



# MODÈLE DE SIMULATION DE LA POLLUTION EN RIVIÈRE

par

J. BERNIER et M<sup>lle</sup> C. RUSZNIEWSKI

Laboratoire National d'Hydraulique  
Electricité de France, Direction des Etudes et Recherches

## Introduction

De nombreux efforts ont été entrepris pour développer des modèles de pollution en rivière dans un contexte déterministe. On suppose fixés les paramètres de l'environnement hydro-météorologique; on suppose contrôlés les rejets polluants dans le système considéré; on étudie alors en détail les phénomènes bio-chimiques et physiques qui régissent l'évolution de la pollution dans le système au moyen d'expérimentations adaptées.

L'utilisation de ces modèles en vue de la prévision opérationnelle, leur adaptation aux observations systématiques de réseaux, souffre alors d'une certaine inadéquation à l'univers fluctuant qui est celui d'une rivière naturelle.

L'importance de la variabilité des facteurs, leur incidence sur les fluctuations des paramètres de pollution, sont rarement prises en compte au niveau des estimations de la qualité des eaux, de leur inventaire. Cependant ces fluctuations jouent un rôle important aussi bien du point de vue de la définition préalable des réseaux d'observations cohérents, de leur localisation, des fréquences de prélèvement, que de la détermination des objectifs de qualité à attendre auxquels doivent être nécessairement associées des probabilités de risque de non satisfaction des limites admissibles.

Nous allons examiner l'aspect probabiliste de la pollution en rivière dans le cadre de la pollution bio-chimique caractérisée par les deux paramètres: oxygène dissous et demande biologique en oxygène.

## Exemple de variabilité de la demande biologique en oxygène

Lorsque la fréquence des observations d'une série chronologique permet son calcul, le spectre peut fournir une description adéquate de la variabilité de cette série.

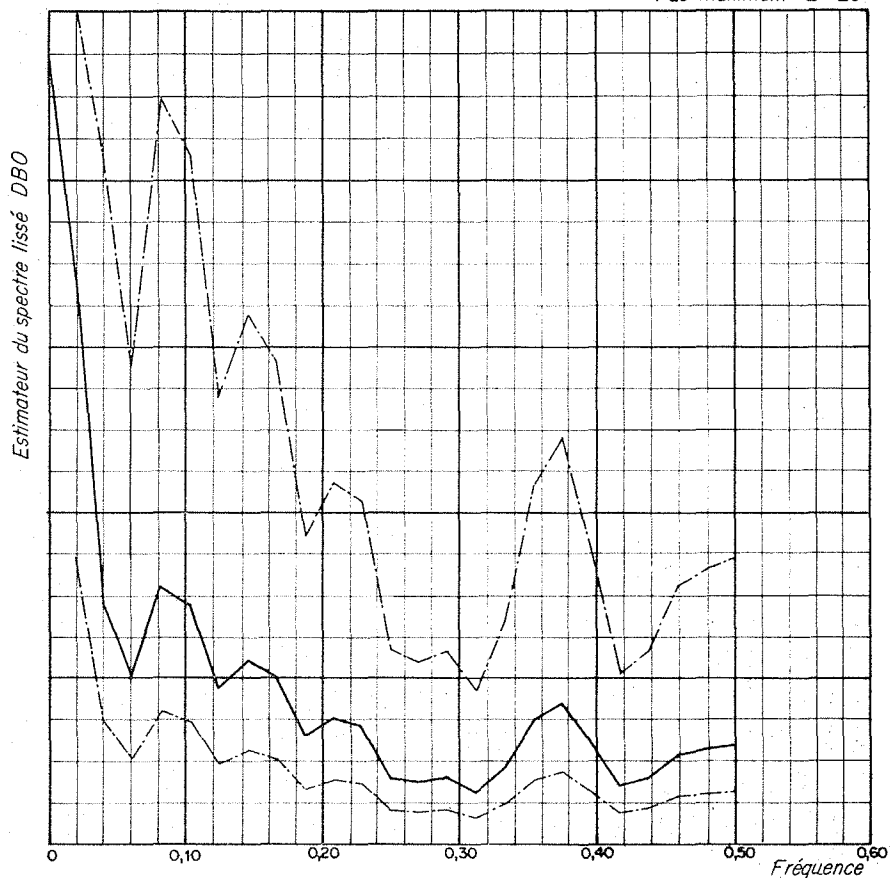
Rappelons que le spectre  $C(f)$  est la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation du processus, calculée en fonction d'un décalage  $t$ :

$$R(t) = E[(X_n - m)(X_{n+t} - m)]$$

Cette fonction d'auto-corrélation définit la structure interne de dépendance du processus et sa représentation dans le domaine des fréquences (par l'intermédiaire de la transformation de Fourier) permet de voir comment est distribuée la variance de  $X_n$  en fonction des diverses périodicités (de fréquences fixées) présentes dans la série observée. Cette définition, très sommaire, permet cependant d'interpréter les analyses spectrales présentées dans les figures 1 et 2 et concernant des mesures mensuelles de  $DBO_5$  (sur deux ans), effectuées par l'agence de bassin Rhône-Méditerranée-Corse au pont du Palais à Lyon sur la Saône et au pont Poincaré à l'amont de Lyon sur le Rhône.

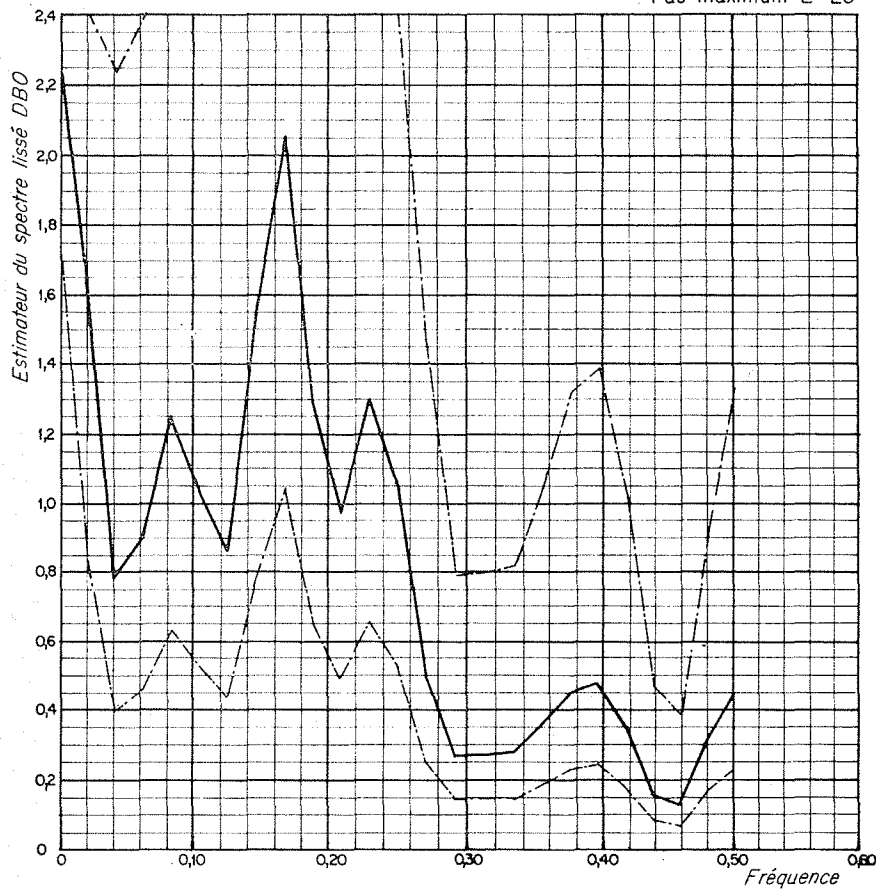
On sait qu'un phénomène régulier de périodicité unique fixée se caractérise par un spectre ayant une seule raie à la fréquence correspondante. Plusieurs périodicités fournissent plusieurs raies, le spectre étant nul entre les fréquences de ces périodicités. Les figures montrent un étalement assez important du spectre sur la bande de fré-

Pas maximum L = 25



1/  
PONT DU PALAIS  
DBO

Pas maximum L = 25



2/  
PONT POINCARÉ  
DBO

quence prise en compte (\*), ce qui révèle une variabilité très dispersée en fonction du temps. On constate que l'aire située sous la courbe au-delà de la fréquence 0,25 est en proportion relativement non négligeable, ce qui montre que la variabilité du phénomène à des échelles de temps inférieures au mois peut être importante. On voit que le spectre peut donc renseigner sur les fréquences d'observations nécessaires pour estimer les fluctuations de la DBO. Cependant l'estimation du spectre est ici assez imprécise dans la mesure où on ne disposait que de deux ans d'observations soit 104 points hebdomadaires.

### Inventaire des sources possibles de variabilité

Il est intéressant de classer les facteurs régissant la variabilité du phénomène de pollution bio-chimique selon qu'ils conditionnent directement l'état du système à un instant donné ou selon qu'ils agissent sur la dynamique des phénomènes dans la rivière :

- phénomènes mécaniques de transport des polluants (convection, dispersion, diffusion);
- phénomènes physico-chimiques de dégradation des polluants et réoxygénation.

Sous un angle différent, on peut distinguer les facteurs liés à l'environnement hydro-météorologique et ceux liés à l'environnement humain (collectivités et industries).

#### Le débit de la rivière.

Toutes choses égales par ailleurs, le débit règle le niveau de pollution dans la rivière par le fait que la concentration de polluant lui est inversement proportionnelle. C'est donc un facteur d'état essentiel pour le système. C'est peut-être aussi le facteur dont la variabilité est la mieux connue dans les endroits où l'on dispose d'observations systématiques de longue durée pour l'estimer ou par des extrapolations hydrologiques dont la précision peut être connue dans les autres endroits. Cette variabilité est très diverse : au niveau journalier le rapport des débits extrêmes est de l'ordre de 30 à 40 pour la Seine à Paris, il peut monter à 1 000 pour des régimes très irréguliers.

Le débit règle également les phénomènes de transport et de réoxygénation qui sont plus précisément reliés à la vitesse moyenne par section transversale de rivière  $U$  qui, de façon schématique, peut être écrite  $U \approx Q^m$  avec un exposant généralement inférieur à 1. La variabilité de la vitesse est donc relativement plus petite que celle du débit.

#### Les facteurs météorologiques (température et vent).

La concentration de saturation de l'oxygène dissous, les vitesses de dégradation du polluant et de réoxygénation par la surface sont, pour le premier, fonction décroissante, et pour les seconds, fonctions croissantes de la température de l'eau entre les limites usuelles rencontrées *in situ*. Cette température de l'eau, résultat des échanges d'énergie à l'interface eau-air, est conditionnée par la température de l'air, la vitesse du vent, les durées d'insolation, l'évaporation, etc. Le résultat entraîne une variabilité aléatoire

(différente de la variabilité systématique saisonnière) de la température naturelle de l'eau, relativement assez faible, de l'ordre de quelques degrés sur une moyenne voisine de 20° par exemple en été. Il s'agit ici de la température naturelle; nous ne parlons pas ici des réchauffements industriels comme ceux provoqués par les centrales thermiques qui entraînent une variabilité systématique prévisible.

#### Les effluents polluants.

Il faut distinguer les effluents industriels qui présentent une variabilité annuelle certes grande mais qui est prévisible, systématiquement reliée à l'activité industrielle des entreprises, qui obéit à une modulation fixée. Par contre les effluents domestiques intéressant un grand nombre d'individus de comportements différents sont eux essentiellement aléatoires. De ces effluents on ne connaît généralement que des moyennes globales comme la charge moyenne journalière de DBO par habitant, prise généralement égale à 54 g/hab./j. Cependant la dispersion de cette charge n'est pas prise en compte; mais elle peut être importante comme l'a montré notamment Pobis [1] qui, dans le cas d'une ville d'importance moyenne, a mis en évidence des écarts maximaux de +85 % et -59 % autour d'une charge moyenne de 51,5 sur un an.

La variation résultante sur la concentration en rivière peut être notable comme le montre la formule approximative :

$$CU^2(C) \approx CU^2(Q) + CU^2(e) \quad (1)$$

qui relie les coefficients de variation (écart-type/moyenne) de la concentration en rivière au droit d'un rejet aux coefficients de variation du débit de la rivière et de la charge de l'effluent. Ces coefficients de variation représentent la variabilité relative du phénomène. Les variabilités relatives du débit de la rivière et de la charge du rejet s'ajoutant, la concentration peut donc montrer des fluctuations importantes. Il doit être observé que ces raisonnements s'appliquent au niveau du rejet; à l'aval, et après un temps suffisant pour une action significative de l'auto-épuration, la variabilité de la concentration en rivière du polluant s'atténue notablement. L'évolution de cette variabilité, en fonction du temps et des distances le long de la rivière, est un des problèmes à résoudre pour définir des critères de risque sur les niveaux de pollution admissibles aux points critiques.

#### Autres facteurs de variabilité de la pollution biologique.

Nous avons énuméré les principaux facteurs aléatoires qui peuvent engendrer des fluctuations notables sur les concentrations de polluants biologiques *in situ*. D'autres éléments peuvent être envisagés. Les mécanismes bio-chimiques de dégradation peuvent être considérés comme aléatoires dans la mesure où ils sont liés à l'activité de population évolutive de bactéries; cependant les aléas n'apparaissent généralement pas à l'échelle macroscopique où on les considère ici.

La photosynthèse des plantes aquatiques, source d'oxygène, présente une variabilité selon le cycle diurne qui est très importante, mais on peut considérer ces fluctuations comme pratiquement déterministes, en première approximation, et de plus elles n'interviennent pas si on ne prend en compte que des unités de temps supérieures ou égales au jour.

D'autres sources de variabilité peuvent être notables comme celles agissant sur la respiration des boues; ainsi on pourrait penser que le trafic fluvial, provoquant des

(\*) L'échelle des fréquences est choisie de telle sorte que la fréquence 1 correspond à la périodicité hebdomadaire des mesures.

La fréquence 0,5 correspond à la périodicité (15 jours) la plus grande détectable sur la série (fréquence dite de Nyquist). La fréquence mensuelle correspond donc à  $f = 0,25$ .

remises en suspension des boues selon un rythme aléatoire, est un tel facteur. Cependant l'impossibilité pratique du recueil de données systématiques dans ce domaine ne permet pas d'apprécier l'importance du phénomène.

### Objectifs d'un modèle de simulation

Les mesures de DBO systématiques sont généralement faites à une fréquence incompatible avec la possibilité d'une estimation tant soit peu précise de la variance du phénomène. Des raisons pratiques d'analyse des échantillons s'opposent à la mise en œuvre d'une fréquence trop grande. On pourrait certes envisager des mesures en continu pour un paramètre comme l'oxygène dissous mais la situation ne serait pas plus favorable. En effet, dans la majorité des cas où il importe d'étudier la variabilité de la pollution, le phénomène n'est pas stationnaire; la pollution évolue systématiquement dans un sens généralement croissant. Des évaluations de probabilités faites sur des séries observées présentant de telles tendances, ne peuvent donner une base de référence sûre pour la prévision.

Par ailleurs, on ne dispose pas de longues séries observées. Une planification de réseau comportant notamment la définition d'une fréquence d'observations suffisante doit tenir compte de la variabilité du phénomène, comme nous l'avons déjà souligné.

En l'absence de données réelles, il est donc souhaitable de disposer d'une méthode permettant de générer une histoire de pollution dont la prétention ne serait pas de reconstituer complètement des observations inconnues mais qui leur soient comparables du point de vue de la variabilité statistique du phénomène. Il devrait être loisible de simuler un comportement quelconque de la qualité des eaux d'un système, en incorporant dans le modèle de simulation un schéma tenant compte d'hypothèses sur la localisation des rejets d'effluents et sur leurs variations futures. Un tel modèle serait une base plus solide pour la prévision qu'une extrapolation d'observations systématiques non comparables entre elles. Cependant ces observations devraient être utilisées au stade du calage du modèle.

### Principes du modèle de simulation

Ainsi, l'objectif du modèle doit être la reconstitution des fluctuations aléatoires de la pollution à une échelle de temps suffisante pour permettre l'estimation ultérieure des lois de probabilités des paramètres caractéristiques. Ce modèle doit également prendre en compte la variabilité spatiale le long d'un système soumis à diverses influences et rejets.

Le modèle mathématique le plus général pour décrire l'évolution de la concentration moyenne de l'oxygène dissous C et de la DBO restante L peut être écrit :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial C}{\partial x} \right) + K_2 (C_s - C) - K_1 L + P(t, x) \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial t} + U \frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial L}{\partial x} \right) - K_3 L + E(t, x) \quad (3)$$

Dans ces formules, les dynamiques des phénomènes physico-chimiques sont supposées du premier ordre. P représente les sources et puits d'oxygène autres que la réoxygénation par la surface et la dégradation; E représente les apports de DBO par les effluents.

Un tel modèle, valable pour une étude physique à l'échelle fine du phénomène, présente une complexité inutile pour une représentation réaliste des fluctuations aléatoires de C et de L. De plus la résolution de ces équations ne peut être envisagée sans calculs prohibitifs sur des intervalles de temps nécessaires pour notre simulation. L'important est de traduire les effets des principaux facteurs aléatoires. On utilise donc de larges approximations :

a) La dispersion longitudinale est négligée (coefficient D nul). Il n'est pas douteux cependant que la dispersion des polluants peut être notable dans le cas notamment des cours d'eau assez larges où le champ transversal des vitesses peut être hétérogène et où les temps de parcours fluctuent (cas des périodes d'étiages). Cependant la simulation stochastique serait inextricable avec des équations du second ordre.

b) En toute rigueur la résolution des équations (2) et (3) demanderait la prise en compte d'un modèle hydraulique pour reconstituer une histoire des vitesses U. L'important est ici de simuler les fluctuations aléatoires de la vitesse U.

Les données systématiques disponibles étant généralement des séries de débits, il suffit d'établir des relations statistiques de régression entre vitesse et débit pour les sections de rivière où on dispose de courbes de tarage et de profils en travers. On découpe alors la rivière en tronçons homogènes sur chacun desquels la vitesse reliée au débit est donc considérée comme une fonction U(t) du temps seul. Cette approche, insuffisante pour une étude fine de la propagation, permet de représenter les fluctuations aléatoires à long terme de la vitesse moyenne par section.

c) Les vitesses de réactions K<sub>1</sub>, K<sub>2</sub> et K<sub>3</sub> sont généralement estimées à partir de formules semi-empiriques (O'Connor et Dobbins, Churchill, Gibbs et Owens, etc.) [3] dont la diversité montre assez les limites de validité, fonction des conditions expérimentales qui ont permis de les établir. Dans le cadre de la détermination d'un modèle réaliste *in situ*, la meilleure méthode est de les estimer directement à partir de mesures d'oxygène dissous et de DBO effectuées dans des conditions hydrauliques et thermiques (uniformité et permanence) et sur des tronçons où des rejets sont absents, de façon à pouvoir appliquer un modèle simplifié d'autoépuration du type de Streeter et Phelps pour le calage des coefficients K. Il reste ensuite à établir des relations statistiques entre ces estimations et les facteurs de variabilité tels que la température de l'eau et le débit.

d) En ayant pour objectif la reconstitution du processus de pollution en un point donné, à intervalles de temps discrets dont l'unité de temps est le jour, on peut négliger l'effet de la photosynthèse.

### Description du modèle de simulation

#### Génération des processus de base.

Ces processus de base sont ceux des débits Q, des températures de l'eau T et des effluents E. On dispose généralement de séquences de débits à l'échelle journalière de longueur suffisante.



La température naturelle de l'eau n'est pas relevée de façon aussi systématique. Mais R. Gras [2] a développé un modèle de simulation de la température naturelle de l'eau dont la philosophie est assez semblable à celle que nous avons adoptée ici. Dans le cas de la température cependant, la situation est plus favorable car les sources et puits de calories (énergie par rayonnement solaire, atmosphérique, du plan d'eau, évaporation, etc.) peuvent être directement reliés à des paramètres météorologiques relevés systématiquement. Nous avons donc utilisé les températures de l'eau générées par le modèle de R. Gras.

Enfin le processus des effluents est celui pour lequel on ne dispose que de renseignements sommaires. On peut en donner une valeur moyenne  $\bar{e}$  et apprécier très approximativement un écart type  $\sigma$ .

On peut alors utiliser une génération de valeurs fictives de E: en prenant un modèle stochastique de variations indépendantes :

$$E(t_i) = \bar{e} + \sigma \xi_i \quad (4)$$

où les  $\xi_i$  sont supposés être des variables normales indépendantes au cours des périodes de temps successives.

**Détermination des coefficients physico-chimiques du modèle de propagation.**

Connaissant les débits et les températures, on peut reconstituer des séquences de vitesses U(Q) et de la concentration de saturation  $C_s$  directement reliée à T.

Pour le calcul des coefficients  $K_i$ , on utilise des régressions statistiques du type :

$$\log K_i = \alpha_i \log Q + \beta_i \log T + \gamma_i$$

pour chacun des coefficients  $K_1$ ,  $K_2$  et  $K_3$ .

**Résolution des équations approchées.**

Le système d'équations simplifiées s'écrit alors :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = K_2 (C_s - C) - K_1 L \quad (5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial t} + U \frac{\partial L}{\partial x} = -K_3 L \quad (6)$$

On ne considère ici qu'un tronçon homogène pour lequel l'ensemble des sources et puits de pollution ainsi que la vitesse U ne sont fonction que du temps.

Partant de l'origine du tronçon on définit le temps de parcours :

$$\mathfrak{G}(x, t) = t - \tau(x, t)$$

par :

$$x = \int_{\tau}^t u(v) dv$$

Les équations (5) et (6) peuvent alors être résolues sous la forme :

$$L(t, x) = N(t, \tau) \cdot L(\tau, 0)$$

avec :

$$N(t, \tau) = \exp \left[ - \int_{\tau}^t K_3(z) dz \right] \quad (7)$$

et :

$$C(t, x) = N^*(t, \tau) \cdot C(\tau, 0) + \int_{\tau}^t m^*(v, \tau, t) dv \quad (8)$$

avec :

$$N^*(t, \tau) = \exp \left[ - \int_{\tau}^t K_2(z) dz \right]$$

et :

$$m^*(t, \tau, v) = [K_2(v) \cdot C_s(v) - K_1(v) \cdot L(v, x)] \times \exp \left[ - \int_v^t K_2(z) dz \right]$$

Un programme de résolution numérique des équations (7) et (8) a été établi. Il permet donc de générer des séquences de concentrations d'oxygène dissous et de DBO en utilisant notamment diverses hypothèses pour la localisation et les fluctuations des rejets  $e$ . On peut ainsi appliquer le modèle de génération des rejets par des méthodes de Monte-Carlo (4) avec des fonctions  $e(t)$  et  $\sigma(t)$  basées sur une hypothèse de tendance (croissante ou décroissante) des rejets en moyenne ou en dispersion.

**Bibliographie**

- [1] POBIS (J.). — Equivalent-habitant des villes modernes comme valeur fondamentale pour le calcul des stations d'épuration. *Tribune du Cebedeau* (organe mensuel du Centre belge d'étude et de documentation des eaux) numéro 299 (octobre 1968).
- [2] GRAS (R.). — Simulation du comportement thermique d'une rivière à partir de données fournies par un réseau classique d'observations météorologiques. Rapport H.F. 041-69, n° 10.
- [3] NEGULESCU (M.) and ROJANSKI (V.). — Récent research to determine reaeration coefficient. *Water Research*, volume 3, number 3 (March 1969).

M. le Président remercie M. BERNIER de son exposé très suggestif qu'il commente comme suit :

Je pense pour ma part que les deux objectifs que M. BERNIER se donne dans l'utilisation du modèle qu'il a exposé sont très importants :

Le premier, c'est peut-être le plus urgent, réside dans la recherche de fréquence optimum d'observation. C'est un point important puisque nous savons combien est cruel actuellement le manque de données.

Comme l'a souligné tout à l'heure M. LARRÉ, bien des progrès ont été faits à l'occasion de l'inventaire national de la pollution, dans la recherche d'une méthodologie uniforme du prélèvement et des analyses. C'est un point extrêmement important parce que dans les modèles les données introduites doivent être d'un certain type et être élaborées d'une certaine façon.

Il y a là un problème. Il est intéressant de savoir qu'il est en cours d'étude.

Reste le problème du réseau d'observations : où faut-il prélever ? Et combien de fois par mois..?

Etant donné le prix de l'opération, le type de modèle que vient de présenter M. BERNIER, dans la mesure où il sera effectivement appliqué à la recherche d'un réseau d'observations optimum, sera extrêmement utile.

Quant au deuxième point, sa solution pratique est évidemment à plus long terme; mais il est certain que dès qu'on pourra fixer des objectifs de qualité à des cours d'eau, il se produira une évolution intéressante. Dans une première phase, on agira peut être d'une manière un peu brutale en fixant un seuil de pollution et une vague probabilité de dépassement. Mais dans une deuxième phase, il faudra aller un peu plus loin : toute programmation de caractère sérieux devra faire appel à des modèles du type préconisé par M. BERNIER.

En l'absence de demandes d'intervention, M. le Président lève la séance en remerciant tous les auditeurs et tout particulièrement ceux qui ont contribué à l'animation de celle-ci.

