AJUSTEMENT DES MODÈLES PROBABILISTES EN HYDROLOGIE DE SURFACE

par J. BERNIER

Ingénieur au Département Laboratoire National d'Hydraulique
Electricité de France, Chatou

1. — Introduction

Certes les phénomènes hydrologiques sont aléatoires et ne peuvent être représentés avec réalisme que dans le cadre de modèles probabilistes; cependant la valeur de ces derniers n'est pas essentiellement descriptive mais opérationnelle dans la mesure où ils répondent directement aux préoccupations techniques, économiques, etc., de l'ingénieur; on constate d'ailleurs que c'est dans le contexte technique (problèmes de crues, d'estimation des ressources en vue de la gestion) que les méthodes stochastiques ont surtout été développées.

Cet aspect peut être illustré par l'examen d'un des rares problèmes où les méthodes déterministes et stochastiques peuvent être en concurrence: celui de la définition et de l'estimation des relations à l'échelle fine entre les débits et les facteurs qui les conditionnent (pluie, neige, etc.). Les modèles déterministes réussissent souvent très bien à représenter des tronçons isolés de la courbe des débits, mais ils peuvent être sujets à caution pour représenter des séries complètes de débits fictifs utilisables dans une simulation de gestion de réservoir dans la mesure où l'estimation des paramètres de ces modèles, basée sur des considérations physiques, ne prend généralement pas en compte *a priori* une bonne représentation des caractéristiques statistiques des processus de débits. Lorsque intervient explicitement l'objectif opérationnel de l'utilisation du modèle, par exemple la prévision, le modèle déterministe est concurrencé par les modèles stochastiques, ceux basés sur la régression multiple notamment. En fait, une résolution effi-

cace de ces problèmes de prévision et de simulation demanderait l'intervention conjointe des deux points de vue, déterministe (pour l'analyse physique qu'il permet) et statistique (pour l'estimation efficace orientée vers l'objectif qu'il permet). Cependant peu de choses ont été faites dans ce domaine.

En nous limitant aux problèmes techniques pour lesquels les modèles probabilistes ont été développés, on constate que la question essentielle est l'estimation correcte de grandeurs intervenant dans la prise de décision de l'ingénieur: débit de crue de probabilité fixée, besoins, ressources à échelle de temps et de probabilité fixées, etc. Le rôle du modèle est contingent et lié à l'information utilisée pour l'estimation; ce n'est qu'un moyen de mobiliser plus ou moins d'informations et donc de permettre une estimation plus ou moins précise.

Notre propos est donc la discussion du problème de l'interaction: information — modèle, au niveau de l'estimation d'une grandeur technique ou économique.

Dans cette optique on peut dire que les tendances actuelles en hydrologie de surface sont caractérisées par l'élaboration de modèles permettant une utilisation plus exhaustive de l'information en prenant en compte:

- a) soit les relations spatiales entre grandeurs hydrologiques;
- b) soit des structures plus fines de l'évolution des processus de débits ou de pluie et leurs relations temporelles.

Ces divers aspects vont être illustrés par des exemples précis.

2. — Mobilisation de l'information spatiale

L'étude statistique des données hydrologiques (par exemple les précipitations) d'une station isolée du contexte régional peut être impossible si l'information disponible en ce lieu est réduite, mais les liaisons probabilistes régionales sont en général fortes et peuvent permettre la mobilisation de l'information plus abondante à des stations voisines.

La méthode de reconstitution des données manquantes par corrélation est anciennement connue en hydrologie mais on peut obtenir des résultats systématiques en précisant un modèle régional.

2.1 Problèmes de l'information incomplète.

Supposons que directement ou par l'intermédiaire de transformations fonctionnelles, $r + s$ variables $X_1 \dots X_{r+s}$ (nous dirons le vecteur X de coordonnées $X_1 \dots X_{r+s}$) soient distribuées selon une loi de Laplace-Gauss. Cette distribution est définie par :

- le vecteur m des moyennes $m_1, m_2 \dots m_{r+s}$;
- la matrice Σ des variances et covariances des variables.

Si l'on dispose d'un ensemble complet de q observations pour ces $r + s$ variables, on connaît les estimations de ces paramètres :

$$m = {}_q\bar{X} = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q X_i$$

(vecteur des moyennes empiriques)

$$\Sigma = {}_qS = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q (X_i - {}_q\bar{X})(X_i - {}_q\bar{X})^T$$

(matrice des variances et covariances empiriques)

(l'exposant T indique l'opération de transposition, échange des lignes et des colonnes de la matrice colonne (vecteur) $X_i - {}_q\bar{X}$.)

Si pour r de ces variables on dispose de $p - q$ observations supplémentaires, l'utilisation des corrélations permet d'augmenter la précision des estimations des paramètres des variables courtes. En distinguant avec les exposants (1) et (2) les variables courtes et longues et les matrices des moyennes et covariances empiriques correspondantes, on a :

$$m_2 = {}_q\bar{X}^{(2)} - {}_qB_{21}({}_q\bar{X}^{(1)} - {}_p\bar{X}^{(1)})$$

$$\Sigma_2 = {}_qS_2 - {}_qB_{21}({}_qS_1 - {}_pS_1){}_qB_{12}$$

${}_qB_{21}$ est la matrice des coefficients des régressions des variables courtes en fonction des variables longues pour la série commune de longueur q et B_{12} est la matrice transposée.

Si on mesure le gain d'information par le rapport de dispersion d'échantillonnage des estimations de la moyenne m_2 , on trouve pour l'une quelconque des variables courtes :

$$g = \frac{1}{1 + (p - q)/p [1 - (q - r - 1) R^2]/q - r - 2}$$

Le gain est d'autant plus grand que le coefficient de corrélation multiple R entre la variable courte et l'ensemble des variables longues est plus grand.

Cette méthode basée sur un modèle régional qui précise la forme des lois de probabilité a été appliquée [1] de façon extensive à l'estimation régionale des ressources en eau.

2.2 Analyse factorielle.

En dehors d'une hypothèse de distribution des variables hydrologiques, la méthode précédente ne suppose aucune structure particulière en ce qui concerne les liaisons spatiales; pour estimer une moyenne ou une variance en un point elle demande une information minimale en ce point.

Pour aller plus loin, c'est-à-dire pour mettre au point un véritable modèle régional permettant notamment d'évaluer des ressources en eau en des lieux où l'information est insuffisante ou inexistante, en profitant cependant des données de l'environnement, il importe de prendre en compte et de vérifier des hypothèses de structure quant à l'ensemble des corrélations entre les stations.

Soit $X_1, X_2 \dots X_n$, n variables hydrologiques. On considère ces variables rapportées à leurs moyennes m_i :

$$Y_i = X_i - m_i$$

On cherche à représenter les Y_i sous la forme :

$$Y_1 = a_{11}Z_1 + \dots + a_{1p}Z_p + b_1U_1$$

$$Y_2 = a_{21}Z_1 + \dots + a_{2p}Z_p + b_2U_2$$

.....

$$Y_n = a_{n1}Z_1 + \dots + a_{np}Z_p + b_nU_n$$

Les Z_j et U_i sont des variables indépendantes de moyennes nulles, de variance unité. Ce sont les Z_j appelés facteurs, qui sont censés expliquer les corrélations entre les Y_j . La structure est plus ou moins forte selon que le nombre p des facteurs retenus est plus ou moins grand.

Une fois le modèle calé sur n stations où l'information est disponible, on peut analyser pour chaque facteur Z_j les distributions spatiales des coefficients de pondération a_{ij} et tracer des isocourbes qui permettent éventuellement une interpolation régionale.

Isocourbe du facteur Z_j
(coefficients a_{ij})

Lober [6] a utilisé cette technique en basant l'estimation des pondérations sur la méthode dite des composantes principales basée sur la détermination des valeurs propres et vecteurs propres de la matrice des covariances Σ des n variables X .

Cette méthode des composantes principales est une des méthodes les plus puissantes de l'analyse factorielle dont l'application à l'hydrologie débute seulement.

On notera que ces analyses ne supposent aucune forme de distribution *a priori* pour les variables, mais si on veut les utiliser en vue soit d'une simulation ou d'une estimation de ressources correspondant à une probabilité donnée, une hypothèse de loi est nécessaire.

Dans certaines circonstances des modèles plus rigides applicables à des bassins particuliers ont été proposés [2].

3. — Structure des processus de débits (cas des crues)

Considérons un des problèmes les plus classiques de l'hydrologie opérationnelle : le problème de l'estimation d'une crue dont la probabilité de dépassement est fixée. Depuis Fuller (1914), Hazen (1930), Gumbel (1934), on connaît les méthodes d'approche les plus classiques à ce problème, méthodes d'approche basées sur le traitement des seules données de débits (moyens journaliers ou instantanés) maximaux annuels auxquels est ajustée notamment une des lois de probabilité des extrêmes :

— la loi de Gumbel :

$$\text{Prob}[Q_{\max} \leq q] = e^{-e^{-\alpha(g-w)}}$$

— la loi de Frechet :

$$\text{Prob}[Q_{\max} \leq q] = e^{-cq^{-k}}$$

ou toute autre loi choisie empiriquement dans un arsenal adéquat.

La statistique mathématique utilise une terminologie très suggestive pour désigner une grandeur, liée à un ensemble de données, qui résume au mieux cet ensemble, en extrait toute l'information disponible en vue de l'estimation d'un paramètre fixé : c'est un résumé exhaustif. Pour estimer q_p : débit de crue maximale annuelle de probabilité fixé, le débit maximal annuel observé est-il un résumé exhaustif ? La réponse de l'hydrologue est certainement négative lorsqu'il dispose de l'information abondante constituée de séries de débits journaliers assez longues et de séries de précipitations génératrices de crue. Cette notion d'exhaustivité est en effet essentiellement relative à l'information disponible et au modèle probabiliste permettant de mobiliser cette information.

Pour accroître le processus de l'estimation du débit q_p , il importait donc d'élaborer des modèles permettant l'utilisation d'une information plus complète.

Les modèles hydrologiques basés sur la théorie du renouvellement ont été appliqués notamment par Lobert [8] pour répondre à cet objectif.

3.1 Les modèles de renouvellement.

Soit une saison fixée T et les crues successives dont une certaine grandeur représentative Y (débit maximal, volume, durées) dépasse un certain niveau y_0 .

Pour un ensemble de saisons, on dispose :

- d'une séquence d'observations de Y : $y_1, \dots, y_i, \dots$;
- d'une séquence d'intervalles de temps $x_1, \dots, x_i$ entre les

crues successives ou d'une série de nombres annuels N_T de crues ayant la caractéristique considérée ;
soit : $n_1, \dots, n_i, \dots$

Si on suppose indépendants les x_i successifs, on peut montrer que la loi de probabilité des x permet le calcul de celle des n et réciproquement.

Posons :

$$F(Y) = \text{Prob}[Y \leq y]$$

et :

$$P_n(T) = \text{Prob}[N_T = n]$$

on aura :

$$\text{Prob}[Y_{\max} \leq y] = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(T) F^n(y)$$

si les y_i successifs sont supposés indépendants en probabilité.

On retrouvera la loi de Gumbel si :

— le processus des N est poissonien :

$$P_n(T) = e^{-\alpha T} \frac{(\alpha T)^n}{n!}$$

— si la distribution des y_i est exponentielle :

$$F(y) = 1 - e^{-e(y-y_0)}$$

Ces deux hypothèses ont été vérifiées pour les débits maximaux d'un certain nombre de stations [8].

Dans le cadre de ce modèle, le débit maximal annuel n'est certes pas un résumé exhaustif et l'information de base constituée des y_i , des x_i ou des n_i doit être utilisée.

3.2 La méthode du gradex.

La mobilisation d'une information encore plus complète, notamment celle des données de précipitations demande la définition d'un modèle de relation pluie-débit.

Dans un contexte statistique, un modèle de relation pluie-débit peut ne pas être formalisé en détail mais il peut suffire d'utiliser quelques hypothèses physiques élémentaires. C'est le cas de la méthode du gradex proposée par Guilbot et Duband [5], basée sur un modèle tout entier contenu dans les hypothèses suivantes :

A) La fréquence des précipitations journalières P est à décroissance exponentielle :

$$\text{Prob}[P \geq p] \approx e^{-p/a}$$

pour p grand. Le paramètre a est le gradex.

B) La précipitation journalière moyenne sur un bassin versant où les pluies journalières sont fortement corrélées entre elles, a pour gradex la moyenne du gradex sur le bassin.

C) La rétention, différence entre le volume de l'averse et le volume de crue tend vers une limite supérieure, liée aux conditions initiales de sécheresse du sol.

D) Quand on s'approche de la saturation du bassin tout accroissement de la précipitation ΔP tend à produire un accroissement égal du débit ΔQ .

Les conséquences de ces hypothèses sont :

- la distribution de fréquence des débits journaliers extrêmes est à décroissance exponentielle;

— le gradex des débits est égal au gradex des précipitations.

Pratiquement l'information pluviométrique est utilisée pour estimer le gradex, les données de débits de crue sont uniquement employées pour préciser la position initiale (débit de crue décennal par exemple) à partir duquel la décroissance exponentielle est appliquée.

La méthode du gradex illustre le point de vue selon lequel le modèle est utilisé pour valoriser une information, qui ne peut d'ailleurs pas permettre la vérification de toutes les hypothèses de base. En particulier l'hypothèse D précédente, fondamentale pour la justification du résultat, n'est pas complètement vérifiable sur les observations car les auteurs de la méthode la supposent valable pour les conditions extrêmes et soutiennent que la non-vérification éventuelle des conséquences de cette hypothèse, en l'occurrence l'inégalité des gradex observés des pluies et des débits, est due au fait que ces conditions extrêmes de saturation ne se sont pas rencontrées sur la période observée. Une telle position soulève le problème philosophique de l'utilisation des observations du passé pour l'extrapolation des courbes de fréquence des crues vers les extrêmes. C'est une position parfaitement cohérente et si elle est fondée sur une hypothèse subjective, elle n'est pas forcément arbitraire. Mais sa portée est limitée si on peut trouver des arguments du même style pour admettre l'inégalité des gradex des pluies et des débits. Fabret a développé de tels arguments.

Si on admet l'inégalité éventuelle des deux gradex, il existe un problème statistique d'estimation du gradex des débits compte tenu de l'information sur les crues, de l'information concomitante sur les pluies génératrices de ces crues et sur une information supplémentaire sur les pluies. Dans son exposé ce problème est très semblable au problème de l'information incomplète décrit ci-dessus. La différence essentielle est ici l'application à des variables distribuées selon une loi exponentielle et non pas selon une loi de Laplace-Gauss. Cependant une technique analogue peut être développée et on obtient :

$$\bar{a}_Q = \frac{{}_1\bar{a}_Q {}_2\bar{a}_P}{r {}_1\bar{a}_P + (1-r) {}_2\bar{a}_1}$$

$\bar{a}_Q$ est le gradex des débits;

${}_1\bar{a}_Q$ est le gradex des débits calculés, par la moyenne des débits de crues observés, dépassant un niveau fixé;

${}_1\bar{a}_P$ est le gradex observé, calculé par la moyenne des pluies génératrices des crues observées;

${}_2\bar{a}_P$ est le gradex de l'ensemble des pluies;

r est le coefficient de corrélation entre les débits de crues et les pluies.

Une telle formule est en voie d'application; il existe certaines difficultés liées au problème de sélection des pluies génératrices de crues mais qui peuvent cependant être résolues.

L'intérêt de formules de ce genre est toujours de mesurer le gain d'information apporté pour l'information pluviométrique. On trouve ici avec les mêmes notations qu'au paragraphe 2.1 :

$$g \simeq \frac{1}{1 - [(p - q)/p] r^2}$$

4. — Utilisation des informations spatiale et temporelle

On a vu comment la mobilisation d'une information hydrologique plus complète demande la définition de modèles probabilistes régionaux d'une part, et temporels, c'est-à-dire des processus stochastiques d'autre part. Quelques tentatives ont été entreprises pour combiner les points de vue spatial et temporel notamment dans l'étude des processus de précipitations à l'échelle fine.

En vue de préciser les estimations de pluies maximales et pluies moyennes mensuelles utilisables dans les études d'irrigation notamment, Lobert [7] a développé un modèle représentatif des pluies de 24 heures basé sur les hypothèses suivantes :

- les séquences de périodes sans pluie sont distribuées selon une loi de type exponentiel;
- les périodes pluvieuses et sans pluie successives sont indépendantes;
- au cours d'une période pluvieuse continue, les pluies journalières sont distribuées selon une loi particulière dite loi des fuites que l'on peut construire par les méthodes de la théorie du renouvellement [3].

Le modèle de Lobert diffère par la prise en compte explicite des périodes sans pluie, d'un modèle de précipitation journalière établi par Duband [4] qui spécifie la structure des autocorrélations successives des pluies journalières sans distinction des pluies nulles et non nulles.

L'hypothèse exponentielle sur les périodes sèches et pluvieuses est compatible avec une structure de Markoff du processus des jours secs et pluvieux successifs.

Un tel modèle de Markoff bidimensionnel a été mis au point pour représenter les processus concomitants des périodes sèches et pluvieuses à deux stations pluviométriques voisines.

Signalons également des essais d'extension des modèles de renouvellement des pluies et des crues à plusieurs dimensions.

5. — Bibliographie

- [1] BERNIER (J.). — Estimation dans le cas d'information dissymétrique. *Bulletin de la Direction des études et recherches d'E.D.F.*, série C, n° 1 (1969).
- [2] BERNIER (J.). — Sur l'établissement de synthèses statistiques régionales des ressources en eau. *Colloque A.I.H.S.*, Tucson (décembre 1968).
- [3] BERNIER (J.) et GRAS (D.). — Théorie du renouvellement. Application à l'étude statistique des précipitations mensuelles. *Revue de statistique appliquée*, vol. 18, n° 2 (1970).
- [4] DUBAND (D.). — Sur la composition des lois de probabilités des pluies journalières. *S.H.F.*, Commission d'étude des débits (1968).
- [5] GUILLOT (P.) et DUBAND (D.). — La méthode du gradex pour le calcul de la probabilité des crues à partir des pluies. *S.H.F.*, 10^e Journées de l'Hydraulique (juin 1968).
- [6] LOBERT (A.). — Application de la méthode des composantes principales à l'étude régionale des pluies. *Rapport L.N.H.* (1968).
- [7] LOBERT (A.). — Représentation probabilité des pluies de 24 h. *S.H.F.*, Commission d'étude des débits (1967).
- [8] LOBERT (A.). — Modèles de renouvellement appliqués à l'étude des crues. *S.H.F.*, Commission d'étude des débits (1969).

Discussion

Président : M. P. CASEAU

M. le Président remercie M. BERNIER et ouvre la discussion.

Il semble utile, dit M. DUBAND, d'apporter une restriction à l'utilisation proposée par M. BERNIER de la technique des composantes principales pour créer des stations fictives.

Dans l'exemple des stations pluviométriques Z_i , on calcule les composantes Y_j :

$$Y_j = \sum a_{ji} Z_i$$

La cartographie des coefficients a_{ji} (à j constant) et le tracé des lignes d'isocostes directeur permet en effet de faire des interpolations et de créer une nouvelle station Z_K ($K \neq i$) correspondant à des coefficients a_{jK} : mais cette procédure n'est pas généralisable.

Il est souhaitable de se fixer des conditions supplémentaires, complétant l'information fournie par les moyennes m_i , les écarts-types σ_i , les coefficients de corrélation r_{ic} ; ces conditions devront tenir compte de la structure du réseau (distance, relief...). Car si dans le cas du bassin parisien, par exemple, le procédé semble légitime, il peut être dangereux dans d'autres cas, par exemple lorsque les stations existantes sont concentrées dans une ou plusieurs régions particulières du bassin étudié.

Remarquons qu'une prudence analogue est de règle s'il s'agit de traiter le problème symétrique de la réduction du nombre des stations d'un réseau d'observation.

Il est évident, répond M. BERNIER, que cette méthode a uniquement pour objet de décrire les dépendances entre stations par l'intermédiaire des seuls coefficients de corrélation ; elle ne peut tenter de reconstituer et d'interpoler que les coefficients de corrélation. Elle ne résout pas le problème de la détermination des lois de distribution des diverses variables. Une telle méthode ne peut donc être utilisée que lorsque la répartition des stations observées sur le bassin est suffisamment homogène, et uniformément répartie, compte tenu de tous les facteurs morphologiques et géologiques dudit bassin.

Ce n'est pas une méthode universelle mais elle a donné d'assez bons résultats sur le bassin de l'Allier.

M. DUJARDIN intervient en ces termes sur une question de terminologie :

« A mon avis, un modèle est un processus de calcul qui consiste à reproduire au moment de son réglage, une série chronologique d'événements observés et qui peut être utilisé par la suite pour calculer des événements chronologiques, probabilistes ou fréquents. A ce titre, il existe des modèles réduits, des modèles probabilistes ou des modèles déterministes, différents essentiellement par la méthode qui a été utilisée pour leur construction et leur réglage. Par contre, les méthodes probabilistes présentées par M. BERNIER sont essentiellement des procédés de calculs fréquents et, sans vouloir aucunement mettre en cause leurs qualités et leur utilité, je ne pense pas qu'on puisse leur donner le nom de « modèle ».

M. le Président observe que, liée à l'analyse de la variance et à l'estimation des composantes principales, la méthode proposée par M. BERNIER, n'a finalement rien en soi de très probabiliste. Elle est utilisée dans toutes les techniques d'identification, et en définitive son importance vient du fait que l'on dispose d'ordinateurs et qu'on a développé des codes d'orthogonalité, qui sont efficaces... Il y a dix ans, ni les ordinateurs, ni les méthodes d'orthogonalisation ne pouvaient être utilisés.

Mais on peut retrouver la même technique des composantes

principales et de l'orthogonalisation d'un ensemble de vecteurs, même si les séries étudiées sont des séries déterministes.

Dans la recherche du modèle formel, c'est-à-dire dans la partie de l'exposé de M. BERNIER qui concernait la recherche des composantes principales, l'essentiel était la recherche d'un modèle formel et linéaire : c'est-là une restriction qu'il faut aussi rappeler.

Finalement estime M. BERNIER, le modèle qui nous occupe est probabiliste par la façon dont on l'utilise. Certes, il n'est effectivement qu'un algorithme d'orthogonalisation et de diagonalisation de certaines matrices. Mais, il y a quand même un certain point de vue probabiliste dans l'utilisation d'une métrique particulière liée à une exploitation probabiliste. Cette métrique est, en effet, basée sur les corrélations entre réalisations de variables aléatoires, réalisations qui ont une interprétation probabiliste.

Les entités en « uz » sont considérées dans ce modèle comme des variables aléatoires qui ont une certaine structure, qui sont, en probabilité, indépendantes et qui ont une certaine loi de probabilité. Il reste que si l'on veut, par exemple, reconstituer un élément manquant ou si l'on veut utiliser en pratique ce modèle, il faut bâtir la loi de probabilité de ces variables aléatoires. D'ailleurs, l'utilisation de l'algorithme n'est pas limité ici au cas de variables gaussiennes.

Revenant sur la notion de « modèle », M. BERNIER déclare :

« Il me semble que le point de vue exposé par M. DUJARDIN est un peu restrictif. En fait, un modèle est une représentation schématisée d'un phénomène naturel ; et lorsqu'un phénomène naturel peut être probabiliste, à chacune des réalisations de telle grandeur doit être associée une probabilité : c'est une conception peut-être philosophique, mais qui peut être admise. Eh bien, un modèle sera précisément une structure particulière reliant cette probabilité à la variable... Je crois qu'il ne faut pas réduire la notion de modèle à une conception déterministe. Le modèle schématise à la fois les valeurs de la variable et les probabilités correspondantes ».

M. le Président donne l'exemple d'un modèle qui peut être considéré, soit comme déterministe, soit comme probabiliste suivant le point de vue auquel on se place. Il s'agit du modèle utilisé pour l'étude des « défaillances » sur les grands réseaux électriques.

Il comporte un premier modèle déterministe donnant, en fonction des puissances produites et demandées, les tensions et les intensités en divers points du réseau ; d'autre part, on adjoint à ce premier modèle une représentation de la variable aléatoire que constituent les puissances demandées (consommation) ou produites (répartition « thermique-hydraulique » fonction des aléas de l'hydraulicité par exemple) ; cette dernière chronique des consommations est essentiellement probabiliste.

Il s'est révélé extrêmement intéressant et fructueux d'associer ces deux modèles et de simuler par une méthode de Monte-Carlo, des chroniques de consommation qu'on injecte sur le modèle de réseau. On observe ainsi ce qu'on appelle les « défaillances », c'est-à-dire les cas où certaines lignes ou postes sont trop chargés, ce qui entraîne des « coupures » dans certaines zones.

En transposant à l'hydrologie, la chronique des consommations est, grosso modo, la chronique des précipitations ; le modèle de réseau électrique est assimilable à la relation « précipitation-débit » à laquelle on peut donner une forme relativement déterministe en y rajoutant éventuellement des variables aléatoires si « on est moins sûr de soi ».

Suivant l'éclairage qu'on donne à l'ensemble, on peut le qualifier de fondamentalement aléatoire ou de fondamentalement déterministe, conclut M. le Président qui clôt la discussion en remerciant vivement les personnes qui l'ont animée.

LA HOUILLE BLANCHE

A L'ÉTRANGER

Bureaux d'abonnement et de vente

AUSTRALIE

Sydney N.S.W.

GRAHAME BOOK COMPANY : 39-49, Martin Place.

BRÉSIL et AMÉRIQUE DU SUD

Rio de Janeiro

« S.O.G.E.C.O. », José Luis Garcia Renalès : Avenida Rio Branco, 9, Sala 218.

CANADA

Montréal 8.PQ

LIBRAIRIE LEMEAC (Messageries France-Canada) : 371, Ouest Avenue Laurier.

ESPAGNE

Madrid

J. DIAS DE SANTOS : Lagasca n° 38.

Madrid

LIBRERIA VILLEGAS : Preciados, 46.

GRANDE-BRETAGNE

London W.C.2.

W.M. DAWSON & SONS LIMITED : Cannon House, Macklin Street.

London W.1.

I.R. MAXWELL Co. : 4-5, Fitzroy Square.

HOLLANDE

Amsterdam C.

MEULENHOF & CIE (Librairie) : Beulingstraat, 2-4.

La Haye

MARTINUS NIJHOFF : 9, Lange Voorthout.

HONGRIE

Budapest 62

KULTURA P.O.B. 149.

INDES

Calcutta 16

FRANCE-ARTS, 33-34 Park Mansions, Park Street.

ITALIE

Bologna

TECHNA: Via San Felice, 28, Casella Postale 503.

JAPON

Tokyo

MARUZEN Co. : 6, Tori-Nichome, Nihonbashi, P.O. Box 605.

MEXIQUE

Mexico D.F.

LIBRERIA VILLEGAS MEXICANA : Santa Ma., La Redonda, n° 209-9.

Mexico D.F.

MANUEL BONILLA (Librairie) : Tiber 38-201.

NOUVELLE-ZÉLANDE

Auckland-Wellington C.2.

R. HILL & SONS : Matlock House, 32, Quay Street.
Odengatan, 22.

PORTUGAL

Lisboa

LIVRARIA BERTRAND : 73, Rua Garret.

SUÈDE

Stockholm

A.B. HENRIK LINDSTAHL'S BOKHANDEL :

SUISSE

Lausanne

S.P.E.S., S.A. Librairie et Editions techniques, 1, rue de la Paix.

TCHÉCOSLOVAQUIE

Praha 2

ARTIA : V* Smeckach, 30.

Praha 1

ORBIS (Import-Export) : Narodin, 37.

TURQUIE

Istanbul

LIBRAIRIE HACHETTE : 469, Istiklal Caddesi, Beyoglu.

U.S.A.

New York

MOORE-COTTRELL SUBSCRIPTION AGENCIES INC. : North Cohocton.

VENEZUELA

Caracas

LIBRERIA VILLEGAS VENEZOLANA, Avenida Urdaneta, Esquina Ibarra, Edificio Riera.