



MODÈLES POUR LE CALCUL DE LA PROPAGATION DES CRUES

par **A. PREISSMANN**
Ingénieur à SOGREAH

Introduction

Contrairement aux phénomènes de genèse des crues, c'est-à-dire au mécanisme de transformation pluie-ruisellement qui fait intervenir des processus physiques mal connus comme l'évapotranspiration, l'absorption par des sols non saturés, etc., la propagation des ondes de crue dans les lits des rivières obéit à des lois dérivées de la mécanique des fluides et dont la validité pratique est confirmée par de nombreuses observations. Dans certains cas, néanmoins, des phénomènes « secondaires » peuvent perturber la propagation des ondes de crue :

- la modification des sections du lit au cours même de la crue par dépôt de matières solides charriées sur le fond ou en suspension ou au contraire par érosion;
- l'absorption par un sol desséché d'un volume d'eau non négligeable lorsque la crue recouvre des zones d'inondation étendues.

Les modèles mathématiques peuvent être étendus de façon à tenir compte, du moins de façon globale, des modifications de section [1].

L'absorption d'eau par les sols non saturés des zones d'inondation a également été introduite dans un modèle mathématique [2].

Dans beaucoup de cas cependant les équations de Saint-Venant rendent compte de façon très suffisante de l'évolution des ondes de crue dans les rivières. Un grand nombre de travaux, en particulier en France, ont été consacrés à l'intégration numérique de ces équations et des programmes de calcul efficaces ont été établis et utilisés de façon courante. Toutefois l'intégration des équations de

Saint-Venant requiert l'utilisation de calculatrices électroniques rapides. Depuis longtemps les hydrologues ont utilisé des méthodes simplifiées pour le calcul de la propagation des ondes de crue qui exigent un volume de calcul très réduit et qui ont l'avantage de bien faire ressortir les paramètres essentiels de la propagation des débits et de l'atténuation des pointes de crues. Les avantages des procédés simplifiés peuvent se manifester de façon très nette dans la mise au point de systèmes de prévision des crues ou dans l'établissement des consignes d'exploitation de réservoirs destinés à laminier les crues.

L'essentiel de la présente communication sera consacré à la comparaison des divers procédés de calcul des crues et partant des plus exacts pour aboutir aux plus simples en suivant à peu près l'ordre donné par Apollon et al. [3].

Les résultats qualitatifs de cette étude nous permettront de faire quelques remarques sur les modèles mathématiques de la formation des crues et du ruisellement urbain.

Comparaison des méthodes de calcul de propagation des crues

Equations de Saint-Venant.

Nous écrivons les équations de Saint-Venant sous la forme :

$$\frac{1}{g} \left(\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} \right) = - \frac{\partial h}{\partial x} + i_f - i_c$$

équation dynamique,

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

équation de continuité,

où :

- x : abscisse le long de la rivière;
- t : temps;
- g : accélération de la pesanteur;
- U : vitesse d'écoulement;
- h : profondeur;
- i_f : pente du fond;
- i_e : pente de la ligne d'énergie exprimée par exemple à l'aide de la formule de Strickler;

$S = S(x, h)$: surface mouillée de la section;

$Q = US$: débit.

Sous cette forme les différents termes ont la dimension d'une pente.

Les équations de Saint-Venant sont des équations non linéaires aux dérivées partielles du type hyperbolique. Les procédés d'intégration utilisés dans les modèles mathématiques sont :

- les méthodes des caractéristiques [4];
- les méthodes aux différences finies du type explicite [5];
- les méthodes aux différences finies du type implicite [6 et 7].

D'un point de vue théorique, ce sont les méthodes des caractéristiques qui sont les meilleures, mais elles présentent quelques désavantages d'ordre pratique.

Les méthodes aux différences finies donnent dans beaucoup de cas d'excellents résultats. Toutefois, les procédés de calcul implicites (et certains schémas explicites) introduisent une « diffusion » parasite qui, si l'on ne prend pas certaines précautions, peut fausser les calculs de façon sensible si l'on veut reproduire des intumescences assez raides dans des canaux à faible pente ou les ondes-marées dans des fleuves larges et profonds où la piste de charge est relativement très faible. Par contre, les ondes de crue naturelles sont bien reproduites par les calculs aux différences finies explicites ou implicites. Par ailleurs, les méthodes implicites ont l'avantage de demander un temps de calcul inférieur à celui des méthodes explicites. On constate que les méthodes aux différences finies implicites permettent de raccourcir au maximum les calculs (par allongement du pas de temps) lorsque le terme d'inertie $(1/g) \partial U / \partial t$ est faible devant les autres termes de l'équation dynamique de telle sorte qu'on peut se demander si, dans le cas de crues naturelles, il ne convient pas de négliger purement et simplement ce terme, c'est ce que nous examinerons dans le paragraphe suivant où nous verrons que cette simplification est très souvent possible. Toutefois le maintien des termes d'inertie et donc l'utilisation d'un modèle Saint-Venant complet est obligatoire dans les cas suivants :

- études de la conjonction des crues avec des marées de vive eau dans des fleuves;
- études sur des systèmes comprenant à la fois des tronçons de rivières naturelles et des canaux de faible pente équipés de vannes à manœuvre rapide;
- études relatives à la rupture de barrages.

Equations de Saint-Venant sans terme d'inertie.

La suppression du terme $(1/g) \partial U / \partial t$ change le caractère des équations. En effet alors que, pour les équations complètes, la solution est déterminée lorsqu'on donne, comme condition initiale, le long de la rivière, les niveaux et les débits de façon indépendante, les équations tronquées ont leur solution déterminée par les seuls niveaux comme conditions initiales, les débits initiaux résultent alors du calcul.

Très souvent, quand on s'intéresse au développement global de la crue, et non au niveau dans une section rétrécie, on néglige également le terme $(1/g) U \partial U / \partial x$. Le programme de calcul s'en trouve sensiblement allégé et il est possible de traiter des problèmes très complexes avec des dépenses raisonnables. C'est par exemple avec des équations de Saint-Venant tronquées, généralisées à deux dimensions, que le problème de l'évolution des crues du Mékong a été traité [8].

Afin de donner une idée de l'importance du terme $(1/g) \partial U / \partial t$ nous allons admettre qu'en trois heures la vitesse d'écoulement dans une rivière passe de 1 m/s à 2 m/s (ce qui pour des rivières d'une certaine importance correspond à une crue rapide); le terme $(1/g) \partial U / \partial t$ correspond alors à une pente d'environ 0,01 ‰ qui dans beaucoup de cas est très faible devant la pente du fond.

A condition que les termes d'inertie soient réellement négligeables, les modèles mathématiques basés sur les équations de Saint-Venant tronquées reproduisent bien l'évolution des crues et en particulier l'influence de l'aval sur l'amont (influence par exemple du remous provoqué par la fermeture des vannes d'un réservoir, ou d'un confluent) sans qu'il soit nécessaire de prendre des précautions particulières. C'est sur ce point que les méthodes décrites ci-dessus diffèrent des méthodes du type « flood routing » que nous allons citer.

Méthodes du type « flood-routing » [9, 10, 11].

Si l'on examine l'équation dynamique dans une rivière à forte pente, on se rend compte que le terme $\partial h / \partial x$ est petit devant le terme i_f (pente du fond) pour les crues naturelles et que, par conséquent, on pourrait poser simplement $i_e = i_f$. Plus généralement, on admettra que le débit dans une section déterminée est une fonction univoque du niveau en cette même section. La relation entre le niveau et le débit est celle qu'on aurait en régime permanent. Les méthodes du type « flood routing » sont basées sur cette simplification extrême de l'équation dynamique, l'équation de continuité étant adoptée sans modification.

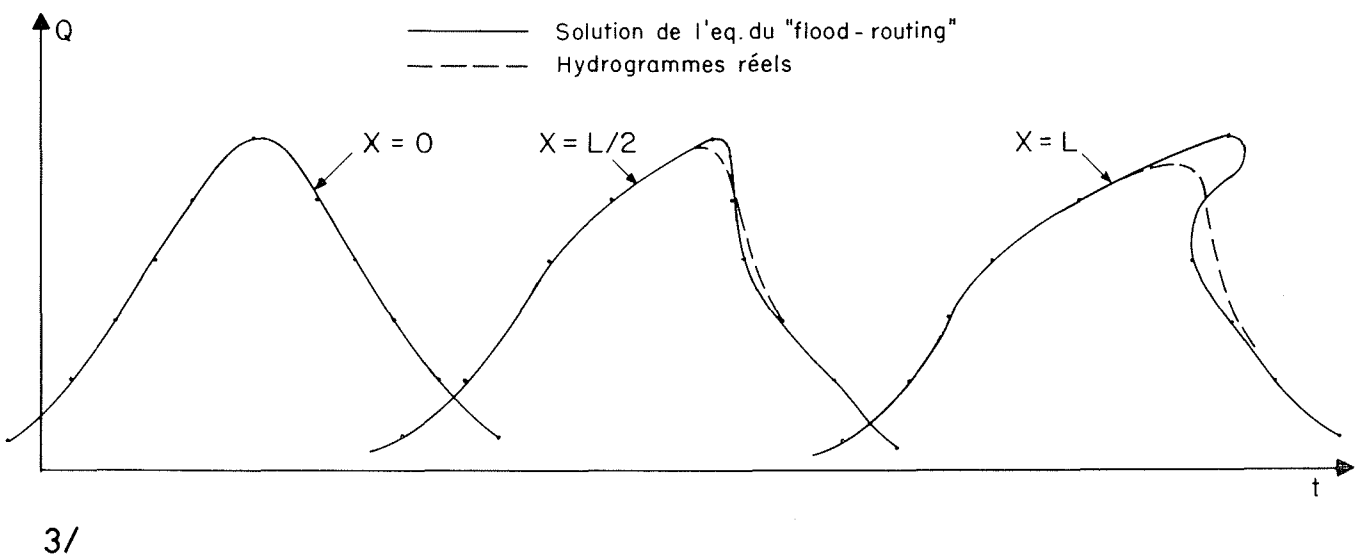
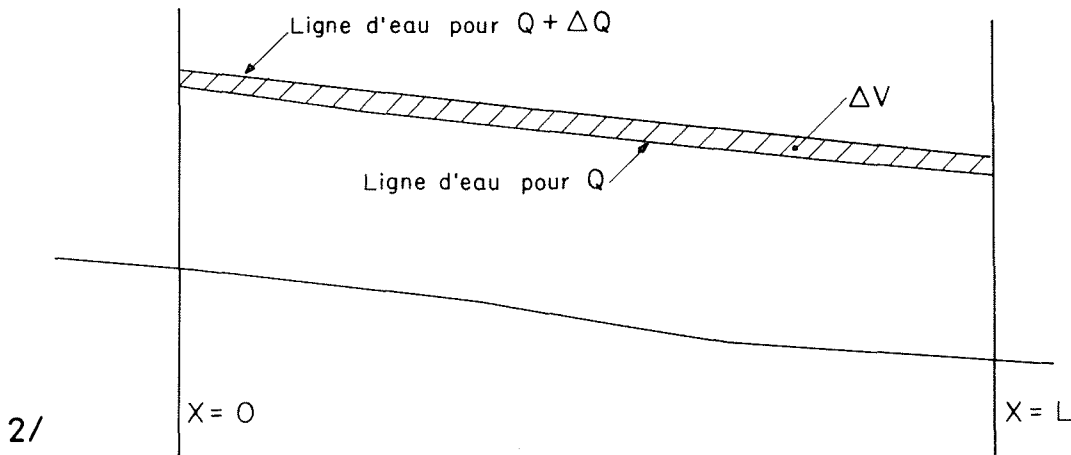
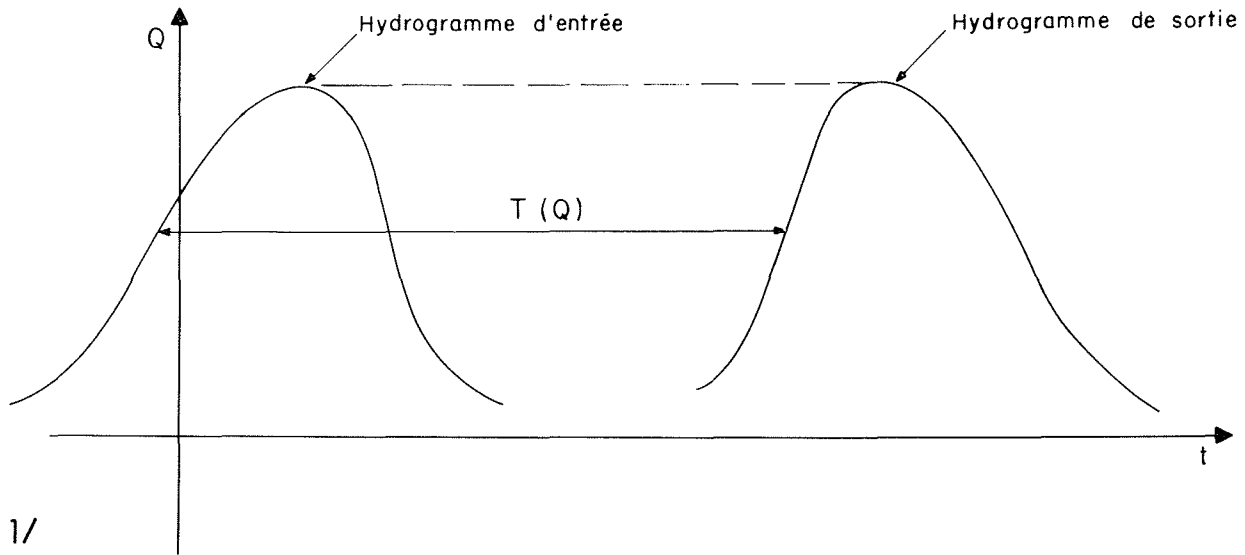
Au lieu d'écrire que le débit Q est une fonction univoque du niveau, on peut écrire que la section mouillée S est une fonction univoque du débit Q , $S = S(Q)$, relation qui, introduite dans l'équation de continuité, donne l'équation :

$$\left(\frac{\partial S}{\partial Q} \right)_x \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right) + \left(\frac{\partial Q}{\partial S} \right)_x \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

équation du « flood routing ».

$(\partial Q / \partial S)_x$ a la dimension d'une vitesse, c'est la vitesse de propagation de la crue. Il est facile de résoudre exactement l'équation du « flood routing ». En effet Q est cons-



A. PREISSMANN

tant sur une ligne satisfaisant à l'équation différentielle ordinaire :

$$dx/dt = (\partial Q/\partial S)_x$$

Autrement dit le débit est constant pour un observateur qui descend la rivière avec une vitesse $(\partial Q/\partial S)_x$, variable avec x .

Si on considère un tronçon de rivière de longueur L et que l'on connaisse l'hydrogramme d'entrée $Q_1(t)$ pour $x = 0$ (fig. 1), on trouvera l'hydrogramme de sortie $Q_2(t)$ pour $x = L$ en translatant chaque point de l'hydrogramme Q_1 d'un temps $T(Q)$ qui a une signification physique simple. Si on trace les lignes d'eau en régime permanent pour deux débits voisins Q et $Q + \Delta Q$, l'espace compris entre ces deux lignes correspond à un volume ΔV . $T(Q)$ est la limite du rapport $\Delta V/\Delta Q$ quand ΔQ tend vers 0 (fig. 2).

On constate que le modèle donné par l'équation du « flood routing » permet d'expliquer un changement de forme des hydrogrammes, mais en aucun cas l'atténuation du débit maximal. La déformation de l'hydrogramme est donnée par la variation du temps $T(Q)$ avec Q or, dans le cas d'un élargissement brusque des sections, le temps $T(Q)$ peut augmenter rapidement avec Q ce qui conduit à des hydrogrammes physiquement impossibles (fig. 3). Comment expliquer ce phénomène ?

Dans la réalité, la courbe hauteur-débit n'est pas univoque et la pente de la surface n'est pas exactement la même (pour le même débit) en régime permanent et au cours de la crue; de ce fait on a une certaine « diffusion » de l'onde de crue et le maximum de débit diminuera lorsque l'on se déplace de l'amont vers l'aval.

Le phénomène de « diffusion » provoque également une modification des hydrogrammes, cette modification étant particulièrement sensible lorsque la « courbure » $|\partial^2 Q/\partial t^2|$ de l'hydrogramme est forte. Reprenons la figure 3 et admettons que la « diffusion » due à la non univocité des lois hauteur/débit soit très faible; ainsi jusqu'à une certaine section, par exemple jusqu'à $x = L/2$, la solution exacte de l'équation du « flood routing » donnera des résultats corrects, mais à cet endroit la décrue est devenue très rapide et $\partial Q/\partial t$ est très élevé pour une valeur de $t = t_0$, de part et d'autre de t_0 , $|\partial^2 Q/\partial t^2|$ est très grand de telle sorte que même une faible « diffusion » provoque une déformation sensible de l'hydrogramme, c'est cette « diffusion » qui empêche l'hydrogramme de devenir physiquement impossible en produisant par ailleurs une diminution sensible du débit maximal. Ce phénomène de décrue rapide accompagné d'une diminution sensible du débit maximal par rapport à l'amont peut être constaté à l'aval de fleuves qui recouvrent des zones d'inondation importantes.

La méthode « Muskingum » d'intégration de l'équation du « flood routing » (ou la méthode de Kalinine-Milioukov qui lui est apparentée) procède par différences fines et introduit de ce fait une diffusion parasite. Ce phénomène de diffusion parasite, dû à la méthode de calcul, est bien connu de ceux qui intègrent numériquement des équations du type de celles du « flood routing », et en général on s'efforce de réduire le plus possible les effets de ce phénomène gênant. Dans notre cas particulier, au contraire, on pourra s'efforcer de choisir les coefficients intervenant dans le schéma de résolution de façon que la « diffusion » due au procédé de calcul corresponde à peu près à la diffusion due à la non-univocité de la relation hauteur/débit.

Dans le procédé « Muskingum », on calcule de l'amont vers l'aval en divisant la rivière en tronçons de longueur Δx , l'hydrogramme du point aval du tronçon étant déduit

des conditions initiales et de l'hydrogramme amont à l'aide des formules :

$$Q_{av}(t + \Delta t) = \frac{KX + \Delta t/2}{K(1-X) + \Delta t/2} Q_{am}(t) + \frac{\Delta t/2 - KX}{K(1-X) + \Delta t/2} Q_{am}(t + \Delta t) + \frac{K(1-X) - \Delta t/2}{K(1-X) + \Delta t/2} Q_{av}(t)$$

où :

Δt : pas de temps;

$K = \Delta x/C$: temps de propagation correspondant au tronçon x et au débit Q ;

X : coefficient permettant de faire varier la diffusion.

Soit par un réglage sur des crues observées, soit par des considérations mathématiques et physiques [12], on peut choisir les coefficients X (éventuellement en fonction du débit) de façon à reproduire de façon convenable le phénomène de propagation.

Les expériences que nous avons effectuées sur des rivières à assez forte pente montrent qu'après un réglage assez grossier des coefficients X , les crues observées sont reproduites avec une bonne précision.

Dans les méthodes du type « flood routing » on donne, outre les débits initiaux, uniquement l'hydrogramme amont, alors que dans la méthode précédente (Saint-Venant tronqué) il fallait donner en outre une condition aval qui pouvait perturber la propagation de la crue en amont. Ainsi les méthodes du type « Muskingum » ne permettent pas, en principe, de tenir compte de la perturbation de l'écoulement provoquée par des conditions aval. Toutefois, par des artifices simples on peut par exemple traiter de l'exploitation de barrages.

En résumé, appliquées aux rivières naturelles les méthodes du type « Muskingum » donnent des modèles beaucoup plus simples que les modèles du type « Saint-Venant » tout en reproduisant les phénomènes naturels avec une bonne précision; les perturbations importantes d'aval ne sauraient, par contre, pas être prises en compte.

Méthodes du type "hydrogramme unitaire"

Reprenons la méthode « Muskingum ».

Du fait que le temps de propagation K et éventuellement le coefficient X dépendent du débit Q , le problème traité est non linéaire et l'intégration par une méthode aux différences finies s'impose, par contre si K et X ne dépendaient que du tronçon, mais non du débit, alors le phénomène serait linéaire et le problème se trouverait bien simplifié.

En effet, il suffirait d'introduire en amont un échelon de débit (débit unité entre $t = 0$ et Δt puis débit nul pour $t > \Delta t$), de calculer une seule fois l'hydrogramme résultant en aval (réponse à un échelon de débit) et d'utiliser le principe de superposition valable pour les processus linéaires pour avoir l'hydrogramme aval correspondant à un hydrogramme amont donné. Cette méthode est absolument analogue à la méthode de l'hydrogramme unitaire très populaire en hydrologie et serait d'un emploi extrêmement commode dans des études de type économique (gestion de réservoirs) ou dans des problèmes de contrôle optimal où il est admis que les mécanismes qui interviennent sont bien décrits par des intégrales de Duhamel.

Les remarques faites à dessein, au paragraphe précédent, montrent que les méthodes linéarisées, comme celles de l'hydrogramme unitaire, peuvent ne pas rendre compte de façon correcte des phénomènes essentiels, ces méthodes doivent donc être utilisées avec précaution.

Etant donné la facilité d'emploi des méthodes linéarisées, on peut fort bien prévoir de les utiliser, par exemple, dans un programme de gestion optimale de réserves (pour écrêter au maximum les crues) de façon à obtenir des premières consignes, mais alors il est prudent de tester l'efficacité de ces consignes sur un modèle moins sommaire et de faire éventuellement quelques retouches.

Par ailleurs, dans beaucoup de rivières qui restent dans un lit régulier on constate que la variation de la vitesse de propagation avec le débit est relativement faible et que, par conséquent, l'utilisation de méthodes linéarisées est justifiée. Par contre, si les débits sont très faibles ou au contraire que des zones assez importantes sont inondées la vitesse de propagation est notablement plus faible que pour des débits moyens.

En résumé, des méthodes du type « hydrogramme unitaire » qui sont extrêmement commodes d'emploi peuvent être utilisées à condition qu'on soit conscient de leurs limitations.

Remarques au sujet de problèmes connexes

Dans la discussion des méthodes du type « flood routing » nous avons insisté sur l'importance de la variation de la vitesse de propagation en fonction du débit, en particulier en présence de champs d'inondation.

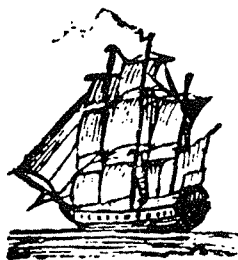
Dans l'étude de la formation des crues en terrains imperméables ou dans celle du ruissellement urbain, le phénomène essentiel est également un phénomène d'écoulement de surface très complexe avec des profondeurs d'eau très faibles, mais avec un « lit » très complexe et s'étendant sur une grande surface. Or, dans le cas de très faibles profondeurs, on sait que la vitesse de propagation dépend de façon très sensible du débit.

Ainsi, il semble que des notions communément utilisées comme celles de temps de concentration ou d'hydrogramme unitaire, basées sur le concept de phénomènes linéaires, demandent pour le moins à être soumises à la critique. Eventuellement, on peut se demander si des méthodes inspirées du « flood routing », adaptées au cas de

la genèse des crues et utilisées de façon formelle ne permettraient pas de mieux comprendre certains phénomènes dans la genèse des crues. Par contre, l'introduction des équations de Saint-Venant pour l'étude du ruissellement urbain et qui est proposée par certains auteurs [13], si elle peut se justifier dans des études de détail, nous semble pour le moins prématurée dans des études globales.

Références bibliographiques

- [1] DAUBERT (A.) et LEBRETON (J.-C.). — « Etude expérimentale et sur modèle mathématique de quelques aspects des processus d'érosion des lits alluvionnaires, en régime permanent et non permanent ». C.R. 12^e Congrès A.I.R.H. Fort Collins, vol. 3 (septembre 1967).
- [2] GRUSEVSKII (M.S.), RUSINOV (M.I.) et FEDOSEEV (V.A.). — « Calculs de la submersion des zones d'inondation du lit majeur de la rivière Irtyz », (en russe). *Trudy G.G.I.*, 121, p. 105, Moscou-Leningrad (1965).
- [3] APOLLOV (B.A.), KALININ (G.P.) et KOMAROV (V.D.). — « Prévisions hydrologiques », (en russe). *Gidrometeoizdat*, Leningrad (1960).
- [4] MASSAU (J.). — « Mémoire sur l'intégration graphique des équations aux dérivées partielles ». *Annales des ingénieurs sortis de Gand*, tome XII (1889).
- [5] STOKER (J.-J.). — « Water waves ». *Interscience Publishers*, New York (1957).
- [6] PREISSMANN (A.). — « Propagation des intumescences dans les canaux et les rivières ». 1^{er} Congrès d'AFCAITI, Grenoble (1960).
- [7] CUNGE (J.-A.) et WEGNER (M.). — « Intégration numérique des équations de Saint-Venant par un schéma implicite de différences finies ». *La Houille Blanche*, 1 (1964).
- [8] ZANOBEITI (D.) et LORGERE (H.). — « Le modèle mathématique du delta du Mékong ». *La Houille Blanche*, n^{os} 1, 4 et 5 (1968).
- [9] MC CARTHY (G.T.). — « The unit hydrograph and flood routing ». *U.S. Eng. School*, Fort Belvoir (1940).
- [10] « Flood routing ». Chap. 6.10, *Flood Hydrology*, vol. IV, water studies, *U.S. Bureau of Reclamation Manual* (décembre 1947).
- [11] KALININ (G.P.) et MILJUKOV (P.I.). — « Calcul des niveaux d'eau en aval des usines hydro-électriques », (en russe). *Gidrologia i meteorologia*, n^o 2 (1960).
- [12] CUNGE (J.A.). — « Au sujet d'une méthode de calcul de propagation de crues (méthode Muskingum) », *Journal des Recherches Hydrauliques*, 7 (1969), n^o 2.
- [13] MORGALI (J.R.) et LINSLEY (R.K.). — « Computer analysis of over land flow ». *Journ. of the Hydr. Div., A.S.C.E. Proc.*, HY 3 (Mai 1965).



M. le Président remercie M. PREISSMANN pour son exposé très suggestif et ouvre la discussion.

Pour M. THIRRIOT, les modèles présentés par M. PREISSMANN comme déterministes relèvent plutôt des méthodes analogiques. En effet, le modèle de Muskingum est un modèle d'équations aux dérivées partielles du premier ordre et par le truchement de son traitement numérique et de l'affaiblissement provoqué par l'algorithme numérique, on lui fait donner une réponse qui est celle d'un modèle du type diffusion convective. Donc, il y a, en définitive, analogie entre le résultat numérique de ce modèle à quatre points implicites et le phénomène physique qui serait mieux décrit par un système hyperbolique ou un système parabolique.

A propos de ces modèles analogiques numériques, je vais signaler, dit-il, une expérience qui m'a fort intrigué, il y a une douzaine d'années, lorsque j'ai commencé à faire du traitement d'intumescences par voie numérique. Utilisant la théorie des caractéristiques, mais avec une interpolation qui n'était pas exactement bien placée, au lieu d'obtenir ce qu'on est en droit d'attendre d'un phénomène de propagation (c'est-à-dire lorsque la dissipation d'énergie ou la divergence du canal n'est pas trop importante : une onde à front raide se propageant sans trop d'atténuation), j'obtenais un graphique montrant des oscillations bien nettes. Je me suis dit : il s'agit de ce que les hydrauliciens appellent l'ondulation secondaire. Rien, dans le modèle mathématique, ne correspondait à l'ondulation secondaire, mais on avait quelque chose qui coïncidait — je pense que c'était absolument fortuit — à peu près, en phase et en amplitude avec ce que l'on observait sur le modèle réduit, dont nous comparions les résultats à ceux donnés par le calcul. En fait, il s'agissait d'un phénomène d'instabilité introduit par l'algorithme numérique utilisé.

M. DUJARDIN propose une autre application possible du schéma de propagation de Muskingum en hydrologie : la transformation « pluie-ruissellement ». On peut considérer un bief fictif dont l'entrée serait la pluie nette et la sortie le débit à l'exutoire du bassin. Dans l'équation de Muskingum :

$$Q_{\text{aval}}(t + \Delta t) = \alpha_1 Q_{\text{av}}(t) + \alpha_2 Q_{\text{amont}}(t + \Delta t) + \alpha_3 Q_{\text{am}}(t)$$

si α_1 , α_2 , α_3 sont des constantes, nous avons un hydrogramme unitaire. Dans le cas général, ces trois paramètres sont fonction d'un temps de propagation K et d'un amortissement x . Si l'on peut régler K et x en fonction de la pluie nette, on peut constituer un hydrogramme non linéaire de la transformation pluie-débit.

M. RODENHUIS (International Courses Delft) pose la question suivante :

« M. PREISSMANN vient d'établir qu'il ne serait pas correct d'introduire des coefficients pour éliminer les différences entre les variables mesurées et calculées qui n'ont pas une signification physique. Je voudrais lui demander son opinion sur l'usage des modèles dits réversibles. Dans ces modèles, on peut calculer, en utilisant par exemple le débit mesuré, des coefficients qui représentent l'influence de la rugosité et des changements de section. Mais ce sont des coefficients « mixed » : on ne peut pas séparer l'influence de la rugosité et des changements de section. Cependant, en tenant compte du fait que c'est seulement en quelques points que l'on calcule les variables, je crois qu'un modèle réversible peut donner des bons résultats. »

« M. MEUNIER (C.E.R.A.F.E.R., Antony) fait la communication ci-après :

« Puisqu'on est venu à parler des modèles linéaires globaux de propagation de crue, il faut signaler la méthode développée en France par M. COLIN sous le nom de Hayami qui part des équations de Saint-Venant auxquelles on a enlevé les termes d'inertie. Après transformation de Laplace, on peut intégrer pour des solutions particulières de l'apport intermédiaire, et on obtient une solution du type produit de convolution :

$$Q_{\text{aval}}(t) = \sum_1^n \int_0^t K_i(\tau) Q_{i \text{ amont}}(t - \tau) d\tau$$

i représentant l'apport dans le bras i .

« Le noyau K a la forme suivante :

$$K_i(\tau) = \sqrt{\theta_i z_i / \pi} \exp(2 z_i) \exp \left[- \left(\frac{z_i \tau}{\theta_i} - \frac{z_i \theta_i}{\tau} \right) \right] \tau^{-3/2}$$

« L'intérêt particulier de ce modèle provient de ce que θ_i et z_i relatifs à l'apport Q_i s'expriment par rapport à $\theta_i z_i$ et sont proportionnels à la longueur du bief sur lequel est propagé le débit Q_i :

$$\theta_i = \theta_1 l_i / l_1$$

$$z_i = z_1 l_i / l_1$$

θ_1 , représentant le temps de propagation de l'onde de crue, et z_1 étant lié à la diffusion de l'onde, le modèle appliqué sur la Seine et l'Allier a donné de meilleurs résultats que la méthode de Muskingum. »

Sur l'invitation de M. le Président, M. PREISSMANN répond, en ces termes, aux différentes interventions qui précèdent :

« M. RODENHUIS soulève le difficile « problème inverse » : étant donné les observations en amont et en aval d'un tronçon pendant une période de crue, déterminer les coefficients intervenant dans les équations d'écoulement de façon que le calcul soit en accord avec les observations.

« Si on veut reproduire *exactement* les résultats observés, alors le problème est mal posé (au sens de Hadamard). Explicitement ou implicitement dans les modèles traitant le problème inverse, on abandonne l'idée de reproduire exactement les phénomènes, mais on demande de le faire au mieux, dans un sens à préciser dans chaque cas particulier.

« Etant donné l'incertitude relative aux observations, je serais enclin à une certaine réserve à l'égard de modèles traitant le problème inverse.

« M. MEUNIER rappelle, à juste titre, que les équations de Saint-Venant sans termes d'inertie et linéarisées sont susceptibles d'un traitement analytique. Le fait que des procédés du type Hayami donnent dans beaucoup de cas des résultats très satisfaisants ne doit cependant pas faire oublier que, dans d'autres cas, la non-linéarité des équations peut intervenir de façon décisive. »

M. le Président lève la séance à 12 h 30 en remerciant vivement tous ceux qui ont contribué à l'animer.

