OPTIMALISATION DES RÉSEAUX DE CONDUITES EN CHARGE DANS DIFFÉRENTES CONDITIONS DE FONCTIONNEMENT

par J. ZAOUI
Ingénieur à SOGREAH, Grenoble

Introduction

Dans un réseau ramifié de conduites en charge où le tracé en plan des canalisations, les débits de circulation et les charges minimales de service sont donnés de manière unique, il existe des méthodes qui seront examinées plus loin, qui permettent d'obtenir la répartition de diamètres la plus économique avec toute la précision pratiquement désirable. Ces méthodes, programmées sur ordinateur et largement utilisées à présent, conduisent à des économies substantielles par rapport aux déterminations manuelles, économies qui sont le plus souvent considérablement supérieures aux frais d'études engagés.

Dans la réalité, il est fréquent que le réseau ait à faire face à plusieurs distributions de débits et de charges : il y a les périodes de pointe, les consignes de sécurité, les priorités d'utilisation, le développement ou la régression du réseau dans le temps, le caractère aléatoire de l'évolution des besoins et des contraintes, etc.

Labye, auteur en 1961 de la première solution rigoureuse pour une distribution unique des débits [6, 7], a traité en 1971 le problème des réseaux évolutifs en avenir aléatoire [12]. Dans son étude, il indique deux méthodes possibles :

— la programmation linéaire à variables mixtes;
— la programmation dynamique.

Ces deux solutions, tout à fait satisfaisantes sur le plan théorique, sont susceptibles d'apporter des économies sensibles. Elles conduisent cependant à des masses de calcul très importantes, même pour les calculatrices modernes et l'auteur préconise leur utilisation pour les réseaux d'ossature (six à dix tronçons). De même, il recommande dans la programmation dynamique de limiter à cinq ou six valeurs les relations en chaque nœud entre la charge et le prix optimal correspondant, introduisant de ce fait des interpolations susceptibles d'éloigner la solution obtenue de l'optimum véritable.

Le but de cette publication est de présenter une méthode conduisant à un optimum local, relativement proche de l'optimum optimorum, au prix de calculs sensiblement allégés, quoique exigeant toujours le recours aux ordinateurs. Dans les conditions techniques et économiques actuelles, cette méthode pourrait s'appliquer avantageusement à des réseaux comportant des centaines de tronçons. On voit apparaître ainsi un caractère éventuellement complémentaire de ce procédé de calcul par rapport à ceux développés par Labye : le réseau d'ossature une fois défini à l'aide de ces derniers, les canalisations secondaires pourraient être déterminées de manière plus rapide. Seuls des essais comparatifs concrets permettront de préciser le domaine d'intérêt de chacune de ces méthodes.

On présentera successivement :

— un rappel des publications antérieures;
— une des formes concrètes de l'algorithme utilisable pour un fonctionnement unique;
— le traitement applicable aux réseaux à fonctionnements multiples mais à diamètres uniques;
— le problème du doublement éventuel d'une partie ou de la totalité des tronçons;
— une évocation de la détermination des réseaux maillés, tout ce qui précède étant relatif aux réseaux ramifiés.

Historique

La formule de Besse, qui date de la fin du XIX^e siècle, constitue la première détermination rationnelle d'un diamètre économiquement optimal, celui d'une conduite unique de refoulement desservant un réservoir à partir d'une station de pompage. Ce problème a été repris en 1948 [1, 2] par Vibert et Koch, dans un but d'actualisation, avec une extension pour différentes conditions de fonctionnement. Irmay [3] a proposé en 1954 une méthode analytique faisant appel aux multiplicateurs de Lagrange et permettant de tenir compte des branchements et des mailles simples. En 1958, Combes [4] faisait état de la première utilisation de l'ordinateur pour l'optimalisation de réseaux ramifiés. Le procédé itératif utilisé, qui ne conduisait pas forcément à l'optimum optimorum, mais qui apportait déjà des économies substantielles par rapport aux déterminations semi-empiriques traditionnelles, a été présenté ultérieurement par Biesel et Arnaud [8]. Guyon a publié en 1958 [5], une méthode analytique fournissant une solution en termes de diamètres continus.

Après la solution de Labye déjà citée, le même problème (distribution unique des débits) a été traité par la programmation linéaire [9] et par la programmation dynamique [11] entre autres.

Réseaux à fonctionnement et à diamètres uniques

Pour la compréhension de ce qui suit, on rappelle la forme prise par l'algorithme d'optimalisation lorsque chaque tronçon, équipé d'un diamètre unique, véhicule un débit supposé fixe.

Considérons (fig. 1) un tronçon terminal, de longueur l, dont l'origine A est connectée au réseau et dont l'extrémité B est équipée d'une prise fournissant un débit q, avec une charge minimale imposée égale à h.

Chaque canalisation réelle, i, susceptible d'équiper le tronçon AB et figurant par exemple dans un catalogue général ou spécifique, y provoquera une perte de charge connue :

$$\Delta h_i = \lambda_i \, l \, q^{\alpha}$$

Appelons H une charge quelconque au point A pour laquelle les canalisations se divisent en deux groupes :

— l'un pour lequel la relation $H - \Delta h_i \geqslant h$ (1) sera respectée;

— l'autre pour lequel elle ne le sera pas.

Les canalisations du second groupe étant exclues, il existera dans le premier une canalisation moins chère que les autres. En effet, s'il en existait plusieurs ayant des coefficients de pertes de charge différents, il faudrait conserver dans le catalogue uniquement celle qui possède le coefficient minimal de perte de charge car il n'y aurait aucune raison, au niveau de notre analyse, pour en choisir une autre. Si les coefficients de perte de charge étaient égaux, comme les prix le sont, rien ne permettrait de différencier ces canalisations et il conviendrait de les fondre au préalable dans une classe unique.

Pour une charge H donnée, il existera donc un type économique de canalisation, caractérisé par exemple par l'index e et un coût minimal c_e égal à $l \times p_e$, si p_e désigne le prix du mètre linéaire de canalisation du type e.

Supposons maintenant que du point A parte aussi une conduite AC fournissant en C un débit q' à la charge h'. En raisonnant de la même manière, on trouvera pour la charge H un type économique e', de coût $c_{e'}$ et le coût minimal de l'ensemble ee' sera évidemment $c_e + c_{e'}$. Si plusieurs conduites aboutissent au point A, le coût minimal de l'ensemble $C_A(H)$ sera fourni par l'addition des coûts minimaux élémentaires :

$$C_A(H) = c_e(H) + c_{e'}(H) + \ldots$$

La fonction $C_A(H)$ est représentée graphiquement sur la figure 2. Elle a l'allure de marches d'escalier. H est bornée inférieurement par une valeur H_m en dessous de laquelle l'alimentation des prises deviendrait physiquement impossible; au-dessus d'une valeur H_M qui correspond au choix de l'investissement de coût minimal, le coût total reste évidemment constant et la charge excédentaire éventuelle serait gaspillée en pure perte.

Un point de jonction tel que A est alimenté par un tronçon unique désigné ici par DA (fig. 3).

On peut tout d'abord remarquer que le débit Q n'est pas forcément la somme des débits distribués par les tronçons à l'aval de A : il peut exister en A des injections ou des prélèvements de débits indépendants, il peut aussi exister une rotation de la distribution dans ces différents tronçons ou bien des processus de demande aléatoire analysés en particulier par Clément [10].

Suivons un raisonnement comparable au précédent :

Chaque canalisation i susceptible d'équiper le tronçon DA y provoquera une perte de charge :

$$\Delta H_i = \lambda_i \, L Q^{\alpha}$$

Pour plus de clarté, appelons N une charge quelconque au point D et retenons les canalisations qui conduisent pour cette charge, à une solution physiquement acceptable. Pour chacune d'elles, il résultera en A une charge H_i. En ajoutant au coût Lp_i de la canalisation DA, le coût minimal $C_A(H_i)$ obtenu ci-dessus, on en déduit le coût optimal de l'ensemble du réseau en aval de D, pour la charge N, lorsque le type de conduite i a été retenu. En comparant les coûts optimaux relatifs à chaque type de conduite, on sélectionne le type le plus économique E pour la charge N et on retient le coût $C_D(N)$ correspondant.

Par application répétitive des processus ci-dessus (canalisations en parallèle et en série), on est en mesure d'établir en tous les nœuds du réseau, de l'aval vers l'amont jusqu'au tronçon de tête, les courbes reliant à la charge locale le coût minimal de la partie du réseau située à l'aval du nœud correspondant ainsi que les diamètres optimaux attachés à chaque tronçon pour la même charge. On a ainsi réalisé la phase « montée » de l'optimalisation.

En tête de réseau se trouve un réservoir où la cote est connue; on en déduit donc le diamètre du tronçon de tête d'où la charge à l'aval de celui-ci et ainsi de suite, tous les diamètres économiques composants se trouvent déterminés dans la phase «descente ».

Pratiquement, pour les réseaux de quelque importance, il n'est pas matériellement possible de conserver chaque marche d'escalier car celles-ci foisonnent très rapidement et l'on est amené à condenser les fonctions de prix.

Lorsque le réseau comprend une ou plusieurs pompes placées en tête ou en surpresseurs, l'algorithme précédent reste valable en assimilant celles-ci à des canalisations à pertes de charge négatives et en introduisant dans les coûts les dépenses actualisées d'énergie.

Cas des doublements de tronçons.

On peut remarquer que l'algorithme précédent, au prix d'une légère modification, s'applique lorsque le réseau à optimaliser comprend des tronçons déjà équipés et susceptibles d'être avantageusement doublés. Les types de canalisations retenues pour ces éventuels doublages étant connus, à chacun d'eux s'attache un coefficient spécifique de perte de charge K_i. Appelons K_j le coefficient correspondant du tronçon en place. Soient Q_i et Q_j les débits appelés à transiter respectivement dans la conduite de doublage et la conduite en place.

L'égalité des charges à leurs extrémités communes entraîne la relation :

$$Q_i = \frac{Q}{1 + \left(\frac{K_i}{K_j}\right)^{1/\alpha}}$$

où Q désigne le débit total ($Q = Q_i + Q_j$) qui doit être fourni par l'ensemble de ces deux conduites.

On peut ainsi associer à chaque type de conduite de doublement d'un tronçon donné, le débit correspondant qu'il devra véhiculer, donc la perte de charge qu'il créera et de ce fait, réutiliser dans le principe l'algorithme de base.

Il reste à intégrer l'hypothèse de non doublement d'un tronçon, si celle-ci est économiquement avantageuse : il suffit d'ajouter dans le bordereau des canalisations un type fictif à prix nul et à perte de charge infinie, donc véhiculant un débit nul. Chaque fois que le calcul sélectionnera ce type fictif pour un tronçon donné, cela signifiera que tout doublement éventuel de ce tronçon serait anti-économique.

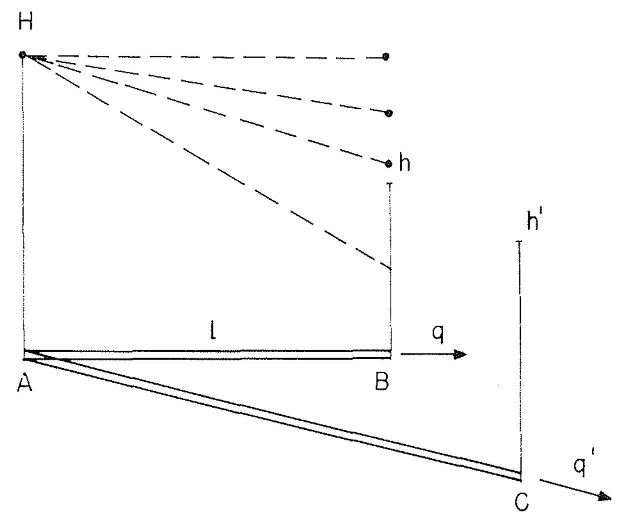
Cas des réseaux en extension.

Dans le cas rencontré le plus souvent où les contraintes de débits et de charges sont supposées croître en fonction du temps en tous les points du réseau projeté, on peut dire que le stade définitif est uniformément contraignant par rapport aux étapes intermédiaires.

Si l'on admet que les dates de pose des différents tronçons sont connues à l'avance, l'algorithme classique est utilisable sans modification, à la seule condition d'actualiser les prix unitaires de tuyauteries, selon la date de pose et éventuellement, l'évolution prévisible des coûts.

Cette actualisation sera prise en compte dans tout ce qui suit; ainsi, il n'y aura pas à faire de distinction entre différents cas de fonctionnement à une même époque et à des époques différentes.

Si le stade définitif n'est pas uniformément contraignant, au sens précédemment introduit, mais se trouve près de l'être, on définit le dimensionnement optimal comme ci-dessus et l'on modifie par tâtonnements certains diamètres, en les grossissant généralement pour ne pas remettre en cause les contraintes déjà satisfaites, de manière à respecter les contraintes qui ne le sont pas.



1/

Plus le dimensionnement initial viole de conditions imposées et moins ces tâtonnements sont économiquement ou techniquement satisfaisants.

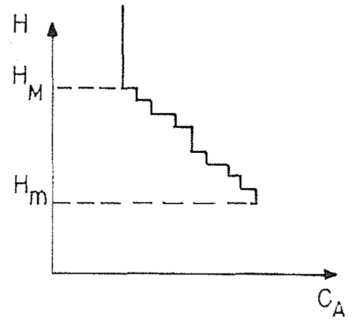
On a été ainsi amené à proposer le processus de calcul exposé ci-après.

Réseaux à diamètres uniques et à fonctionnements multiples

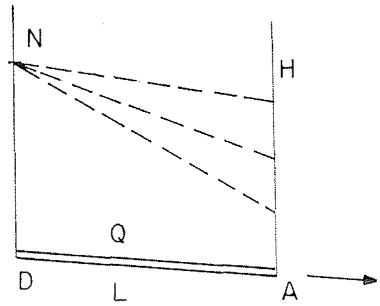
Méthode de calcul.

On a vu que l'algorithme d'optimalisation pour un fonctionnement unique comporte une phase « montée » de l'aval vers l'amont, au cours de laquelle on établit en chaque nœud les relations entre la charge locale et le coût minimal du réseau en aval pour cette charge.

Pour chaque distribution de débits et/ou de charges, on réalise la phase « montée » et l'on conserve les courbes C (H)



2/



3/

correspondantes. On pourrait évidemment effectuer toutes les phases « descente » mais, pour chaque tronçon, on obtiendrait une série de diamètres optimaux parmi lesquels on serait en peine de faire un choix.

On va donc chercher en premier lieu à déterminer au mieux le diamètre D_1 du tronçon de tête. Appelons $H_1{}^j$, la charge en tête fixée par hypothèse pour le fonctionnement j. Il en résulte un coût minimal $C_1{}^j$ et un diamètre optimal $D_1{}^j$. On peut en faire autant pour l'ensemble des n fonctionnements : 1, 2, ..., j, ... n.

Une première solution apparaît :

On prend comme diamètre D_1 le plus grand de tous les $D_1{}^j$.

On est ainsi assuré d'être dans le sens de la sécurité. D'autre part, ce diamètre maximal va entraîner, pour tous les fonctionnements dans lesquels il ne constitue pas la solution optimale, une dépense supplémentaire mais aussi un excédent de charge. Celui-ci va permettre généralement une économie sur les tronçons suivants qui constituera une récupération partielle de la dépense supplémentaire initiale. Selon les cas, cette récupération sera variable mais statistiquement, elle sera d'autant plus élevée qu'on sera éloigné des extrémités du réseau.

Le critère suivant paraît présenter de meilleures garanties d'efficacité économique :

Pour chaque diamètre possible $D_1{}^k$, on détermine les charges résultantes à l'aval du tronçon de tête et par conséquent les coûts minimaux $C_2{}^k$ du réseau, à l'exclusion du tronçon de tête, pour chaque fonctionnement. En prenant la valeur maximale $C_2{}^M$ de l'ensemble $C_2{}^k$ et en y ajoutant le coût $L_1 \times p_M$ du tronçon de tête, on obtient une limite inférieure du coût du réseau lorsque le diamètre $D_1{}^k$ a été retenu. En répétant la même opération pour toutes les valeurs possibles de l'indice k, on dispose d'un ensemble de limites inférieures parmi lesquelles la valeur la plus faible possède évidemment le plus de chances a priori de conduire à la solution économiquement la plus avantageuse.

Le diamètre D_1 retenu conduit donc à un optimum heuristique, qui coïncide d'ailleurs avec l'optimum optimorum, lorsqu'un fonctionnement est uniformément contraignant par rapport aux autres, auquel cas il est évidemment inutile de faire appel à d'autres procédures que la procédure normale.

Lorsque le diamètre de départ a été fixé, les charges à l'aval du premier tronçon s'en déduisent pour tous les cas de fonctionnement prévus. Pour chacun des tronçons dérivés, on se trouve placé dans les mêmes conditions que pour le tronçon de tête et leurs diamètres seront donc déterminés de la même façon. On répétera le processus de proche en proche jusqu'au dernier tronçon d'extrémité.

Remarques :

(1) Il est intéressant de remarquer que la méthode conserve sa valeur si l'on fait appel à d'autres critères de choix du diamètre. Une fois celui-ci fixé sur un tronçon, on tâche en quelque sorte de minimaliser les conséquences économiquement défavorables que le choix engendre à l'aval de ce tronçon pour les fonctionnements qui tireraient individuellement profit d'un diamètre différent.

(2) La mise en œuvre de la méthode exigeant l'écriture d'un programme de calcul sur ordinateur, l'adoption de différents critères de choix des diamètres ne demande que des modifications mineures de programmation.

Financement limité.

L'application de la méthode qui vient d'être exposée permet d'établir l'équipement « optimal » pris dans le sens de l'équipement techniquement satisfaisant et économiquement le moins défavorable a priori.

Si le réseau comporte plusieurs étapes de réalisation, on aboutira, pour la première étape par exemple, à un investissement initial I_M. Si l'on dispose du capital correspondant, il n'y a pas de problème mais l'on peut se demander ce qu'il convient de faire si le capital disponible est inférieur à I_M.

On peut remarquer tout d'abord que la seule satisfaction des contraintes imposées dans la première étape exige un investissement minimal I_m, calculable par la méthode classique. S'il est impossible d'investir une somme supérieure à I_m, il faut se contenter évidemment de l'équipement minimal de première phase. Si l'on dispose d'un capital compris entre I_m et I_M, comment l'utiliser au mieux ? Plusieurs solutions sont envisageables :

a) On optimalise séparément les étapes 2, 3, ... Pour chacune d'elles on en déduit l'investissement nécessaire à la réalisation de la première étape. Dans l'hypothèse normale d'un réseau globalement en expansion, cet investissement croîtra en même temps que le rang de l'étape considéré. On conservera la solution qui fournira l'investissement le plus proche, par défaut, du capital disponible. Cette solution pourrait être affinée par introduction éventuelle d'étapes intermédiaires.

b) Si l'on admet qu'il est avantageux de concentrer l'équipement en tête du réseau, pour tenir compte par exemple des aléas qui s'attachent à la réalisation des tronçons d'extrémité en opposition avec les compensations statistiques qui s'opèrent au niveau des grosses conduites, on peut mettre en œuvre le processus suivant :

— on effectue indépendamment l'une de l'autre, les opérations « montée » des optimalisations première étape et stade définitif;
— on passe ensuite à l'opération « descente » du stade définitif mais au fur et à mesure que l'on détermine un diamètre, on calcule aussi la charge correspondante dans la première étape ainsi que le coût total des conduites déjà déterminées en amont. La charge trouvée permet de connaître le coût minimal du réseau en aval (optimalisation de la première étape seule). On peut ainsi voir à quel moment le capital disponible sera atteint. A partir de là, on choisit tous les diamètres en effectuant la descente de la première étape au lieu de celle du stade définitif.

Remarques :

(1) L'ordre dans lequel on traite les différentes ramifications d'un nœud a une incidence sur le résultat obtenu. Il conviendra donc d'attribuer un ordre de priorité à ces ramifications : on pourra pour cela tenir compte des longueurs, des débits, des probabilités de réalisation, etc.

(2) Lorsque la première étape comporte différents cas de fonctionnement, le procédé pourra fournir une détermination par excès. Si l'excès est trop important ou inacceptable, il faudra faire appel à des approximations successives dans la phase « descente ».

c) Il peut aussi se faire qu'on attache plus d'intérêt à la réalisation définitive des tronçons d'extrémité. Dans ce cas, on effectuera les déterminations distinctes des diamètres optimaux pour la première étape et pour le stade définitif.

On partira de la solution obtenue pour la première étape et l'on adoptera les diamètres du stade définitif pour les tronçons d'extrémité supposés sélectionnés dans un ordre donné, jusqu'à épuisement de crédit disponible. L'application brutale de cette règle pourra conduire à un ensemble peu satisfaisant, par exemple à des ruptures importantes de monotonie des diamètres de l'amont vers l'aval. Il conviendra alors de grossir progressivement les conduites en respectant cette monotonie.

Le raisonnement appliqué à la première étape s'applique aux étapes suivantes. Pour tenir compte des tronçons déjà installés, il est loisible, soit de conserver l'algorithme d'optimalisation en imposant le diamètre des tronçons en place, soit de traiter comme des réseaux indépendants les canalisations en extension.

Doublement des tronçons

La comparaison des débitances et des coûts des différents diamètres commerciaux montre qu'il est économiquement préférable, sauf cas très particulier, de poser à un instant donné une conduite unique plutôt que deux canalisations hydrauliquement équivalentes. Le doublement intervient alors dans les éventualités suivantes :

1. pour renforcer un tronçon existant devenu insuffisant. On a vu que ce cas ne se différencie guère de celui qui concerne la pose d'un nouveau tronçon;

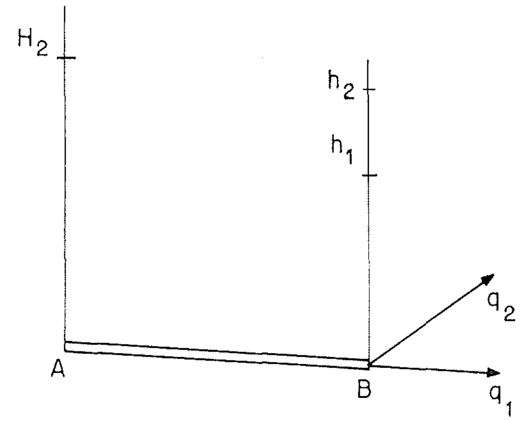
2. pour satisfaire une contrainte de vitesse limite nécessitée par la protection du réseau contre les érosions, les dépôts, les coups de bélier, etc. Il est à noter que de telles contraintes affectent aussi les réseaux à conduite unique et qu'il convient d'en tenir compte dans tous les cas traités;

3. pour minimiser la dépense, par le jeu de l'actualisation du coût de la conduite de doublement, lorsque la pose de celle-ci est sensiblement différée par rapport à celle de la conduite initiale

Pour résoudre approximativement ce problème dans le même esprit que ce qui précède, on peut suivre le raisonnement ci-après.

Considérons (fig. 4) un tronçon terminal AB, qui devra assurer, par exemple, la fourniture d'un débit q_1, sous la charge h_1, à une époque 1 et d'un débit q_2, sous la charge h_2, à une époque ultérieure 2.

Appelons H_2 une charge quelconque au point A à l'époque 2, supposée la plus contraignante en se plaçant dans le cas le plus courant. Soit D_2, le diamètre unique le plus économique correspondant à H_2. Tout diamètre D_l ($D_1 < D_2$), posé à l'époque 1, nécessitera pour satisfaire la demande, un diamètre complémentaire Δ_2, posé à l'époque 2. Si, malgré le jeu de l'actualisation, le coût de l'installation de D_2 à l'époque 1 est inférieur au coût de l'installation combinée de D_1 à l'époque 1 et de Δ_2 à l'époque 2, quel que soit D_1, cela signifiera que le doublement est à rejeter comme anti-économique, pour la charge amont H_2. Si pour certaines valeurs de D_1 au moins, le doublement est économiquement plus avantageux, la solution la moins coûteuse apparaîtra pour la valeur minimale D_{1m} de D_1. Pour éviter des absurdités, il conviendra de conserver à D_{1m} une valeur suffisante pour qu'à l'époque 1, la vitesse de circulation n'excède pas une limite raisonnable que l'on se fixe d'ailleurs généralement lorsqu'on effectue une optimalisation classique pour ne pas allonger inutilement les calculs. On



4/

retient donc pour la charge H_2 la solution optimale constituée par le couple $D_{1m} + \Delta_{2m}$. En opérant de même pour toute la gamme de valeurs de H_2 retenues et en remontant comme précédemment tout le réseau, on effectue la phase « montée » de l'époque 2. La phase « montée » de l'époque 1 est réalisée comme à l'accoutumée. Pour la phase « descente », on opérera comme indiqué précédemment mais en tenant compte, d'une part de la dépense actualisée pour les deux diamètres qui interviennent éventuellement et d'autre part, de la nécessité de respecter d'une certaine façon la décroissance monotone des diamètres de l'amont vers l'aval à l'époque 1, pour aboutir à une solution « humainement » acceptable. Ce dernier point peut conduire à des itérations qui ont été déjà évoquées.

Réseaux maillés

Dans les réseaux maillés, les débits de circulation dans les tronçons de maillage sont inconnus a priori et l'optimalisation économique doit porter aussi bien sur les diamètres que sur ces débits. Contrairement aux réseaux ramifiés, on ne dispose pas pour l'instant de méthodes rigoureuses et même les méthodes approximatives connues conduisent à des calculs extrêmement lourds.

On peut imaginer le processus suivant dans le cas d'un fonctionnement unique : un réseau de départ, défini de manière plus ou moins empirique (nécessité oblige), étant donné, un calcul classique, du type Hardy Cross par exemple, permet de connaître les débits de circulation. On peut sérier la difficulté en se limitant à la recherche du réseau le plus économique qui soit parcouru par les débits ainsi déterminés et qui satisfasse aux contraintes de pression imposées. On peut alors démailler d'une façon ou d'une autre le réseau initial et appliquer un algorithme d'optimalisation calqué sur celui utilisé pour les réseaux ramifiés. Un tel programme a été mis au point et utilisé pour un réseau urbain dans lequel l'économie réalisée a été de l'ordre de 10 %. Pour un fonctionnement multiple ou un développement du réseau dans le temps, quelques précautions doivent être prises pour assurer la compatibilité des différents démaillages mis en œuvre mais il ne semble pas qu'il y ait d'empêchement majeur à utiliser la méthodologie qui vient d'être définie pour les réseaux ramifiés : les recherches se poursuivent.

Conclusion

La complexité croissante des réseaux de distribution de fluide utilisés dans l'industrie, l'agriculture, l'urbanisme, la climatisation rend nécessaire la recherche de solutions économiques.

Des méthodes, auxquelles Labye a apporté une contribution majeure, existent et sont actuellement utilisées avec succès, grâce à la puissance des ordinateurs modernes. Cependant, des solutions rigoureuses et complètes exigent parfois des masses de calcul dont l'exécution économique est encore hors de portée des calculateurs de la génération actuelle.

La méthodologie présentée vise à leur substituer des algorithmes moins rigoureux mais d'emploi présentement plus accessible. Il va de soi que cette méthodologie ne concerne pas exclusivement les réseaux de tuyauterie, mais s'applique à des processus d'allocations multidimensionnels définis par des contraintes de même nature mathématique.

Références bibliographiques

[1] Koch (P.). — Le diamètre optimum des conduites de refoulement. *Le Génie Civil,* tome 75, n° 5 (1er mars 1948), p. 85.

[2] Koch (P.) et Vibert (A.). — Le diamètre optimum des conduites de refoulement. *Le Génie Civil,* tome 75, n° 19 (1er octobre 1948), p. 367.

[3] Irmay (S.). — Calcul économique des réseaux de distribution d'eau. *La Houille Blanche,* n° 2 (mai 1954), p. 135/164.

[4] Combes (G.). — Les calculateurs électroniques et les projets de réseaux d'adduction d'eau potable et d'irrigation. *L'Eau,* n° 3 (mars 1958), p. 59-62.

[5] Guyon (G.). — Calcul des diamètres d'un réseau collectif d'arrosage par aspersion. *L'Eau,* n° 9 (septembre 1958), p. 217-222.

[6] Labye (Y.) et Lechapt (A.). — Méthodes permettant de déterminer les caractéristiques optimales d'un réseau de distribution d'eau. *Bulletin Technique du Génie Rural,* n° 50 (avril 1961), p. 1-110.

[7] Labye (Y.) et Carlier (R.). — Recherche des diamètres conduisant à la solution économique d'ensemble d'un réseau de distribution d'eau. *L'Eau,* n° 5 (mai 1961), p. 156-165.

[8] Biesel (F.) et Arnaud (P.). — Recherche de la répartition économique des diamètres dans un réseau de distribution ramifié. Communication au Congrès AIRH-Dubrovnik (1961), p. 899-905.

[9] Fabre (P.), Savy (G.) et Martin (D.). — L'utilisation de la programmation linéaire dans le calcul des réseaux ramifiés d'irrigation. *Gestion et Recherche Opérationnelle,* n° spécial (avril 1963), p. 243-249.

[10] Clement (R.). — Calcul des débits dans les réseaux d'irrigation fonctionnant « à la demande ». *La Houille Blanche,* n° 5 (1966), p. 553-575.

[11] Tung (L.). — Design conduit system by dynamic programming. *Journal of Hydraulic Division, Proceedings ASCE,* vol. 97, n° HY 3 (mars 1971), p. 383-393.

[12] Labye (Y.). — Etude d'un problème de dimensionnement « optimum » des réseaux d'irrigation, « à la demande », en avenir aléatoire. ICID/CIID, 8e journées européennes, Colloque d'Aix-en-Provence du 14 au 19 juin 1971, tome 2, question 2, rapport 66.