MESURES DE TURBULENCE DANS LE RESSAUT HYDRAULIQUE

par **F. J. RESCH**

Institut de Mécanique Statistique de la Turbulence de la Faculté des Sciences de Marseille,
Actuellement, Post-doctorate fellow, Department of Mechanical Engineering,
University of Toronto (Canada)

et **H. J. LEUTHEUSSER**

Associate Professor, Department of Mechanical Engineering,
University of Toronto (Canada)

1. — Introduction

Le phénomène du ressaut hydraulique a fait l'objet de nombreuses études depuis qu'il fut introduit, pour la première fois, par Bidone en 1818 puis par Bélanger en 1828. Il serait trop long de vouloir citer ici tous les auteurs qui se sont intéressés à ce phénomène — on pourra, par exemple, se référer à Chow [1].

Le ressaut hydraulique qui représente une brusque décélération d'un écoulement liquide — passage d'un état rapide à un état tranquille — peut, de façon évidente, être défini comme un phénomène turbulent. Il est alors étonnant de constater qu'il n'existe pour ainsi dire pas de résultats concernant les grandeurs turbulentes qui régissent ce phénomène. Les seuls résultats connus sont ceux de Rouse et al. [2] qui ont simulé le phénomène dans une maquette fermée, géométriquement semblable au ressaut, à l'intérieur de laquelle les grandeurs turbulentes ont été mesurées dans un écoulement d'air. Sans en réduire leur valeur, ces résultats pourront toujours faire l'objet de controverses quant à la validité de cette simulation.

Ce manque de résultats est dû à deux raisons principales : les difficultés pratiques qui, jusqu'à présent ont rendu très difficiles la détermination des caractéristiques turbulentes dans des écoulements liquides et l'établissement d'un écoulement diphasique air-eau dans la région

même du « rouleau » du ressaut. Mais depuis quelques années certains auteurs se sont intéressés à l'étude de la turbulence dans l'eau ou autres liquides ainsi qu'à l'étude des écoulements double phase air-eau. Grâce à ces travaux il est maintenant possible de réduire presque complètement les difficultés ci-dessus mentionnées. Ainsi les études que l'on a effectuées récemment à l'Institut de Mécanique Statistique de la Turbulence de la Faculté des Sciences de Marseille [3, 4] permettent d'aborder maintenant ce problème particulier du ressaut hydraulique.

Le but du travail entrepris actuellement dans le département de Mécanique de l'Université de Toronto, Canada, est d'étudier les caractéristiques turbulentes dans le ressaut hydraulique. Les premiers résultats rapportés dans cet article concernent la détermination des intensités de turbulence en amont et en aval du rouleau du ressaut; les autres grandeurs turbulentes ainsi que les caractéristiques diphasiques feront l'objet de recherches ultérieures. Les résultats sont comparés à ceux obtenus par Rouse et al. [2] dans l'air avec une maquette de simulation. Par ailleurs une étude a été faite récemment par Kartha [5] pour évaluer tous les termes représentant les grandeurs moyennes des équations régissant l'écoulement et ceci pour différentes conditions de l'écoulement amont. Puisque ces conditions à l'amont se sont avérées avoir un effet important sur les caractéristiques de l'écoulement turbulent moyen on a, au cours de cette étude, porté une attention spéciale à leur effet sur les grandeurs fluctuantes.

2. — Le ressaut hydraulique

2.1 Importance du ressaut hydraulique.

Ce phénomène qui est bien connu des hydrauliciens est notamment employé pour :

- dissiper l'énergie dans les écoulements d'eau après les barrages, déversoirs ou autres constructions;
- aérer l'eau pour l'alimentation des villes en eau;
- mélanger des produits chimiques liquides.

On peut remarquer par ces quelques exemples que l'intérêt du ressaut hydraulique provient de la structure de son écoulement interne. Par conséquent des recherches sur le processus turbulent de mélange du ressaut apparaissent non seulement d'un intérêt fondamental évident, mais peuvent aussi conduire à une meilleure utilisation du phénomène dans tous les domaines de la mécanique des fluides appliquée.

2.2 Définitions.

On peut adopter, entre autres, la définition donnée par Elevatorski [6], à savoir : « Le ressaut hydraulique est le passage brutal et turbulent d'un écoulement de liquide à partir d'un bas niveau situé au-dessous de la « hauteur critique » à un haut niveau situé au-dessus de la « hauteur critique » et pendant lequel la vitesse d'écoulement passe

d'un état supercritique à un état subcritique. » Ce passage est caractérisé par une brusque discontinuité de la surface libre et la formation d'un « rouleau » qui a pour résultats la création de fortes intensités de turbulence, l'entraînement d'air et la dissipation de l'énergie cinétique.

Cette définition nécessite quelques explications supplémentaires. L'effet de la pesanteur sur l'état de l'écoulement est représenté par le rapport des forces d'inertie aux forces de pesanteur. Ce rapport est le nombre de Froude qui, pour des liquides homogènes avec surface libre, est défini par :

$$F = \frac{U}{\sqrt{g\Lambda}} \quad (1)$$

où U est la vitesse moyenne de débit de l'écoulement, g l'accélération de la pesanteur et Λ une longueur caractéristique de l'écoulement. Quand le nombre de Froude est égal à l'unité ($F = 1$ ou $U = \sqrt{g\Lambda}$) l'écoulement est dans un état appelé critique. Si $F < 1$ ou $U < \sqrt{g\Lambda}$ l'écoulement est dit subcritique. Si $F > 1$ ou $U > \sqrt{g\Lambda}$ l'écoulement est dit supercritique.

Dans les canaux ouverts rectangulaires, la longueur caractéristique est représentée par la hauteur de l'écoulement. Les autres notations du ressaut employées dans le texte sont celles de la figure 1 et sont en outre définies à la fin de l'exposé.

1/ Schema du ressaut hydraulique. Notations.

2/ Formule de Bélanger.

3/ Volume de contrôle.

2.3 Equations de quantité de mouvement.

L'équation de mouvement proposée par Bélanger en 1828 est bien connue sous la forme suivante :

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8 F_1^2} - 1) \quad (2)$$

où d_1 et d_2 sont respectivement les hauteurs des niveaux de l'écoulement à l'amont et à l'aval du ressaut;

$F_1 = U_1 / \sqrt{g d_1}$ est le nombre de Froude basé sur les grandeurs U_1 et d_1 ;

U_1 étant la vitesse moyenne de débit de l'écoulement amont.

Les hypothèses faites pour l'établissement de cette relation adimensionnelle sont les suivantes :

- le canal est rectangulaire et horizontal;
- la position du ressaut est fixe;
- l'écoulement a des lignes de courant parallèles immédiatement avant et après le ressaut;
- les pertes de charges dues aux frottements sont négligées.

De plus il faut remarquer que la contribution des termes de turbulence est également négligée. La courbe représentant l'équation (2) est montrée sur la figure 2. Or, la plupart des résultats expérimentaux se trouve approximativement en accord avec cette relation. Cependant il semble intéressant de voir de plus près comment varient les différents termes qui entrent en jeu dans l'établissement des équations de quantité de mouvement.

Les équations générales de la quantité de mouvement pour un écoulement stationnaire et turbulent de fluide incompressible sont données par les équations de Reynolds - Boussinesq sous la forme tensorielle suivante :

$$\frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial (\bar{u}'_i \bar{u}'_j)}{\partial x_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + X_i + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} \quad (3)$$

dans laquelle les composantes du vecteur vitesse moyen sont représentées par u_i (ou u_j) dans chacune des directions x_i (ou x_j) ainsi que les fluctuations de vitesse respectives par u'_i (ou u'_j). $\bar{p}$ représente la pression moyenne, X_i la composante des forces de volume par unité de masse dans la direction x_i et ρ la masse volumique du fluide.

L'équation (3) est obtenue en tenant compte des équations de conservation de la masse, à savoir :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \bar{u}'_i}{\partial x_i} = 0 \quad (5)$$

Dans cette étude on supposera que le ressaut hydraulique se produit dans un canal horizontal de section rectangulaire (dans le plan $y-z$) avec des écoulements amont et aval parallèles et stationnaires dans la direction x comme cela est représenté schématiquement sur la figure 3. Dans ces conditions la distribution de la pression statique moyenne dans ces sections amont et aval du ressaut doit être de la forme :

$$\bar{p} = \gamma (d - y) - \rho \Pi \quad (6)$$

où γ est le poids spécifique du liquide;

et $\Pi = \Pi(\bar{v}^2, \bar{w}^2, \bar{v}'^2, \bar{w}'^2)$ représente l'écart, par rapport à la condition hydrostatique, dû à la turbulence.

La région d'écoulement non-uniforme et très complexe située entre les sections (1) et (2) sur la figure 3 constitue le rouleau proprement dit du ressaut. Les éléments verticaux peuvent être déduits des considérations de changement de la quantité de mouvement dans la direction de l'écoulement. Dans les conditions de la figure 3, l'équation de la quantité de mouvement par unité de masse sera appliquée à la direction longitudinale x , les composantes des vitesses u, v, w correspondant aux axes de coordonnées x, y, z . On obtient alors :

$$\begin{aligned} \rho \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \rho \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \rho \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \rho \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} + \rho \frac{\partial \bar{u}'^2}{\partial y} \\ + \rho \frac{\partial \bar{u}'^2}{\partial z} = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

ou $\bar{p}$ est donné par l'équation (6).

Cette équation différentielle peut être intégrée sur le volume de contrôle représenté sur la figure 3 et principalement délimité par les sections (1) et (2), les parois latérales du canal ($z = -B/2$ et $z = +B/2$), la surface libre et le fond du canal ($y = 0$). En tenant compte de l'équation de continuité (4) et en appliquant le théorème de la divergence au volume de contrôle ci-dessus défini, l'équation (7) peut, après transformations, s'écrire sous la forme d'une somme d'intégrales de surface. On obtient donc, dans la direction de l'écoulement moyen :

$$\begin{aligned} \rho \iint_{x=2} \bar{u}^2 dy dz - \rho \iint_{x=1} \bar{u}^2 dy dz + \rho \iint_{x=2} \bar{u}'^2 dy dz \\ - \rho \iint_{x=1} \bar{u}'^2 dy dz = \frac{1}{2} \gamma d_1^2 B - \rho \iint_{x=1} \Pi dy dz - \frac{1}{2} \gamma d_2^2 B \\ + \rho \iint_{x=2} \Pi dy dz \\ - \iint_{y=0} \left(-\rho \bar{u}'^2 + \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) dx dz \\ - \iint_{z=-B/2} \left(-\rho \bar{u}'^2 + \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) dx dy \\ + \iint_{z=+B/2} \left(-\rho \bar{u}'^2 + \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) dx dy \end{aligned} \quad (8)$$

La somme des trois derniers termes de droite de l'équation (8) représente le frottement pariétal aussi bien pour des parois lisses que pour des parois rugueuses. Il serait peut être plus commode de représenter cette force par le produit :

$$-(\bar{\tau}_0 A_0)$$

dans lequel $\bar{\tau}_0$ est la tension moyenne de frottement à la paroi pour la surface mouillée du ressaut $A_0 = L_j P_j$, où L_j est la longueur du ressaut entre les sections (1) et (2) et P_j le périmètre mouillé moyen du ressaut dans le plan $y-z$.

On peut mettre l'équation (8) sous une forme différente en introduisant certains paramètres adimensionnels qui tiennent compte des caractéristiques de l'écoulement réel et non unidimensionnel de l'écoulement. On définira ainsi :

a) Un coefficient de correction tenant compte de la non-uniformité de la distribution du flux de quantité de mouvement moyen :

$$1 + \beta^* = \iint \frac{\bar{u}^2}{U^2} d\left(\frac{y}{d}\right) d\left(\frac{z}{B}\right) \quad (9)$$

b) Un coefficient de correction pour le flux de quantité de mouvement turbulent :

$$I = \iint \frac{\bar{u}'^2}{U^2} d\left(\frac{y}{d}\right) d\left(\frac{z}{B}\right) \quad (10)$$

c) Un coefficient de correction tenant compte de la non-linéarité de la distribution de la pression statique moyenne :

$$K = \iint \frac{\Pi}{U^2} d\left(\frac{y}{d}\right) d\left(\frac{z}{B}\right) \quad (11)$$

On introduira également dans l'équation (8) les quantités suivantes :

a) Le coefficient moyen de frottement pariétal :

$$C_F = \frac{\bar{\tau}_0}{\rho U_1^2/2} \quad (12)$$

b) Le rapport des hauteurs du ressaut :

$$J = \frac{d_2}{d_1} \quad (13)$$

c) Le nombre de Froude :

$$F_1 = \frac{U_1}{\sqrt{gd_1}} \quad (14)$$

d) La relation de continuité unidimensionnelle :

$$U_1 d_1 = U_2 d_2 \quad (15)$$

L'équation (8) peut alors se mettre sous la forme adimensionnelle suivante [7] :

$$\frac{J(J+1)}{2F_1^2} = 1 + \varepsilon \quad (16)$$

où :

$$\varepsilon = \frac{J\beta_1^* - \beta_2^*}{J-1} + \frac{JI_1 - I_2}{J-1} - \frac{JK_1 - K_2}{J-1} - \frac{1}{2} C_F \frac{J_2}{J-1} \frac{L_j}{d_2} \frac{P_j}{B} \quad (17)$$

les indices 1 et 2 indiquant respectivement les sections amont et aval du ressaut.

L'équation (16) associée à la relation (17) représente l'équation générale du mouvement pour un ressaut hydraulique stationnaire dans un canal horizontal de section rectangulaire. Cette équation générale qui peut être sujette à certaines simplifications, inclue, parmi d'autres, les formes spéciales suivantes :

a) Equation de Bélanger :

Avec les hypothèses déjà mentionnées dans ce cas, à savoir la distribution uniforme des vitesses moyen-

nes ($\beta_1^* = \beta_2^* = 0$), absence de turbulence ($I_1 = I_2 = 0$, $K_1 = K_2 = 0$) et de résistance au frottement ($C_F = 0$), la relation (17) devient nulle ($\varepsilon = 0$) et l'équation (16) s'écrit alors :

$$\frac{J(J+1)}{2F_1^2} = 1 \quad (18)$$

qui est évidemment équivalente à la forme classique (2) de l'équation de Bélanger.

b) Ressaut dans un canal très large :

Si le canal est bi-dimensionnel, c'est-à-dire si $d/B \rightarrow 0$ les coefficients de correction des équations (9), (10) et (11) deviennent indépendants de la coordonnée transversale z . De plus la relation fonctionnelle (6) concernant la distribution des pressions peut être évaluée exactement en intégrant la composante y de l'équation (3) :

$$\rho \frac{\partial \bar{v}^2}{\partial y} = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} - \rho g \quad (19)$$

sur l'épaisseur de l'écoulement d et en tenant compte des conditions aux limites suivantes : $\bar{p} = \gamma d$ pour $y = 0$.

On obtient dans ce cas :

$$\bar{p} = \gamma (d - y) - \rho v'^2 \quad (20)$$

Les coefficients β^* , I et K s'expriment alors de la façon suivante :

$$\beta^* = \int \frac{\bar{u}^2}{U^2} d\left(\frac{y}{d}\right) - 1 \quad (9a)$$

$$I = \int \frac{\bar{u}'^2}{U^2} d\left(\frac{y}{d}\right) \quad (10a)$$

$$K = \int \frac{\Pi}{U^2} d\left(\frac{y}{d}\right) \quad (11a)$$

et en notant aussi que $P_j/B \rightarrow 1$ la relation (17) s'écrit :

$$\varepsilon = \frac{J\beta_1^* - \beta_2^*}{J-1} + \frac{JI_1 - I_2}{J-1} - \frac{JK_1 - K_2}{J-1} - \frac{1}{2} C_F \frac{J_2}{J-1} \frac{L_j}{d_2} \quad (17a)$$

On obtient alors, comme précédemment :

$$\frac{J(J+1)}{2F_1^2} = 1 + \varepsilon \quad (16)$$

2.4 Discussion.

Si l'on compare les équations générales du ressaut, équations (16) et (17) ou (17a), avec l'équation de Bélanger (3) ou (18), il peut sembler surprenant qu'un phénomène aussi complexe et turbulent que le ressaut hydraulique obéisse, [1] et [6], à une relation analytique qui est elle-même basée sur une hypothèse négligeant l'effet de la turbulence. Cependant, des expériences récentes [5, 7], sur les caractéristiques de l'écoulement moyen ont montré que l'équation de Bélanger peut être considérée comme une bonne approximation de la réalité seulement si l'énergie de la turbulence dans l'écoulement amont est négligeable.

4/ Schema des différentes conditions de l'écoulement amont.

Une telle condition est réalisable en pratique si l'écoulement supercritique amont est composé de deux « couches » distinctes, soit une couche limite classique au-dessus de laquelle se trouve une couche à potentiel comme cela est schématiquement représenté sur la figure 4. Pour des raisons non encore éclaircies, les ressauts avec écoulement amont non développé semblent avoir des rapports de hauteurs $J = d_2/d_1$ supérieurs et des longueurs relatives (L_j/d_2) inférieures à ceux qui ont un écoulement amont pleinement développé. Plus intéressant encore est le fait que les ressauts avec écoulement amont non développé ont tendance à montrer un phénomène de séparation et donc à avoir une résistance au frottement plus faible quand le nombre de Froude augmente, tandis que les ressauts avec écoulement amont pleinement développé semblent rester attachés à l'écoulement à la paroi pour tous les nombres de Froude. De ces résultats expérimentaux, il s'avère que les ressauts avec écoulement amont non développé ont une tendance très nette à satisfaire les hypothèses qui ont conduit à l'équation de Bélanger. Et, puisque de façon générale, il est très probable que la plupart des expériences se fait avec écoulement amont non développé, c'est-à-dire que le ressaut se produit immédiatement après une vanne coulissante, il est normal que les résultats qui s'en déduisent suivent cette loi.

Mais, comme on l'a déjà mentionné, l'effet des conditions de l'écoulement amont sur la structure du ressaut hydraulique n'a pu être étudié qu'à partir des résultats obtenus sur les caractéristiques de l'écoulement moyen. Or, puisque ce phénomène hydraulique est particulièrement turbulent, tout effet de l'écoulement moyen sera accompagné par des changements équivalents, et sans doute encore plus prononcés, dans la structure de l'écoulement turbulent. Une première étude de ces effets, limitée aux fluctuations de la composante longitudinale de la vitesse, est présentée dans ce rapport.

3. — Mesures de turbulence. Méthode anémométrique

3.1 Mesures de turbulence.

Rouse et al. [2] ont effectué leurs expériences sur maquette de simulation avec des nombres de Froude égaux à 2, 4 et 6. Kartha [5] a utilisé des nombres de Froude

égaux à 2,85 et 14,39 avec différentes conditions de l'écoulement amont. Les résultats obtenus par ces deux auteurs ont déterminé le choix des valeurs des nombres de Froude pour l'étude présente, soit : $F_1 = 2,85$ pour compléter les travaux de Kartha et $F_1 = 6,00$ pour comparaison avec les travaux de Rouse. Dans la direction de l'écoulement les mesures ont été faites en amont du ressaut (§ 2.1, fig. 1) et en aval après la disparition des bulles d'air entraînées par le rouleau. Trois séries de mesures ont été effectuées à l'aval, dans la direction x , afin de se rendre compte de l'évolution des intensités de turbulence dans cette direction (voir chapitre 6).

3.2 Méthode anémométrique.

La détermination des intensités de turbulence a été faite à l'aide de sondes anémométriques à films chauds.

L'extension de la méthode anémométrique aux mesures dans l'eau a fait l'objet d'une étude approfondie [3, 4] et les résultats obtenus permettent maintenant de réaliser des mesures précises dans des écoulements d'eau. L'étude mentionnée [4] montre, entre autres intérêts, celui de l'utilisation des sondes anémométriques de forme conique pour lesquelles une loi de refroidissement a été établie. C'est ce type de sonde qui a été utilisé pour les mesures d'intensités de turbulence dans le ressaut hydraulique.

La loi de refroidissement de ces sondes a été établie sous la forme adimensionnelle suivante :

$$Nu = a + b' Pe^n \quad (21)$$

où Nu est le nombre de Nusselt et $Pe = Pr \times R'$ est le nombre de Péclet égal au produit du nombre de Prandtl par le nombre de Reynolds ($R' = lU/\nu$, l dimension caractéristique du film), or :

$$Pe^n = (Pr \times R')^n = C \frac{U^n}{\delta^n} \quad (22)$$

où C est une constante, U la vitesse moyenne locale du fluide et δ la diffusivité thermique du fluide. La variation relative de δ^n dans le domaine des mesures étant inférieure à 1 %, la loi peut s'écrire sous la forme :

$$Nu = a + bU^n \quad (23)$$

La validité de cette loi a été confirmée par les résultats qui suivent pour trois sondes coniques différentes (voir tableau 1, page suivante).

Tableau 1

Film designation	$R_w = R_o \left(1 + \frac{\theta_w}{\alpha}\right)$ θ_w in °F	$Nu = a + b V^n$	Velocity Range	Precision		
				Nusselt number ranges		R.M.S. error of $Nu = f(V)$
				Min.	Max.	
Film reference 4	$R_w = 6.19 \left(1 + \frac{\theta_w}{579}\right)$	$Nu = -384 + 2557 V^{0.265}$	0.7m/sec < V < 3.5m/sec			
Film no. 1	$R_w = 3.60 \left(1 + \frac{\theta_w}{618}\right)$	$Nu = -1442 + 3485 V^{0.254}$	0.3m/sec < V < 3.5m/sec	2000	5000	34.4
Film no. 2	$R_w = 6.73 \left(1 + \frac{\theta_w}{670}\right)$	$Nu = -139 + 452 V^{0.264}$	0.3m/sec < V < 3.5m/sec	300	700	6.4
Film no. 3	$R_w = 6.23 \left(1 + \frac{\theta_w}{855}\right)$	$Nu = -568 + 1262 V^{0.206}$	0.3m/sec < V < 3.5m/sec	650	1500	9.0

5/ Canal de mesure.

6/ Variation de la résistance à froid du film en fonction de la température.

4. — Appareillage expérimental (*)

4.1 Canal ouvert.

Les expériences ont été effectuées dans le canal ouvert du laboratoire d'hydraulique du département de « Mechanical Engineering » de l'Université de Toronto.

L'installation (voir fig. 5) a une longueur totale de 50 pieds. Le canal proprement dit a une longueur de 36 pieds (≈ 11 m) et une section rectangulaire uniforme de 2 ft de haut et 1.28 ft de large. Le fond du canal a été rendu aussi lisse que possible; les côtés sont composés de panneaux de glace d'une épaisseur de 0.25 pouce. L'installation est munie d'un réglage fin pour l'horizontalité du lit du canal. Deux vannes coulissant verticalement assurent au début et à la fin du canal, respectivement le réglage du débit (donc de d_1 et du nombre de Froude F_1) et l'existence et le positionnement du ressaut. L'alimentation en eau est assurée par un système de pompes, vannes et conduites qui permettent d'avoir un circuit d'eau fermé.

La très grande masse d'eau du circuit total empêche des variations rapides de températures (≈ 1 °C par 20 h). Un ensemble de deux filtres constitués chacun par une grille métallique à mailles fines (1 mm) tranquillise l'écoulement et empêche les corps étrangers solides de passer dans le canal.

4.2 Appareillage de mesures.

Dispositifs de repérage :

Deux plates-formes peuvent glisser sur des rails formés par le sommet des deux parois verticales du canal. Elles peuvent être déplacées à volonté sur toute la longueur du canal, leur position étant repérée par un index le long du rail. Ces plates-formes sont munies de dispositifs de support de sonde pouvant se déplacer latéralement et verticalement, la position étant repérée par une échelle graduée et un vernier (précision 0.001 ft).

Mesures du débit :

Le nombre de Froude F_1 étant basé sur la vitesse moyenne de débit, soit U , il fallait pouvoir déterminer ce dernier avec précision. A cet effet la tuyauterie d'alimentation en eau est munie d'un orifice à l'amont et à l'aval duquel des prises de pression statique sont reliées à un manomètre différentiel à eau. L'étalonnage a été effectué en fonction du débit qui peut être mesuré avec précision au-dessous de la vanne coulissante.

Mesures des vitesses moyennes locales pour étalonnage des sondes anémométriques. Un support de sonde spécial a permis de monter à la fois un tube de Pitot et un ensemble sonde-support de film chaud. Un simple déplacement latéral permet alors de mesurer, en un même point, la vitesse moyenne de l'écoulement après avoir enregistré la tension E aux bornes du film chaud. Le tube de Pitot utilisé est relié à un manomètre différentiel à eau (tube en U renversé) afin de déterminer la valeur de la vitesse moyenne locale.

Appareillage anémométrique :

Les sondes à films chauds ont été alimentées par une chaîne anémométrique à température constante (T.S.I.). Il faut noter que le voltmètre r.m.s. est capable de mesurer la vraie valeur r.m.s. d'un signal aléatoire jusqu'à des fréquences aussi basses que 0,1 Hz. Ce point est important et

a souvent été négligé. Dans l'eau l'énergie turbulente aux faibles fréquences est souvent importante [3, 4]. Ce point avait d'ailleurs été soulevé par Richardson et McQuivey [8].

5. — Etalonnage des sondes à films chauds. Détermination de la sensibilité à la vitesse

Pour obtenir les valeurs des intensités de turbulence $\sqrt{u'^2}$ à partir des valeurs moyennes des carrés des fluctuations de voltage aux bornes du film, soit $\overline{e'^2}$, il faut déterminer la sensibilité à la vitesse des films chauds, soit dE/dU (selon la théorie linéaire).

Cette sensibilité peut être obtenue à partir de la relation $E = f(U)$. Or, comme il a été mentionné ci-dessus, il existe une loi reliant le nombre de Nusselt à la vitesse :

$$Nu = a + bU^n \quad (23)$$

a , b et n devant être déterminés expérimentalement. Or :

$$Nu = E^2 / l' R_w k (\theta_w - \theta_f) \quad (24)$$

où E est le voltage aux bornes du film, l' une longueur caractéristique du film (prise ici égale à 0,6 mm), R_w la résistance du film chauffé à la température θ_w supérieure à la température θ_f de l'eau et k la conductivité thermique du fluide prise à la température $\theta_{film} = (\theta_w + \theta_f)/2$

Dans l'expression (24) tous les éléments peuvent être connus de façon à déterminer pour chaque valeur de E la valeur correspondante du nombre de Nusselt et par suite les constantes a , b et n .

R_w est délibérément choisi (en accord avec certaines conditions mentionnées dans [3] et [4]) à partir de R_f , résistance du film à la température θ_f , à laquelle on applique un coefficient de surchauffe a_w compris entre 0.5 et 1.0 et tel que :

$$a_w = (R_w - R_f) / R_f \quad (25)$$

La détermination de θ_w demande une certaine précision et la seule méthode convenable semble être la suivante : la variation de la résistance du film métallique en fonction de la température peut être considérée [9] comme une loi linéaire de la forme :

$$R_w = R_0 [1 + (\theta_w / \alpha)] \quad (26)$$

où R_0 est la résistance du film à 0 °F et $1/\alpha$ le coefficient de résistivité du film. Les déterminations expérimentales de R_0 et α sont aisées : en faisant varier la température de l'eau, on note, à chaque température d'équilibre la valeur de la résistance R_f à la température θ_f . Si l'on a pris soin d'éliminer toutes les résistances intermédiaires entre le pont de mesure et le film de platine, on obtient une variation linéaire comme sur la figure 6. Les valeurs de R_0 et α se déduisent immédiatement de l'équation de la droite. La température θ_w du film est alors donnée par :

$$\theta_w = \alpha a_{w0} \quad (27)$$

avec :

$$a_{w0} = (R_w - R_0) / R_0 \quad (28)$$

Les relations du type (26) sont données, pour chaque film employé, dans le tableau I.

Les différents termes de la relation (24) sont alors connus et à chaque couple de valeurs E et U on peut faire

(*) Le système d'unités anglais a été employé. Dans le texte, les abréviations de ces unités sont les suivantes : in. = inch = pouce, ft = foot = pied, °F = degré Fahrenheit.

correspondre les couples Nu et U qui sont rapportés sur un même diagramme. Comme cela avait été vérifié lors de l'établissement de la loi de refroidissement, ces points expérimentaux, obtenus pour différentes valeurs de R_w , θ_w , θ_f et donc k , se trouvent sur une même courbe avec une précision de l'ordre de 1 %. La figure 7 montre une telle courbe avec plusieurs séries de mesures exécutées dans des conditions de température différentes. Par une méthode numérique appropriée on peut, à partir des valeurs expérimentales, calculer les valeurs de a , b et n de la relation (23) [3, 4].

Les figures 7 et 8 montrent, pour un des films employés, la courbe représentant l'équation trouvée et les points expérimentaux. Les résultats obtenus pour les trois films employés dans cette étude, ainsi que ceux obtenus dans l'étude [3, 4] sont rassemblés dans le tableau I.

Le fait que les valeurs de a et b diffèrent est dû simplement à ce que les films ne sont pas identiques les uns aux autres (longueur, résistance à froid,...) mais les valeurs des coefficients n , qui sont indépendants de ces données, sont assez proches.

Ces résultats permettent de calculer la sensibilité dE/dU si l'on connaît, pour chaque point de mesure, les valeurs de R_w , k , θ_w , θ_f et E , soit :

$$Nu = \frac{E^2}{l R_w k (\theta_w - \theta_f)} = \frac{E^2}{F(\theta_w, \theta_f)} = a + bU^n \quad (29)$$

où $F(\theta_w, \theta_f)$ est une fonction de θ_w et θ_f , ce qui peut s'écrire :

$$E^2 = a \cdot F(\theta_w, \theta_f) + b \cdot F(\theta_w, \theta_f) U^n = a_1 + b_1 U^n \quad (30)$$

et :

$$\frac{dE}{dU} = \frac{nb_1 U^{n-1}}{2\sqrt{a_1 + b_1 U^n}} \quad (31)$$

Par exemple, pour une température de fluide constante et égale à 70 °F, on obtient pour le film n° 3 les résultats représentés sur la figure 9.

Tous les calculs numériques (détermination de Nu , a , b , n , dE/dU , etc.) ont été effectués sur l'ordinateur IBM 7094 du Centre de calcul numérique de l'Université de Toronto.

6. — Mesures des vitesses moyennes

Les différents profils de vitesse ont été obtenus avec les films chauds étalonnés. Selon l'axe x (sens de l'écoulement) les sections sont repérées en fonction de la hauteur d_2 , l'origine étant située juste au début du ressaut et notée P 0, les autres sections ayant un indice correspondant à un multiple de d_2 . Par exemple P 20 indiquera une section située à $x = 20 d_2$ de P 0, où d_2 est la hauteur d'eau au centre de la première section du canal où l'écoulement est subcritique, généralement prise aux alentours de P 10 où l'écoulement est suffisamment désaéré pour permettre l'exécution des mesures. Il faut noter, à ce propos, que la détermination exacte de d_2 est rendue

7/ Variation du nombre de Nusselt en fonction de la vitesse de l'eau.

8/ Loi de refroidissement du film chaud.

assez délicate par les fluctuations de la surface libre, mais que, tout autant que le permet la précision expérimentale, cette valeur s'est avérée être la même pour toutes les positions subcritiques d'une même expérience. Par contre, la détermination de d_1 , hauteur de l'écoulement supercritique au centre de la section P 0, ne pose pas de difficulté particulière. Les valeurs du rapport des hauteurs $J = d_2/d_1$ pour les différentes expériences sont rapportées sur la figure 2.

Pour chacune des différentes sections transversales, trois séries de mesures ont été faites, respectivement, au premier quart (1/4), dans la section médiane (1/2) et au troisième quart (3/4) de la largeur du canal, de la droite vers la gauche en regardant dans le sens de l'écoulement. Mais puisque les résultats expérimentaux des trois séries de mesures pour une même section transversale ont montré dans tous les cas des distributions analogues les unes aux autres, seuls ont été rapportés les résultats obtenus au centre du canal.

Enfin, pour chacun des nombres de Froude F_1 , deux types d'écoulement amont ont été étudiés : écoulement pleinement développé correspondant à environ 200 D (D, ouverture de la vanne coulissante amont) et écoulement à potentiel correspondant à 10 à 20 D [5] (fig. 4).

6.1 Nombre de Froude $F_1 = 2,85$.

a) Ecoulement amont pleinement développé :

$$d_1 = 0,127 \text{ ft}, d_2 = 0,450 \text{ ft}$$

9/ Sensibilité à la vitesse du film chaud.

Les profils de vitesses, normalisés par la vitesse maximale U_{max} , sont représentés sur la figure 10 pour les sections transversales P 0, P 10, P 15, P 20.

b) Ecoulement amont à potentiel :

$$d = 0,127 \text{ ft}, d_2 = 0,450 \text{ ft}$$

Même représentation sur la figure 11.

10/ Profils de vitesses : $F_1 = 2,85$; écoulement amont pleinement développé.

11/ Profils de vitesses : $F_1 = 2,85$; écoulement amont à potentiel.

12/ Profils de vitesses : $F_1 = 6,00$; écoulement amont pleinement développé.

13/ Profils de vitesses : $F_1 = 6,00$; écoulement amont à potentiel.

6.2 Nombre de Froude $F = 6$.

a) Ecoulement amont pleinement développé :

$$d_1 = 0,040 \text{ ft}, d_2 = 0,320 \text{ ft}$$

Les profils de vitesses normalisées sont représentés sur la figure 12 pour les sections P 0, P 15, P 20, P 25.

b) Ecoulement amont à potentiel :

$$d_1 = 0,040 \text{ ft}, d_2 = 0,380 \text{ ft}$$

Même représentation pour les sections P 0, P 10, P 14, P 20 sur la figure 13.

7. — Mesures des intensités de turbulence

I. — Avant de donner les différentes distributions des intensités de turbulence pour le ressaut hydraulique, il paraît intéressant de comparer les résultats obtenus dans l'étude présente avec ceux obtenus précédemment par d'autres auteurs dans des canaux ouverts pour des écoulements turbulents pleinement développés, donc uniformes.

La première comparaison est faite avec les résultats obtenus par McQuivey et Richardson [10] dans la section médiane d'un canal ouvert dont le rapport d/B est égal à $1/6$ et pour un écoulement d'eau subcritique (fig. 14 a). Les intensités de turbulence sont normalisées par la vitesse moyenne dans la section, soit $\bar{U}$. Mais il semble plus logi-

que de normaliser les intensités de turbulence par la vitesse moyenne locale :

$$\frac{\sqrt{u'^2}}{\bar{U}} = \frac{\sqrt{e'^2}}{U d E / d U} \quad (32)$$

Dans ce sens les résultats obtenus sont comparés (fig. 14 b) avec ceux de Raichlen [11] qui a fait de telles mesures dans un écoulement d'eau subcritique dans un canal ouvert dont le rapport d/B est voisin de $1/3$ et également avec ceux de Laufer [12] obtenus dans un canal rectangulaire fermé, de rapport d/B égal à $1/60$ mais dans un écoulement d'air.

II. — D'après les résultats montrés sur la figure 14 b les intensités relatives de turbulence dans un écoulement pleinement développé en canal ouvert — et pour $0,2 < F < 6$ et $25\,000 < R < 73\,000$ — sont comprises entre 4 % près de la surface libre et 20 % près de la paroi. Pour cet ordre de grandeur les erreurs que l'on peut faire sur les intensités de turbulence ne sont pas importantes, mais pour des valeurs supérieures, de l'ordre de 20 à 30 %, voire dans certains cas 40 à 45 %, (fig. 15 à 18), on ne peut plus songer à obtenir la même précision. Ces résultats seront cependant donnés même si cette précision, d'ailleurs difficile à estimer, est plus faible. Il sera, en effet, toujours intéressant de voir l'évolution de ces répartitions même si les grandeurs quantitatives, dans ces cas spéciaux, ne sont qu'approchées. Ce même inconvénient est d'ailleurs aussi mentionné dans l'étude de Rouse [2].

III. — Les intensités de turbulence ont été mesurées à l'amont et à l'aval du ressaut hydraulique pour les mêmes

sections que celles indiquées ci-dessus (6) pour la détermination des vitesses. Les distributions dans chaque section sont représentées sur les figures 15 pour le nombre de Froude $F_1 = 2,85$ avec écoulement amont pleinement développé, 16 pour $F_1 = 2,85$ avec écoulement amont à potentiel, 17 pour $F_1 = 6$ avec écoulement amont pleinement développé et 18 pour $F_1 = 6$ avec écoulement amont à potentiel.

8. — Discussion des résultats

I. — Les caractéristiques de l'écoulement turbulent moyen du ressaut hydraulique sont présentées sur les figures 2, 10, 11, 12 et 13. Les résultats concernant le rapport des hauteurs en fonction du nombre de Froude semblent indiquer que les éléments verticaux du ressaut obéissent essentiellement à l'équation de Bélanger (3), du moins dans la mesure des limites de la précision expérimentale. En fait, il n'est pas permis, à cause du faible intervalle des nombres de Froude et du nombre limité de cas étudiés, de formuler des conclusions générales. Cependant, il est intéressant de noter que, en accord avec d'autres résultats [5, 7] les effets de l'écoulement amont sur le rapport des hauteurs deviennent non négligeables à des nombres de Froude voisins de 10. Par conséquent, la valeur plus élevée de d_2/d_1 pour un ressaut avec écoulement amont non développé, (fig. 2) et un nombre de Froude égal à 6 peut ne pas être entièrement due à une dispersion expérimentale.

Mais, beaucoup plus intéressants que les résultats rapportés sur la figure 2, sont les résultats concernant les distributions des vitesses moyennes rapportés sur les figures 10 à 13. Tout d'abord, si la longueur du ressaut L_j est définie comme la distance longitudinale entre le point où commence la discontinuité de l'écoulement supercritique et le point, dans la partie subcritique du ressaut, où les conditions de l'écoulement sont de nouveau essentiellement définies par les caractéristiques du canal — pente, rugosités, etc. — alors, la longueur des ressauts est nettement supérieure à celle qui est d'habitude adoptée et qui

14 a/

14 b/

14/ Comparaison des intensités de turbulence: a) avec les résultats de McQuivey et Richardson; b) avec les résultats de Raichlen et Laufer.

15/ Répartition des intensités de turbulence $F_1 = 2,85$. Ecoulement amont pleinement développé.

16/ Répartition des intensités de turbulence $F_1 = 2,85$; écoulement amont à potentiel.

17/ Répartition des intensités de turbulence $F_1 = 6,00$; écoulement amont pleinement développé.

18/ Répartition des intensités de turbulence $F_1 = 6,00$; écoulement amont à potentiel.

est basée sur la fin du rouleau ou autres conventions arbitraires telles que $L_j \approx 6 d_2$, voir [1] et [6]. De plus, la comparaison des figures 10 et 11 d'une part et des figures 12 et 13 d'autre part montre clairement que, pour un nombre de Froude F_1 donné, la longueur du ressaut, exprimée en multiples de la hauteur subcritique d_2 , est notablement plus faible pour un ressaut avec écoulement amont non développé (type I) que pour un ressaut avec écoulement amont pleinement développé (type II). Kartha [5] — rapporté aussi dans [7] — a évalué, à l'aide de nombreuses expériences, les ordres de grandeur de la longueur adimensionnelle L_j/d_2 du ressaut, soit $L_j/d_2 \approx 12$ (type I) et $L_j/d_2 = 16$ (type II).

Il est alors évident que, d'après les figures 10 à 13, les séries d'expériences présentes, non seulement atteignent mais encore dépassent ces dernières estimations.

II. — Les résultats montrant les distributions des intensités de turbulence pour les différents ressauts hydrauliques étudiés sont notés sur les figures 15 à 18. Ces résultats confirment l'interprétation précédente des caractéristiques du mouvement moyen et même en accentuent certains traits pertinents. En effet, en considérant les différentes répartitions des intensités de turbulence, on constate que les ressauts peuvent avoir une longueur effective L_j supérieure à 25 ou 30 fois leur hauteur subcritique d_2 , et donc atteindre des valeurs deux fois supérieures à celles déduites des caractéristiques de l'écoulement moyen. De plus les figures 15 à 18 font apparaître une différence étonnante dans les caractéristiques turbulentes pour les deux types d'écoulement amont considérés. Plus particulièrement, les ressauts avec écoulement amont pleinement développé semblent produire des intensités de turbulence très élevées qui, pour $F_1 = 6$ atteignent un niveau aussi considérable que 40 % sur toute la hauteur de l'écoulement, voir figure 17, et jusqu'à des sections aussi éloignées que $25 d_2$ (P 25) du début du ressaut. Par opposition à cela, les intensités de turbulence à la section P 20, voir figure 18, pour un écoulement amont non développé, avec $F_1 = 6$, sont seulement de l'ordre de 13 %. Ces différences si prononcées apportent une nouvelle preuve à l'hypothèse déjà émise dans [7] à partir des caractéristiques de l'écoulement moyen, à savoir qu'un écoulement amont non développé d'un ressaut peut conduire à une

séparation de l'écoulement et donc à une situation se rapprochant davantage du type turbulence libre que du type turbulence de paroi.

Si l'on considère l'équation générale du ressaut équations (16) et (17), il est évident que les résultats de la présente étude ne permettent pas encore de donner une description complète du phénomène. Cependant ces résultats laissent penser que, même dans les conditions défavorables, les termes de turbulence de l'équation (17) peuvent être quantitativement beaucoup plus importants que ne l'avait laissé entrevoir l'étude de Rouse et al. [2] sur maquette de simulation dans un écoulement d'air. Pour appuyer ce fait nouveau, les valeurs des coefficients de correction de flux de quantité de mouvement turbulent, I, équation (10 a), déduites des présents résultats sont comparées dans le tableau 2 aux valeurs calculées par Harleman [13] à partir de [2]. L'examen de ce tableau confirme l'idée émise en premier par Robertson [14], à savoir que les trois ressauts étudiés par Rouse et al. appartiennent à la catégorie des ressauts avec écoulement amont non développé. Les données de Harleman semblent être en bon accord avec les résultats de la présente étude. Mais on peut supposer aussi que ces données auraient été de trois à cinq fois plus élevées pour des ressauts avec écoulement amont pleinement développé; de plus l'état de forte intensité de turbulence aurait persisté sur une distance considérablement plus grande.

III. — Les résultats concernant les distributions d'intensité de turbulence dans un écoulement uniforme en canal ouvert, figures 14 a et 14 b conduisent à certaines conclusions. Tout d'abord la comparaison des résultats obtenus dans cette étude avec ceux d'autres auteurs dans des écoulements turbulents d'eau permet d'estimer la précision des mesures. Par ailleurs l'examen de la figure 14 b semble indiquer que les intensités de turbulence en canal ouvert augmentent avec le nombre de Froude, particulièrement pour les nombres de Froude supérieurs à l'unité. De plus il est intéressant de noter que cette évolution en fonction du nombre de Froude est plus prononcée au fond du canal que près de la surface libre (où les effets de la gravité devraient être plus prononcés). La situation ainsi établie n'est pas en contradiction avec la notion, généralement admise, d'une augmentation de la force de frottement pariétal pour des nombres de Froude supérieurs à 3 environ.

Tableau 2

Authors	F_1 Froud number	Inflow condition	I (P ₀)	I (P ₅)	I (P ₁₀)	I (P ₁₅)	I (P ₂₀)	I (P ₂₅)
Present data	2.85	Ful. developed	0.0059		0.0734	0.0447	0.0254	
	2.85	undeveloped	0.0010		0.0246	0.0139	0.0098	
	6.00	Ful. developed	0.0076			0.1640	0.1620	0.1440
	6.00	undeveloped	0.0041		0.0625	0.0329 (P14)	0.0164	
Harleman [13] as deduced from Rouse [2]	2.00	not specified; but probably undeveloped		0.0100				
	4.00			0.0600				
	6.00			0.1500				

9. — Conclusions

Cette étude constitue essentiellement la continuation de travaux [5, 7] qui avaient révélé certains aspects jusqu'à présent négligés dans l'étude des caractéristiques moyennes du ressaut hydraulique. Le présent travail non seulement confirme ces constatations mais encore permet pour la première fois, une exploration des quantités turbulentes dans un véritable ressaut hydraulique.

En particulier, les mesures des propriétés de l'écoulement turbulent moyen et de ses fluctuations dans le sens de l'écoulement, qui sont décrites et discutées en détail dans cet article, confirment de façon définitive que la structure de l'écoulement dans les ressauts hydrauliques dépend fortement des conditions de l'écoulement supercritique amont. L'existence d'un écoulement pleinement développé juste à l'amont du rouleau conduit à un état de turbulence qui est sans doute constitué par l'apparition d'une couche de turbulence libre au sommet de la nappe supercritique et de turbulence de paroi à sa base. Donc un ressaut avec écoulement amont pleinement développé ne doit pas être tellement différent, par sa structure, du phénomène bien connu de jet turbulent sur paroi. Par ailleurs un ressaut avec écoulement amont non développé aura tendance à montrer un écoulement séparé de la paroi, ce qui conduit à un état de turbulence plus proche de la turbulence libre pouvant être comparé aux processus de mélange d'un jet pénétrant dans un fluide au repos.

Les résultats des mesures de turbulence sont en bon accord avec ceux obtenus sur maquette de simulation dans un écoulement d'air par Rouse et al. [2] et interprétés par Harleman [13] et Robertson [16]. Cependant il sera intéressant de voir quelles sont les effets de l'entraînement d'air sur les grandeurs turbulentes de l'écoulement d'eau.

Enfin la comparaison des mesures d'intensités de turbulence avec celles déterminées par d'autres auteurs dans des écoulements uniformes en canal ouvert, montre que les quantités turbulentes et donc les tensions de cisaillement à la paroi peuvent être influencées par les valeurs des nombres de Froude de l'écoulement. Cet effet est particulièrement prononcé pour des conditions d'écoulement supercritique et se trouve, par conséquent, en accord avec la théorie qui introduit le nombre de Froude dans les actions de frottements pariétaux pour les écoulements supercritiques rapides.

10. — Remerciements

Les auteurs adressent leur reconnaissance aux personnalités et organisations sans le concours desquelles ce travail n'aurait pu être réalisé. En particulier ces remerciements s'adressent au Professeur James M. Ham, doyen de la faculté « of Applied Science and Engineering » de l'Université de Toronto qui a bien voulu accorder l'hospitalité et le support académique à F.J.R.; au « Department of Energy, Mines and Resources » (Canada) et plus spécialement à son « National Advisory Committee on Water Resources Research » pour une bourse de recherches intitulée « Turbulence in Water Flow »; ainsi qu'au Conseil National de Recherches du Canada pour la bourse A-1541.

11. — Nomenclature

- a, a_1 : constantes numériques;
 a_w, a_{w0} : coefficients de surchauffe du film;
 A_0 : surface définie par $A_0 = L_j P_j$;
 b, b', b_1 : constantes numériques;
 B : largeur du canal;
 C : constante numérique;
 C_F : coefficient moyen de frottement;
 D : ouverture de la vanne amont;
 d : hauteur de l'écoulement;
 d_1 : hauteur d'eau de l'écoulement amont;
 d_2 : hauteur d'eau de l'écoulement aval;
 E : tension du courant aux bornes du film chaud;
 e' : fluctuations de tensions aux bornes du film chaud;
 F : nombre de Froude;
 g : accélération de la pesanteur;
 H : hauteur d'eau dans le réservoir amont;
 I : coefficient de correction de flux de quantité de mouvement turbulent;
 J : rapport des hauteurs à l'amont et à l'aval du ressaut;
 k : conductivité thermique du fluide;
 K : coefficient de correction tenant compte de la non-linéarité de la distribution de la pression statique;
 l, l' : dimensions caractéristiques du film;
 L : longueur de l'écoulement avant le début du ressaut;
 L_j : longueur du ressaut hydraulique;
 n : exposant de la loi de refroidissement de la sonde conique;
 Nu : nombre de Nusselt;
 P_j : périmètre mouillé moyen du ressaut dans le plan $y-z$;
 $P 0, P 10, P 15, \dots$: sections transversales;
 Pe : nombre de Peclet $= Pr \times R'$;
 Pr : nombre de Prandtl;
 $\bar{p}$: pression moyenne;
 Q : débit;
 R : nombre de Reynolds de l'écoulement $R = U \cdot d / \nu$;
 R_f : résistance du film à la température du fluide ambiant;
 R_w : résistance du film à la température θ_w ;
 R_0 : résistance du film à $0^\circ F$;
 U : vitesse moyenne locale dans la direction x ;
 $\bar{U}$: vitesse moyenne dans la section
- $$\frac{1}{y} = \int_0^y U dy$$
- $\bar{U}$: vitesse moyenne de débit $= Q / B d_1$;
 u : composante de la vitesse dans la direction x ;
 u_i, u_j : notation tensorielle des composantes de la vitesse $U(u, v, w)$;
 u'_i, u'_j : notation tensorielle des fluctuations des composantes de la vitesse;
 u', v', w' : fluctuation de vitesse dans les directions x, y, z ;

v : composante de la vitesse dans la direction y ;
 w : composante de la vitesse dans la direction z ;
 X_i : composante des forces de volume par unité de masse dans la direction x_i ;
 x : coordonnée horizontale dans la direction et le sens de l'écoulement;
 x_i, x_j : notation tensorielle du système de coordonnées (x, y, z) ;
 y : coordonnée verticale;
 z : coordonnée horizontale perpendiculaire à x ;
 $\alpha = 1/\lambda$ où λ est le coefficient de résistivité électrique;

β : terme de correction de flux de quantité de mouvement;
 δ : diffusivité thermique;
 γ : poids spécifique;
 Λ : longueur caractéristique de l'écoulement;
 μ : viscosité dynamique du fluide;
 ν : viscosité cinématique du fluide;
 Π : fonction représentant l'écart, par rapport à la pression hydrostatique, dû à la turbulence;
 ρ : masse volumique;
 θ_f : température du fluide ambiant;
 θ_w : température de chauffage du film;
 $\bar{\tau}_0$: tension de frottement moyenne sur la surface A_0 .

12. — Bibliographie

- [1] CHOW (V.T.). — "Open-Channel Hydraulics". McGraw-Hill Book Co., New York (1959).
- [2] ROUSE (H.), SIAO (T.T.) and NAGARATNAM (S.). — "Turbulence characteristics of the Hydraulic Jump". *Transactions of the American Society of Civil Engineers (A.S.C.E.)*, vol. 124 (1959), pp. 926-950.
- [3] RESCH (F.). — « Études sur le fil chaud et le film chaud dans l'eau ». *Thèse de Docteur-Ingénieur*, faculté des Sciences, Université d'Aix-Marseille (1968).
- [4] RESCH (F.) et COANTIC (M.). — « Etude sur le fil chaud et le film chaud dans l'eau ». *La Houille Blanche*, n° 2 (1969), pp. 151-161.
- [5] KARTHA (V.C.). — "Effects of Inflow Conditions on the Hydraulic Jump". *Master-of-Applied-Science Thesis*, Department of Mechanical Engineering, University of Toronto, Toronto, Canada (1968).
- [6] ELEVATORSKI (E.A.). — "Hydraulic Energy Dissipators". McGraw-Hill Book Co., New York (1959).
- [7] LEUTHEUSSER (H.J.) and KARTHA (V.C.). — "The Hydraulic Jump in a Smooth Channel", *Proceedings of the A.S.C.E.*, Journal of the Hydraulics Division (to be published).
- [8] RICHARDSON (E.V.) and McQUIVEY (R.S.). — "Measurement of Turbulence in Water". *Journal of the Hydraulic Division, Proceedings of the A.S.C.E.*, vol. 94, n° HY2 (March 1968), pp. 411-430.
- [9] HINZE (J.O.). — "Turbulence". McGraw-Hill Book Co., New York, pp. 78, 96, 100, 118.
- [10] McQUIVEY (R.S.) and RICHARDSON (E.V.). — "Some Turbulence Measurements in Open Channel Flow". *Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the A.S.C.E.*, vol. 95, n° HY1 (January 1969), pp. 209-223.
- [11] RAICHLEN (F.). — "Some Turbulence Measurements in Water". *Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings of the A.S.C.E.*, vol. 93, n° EM2 (April 1967), pp. 73-97.
- [12] LAUFER (J.). — "Investigation of Turbulent Flow in a Two-Dimensional Channel". National Advisory Committee on Aeronautics (N.A.C.A.), Report n° 1053, Washington, D.C. (1951).
- [13] HARLEMAN (D.F.). — Discussion of [2], *Transactions of the A.S.C.E.*, vol. 124 (1959), pp. 959-962.
- [14] ROBERTSON (J.M.). — Discussion of [2], *Transactions of the A.S.C.E.*, vol. 124 (1959), pp. 954-959.

Abstract

Turbulence measurements in the hydraulic jump

The research reported on in this paper constitutes a continuation of previous work in the course of which certain unsuspected features of the hydraulic jump were deduced from mean flow characteristics. The present study was aimed at verifying these deductions and thereby provided the necessary stimulus for undertaking perhaps one of the first explorations of turbulent quantities in a genuine hydraulic jump.

The measurements of turbulent mean flow properties and turbulence intensities in streamwise direction which are dealt with at length in the body of the paper confirm conclusively that the flow structure of the hydraulic jump is strongly dependent upon the conditions of supercritical inflow. In particular, existence of fully developed flow at the upstream end of the jump leads to a state of turbulence which, not unlike that of a turbulent wall jet, is the consequence of simultaneous occurrence of both free turbulence

and wall turbulence. On the other hand, if the inflow into the jump is undeveloped, wall turbulence is practically absent since it is now known that the entering supercritical sheet will tend to separate from the channel bottom with increasing Froude number. As a likely result of this both the intensity of turbulence and the longitudinal extent of the turbulent region of a jump with undeveloped inflow are up to four-times less than that of an equivalent, fully-developed jump of the same Froude-number rating.

The measurements of the present study agree well with comparable data which were obtained by Rouse et al in their classical investigation of an air model of the hydraulic jump. However, the present results clearly identify the air-model case as a jump with undeveloped inflow and, hence, restrict the utility of these widely known data to jumps such as are encountered immediately downstream of sluice gates.