

Ein Vergleich von numerischen Verfahren zur Lösung von Sickerströmungen *

von H. P. Lühr

Lehrgebiet Landwirtschaftlicher Wasserbau,
Universität Karlsruhe,
75 Karlsruhe (West-Germany)

Die Entwicklung von Sickerströmungsmodellen zur Bearbeitung aktueller Ingenieuraufgaben ist sowohl von physikalischen als auch von ökonomischen Gesichtspunkten von besonderem Interesse. Diese Modelle ermöglichen im Stadium der Planung eine exaktere Behandlung der anstehenden Probleme. Ebenso gewährleisten sie eine ständige Überwachung der getroffenen Maßnahmen. Damit ergibt sich eine wirksame Transparenz bei der Bearbeitung des eigentlichen Problems und bei der Diskussion von Folgen, die durch die getroffenen Maßnahmen entstehen.

Die Sickerströmung ist in der Regel ein von zahlreichen Parametern beeinflusster, dreidimensionaler Strömungsvorgang, der in dieser allgemeinen Form nicht direkt gelöst werden kann. Es müssen deshalb von vornherein verschiedene vereinfachende physikalische Modelle entwickelt werden, die die besonderen Anforderungen berücksichtigen. Die Lösung der verschiedenen, physikalischen Modelle kann mit analytischen, analogen und digitalen Verfahren erreicht werden, die die typischen physikalischen Bedingungen berücksichtigen. Ein solches Konzept von physikalischem Modell und entsprechender Lösungsmethode soll als sog. analytisches, analoges bzw. digitales Sickerströmungsmodell bezeichnet werden.

Da der Einsatz und Aufbau der Sickerströmungsmodelle in der Regel hohe Kosten verursacht, die im wesentlichen durch die Wahl der Lösungsmethoden bestimmt werden, ist die Frage über den zweckmäßigen Einsatz der verschiedenen Lösungsmethoden in Abhängigkeit der jeweiligen

Problemstellung von besonderem Interesse. Da die digitalen Lösungsmethoden in der Regel erhebliche Vorteile gegenüber den analytischen und analogen Lösungsmethoden aufweisen [Lühr, 1972], sollen nur die digitalen Lösungsmethoden [Methode endlicher Element (MEE), Differenzenverfahren (DV)] und ihre zweckmäßigen Einsatzmöglichkeiten diskutiert werden.

Vergleich der Lösungsmethoden MEE und DV

Der Vergleich wird an Hand von signifikanten Bewertungskriterien durchgeführt. Diese sind für das vorliegende Problem

1. der erforderliche Speicherbedarf;
2. die erforderliche Rechenzeit;
3. die Anpassungsfähigkeit der Lösungsmethoden an die Probleme.

Da der Speicherbedarf direkt von den Organisationsformen und den Lösungsalgorithmen für die linearen Gleichungssysteme, die durch eine diskretisiert dargestellte Sickerströmung entstehen abhängt, werden spezielle Organisationsformen diskutiert. Die Anpassungsfähigkeit wird in Abhängigkeit der Probleme Durchsickerung von Dämmen und Deichen, Baugrubenabsenkungen, Zuströmung zu Entnahmeeinrichtungen, Grundwasserbilanzierungen etc. diskutiert.

* Le texte publié ici est un résumé du texte original de H. P. LÜHR, qui est rédigé en allemand. Aux lecteurs qui seraient intéressés par ce texte, *La Houille Blanche* peut en fournir une copie Xérox, moyennant une participation de F25 aux frais de reproduction.

Ergebnis

Der Vergleich der beiden Lösungsmethoden MEE und DV zeigt, daß vom organisations- und programmtechnischen Standpunkt das DV der MEE in wesentlichen Punkten, vor allem ökonomischen Punkten (weniger Speicherbedarf, kürzere Rechenzeiten) überlegen ist. Es sollte deshalb grundsätzlich versucht werden, das DV zum Einsatz zu bringen. Bei den Problemen jedoch, bei denen ein automatisches Auffinden von freien Oberflächen im Vordergrund stehen, ist von vornherein auf die MEE zurückzugreifen, da nur mit ihr diese Probleme von der Organisation her zu realisieren sind.

Literatur

- LÜHR (H.-P.). — Vergleich der Lösungsmethoden für stationäre Grundwasserströmungen mit Hilfe einer Kosten-Effektivitäts-Analyse. Dissertation, Universität Karlsruhe (1972).
- ZIPFEL (K.). — Berechnung stationärer Grundwasserströmungen bei Brunnen in der Nähe eines Flusses mit teilverdichteter Sohle an ebenen mathematischen Modellen. Dissertation, Universität Karlsruhe (1973).

Discussion

Présidents : MM. G. KOVACS et P. HABIB

M. le Président HABIB remercie M. LUHR et son distingué traducteur qui a permis à tout l'auditoire de suivre l'intéressant exposé de M. le Professeur BLEINES. Il ouvre ensuite la discussion.

M. BLANC souhaiterait quelques développements au sujet du « défaut de convergence » dont M. LUHR a parlé au début de son exposé.

M. LUHR précise que le « critère de convergence » qu'il a indiqué doit être satisfait pour chacune des équations du système (ce qui est réalisé dans la plupart des cas en pratique). Toutefois, pour être assuré qu'il en est bien ainsi, il faut que les triangles élémentaires utilisés soient ou rectangles ou isocèles ; un triangle quelconque n'assurerait pas en toute sécurité la convergence.

M. VERRUIT intervient ensuite en ces termes (en anglais) :

J'ai compris que la comparaison faite par M. LUHR concerne le cas d'un milieu homogène puisqu'il a utilisé l'équation : $h_1 + h_2 + h_3 + h_4 - 4h_0 = 0$. Dans le cas d'un milieu non homogène, les résultats seront les mêmes pour la méthode des « éléments finis » mais la méthode des différences finies exigera de l'ordinateur davantage de mémoires et un temps de calcul plus long. Ainsi, dans ce cas, les résultats de la comparaison sont moins défavorables pour la méthode des « éléments finis ».

M. LUHR confirme cette conclusion.

M. le Président HABIB clôt la discussion en remerciant à nouveau le Conférencier, son traducteur et les personnes qui sont intervenues dans la discussion.

Il donne ensuite la parole à M. le Professeur Ugo MAIONE pour l'exposé de sa communication.

Abstract

Comparison of numerical methods solving flow through porous media

The development of groundwater models solving actual engineering problems is of great interest as well with regard to physical as with regard to economical aspects. These models enable a more precise treatment of problems during the stage of planning. Furthermore, these models assure a permanent control of finished steps.

Generally, the flow through porous media is a three-dimensional process depending on various parameters. Normally, this process is so complicated that it is not possible to describe the situation in nature in a general form. Therefore, it is necessary to develop some simplified physical models of groundwater flow which are adapted to relevant individual circumstances. These refer for example to steady or unsteady flow, to flow with or without a free surface, to flow in an isotropic or anisotropic aquifer, to one-, two- or three-dimensional flow.

The solution of these different physical models can be obtained by use of analytical, analog or digital methods, which consider the typical physical conditions. Such a concept of a physical model and a corresponding solution method is to be defined as a so-called analytical, analog or digital flow model through porous media.

As the organization of flow models through porous media causes generally high costs, which depend mainly on the choice of the solution method, it is of great interest, which of the different solution methods is suitable for a given problem. It was

possible to prove by a cost-effectiveness-analysis, that digital solution methods generally are considerably more effective than analytical and analogous methods.

As digital solution methods, one can use either the method of finite elements or the method of finite differences. Both methods produce discrete solutions of given problems. The comparison of both methods is to be done by significant criteria. These are :

1. the required core storage;
2. the required computing time;
3. the flexibility of the methods approximating the problems.

As the core storage and the computing time directly depend on the organization technique and the algorithm solving linear equation systems, special organization techniques are to be discussed. The flexibility is to be seen in dependence on physical problems.

The comparison of both methods (methods of finite elements and finite differences, respectively) shows, that the method of finite differences is much more better with regard to organization and programming aspects, especially, however, with regard to economical aspects (less required core storage, less computing time). In general, flow problems through porous media should be solved by the method of finite differences. For all problems, however, which involve an automatic search of free surfaces, the method of finite elements appears to be more suitable, because only its organization can realize these problems.