu'il était possible de ne conserver que le terme fondamental de cette série; si bien que l'on obtient alors la relation :

$$du/dr = 2 \pi R N / (R_e - R_i)$$

Pour chaque valeur de N affichée, il s'ensuit une valeur de M lue et par le calcul on obtient $\tau_{r,x}$ et du/dr . Ceci nous permet d'obtenir très rapidement un point du rhéogramme de l'échantillon considéré. Rappelons que ces opérations peuvent être accomplies automatiquement. Le champ de gradient de vitesse qui peut être exploré est assez important.

Searle et Storer ont imaginé une variante de l'appareil précédent. Elle consiste à mesurer la vitesse de rotation de l'un des deux cylindres soumis à un couple constant, l'autre restant fixe. La vitesse de rotation du cylindre libre est inversement proportionnelle à la viscosité du fluide situé dans l'espace annulaire.

2) Cylindre tournant dans un milieu infini.

C'est un des viscosimètres les plus simples et n'est en fait qu'une extension du viscosimètre à cylindres coaxiaux. Le rayon du cylindre extérieur a été augmenté indéfiniment ici. La courbe rhéologique est obtenue en mesurant le couple imprimé au cylindre lorsqu'on l'entraîne à diverses vitesses imposées connues et qu'il plonge dans le milieu fluide à tester. Cet échantillon est contenu dans un récipient de diamètre bien supérieur à celui du corps cylindrique qui sert à la mesure afin que les parois de ce récipient n'exercent aucune influence.

La contrainte $\tau_{r,x}^{(i)}$ est égale à $M/2 \pi R_i^2 L$ comme précédemment. Ici L représente la longueur immergée. La correction sur L dont nous avons fait mention peut être faite expérimentalement en utilisant un fluide newtonien de viscosité connue.

Le gradient de vitesse de déformation est donné selon Kreiger et Maron par :

$$(-du/dr)_{r=R_i} = 4 \pi N/n''$$

n'' est la pente de la courbe M en fonction de N en coordonnées logarithmiques évaluée à la vitesse N pour laquelle on mesure M.

Il est possible de vérifier la non-influence du récipient en utilisant des contenants de diamètres différents. Cet appareil ne permet d'explorer que de faibles plages de gradients de vitesse.

Description et principe détaillés des mesures à l'aide du viscosimètre à cône et plateau.

a) Description.

Les éléments essentiels de ce viscosimètre sont représentés sur la figure 8. Il consiste en une plaque plane horizontale dite « plateau » et un cône renversé dont la pointe vient au contact du plateau. L'angle entre génératrice du cône et horizontale du plateau est très faible (généralement inférieur à 1°) et l'échantillon fluide est disposé dans l'espace entre cône et plateau. Sur la figure 8 nous avons volontairement exagéré l'angle Φ par souci de clarté.

Le cône (ou le plateau) est entraîné à vitesse de rotation constante et le couple résultant appliqué au cône est mesuré simultanément. Mell a élaboré un viscosimètre à plateau rotatif pour lequel on mesure le couple exercé sur le cône grâce à des jauges de contrainte de grande précision.

Le système de Markovitz et McKennell est préférable car le plateau est fixe et le cône est entraîné à vitesse constante alors que l'on mesure simultanément le couple qu'il convient de lui exercer pour atteindre telle ou telle vitesse de rotation. Une telle disposition permet d'effectuer une régulation élaborée de la température du fluide par circulation d'eau thermostatée dans le plateau qui est fixe.

Remarquons que les angles Φ employés sont généralement très faibles allant de $0,3^\circ$ à 4° maximum car, comme nous le verrons, la présence d'un angle faible réduit les effets d'extrémité à des proportions négligeables.

b) Principe de mesure.

Nous avons vu que le rhéogramme de l'échantillon fluide considéré peut être obtenu en mesurant le couple qu'il faut appliquer au cône pour le faire tourner à une certaine vitesse.

Si le cône tourne à une vitesse constante de N tours par seconde, la vitesse linéaire à la distance r de l'axe du dispositif est $2\pi rN$ et la hauteur de l'échantillon à r est de $r \operatorname{tg} \Phi$. Ainsi la valeur du gradient de vitesse (du/dy) à la distance r est, dans l'hypothèse d'une répartition linéaire de vitesse :

$$du/dy = 2\pi rN/r \operatorname{tg} \Phi = 2\pi N/\operatorname{tg} \Phi$$

Comme l'angle Φ est très petit, on peut généralement écrire :

$$du/dy = 2\pi N/\Phi$$

La relation entre la valeur du couple de rappel dM et la contrainte de cisaillement τ_{yx} s'écrit pour l'élément d'épaisseur dr :

$$dM = 2\pi r dr \cdot \tau_{yx} \cdot r = 2\pi \tau_{yx} r^2 dr$$

Soit au total pour le cône entier :

$$M = 2\pi \tau_{yx} \int_0^R r^2 dr = (2/3) \pi R^3 \tau_{yx}$$

avec l'hypothèse de τ_{yx} constant, ce qui paraît plausible si l'on admet :

$$du/dy = 2\pi N/\Phi$$

il vient :

$$\tau_{yx} = 3M/2\pi R^3$$

On obtient donc, au vu des considérations précédentes, les valeurs de τ_{yx} grâce aux valeurs mesurées de M relatives à différentes vitesses de rotation N . Il est donc ainsi possible de tracer, pour l'échantillon donné, la courbe rhéologique :

$$\tau_{yx} = f(du/dy)$$

c) Etude critique de ce viscosimètre.

L'utilisation du viscosimètre à cône et plateau à la place du viscosimètre à cylindres coaxiaux trouve un grand intérêt dans l'étude des fluides non newtoniens.

L'observation du viscosimètre à cône et cylindre de Monney et Ewart (fig. 9) montre que les conditions de déformation sont beaucoup plus uniformes dans la région inférieure, c'est-à-dire entre la fin conique du cylindre intérieur et le radier plan du cylindre extérieur.

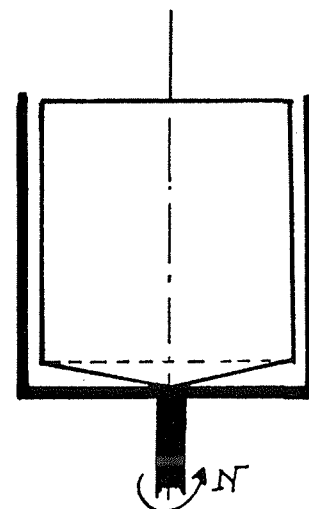
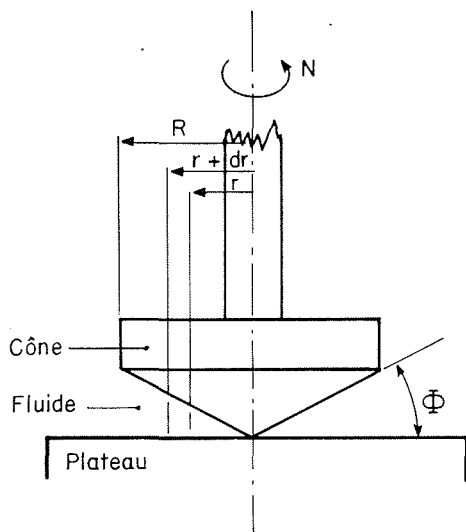
En fait, pour des angles Φ très faibles, la loi de déformation est rigoureusement constante et ceci est un très gros avantage sur les autres viscosimètres pour lesquels il est indispensable de tenir compte des effets d'extrémité. L'idée est donc venue de ne conserver du viscosimètre de Mooney et Ewart que le cône et le plateau. Higginbotham au Shirley Institut de Manchester fabrique donc un tel appareil tandis que Weissenberg et Freeman mettaient au point un rhéoniomètre sur le même principe.

Un examen rapide du système montre que le fluide peut être refoulé à l'extérieur de l'espace entre cône et plateau sous l'action de la force centrifuge induite par la rotation du cône (ou du plateau). Ceci a rarement lieu en pratique à cause de la force centripète importante qui règne à l'intérieur du fluide et qui est causée par la présence de tensions superficielles importantes. De plus, si le fluide considéré est viscoélastique, la contrainte tangentielle dans le fluide est accompagnée d'une contrainte normale; il y a comme une striction du fluide qui a une tendance marquée à être attiré vers le centre. Cet effet est connu sous le nom « d'effet Weissenberg ».

Ainsi donc pratiquement aucun échantillon de ceux que nous avons étudiés n'a manifesté, lors de la mesure, une migration vers l'extérieur de l'espace entre cône et plateau.

Cet appareil est doué d'un fonctionnement robuste vis-à-vis des exigences expérimentales et peut être manipulé de façon très simple. On fait une économie appréciable de temps pour le remplissage, le nettoyage et la stabilisation de température de l'échantillon vis-à-vis d'autres viscosimètres.

Le volume d'échantillon nécessaire pour élaborer la courbe rhéologique est très faible, par exemple avec le cône que nous avons employé de 4 cm de diamètre et pour lequel $\Phi = 0,3^\circ$ il suffit de $0,1 \text{ cm}^3$. Cet échantillon est disposé sur le plateau et se met en place de lui-même lorsque l'on approche le cône et il remplit uniformément l'espace intermédiaire. La mise en place du cône se fait précisément à l'aide d'un contact électrique repérable sur un cadran.



Comme nous l'avons fait remarquer, les performances les meilleures de ce viscosimètre sont atteintes pour des cônes dont l'angle Φ est très faible. Mais pour avoir de bonnes mesures, il faut également veiller à ce que les positions respectives du cône et du plateau soient soigneusement ajustées.

Si l'espace entre le sommet du cône et le plateau est d , le couple M calculé précédemment prend la valeur :

$$M = \frac{2}{3} \pi R^3 \tau_{yx} \left[1 - \frac{3d}{2R\Phi} + 3 \left(\frac{d}{R\Phi} \right)^2 + 3 \left(\frac{d}{R\Phi} \right)^3 \log \frac{d/R\Phi}{1 + d/R\Phi} \right]$$

Le non-alignement de l'axe de rotation du cône avec l'axe du plateau peut également être une cause d'erreur. Un angle θ entre ces deux axes modifie le couple de la façon suivante :

$$M = (2/3) \pi R^3 \tau_{yx} [1 - (\theta/\Phi)^2]$$

Autre cause d'erreur possible, le déplacement latéral m entre ces deux axes bien que parallèles :

$$M = (2/3) \pi R^3 \tau_{yx} [1 + (7 m^2/3 R^2)]$$

Ce type d'erreur est bien entendu facilement éliminé en donnant au plateau un diamètre bien supérieur à celui du cône.

Remarquons enfin que pour les cônes à faible angle Φ , le régime turbulent est évité au sein de l'échantillon même pour de grandes vitesses de rotation et des faibles « viscosités ». Ceci est dû aux faibles dimensions de l'espace de mesure. Ainsi pour un cône de 3,5 cm de diamètre et $\Phi = 0,3^\circ$ si la viscosité du fluide est de 1.10^{-2} poise, à 1 000 tr/mn, il n'y a pas de turbulence. Le nombre de Reynolds adopté étant :

$$R = (2 \pi R) (2 \pi RN) L/\mu \approx 100$$

La dimension caractéristique étant prise égale au périmètre du cône, ce qui semble être une évaluation très largement dans le sens de la sécurité car, dans la mesure où il est admis qu'il n'y a pas d'écoulement radial, la dimension caractéristique est l'intervalle sur la verticale entre plateau et cône.

Effets du chauffage visqueux dans l'échantillon fluide.

Le faible espace de mesure et le faible volume d'échantillon dans le viscosimètre à cône et plateau contribuent à minimiser l'élévation de température due aux contraintes de cisaillement développées au sein du fluide. La chaleur est rapidement dissipée dans la masse du cône et du plateau. Cependant, lorsque la déformation imposée est importante, la chaleur développée est suffisamment grande pour être une cause d'erreur. Pour éviter cela, on fait circuler dans le plateau (ou dans le cône) un liquide à température constante qui réduit dans une large mesure l'élévation de température de l'échantillon lors de la manipulation.

Détermination indirecte du rhéogramme à partir des graphes Débit-pression.

Le viscosimètre qui est fondé sur ce principe est le viscosimètre d'Ostwald appelé également viscosimètre à tubes capillaires ou rhéomètre à extrusion. Son principe est le suivant : une quantité connue de fluide met un certain temps pour passer d'un récipient réservoir à un récipient collecteur en empruntant un tube capillaire.

La mesure de la différence de pression induite par le frottement du fluide à la paroi et du débit qu'elle véhicule permet d'obtenir une loi expérimentale de la forme :

$$\tau_p = F (8 V/D)$$

V est la vitesse moyenne de l'écoulement, D le diamètre du capillaire.

En ce qui concerne la réalisation technologique de cet appareil, il faut signaler que les diamètres des tubes capillaires employés vont de 0,8 mm à 6,5 mm (expériences de Bowen).

Metzner emploie des tubes qui ne sont plus des capillaires et dont les diamètres atteignent 30 cm.

Les rapports longueur du capillaire sur diamètre du capillaire vont de 100 à 200. Thomas, dans ses expériences, emploie des rapports L/D voisins de 1 000, ce qui permet de diminuer l'importance relative des effets d'extrémité par rapport au phénomène à mesurer.

On est très souvent amené à imposer au sommet du réservoir une pression régulée afin de conserver une chute de pression constante pendant toute la durée de l'expérience. Cette régulation se fait en général avec une pression d'azote.

Pour obtenir une régulation thermique correcte, Bowen propose de disposer le tube capillaire à l'intérieur du réservoir. Les résultats obtenus ainsi sont tout à fait reproductifs.

Le viscosimètre à tube capillaire a l'avantage de permettre des mesures couvrant une très large gamme de gradients de vitesse de déformation. Si on a pris la précaution de placer un agitateur à l'intérieur du réservoir, il est possible d'y étudier des fluides avec suspension.

Mais la détermination des caractéristiques rhéologiques $\tau_{yx} = g(du/dy)$ nécessite des développements et des hypothèses sur le modèle à attribuer au fluide. Ceci va faire l'objet de l'étude que nous présentons maintenant.

Détermination des rhéogrammes $\tau_{yx} = g(du/dy)$ à l'aide de viscosimètres d'Ostwald.

Déterminons pour cela la valeur de la contrainte de cisaillement à la paroi τ_p pour un débit donné et une conduite donnée.

En écrivant l'équilibre des forces appliquées à un élément fluide en régime permanent dans une conduite circulaire de diamètre D , nous avons :

$$\Delta P \cdot \pi D^2/4 = \pi D L \tau_p$$

soit :

$$\tau_p = D \cdot \Delta P/4 L$$

A l'intérieur de la section annulaire limitée par les cylindres de rayon r et $r + dr$ (fig. 10) s'écoule le débit $dQ = 2 \pi r u dr$, si u est la vitesse à la distance r de l'axe du tube.

Dans la conduite, il s'écoule au total :

$$Q = \int_0^Q dQ = \pi \int_0^R u \cdot 2 r \cdot dr = \pi \int_0^R u d(r^2)$$

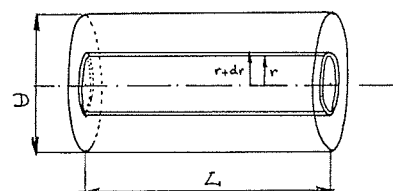
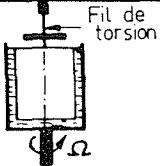
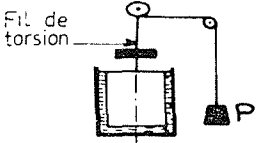
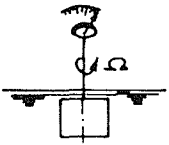
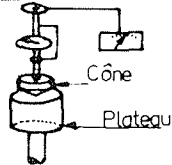
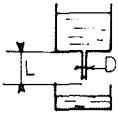
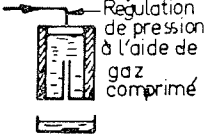


TABLEAU II RHEOMETRES UTILISES POUR LES FLUIDES NON NEWTONIENS

DETERMINATION DIRECTE				
Schéma de principe	Nom	Inventeurs	Fabriquant	Remarques
	Viscosimètre à cylindres coaxiaux mobiles	Covette-Hatshek	FANN ROTOVISKO	Permet d'étudier les plages de gradients de vitesses relativement importantes
	Viscosimetre a cylindre interieur rotatif	Searle-Storner		Sur le même principe que le précédent mais un cylindre est fixe
	Corps cylindrique tournant en milieu infini		BROOKFIELD	Rhéomètre de chantier - Faible plage d'étude de $\frac{du}{dr}$
	Viscosimètre à cône et plateau	Higginbotham Piper Scott Markovitz Mc Kennell	FERRANTI	Viscosimètre de laboratoire donnant une plage d'étude analogue au viscosimètre à cylindres coaxiaux
DETERMINATION INDIRECTE DU RHEOGRAMME				
	Viscosimètre à tube capillaire	Ostwald Thomson		Permet d'étudier des plages très importantes de $\frac{du}{dr}$. Nécessite des hypothèses sur le modèle à attribuer au fluide considéré.
	Rhéomètre à extrusion	Bowen		Autorise une régulation thermique du fluide et des gradients de pression rigoureusement constants

En intégrant par parties, on obtient :

$$Q = \pi \left\{ \left. ur^2 \right|_0^{R^2} - \int_0^{R^2} r^2 du \right\}$$

$$\left. ur^2 \right|_0^{R^2} = 0$$

car $u = 0$ pour $r = R$

vitesse supposée nulle à la paroi.

Les lois rhéologiques auxquelles satisfont les fluides en général et les fluides non newtoniens en particulier sont de la forme :

$$f(\tau_{rx}) = - du/dr$$

donc :

$$du = - f(\tau_{rx}) dr$$

Nous venons de voir que $\tau_p = R \cdot \Delta P / 2 L$; par un raisonnement tout à fait analogue, on obtient :

$$\tau_{rx} = r \cdot \Delta P / 2 L$$

soit :

$$r^2 = R^2 \tau_{rx}^2 / \tau_p^2$$

et :

$$dr = (R/\tau_p) d\tau_{rx}$$

La relation $Q = - \pi \int_0^{R^2} r^2 du$ devient :

$$Q/\pi R^3 = 2 V/D = \frac{1}{\tau_p^3} \int_0^{\tau_p} \tau_{rx}^2 f(\tau_{rx}) d\tau_{rx}$$

Cette équation a été introduite par *Rabinowitsch-Mooney* et prend une grande importance dans les développements théoriques sur les fluides non newtoniens. Elle nécessite l'intervention de trois hypothèses fondamentales :

- a) L'écoulement est laminaire et permanent;
- b) Le fluide a un comportement rhéologique indépendant du temps;
- c) Il n'y a aucun glissement à la paroi de la conduite.

Pour obtenir les courbes rhéologiques $\tau_{rx} = g(du/dr)$ il nous faut maintenant introduire des hypothèses supplémentaires, ce qui n'était pas le cas pour les viscosimètres rotatifs. En particulier, il nous faut attribuer au corps que l'on expérimente une forme de modèle rhéologique choisie parmi celles présentées au chapitre précédent. Traitons les problèmes dans quelques cas de modèles proposés.

a) Fluides newtoniens :

Posons $\tau_{rx} = \mu (du/dr)$.

On obtient :

$$Q = \frac{\pi R^3 \tau_p}{4 \mu}$$

soit :

$$\tau_p = \mu \left(\frac{8V}{D} \right)$$

Cette expression est plus connue sous le nom de Loi de Poiseuille. On peut expérimentalement déterminer μ grâce à la courbe $\tau_p = f(8V/D)$ d'où l'obtention de la loi rhéologique :

$$\tau_{rx} = \mu \frac{du}{dr}$$

b) Fluide ostwaldien :

Soit :

$$\tau_{rx} = K (du/dr)^n$$

Il vient :

$$\tau_p = K \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n (8V/D)^n$$

Rappelons que, dans cette formule :

$$\tau_p = D \cdot \Delta P / 4L$$

En utilisant du papier logarithmique, il est possible de déterminer n (pente de la droite représentative) et $K (3n+1/4n)^n$ (ordonnée à l'origine). On obtient ainsi aisément n et K d'où le rhéogramme :

$$\tau_{rx} = K (du/dr)^n$$

c) Plastique de Bingham.

Soit :

$$\tau_{rx} - \tau_0 = \eta (du/dr)$$

pour :

$$\begin{aligned} 0 \leq r \leq r_p, & \quad 0 \leq \tau_{rx} \leq \tau_0, & \quad f(\tau_{rx}) = 0, \\ r_p \leq r \leq R, & \quad \tau_0 \leq \tau_{rx} \leq \tau_p, & \quad f(\tau_{rx}) = (\tau_{rx} - \tau_0)/\eta. \end{aligned}$$

L'application de la formule de Rabinowitsch-Mooney donne :

$$8V/D = \frac{\tau_p}{\eta} \left[1 - \frac{4}{3} \frac{\tau_0}{\tau_p} + \frac{1}{3} \left(\frac{\tau_0}{\tau_p} \right)^4 \right]$$

Cette formule est connue sous le nom d'équation de Buckingham. Elle permet d'obtenir η et τ_0 et de mettre en place la caractéristique rhéologique du fluide

$$\tau_{rx} - \tau_0 = \eta (du/dr)$$

d) Modèle d'Ellis de Haven :

Soit :

$$\tau_{rx} = \frac{\mu_0}{1 + C \cdot \tau_{rx}^n} \left(\frac{du}{dr} \right)$$

On obtient en définitive :

$$8V/D = \left(1/\mu_0 \right) \left(\tau_p + \frac{4C}{n+4} \tau_p^{(n+1)} \right)$$

Nous avons donné les résultats théoriques dans le cadre de l'adoption hypothétique de quatre modèles rhéologiques différents mais qui sont en réalité les plus fréquents. Ces

résultats montrent que l'emploi du viscosimètre d'Ostwald permet comme les viscosimètres rotatifs d'obtenir les courbes rhéologiques des fluides, mais ici il faut faire intervenir des hypothèses complémentaires.

Rappelons que les formules que nous avons données ne sont applicables que pour des écoulements laminaires, c'est-à-dire tels que :

$$\frac{D \cdot V \cdot \rho}{D \tau_w / 8V} < 2000$$

Résultats expérimentaux

Afin d'illustrer l'exposé que nous venons de présenter, nous nous proposons de donner en exemple deux études expérimentales menées différemment et effectuées sur des fluides non newtoniens distincts.

Première étude expérimentale : détermination directe des rhéogrammes.

Les fluides que nous avons étudiés sont des mélanges de carboxyméthyl-cellulose (C.M.C. variété RC 197) dans l'eau. Les expériences ont été effectuées à quatre concentrations de produits différentes : 5 %, 8 %, 10 %, 15 % pendant cinq mois consécutifs. Au cours de ces cinq mois d'étude, nous avons périodiquement relevé les rhéogrammes de chaque corps à l'aide d'un viscosimètre à cône et plateau Shirley-Ferranti.

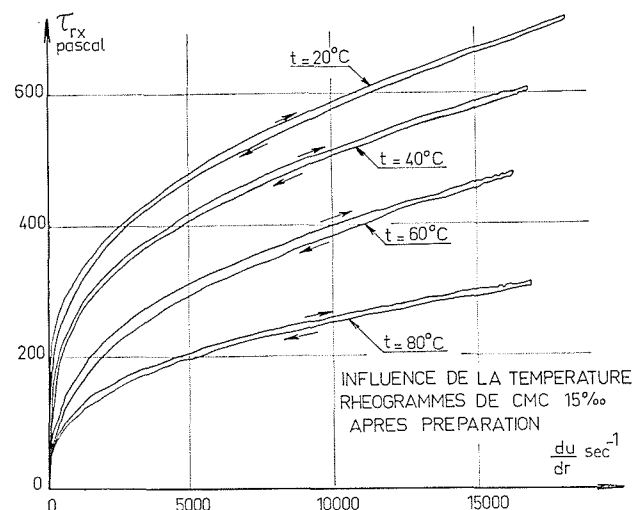
Ces relevés ont été effectués à différentes températures variant de 20 °C à 80 °C.

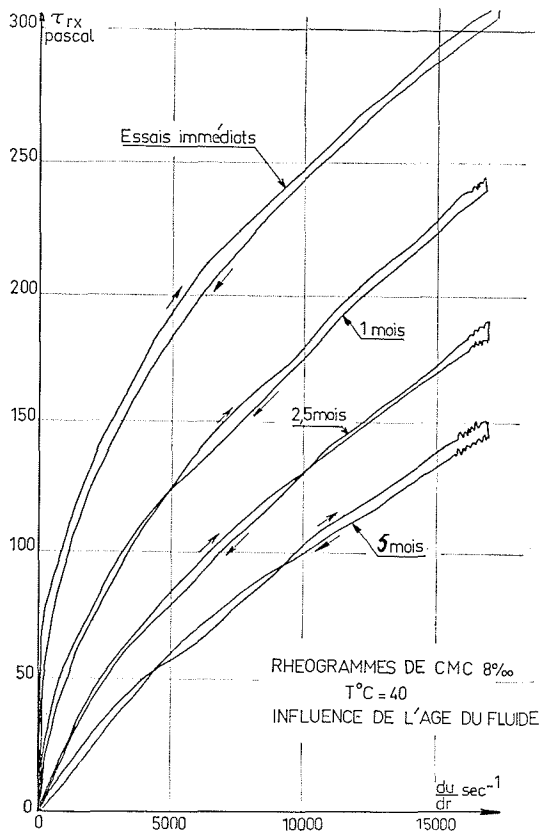
Nous donnons sur les figures 11 et 12, des exemples de rhéogrammes obtenus directement par l'intermédiaire d'une table traçante associée à ce viscosimètre. Sur la figure 11 sont présentés des rhéogrammes obtenus pour une même concentration de 15 g/l mais à quatre températures différentes. Sur la figure 12 on remarque l'influence de l'âge du fluide.

En portant $\tau_{rx} = f(du/dr)$ en coordonnées logarithmiques nous avons obtenu des points pratiquement alignés dans tous les cas traités. Ceci nous a conduit à adopter pour ces fluides des modèles rhéologiques du type loi puissance d'Ostwald-de Waele :

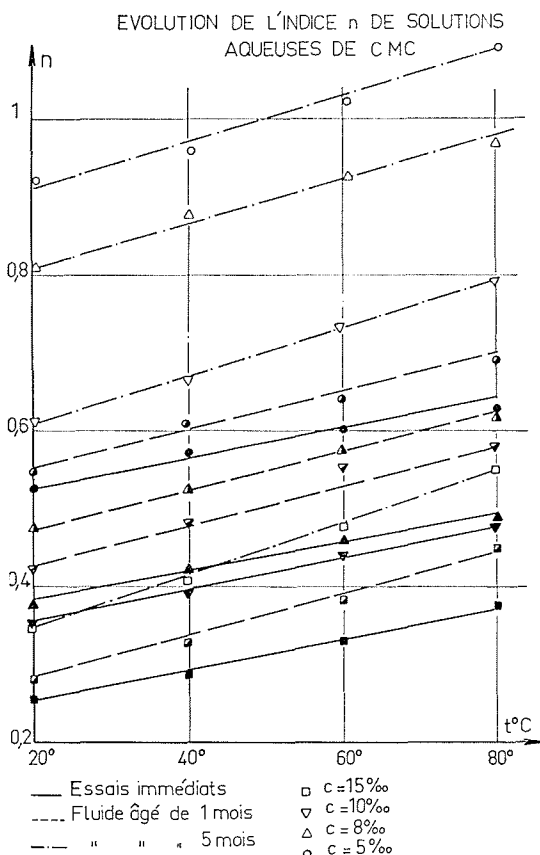
$$\tau_{rx} = K (du/dr)^n$$

Ainsi, il nous a été possible de les caractériser en fonction





12/



13/

de leur âge, de leur concentration en C.M.C. et de leur température en examinant les évolutions des coefficients n et K .

Les figures 13, 14, représentent les variations de l'incidence de comportement fluide n et de la consistance K en fonction de la température, de l'âge du fluide et de la concentration adoptée.

De l'examen de ces diagrammes découlent les quelques remarques suivantes :

1) La variation de l'indice de comportement fluide est linéaire et croissante avec la température :

$$n = \beta t^n + n_0$$

Le coefficient $\beta > 0$ n'est fonction que de l'âge du fluide et non de la concentration.

2) Le coefficient de consistance K varie exponentiellement avec la température $K = K_0 e^{-\alpha t}$. Le coefficient $\alpha > 0$ apparaît comme une fonction de l'âge du fluide mais semble indépendant de la concentration.

Seconde étude expérimentale : détermination indirecte des rhéogrammes.

Cette seconde étude porte sur l'emploi des rhéomètres à extrusion et permet de déterminer les caractéristiques rhéologiques d'un autre fluide constitué par un mélange de carbopol 960 dans l'eau.

Les résultats expérimentaux obtenus sont représentés sur la figure 15 où nous avons porté $(8V/D) = \mathcal{F}(\tau_p)$ en coordonnées logarithmiques. Ces expériences ont été réalisées à la température de 20 °C et effectuées au moyen de deux tubes capillaires de diamètres $D_1 = 1,1$ mm et $D_2 = 2$ mm.

La courbe $(8V/D) = \mathcal{F}(\tau_p)$ n'a pas du tout l'allure d'une droite en coordonnées logarithmiques, ce qui implique qu'une représentation rhéologique de ce corps par un modèle du type Ostwald-de Waele ne peut être qu'approximative. Nous l'avons cependant employé afin de faire la comparaison avec l'utilisation d'un modèle beaucoup plus performant du type Ellis-de Haven.

Modèle d'Ostwald.

Dans ce modèle on a :

$$\tau_p = K' \left(\frac{8V}{D} \right)^{n'}$$

Adoptons pour le graphe de :

$$\log (8V/D) = \log \mathcal{F}(\tau_p)$$

une droite moyenne « équivalente » sur la plage d'étude considérée. Nous obtenons dans l'exemple cité : $K' = 20$; $n' = 0,60$.

Pour obtenir la loi d'Ostwald :

$$\tau_{rx} = K (du/dy)^n$$

relative à ce corps nous employons les formules de transformation que nous avons établies :

$$\begin{cases} K' = \left(\frac{3n' + 1}{4n'} \right)^{n'} \\ n' = n \end{cases}$$

Il en découle : $K = 18,3$; $n = 0,60$.

La première loi rhéologique que l'on peut attribuer au corps étudié est :

$$\tau_{rx} = 18,3 (du/dr)^{0,6}$$

Son comportement est celui d'un corps pseudo-plastique.

Modèle d'Ellis-de Haven.

Les calculs effectués précédemment permettent d'écrire que pour un tel modèle la relation entre τ_p et $8V/D$ est de la forme :

$$8V/D = \frac{1}{\mu_0} \left(\tau_p + \frac{4C}{n+4} \tau_p \right)^{n+1}$$

La représentation graphique en coordonnées logarithmiques de $(8V/D) = \mathcal{F}(\tau_p)$ nous a permis de déterminer $\mu_0 = 7,5$ (M.K.S.A.).

Pour évaluer $4C/\mu_0(n+4)$ et $n+1$ nous avons également porté dans les mêmes coordonnées $(8V/D - \tau_p/\mu_0)$ en fonction de τ_p . Une méthode des moindres carrés nous

a conduit à adopter pour lisser cette courbe une droite de pente $(n+1) = 2,5$ et d'abscisse à l'origine :

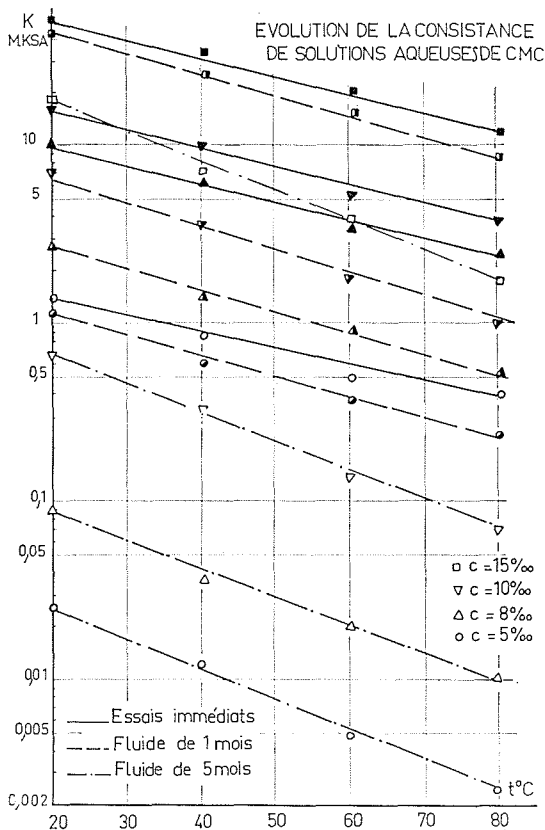
$$4C/\mu_0(n+4) = 2,2 \cdot 10^{-5}$$

On obtient $n = 1,5$, $C = 2,26 \cdot 10^{-4}$ et le modèle d'Ellis-de Haven que l'on peut associer à ce corps est :

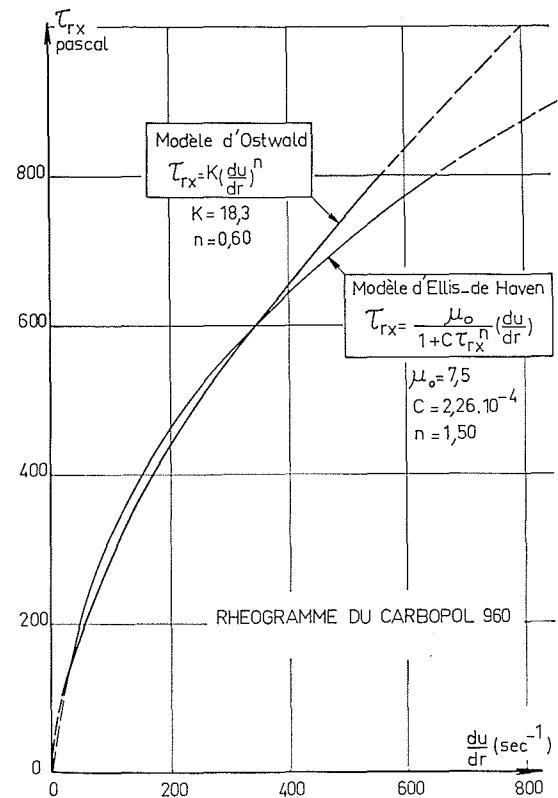
$$\tau_{rx} = \frac{7,5}{1 + 2,26 \cdot 10^{-4} (\tau_{rx})^{1,5}} \left(\frac{du}{dr} \right)$$

Sur les figures 16 et 17, nous avons tracé les rhéogrammes obtenus à l'aide de chacun de ces deux modèles. Nous observons une assez bonne concordance des rhéogrammes pour des valeurs de du/dr appartenant à la plage expérimentale.

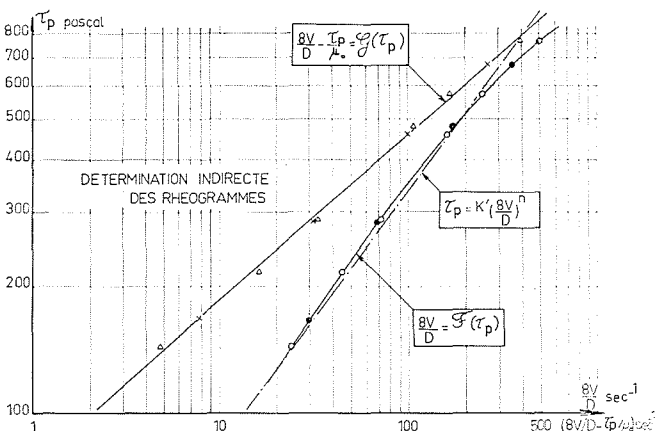
Bien entendu le fluide est beaucoup mieux caractérisé par le modèle d'Ellis-de Haven.



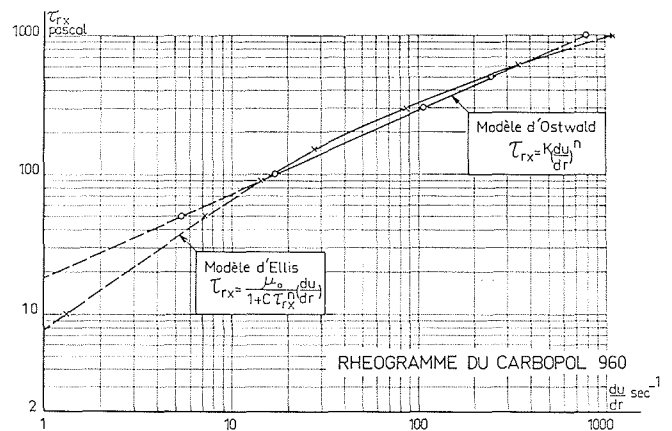
14/



16/



15/



17/

Conclusion

Nous venons de considérer un certain nombre d'expressions mathématiques destinées à représenter avec la plus grande précision possible le comportement rhéologique des fluides non newtoniens. Nous nous sommes efforcés d'effectuer une généralisation et une unification de ces formules de façon à les regrouper en deux grandes classes. Ces modèles bien que parfois relativement complexes ne sont pas toujours aussi représentatifs qu'on le désirerait du comportement rhéologique du fluide et même parfois s'en éloignent beaucoup.

Ils donnent par exemple une bonne approximation sur une certaine plage de variation du paramètre τ_{rx} ou du/dr mais le graphe d'interpolation s'éloigne ensuite du graphe réel parfois jusqu'à dénaturer la représentation. Devant ce risque, l'utilisation de formules incluant les solutions asymptotiques est plus rationnelle bien que souvent plus laborieuse.

Pour la grande classe des viscosimètres capillaires, il est nécessaire d'utiliser un modèle mathématique choisi *a priori*, mais bien sûr en fonction de l'expérience acquise. En contrepartie, les viscosimètres capillaires permettent l'étude sur une bien plus grande plage de variations du gradient de vitesse ou de la contrainte.

Mais une des façons les plus sûres d'obtenir le comportement d'un fluide aussi original soit-il consiste donc à tracer son rhéogramme et ceci est obtenu à l'aide de viscosimètres ou rhéomètres. Dans certains cas, nous avons vu que les

appareils permettent d'obtenir directement les courbes rhéologiques; dans d'autres cas, il est nécessaire de mettre des hypothèses supplémentaires et d'employer des développements théoriques.

Nous avons vu certaines méthodes propres aux fluides non newtoniens mais il est tout à fait licite d'envisager d'autres méthodes de mesure dont l'application serait relativement aisée. Nous pensons, par exemple, à des appareils fondés sur l'emploi de mesures d'amortissement de vibrations d'éléments immergés. Une étude en fréquence et en amplitude de vibrations restituées en un point donné conduirait très probablement à la détermination des paramètres rhéologiques. Nous pensons aussi à l'emploi d'éclairs thermiques et de mesures d'atténuation.

L'utilisation de diaphragmes successifs disposés dans une conduite doit amener également de façon simple à caractériser les fluides qui y circulent.

Cet exposé forcément incomplet donne déjà une idée de la variété et de l'amplitude des problèmes posés par la caractérisation du comportement hydrodynamique des fluides non newtoniens. Comme ceux-ci interviennent dans de très nombreux domaines industriels, il est indispensable de multiplier les essais et de faciliter l'échange d'information. Ce sont ces objectifs à la fois scientifiques et pragmatiques qui ont incité le Comité mécanique de la D.G.R.S.T. à favoriser une action concertée sur le thème des écoulements non newtoniens auquel notre Laboratoire a consacré une part importante de son activité.

Dans ce très vaste domaine, la métrologie *in situ* doit être un terrain de recherche appliquée privilégié.

Discussion

Président : M. MANDEL

M. le Président remercie MM. THIRRIOT et BELLET de leur intéressante conférence et ouvre la discussion.

M. FRUMAN (faculté des Sciences d'Orsay) intervient en ces termes : « Lorsqu'on parle de la viscosité des solutions de macromolécules, on est assez rapidement conduit à penser à un certain nombre de questions concernant les caractéristiques des macromolécules, poids moléculaire, rayon de giration, ainsi que sur la méthode de préparation des solutions. J'aimerais beaucoup que M. BELLET nous donne quelques renseignements complémentaires sur ces deux points. »

La variété de CMC que nous avons utilisée, répond M. BELLET, est la variété CMC RC 190, purifiée.

Pour les concentrations faibles, la préparation a été faite sans l'intervention de vitesses élevées d'agitation; par contre pour les concentrations élevées, nous avons été contraints, pour obtenir une bonne dilution, de soumettre le fluide à des vitesses d'agitation élevées, ce qui bien entendu dégrade dans une certaine mesure, les propriétés chimiques particulières du fluide.

Remarquant qu'au cours des mesures, le fluide était soumis à des vitesses variables et à des accélérations importantes, M. LAUTH (CERCHAR) demande :

« Quelle est l'importance de la variation de vitesse continue sur la définition de la viscosité apparente. »

M. BELLET et M. THIRRIOT pensent que la bonne concordance entre les courbes d'hystérésis obtenues avec des accélérations très différentes du fluide montre, *a priori*, que l'incidence de ces accélérations est faible dans les conditions de mesures réalisées.

Vous avez annoncé, remarque M. PIAU (Laboratoire de Mécanique des Fluides de la faculté des Sciences de Paris), que vous vouliez déterminer des relations entre le tenseur des contraintes et le tenseur des taux de déformation. En fait, vous avez cherché les variations de la contrainte de cisaillement en fonction du gradient de vitesse pour une cinématique particulière qui est celle du glissement simple.

Pour cela, vous avez dû utiliser des appareils de mesure. Qu'at-

tendez-vous comme précision de vos appareils qui sont des appareils industriels ?

On peut craindre que la précision obtenue rende superflu le problème que vous avez exposé du choix de la loi empirique; celui-ci n'a d'ailleurs guère d'importance dans les applications.

En réponse, M. THIRRIOT indique que la précision des mesures effectuées à l'aide du viscosimètre Ferranti est très convenable. L'erreur accidentelle ne doit pas excéder 2 à 3 %. Mais les risques sont plus graves en ce qui concerne la justesse et la fidélité des mesures non pas à cause des défaillances éventuelles de l'appareil de mesure, mais à cause de l'évolution dans le temps du produit, son histoire en somme et aussi par suite de la difficulté de préparer deux produits identiques.

En ce qui concerne le choix de la loi empirique, nous avons assez insisté à notre avis sur le caractère d'interpolation de ce lissage. Et comme dans tout problème d'interpolation, la loi retenue ne constitue pas la seule forme d'approximation possible. L'intérêt d'expliquer le graphe réside dans la possibilité de classement des produits suivant la forme de loi rhéologique et dans la perspective de développements théoriques.

M. SCHUTZ (Ecole Supérieure de Chimie, Mulhouse) fait l'observation suivante :

« Les systèmes considérés ne sont généralement pas newtoniens; or les étalonnages des appareils sont généralement faits avec des liquides newtoniens; mais la transmission des contraintes, voire des vitesses ne s'effectuent pas forcément de la même manière pour ces deux types de systèmes.

Par ailleurs les appareils à « cône et plan » ou les rhéomètres capillaires ne permettent pas de mettre en évidence les glissements à la paroi éventuels.

Il serait intéressant de comparer vos résultats et les nôtres. »

M. le Président clôt la discussion en remerciant les personnes qui y ont participé ainsi que les deux conférenciers : MM. THIRRIOT et BELLET.