

**CALCULS
ET EXPÉRIENCES SUR LES
JETS
neutres
et flottants**

par

R. CURTET

et

E.-J. HOPFINGER

Maîtres de Recherches
au
C.N.R.S.

INSTITUT DE MÉCANIQUE DE GRENOBLE
Domaine Universitaire
38400 Saint-Martin d'Hères

Nous reprenons, pour cet article, la présentation inaugurée dans le N° 1-1972, qui permet une publication rapide d'articles présentant une partie mathématique importante.

LA HOUILLE BLANCHE

INTRODUCTION

L'étude du rejet des effluents thermiques en mer pose un certain nombre de problèmes liés à la dispersion de la quantité de mouvement et de la température initiale de l'effluent dans un milieu ambiant de grandes dimensions.

Les conditions de mélange du débit d'eau chaude au milieu marin peuvent être assimilées, dans la région proche de l'ouvrage de rejet, à celles d'un jet turbulent. En fait, les conditions naturelles présentent des aspects multiples et les problèmes à résoudre ont une complexité parfois très éloignée des schémas classiques. Mais ceux-ci ont l'avantage d'apporter des informations précises sur l'évolution des processus de mélange et de donner des ordres de grandeur sur les distances et les surfaces nécessaires à la dispersion des effluents thermiques.

La conception des ouvrages de rejets en mer semble s'orienter actuellement vers une évacuation du débit d'eau tiède au-dessus de déversoirs de grande longueur. Le débouché de la lame d'eau peut être ainsi assimilé à l'émission d'un jet bidimensionnel et peut s'effectuer soit au sein du milieu marin, soit près de la surface de la mer : le jet est dit submergé dans le premier cas et superficiel dans le deuxième.

Nous admettrons dans la suite de l'exposé que l'eau du rejet est prise dans la mer à peu de distance de l'ouvrage ; de ce fait, les propriétés physiques de l'eau ne varient que sous l'influence de la température. Dans les conditions actuelles, celle-ci est comprise entre 20 et 40 degrés centigrades et dans cette gamme nous admettrons que la masse volumique du liquide varie linéairement en fonction de la température. La variation est en valeur relative de trois dix millièmes par degré et ce faible taux rend légitime l'approximation dite de Boussinesq qui sera effectuée dans la suite des calculs.

La prise en compte du champ thermique conduit à considérer deux possibilités. Si la différence de température est assez faible pour ne pas affecter la répartition des vitesses, le jet est neutre ou non flottant ; la température est dans ces conditions un scalaire passif. Si par contre, la différence initiale est suffisamment importante, elle entraîne une variation locale de masse volumique,

552

ainsi qu'une modification du champ des vitesses. Dans de telles conditions, le jet est flottant et la température est un scalaire actif.

Les conditions initiales d'écoulement seront en général celles indiquées sur la figure 1. L'effluent est issu d'une fente de grand axe horizontal, de largeur B et de longueur L. La répartition des vitesses et des températures est uniforme dans la section de sortie de la fente : u_0 , T_0 et ρ_0 sont la vitesse, la température et la masse volumique initiales. Dans le milieu ambiant, la vitesse à l'infini est nulle et T_a et ρ_a sont la température et la masse volumique à l'extérieur de la zone de mélange. Dans le cas où le rapport L/B est très grand, le jet est plan ou bidimensionnel et ses propriétés sont indépendantes de y, dans le système d'axes Oxy représenté sur la figure 1. Elles dépendent par contre de la distance x comptée le long de l'axe de l'écoulement à partir de la section de sortie de la fente, et de l'ordonnée z. Si le rapport L/B n'est pas suffisamment élevé, le jet est tridimensionnel et le traitement des équations nécessite des moyens plus puissants, mais les hypothèses du calcul ne sont qu'une généralisation des résultats obtenus pour des géométries plus simples.

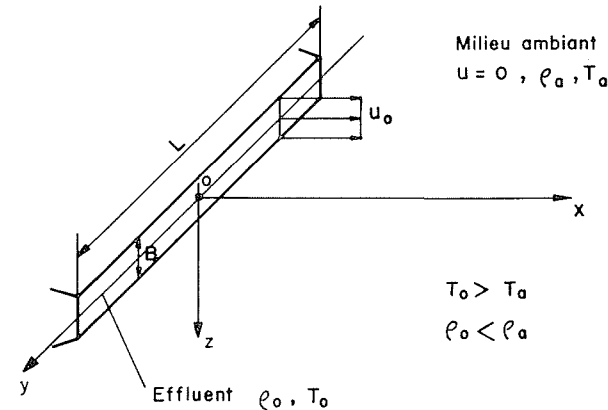


Fig. 1 - Conditions initiales

I - JET PLAN NEUTRE SUBMERGE

A - ASPECTS CINEMATIQUES

Comme le montre la figure 2, le fluide sortant de la fente AB diffuse dans le milieu ambiant selon deux nappes tourbillonnaires issues de A et B et se rejoignant au point C sur l'axe Ox. Ces deux nappes constituent une région turbulente, appelée zone de mélange ou jet, qui se caractérise par un entraînement progressif du fluide ambiant et une dissipation de son énergie au fur et à mesure que l'on s'éloigne vers l'aval. Toutefois, le débit de quantité de mouvement dans une section demeure constant et égal à sa valeur initiale.

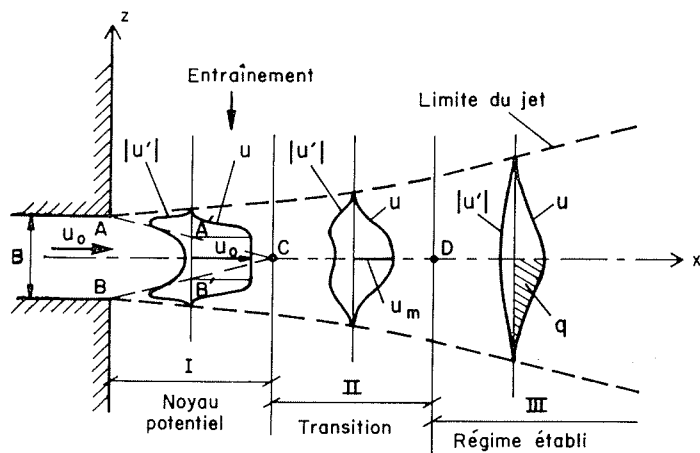


Fig. 2 - Schéma d'un jet libre

La zone de mélange comprend trois régions principales (Fig. 2):

I - Une région située entre la sortie de la fente et le point C, et où la vitesse est constante et égale à u_0 sur l'axe et à l'intérieur du triangle ABC. Les courbes de répartition des vitesses comportent un palier AA' et deux branches correspondant aux nappes tourbillonnaires, dans lesquelles la vitesse moyenne dans le temps u décroît de u_0 à 0. La répartition des vitesses moyennes de fluctuation $|u'| = (\overline{u'^2})^{1/2}$ (u' étant la fluctuation instantanée de la composante axiale) comporte un profil en double bosse.

II - Une région de transition CD dans laquelle la vitesse sur l'axe décroît au fur et à mesure que l'abscisse augmente, et où les profils de vitesse u peuvent être ramenés sensiblement à une courbe unique, par un choix convenable d'une échelle de longueur et d'une échelle de vitesse. Par contre, les profils de vitesse de fluctuation comportent toujours deux maxima et ne peuvent être réduits à un profil unique.

III - Une région de régime établi au-delà de D dans laquelle les courbes de vitesses de fluctuation ainsi que du frottement turbulent, avec lequel elles sont en corrélation, demeurent affines quelle que soit l'abscisse. L'équilibre dynamique de l'écoulement est alors obtenu.

Pour fixer les idées, on peut dire que OC est de l'ordre de 4 à 5B, OD de l'ordre de 30B. On doit noter à ce propos que certains auteurs confondent la région de transition et le régime établi : il en résulte une notable dispersion des valeurs expérimentales proposées pour représenter les lois d'évolution du jet en régime établi, que nous allons maintenant étudier (4, 5, 6).

L'équation de base du mouvement moyen s'écrit :

$$(1) \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{\rho} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\tau}{\rho} \right)$$

u et w étant les composantes axiale et transversale de la vitesse, ρ la masse volumique et p la pression statique au point considéré. La variable τ désigne le frottement exercé sur un élément de surface unité par le fluide situé au-dessus :

$$(2) \quad \frac{\tau}{\rho} = \nu \frac{\partial u}{\partial z} - \overline{u'w'}$$

le premier terme du second membre étant d'ailleurs le plus souvent négligeable devant le deuxième dans un courant fortement turbulent, ce qui est le cas ici.

L'équation (1) a été écrite dans l'approximation de la couche limite, valable si l'écoulement est quasi-parallèle. Elle se simplifie pour l'étude du jet neutre, pour lequel le gradient longitudinal de pression est nul. Cette équation doit être complétée par la relation de continuité :

$$(3) \quad \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

Dans la suite, du fait des faibles variations de masse volumique, l'expression simplifiée :

$$(4) \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

pourra être utilisée même pour le jet flottant.

L'intégration de l'équation (1) à travers le jet, compte-tenu des conditions aux limites (frottement nul sur l'axe et à la frontière du jet) conduit à l'expression du théorème des quantités de mouvement :

$$(5) \quad \frac{dM}{dx} = 0 \quad \text{ou} \quad M = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho u^2 dz$$

M est une constante, dont la valeur à la sortie de la fente est :

$$(6) \quad M = \rho u_0^2 B$$

Cette constante caractérise le jet en régime établi, que l'on peut d'ailleurs considérer, loin de l'entrée, comme un point-source de quantité de mouvement.

Considérons plus spécialement des régimes à profils de vitesse affines (régions II et III) et rapportons la composante axiale de la vitesse à une vitesse de référence, par exemple sa valeur sur l'axe, et l'ordonnée z à une longueur caractéristique ℓ du profil :

$$(7) \quad \frac{u}{u_m} = f(\eta) \quad \text{avec} \quad \eta = \frac{z}{\ell}$$

Nous cherchons s'il existe une solution où le profil réduit $f(\eta)$ demeure invariable, bien que ℓ et u_m varient avec l'abscisse. Après changement de variables dans (1), compte-tenu de (4) et (7), et intégration par rapport à η , on obtient :

$$(8) \quad - \frac{(u_m^2 \ell)'}{u_m^2} \int_0^\eta f^2 d\eta + \frac{(u_m \ell)'}{u_m} \Phi f = - \frac{\tau}{\rho u_m^2}$$

où le signe ()' indique une dérivation par rapport à x et :

$$\Phi = \int_0^\eta f d\eta$$

Si l'intégration est étendue au-delà du jet, l'annulation du frottement entraîne la condition :

$$(9) \quad (u_m^2 \ell)' = 0$$

qui n'est autre que l'équation (5) et qui permet de simplifier la relation (8) :

$$(10) \quad - \frac{\tau}{\rho u_m^2} = \frac{\ell'}{2} \Phi f$$

Cette expression, mise sous la forme :

$$- \frac{\tau}{\rho u_m^2 \ell'} = \frac{\Phi f}{2}$$

montre que les profils de frottement, comme ceux des vitesses, peuvent être ramenés à une courbe unique par affinité. On voit ainsi que la similitude des frottements se déduit de celle des vitesses et qu'il n'est pas nécessaire, en l'occurrence, de formuler une hypothèse particulière sur la répartition du frottement pour achever le calcul. Il suffit en effet d'effectuer par exemple une intégration de (10) par rapport à η , ce qui revient à prendre le moment de la quantité de mouvement :

$$(11) \quad \int_0^\eta \frac{-\tau}{\rho u_m^2} d\eta = \frac{\ell'}{4} \Phi^2$$

La longueur ℓ n'a pas encore été définie ; prenons la par exemple telle que :

$$(12) \quad \int_0^{+\infty} u dz = u_m l \quad \text{soit} \quad \int_0^{+\infty} f d\eta = \Phi(\infty) = 1$$

et posons :

$$(13) \quad \int_0^{+\infty} \frac{-\tau}{\rho u_m^2} d\eta = \sigma$$

L'équation (11) étendue à l'infini donne finalement :

$$(14) \quad l' = 4\sigma \quad \text{ou} \quad l = 4 \int_0^x \sigma dx$$

Le coefficient σ représente une valeur moyenne du frottement unitaire dans une section du jet : il est appelé pour cette raison coefficient de frottement. Dans la région de transition II, il varie en fonction de x , et le jet s'élargit selon une loi non linéaire. Dans la zone III, où est obtenu l'équilibre dynamique, le coefficient de frottement devient constant et il en résulte une expansion linéaire du jet :

$$(15) \quad l = 4\sigma x$$

A partir du flux de quantité de mouvement :

$$(16) \quad M = 2\rho \int_0^{+\infty} u^2 dz = 2\rho k_1 u_m^2 l \quad \text{avec} \quad k_1 = \int_0^{+\infty} f^2 d\eta$$

on en déduit la loi d'évolution de la vitesse sur l'axe u_m :

$$(17) \quad u_m = \left(\frac{1}{8k_1} \frac{M}{\rho} \frac{1}{\sigma x} \right)^{1/2}$$

et du demi-débit dans le jet :

$$(18) \quad q = u_m l = \left(\frac{8}{k_1} \frac{M}{\rho} \sigma x \right)^{1/2}$$

Une hypothèse classique consiste à admettre une loi du frottement particulière, et par exemple :

$$\frac{\tau}{\rho} = -\overline{u'w'} = \varepsilon \frac{\partial u}{\partial z}$$

ε étant le coefficient de "viscosité turbulente".

Pour être conforme à ce qui précède, il faudrait que l'on ait :

$$\varepsilon / l u_m = \psi(\eta)$$

Le cas particulier où $\psi = \text{Cte}$ revient à :

$$\varepsilon = \sigma l u_m$$

Notons à ce propos que le nombre R_0 :

$$R_0 = \frac{l u_m}{\varepsilon} = \frac{1}{\sigma}$$

n'est autre que la constante introduite par TOWNSEND pour caractériser la condition limite d'équilibre des gros tourbillons [7] .

B - ASPECTS THERMIQUES

Les échanges thermiques sont régis par l'équation de l'énergie :

$$(19) \quad u \frac{\partial T}{\partial x} + w \frac{\partial T}{\partial z} = - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\varphi}{\rho C_p} \right)$$

où T désigne la température et φ le flux thermique dans la direction Oz :

$$(20) \quad \frac{\varphi}{\rho C_p} = -\alpha \frac{\partial T}{\partial z} + \overline{w'T'}$$

On peut considérer les excédents ΔT de température dans le jet par rapport à la température T_a du milieu ambiant et rechercher des solutions affines basées sur la même longueur de référence que celle des vitesses [6] :

$$(21) \quad \frac{\Delta T}{\Delta T_m} = \frac{T - T_a}{T_m - T_a} = g(\eta) \quad \text{où} \quad \eta = \frac{y}{l}$$

T_m étant la température sur l'axe du jet dans la section étudiée.

Après intégration par rapport à η , l'équation de l'énergie (19) s'écrit :

$$(22) \quad - \frac{(u_m \Delta T_m \ell)'}{u_m \Delta T_m} \int_0^\eta f g d\eta + \frac{(u_m \ell)'}{u_m} \Phi g = \frac{\varphi}{\rho C_p u_m \Delta T_m}$$

Le flux thermique étant nul sur l'axe et hors du jet, on en déduit la relation :

$$(23) \quad (u_m \Delta T_m \ell)' = 0$$

qui exprime la constance du débit de chaleur dans le jet le long de son axe.

De ce fait, l'expression (22) se simplifie :

$$(24) \quad \frac{\varphi}{\rho C_p u_m \Delta T_m} = \frac{\ell'}{2} \Phi g = 2 \sigma \Phi g$$

Un calcul de CRAYA [6] permet de lier entre elles les fonctions f et g . Il définit un coefficient σ_T par les équations :

$$\text{et (25) : } \varepsilon_T = \sigma_T \ell u_m \quad \frac{\varphi}{\rho C_p} = - \varepsilon_T \frac{\partial T}{\partial z}$$

d'où il obtient la relation entre les profils réduits de vitesse et de température :

$$(26) \quad g = f^{\sigma/\sigma_T}$$

Le coefficient σ_T caractérise la répartition moyenne du flux de chaleur à travers une section, et il demeure constant dans le cas où l'équilibre thermique est obtenu dans le jet turbulent. On peut noter à ce propos que la formule (26) est rigoureuse en régime laminaire et que l'exposant de la fonction f se réduit dans ces conditions au nombre de Prandtl $Pr = \nu/\alpha$ [6].

556

C - RESULTATS EXPERIMENTAUX

Les profils réduits de vitesse et de température en régime établi peuvent être convenablement représentés par des courbes de Gauss, lesquelles, compte-tenu de notre normalisation (équ. 12) et des résultats précédents, doivent être écrites sous la forme :

$$(27) \quad \frac{u}{u_m} = f(\eta) = e^{-\frac{\pi}{4} \eta^2}$$

$$(28) \quad \frac{\Delta T}{\Delta T_m} = g(\eta) = e^{-\frac{\pi}{4} k \eta^2}$$

$$(29) \quad k = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_T} = \frac{\sigma}{\sigma_T}$$

Certains auteurs, dont ABRAHAM [2], ont introduit un coefficient k tel que :

$$(30) \quad \frac{u}{u_m} = e^{-k \frac{z^2}{x^2}} \quad \text{et} \quad \frac{\Delta T}{\Delta T_m} = e^{-k k \frac{z^2}{x^2}}$$

La relation entre les coefficients k et σ est la suivante :

$$(31) \quad k = \frac{\pi}{64 \sigma^2}$$

Selon les auteurs, le coefficient k varie entre 42 (1) et 75 (8, 9), les valeurs les plus faibles étant obtenues lorsque les expériences ont été poursuivies sur la gamme des abscisses la plus large. D'après la formule (31) :

$$k = 42 \text{ correspond à } \sigma = 0,034$$

$$\text{et } k = 75 \quad \text{à} \quad \sigma = 0,026$$

On considère habituellement une valeur moyenne de σ égale à 0,030. ABRAHAM admet une valeur intermédiaire de k égale à 50 ($\sigma = 0,031$), et $k = 0,50$.

Les lois d'évolution de la vitesse sur l'axe, du demi-débit dans le jet et de l'excédent de température sont données par les équations suivantes déduites de 17, 18 et 23 :

$$(32) \quad \left(\frac{u_m}{u_0}\right)^2 = C_1 \frac{B}{x}$$

$$(33) \quad \left(\frac{q}{q_0}\right)^2 = C_2 \frac{x}{B} \quad \text{où} \quad q_0 = u_0 \frac{B}{2}$$

$$(34) \quad \left(\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0}\right)^2 = C_3 \frac{B}{x}$$

D'après les valeurs intermédiaires choisies par ABRAHAM [2] :

$$C_1 = 5,6 \quad C_2 = 0,35 \quad C_3 = 4,25$$

Le coefficient k_1 défini dans la relation (16) est égal à $1/\sqrt{2}$ dans le cas d'une répartition gaussienne.

Certains auteurs prennent pour longueur de référence l'ordonnée $z_{1/2}$ correspondant à une vitesse égale à la moitié de la vitesse sur l'axe. L'équation du profil réduit des vitesses est alors :

$$(35) \quad \frac{u}{u_m} = e^{-\text{Log}_2 \left(\frac{x}{z_{1/2}}\right)^2}$$

Pour le jet plan :

$$z_{1/2} = 0,94 \ell$$

Il est par ailleurs possible d'obtenir des profils identiques de vitesses et de températures en considérant deux longueurs de référence différentes, ℓ pour les vitesses, ℓ_T pour les températures. D'après les équations 27 et 28 :

$$\frac{\mu}{\ell^2} = \frac{1}{\ell_T^2}$$

d'où : (36)

$$\ell_T = \ell \mu^{-1/2} = \ell \sqrt{2}$$

557

L'expansion thermique est donc plus élevée que l'expansion cinématique du jet, tandis que la décroissance des températures sur l'axe est plus rapide que celle des vitesses.

A l'aide des relations 32 et 34, on peut enfin obtenir quelques ordres de grandeur intéressants. Prenons par exemple une vitesse initiale du rejet $u_0 = 1$ m/s et une différence de température $\Delta T_0 = 15^\circ$ au-dessus de l'ambiante. On veut savoir à quelle distance la différence de température ΔT_m ne sera plus que de 1° et quelle sera la vitesse u_m en cet endroit. En appliquant les formules, on trouve :

$$\frac{x}{B} = 950 \quad u_m = 8 \text{ cm/s}$$

soit une distance de 950 m pour une largeur B égale à 1m.

D - NOTION D'ENTRAÎNEMENT

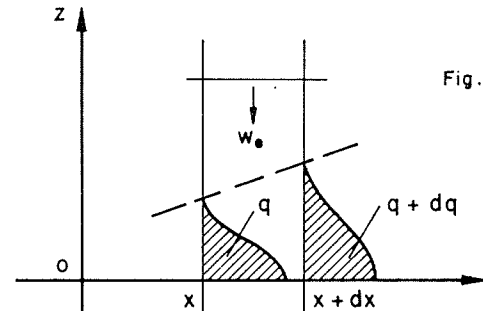


Fig. 3 - Entraînement

L'augmentation du débit de fluide dans la zone de mélange est due à l'entraînement du fluide ambiant par le jet. Si l'on considère deux sections proches l'une de l'autre et placées à des distances x et $x + dx$ (Fig. 3), on peut définir une vitesse d'entraînement w_e à l'aide de l'équation :

$$(37) \quad w_e = \frac{dq}{dx}$$

G.I. TAYLOR et ses collaborateurs (10) ont émis l'hypothèse que l'expansion linéaire d'un jet devrait se traduire par une vitesse d'entraînement proportionnelle à une vitesse moyenne caractéristique de la zone de mélange.

En admettant que la demi-largeur du jet est égale à 2ℓ , on peut choisir pour vitesse moyenne $u_m/2$, de manière que le produit des deux soit égal au demi-débit q à l'abscisse x . A l'aide des résultats présentés ci-dessus, on peut déterminer le rapport de la vitesse d'entraînement à la vitesse moyenne, qui définit un coefficient d'entraînement E :

$$(38) \quad E = \frac{We}{u_m/2} = 4 \sigma$$

L'hypothèse de TAYLOR est donc vérifiée dans la région III du jet, où le coefficient σ est effectivement constant. Comme on le verra par la suite [17, 18] cette hypothèse a été généralisée à d'autres types d'écoulements à profils affines (sillages, couches limites, jets flottants, etc...). D'autres auteurs, comme TOWNSEND, ont essayé d'expliquer le mécanisme de l'entraînement à partir de la structure de l'écoulement turbulent [11, 12].

On doit noter que la valeur du coefficient d'entraînement E dépend des définitions utilisées et du type d'écoulement étudié (jet, sillage, couche limite, etc...). Par ailleurs, pour certaines configurations, comme par exemple celle d'un jet confiné (5) ou placé dans un courant transversal (28), le coefficient d'entraînement varie d'une section à l'autre. D'une façon générale, ce coefficient varie dans toutes les conditions où l'équilibre dynamique n'est pas réalisé.

558

II - JET PLAN SUBMERGE FLOTTANT

Si la différence de température entre l'effluent et le milieu ambiant devient plus élevée, le champ des vitesses peut être influencé par ce facteur qui devient ainsi un scalaire actif. Le cas le plus simple est celui d'un jet plan flottant d'axe vertical. Une autre géométrie, plus proche de nos préoccupations, est celle du jet flottant émis horizontalement.

A - JET FLOTTANT EMIS VERTICALEMENT

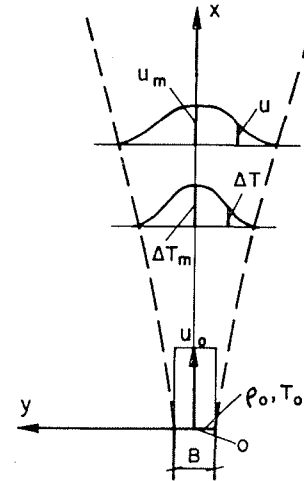


Fig. 4 - Jet flottant vertical

La figure 4 montre la configuration étudiée et les principales notations relatives au jet flottant vertical. Le système d'axes diffère, dans ce cas particulier, de celui utilisé dans l'ensemble de l'article.

L'équation (1) du mouvement moyen s'écrit dans ces conditions :

$$(39) \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau}{\rho} \right)$$

En une section d'abscisse x , la pression p est supposée constante et égale à la pression dans le fluide ambiant. Si on convient de prendre comme origine des pressions celle qui règne à l'abscisse $x = 0$, et compte tenu de l'orientation de l'axe Ox :

$$(40) \quad p = -\rho_a g x$$

Si les masses volumiques de l'effluent ρ_0 et du milieu ambiant ρ_a demeurent proches l'une de l'autre malgré la variation de température, on peut admettre l'approximation de BOUSSINESQ qui consiste à ne conserver le terme ρ que dans le quatrième terme du premier membre de (39), et à lui substituer dans les autres termes ρ_0 ou ρ_a . L'équation (39), compte-tenu de (40) et de cette approximation, s'écrit par exemple :

$$(41) \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \left(\frac{\rho - \rho_a}{\rho_0} \right) = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \tau}{\partial y}$$

Effectuons le changement de variables :

$$\frac{x}{B} = X, \quad \frac{y}{B} = Y, \quad \frac{u}{u_0} = U, \quad \frac{v}{u_0} = V$$

$$\frac{\tau}{\rho u_0^2} = \mathcal{C} \quad \Delta \rho = \rho_a - \rho, \quad \Delta \rho_0 = \rho_a - \rho_0$$

L'équation (41) prend la forme :

$$(42) \quad U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial Y} + \frac{\Delta \rho}{\Delta \rho_0} \frac{1}{F_0^2}$$

$$\text{où (43) } F_0^2 = \frac{u_0^2}{\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0} g B}$$

Le nombre F_0 qui apparaît dans l'expression (42) est appelé nombre de Froude densimétrique initial et joue un rôle essentiel dans l'étude des jets flottants. On trouve aussi dans la littérature le nombre de Richardson densimétrique initial :

$$Ri_0 = \frac{1}{F_0^2}$$

Ces deux nombres sont liés aux conditions d'entrée du jet flottant dans le milieu ambiant. L'expression (43) du nombre de Froude peut s'écrire :

$$F_0^2 = \frac{\rho_0 u_0^2 B}{(\rho_a - \rho_0) g B^2} = \frac{M_0}{\Delta \rho_0 g B^2}$$

et fait apparaître le rapport du débit de quantité de mouvement initial du jet à une force de pression que nous appellerons la "flottabilité initiale" du jet.

Selon l'importance relative du débit de quantité de mouvement et de la flottabilité, on peut classer les jets flottants en trois catégories :

1 - F_o très grand (Ri_o voisin de zéro).

La flottabilité ne joue dans ces conditions qu'un rôle négligeable et le jet est pratiquement neutre, ou non-flottant ; on l'appelle parfois non-portant [3] .

2 - F_o très petit (Ri_o très grand)

La flottabilité est dans ce cas prépondérante et la quantité de mouvement initiale est négligeable. On obtient ainsi le panache ou jet portant (plume en anglais).

3 - Valeurs moyennes de F_o (ou de Ri_o)

Ces jets flottants sont appelés "intermédiaires". Dans de telles conditions, il y a lieu de considérer trois régions le long de l'axe de l'écoulement (Fig. 5). Près de la sortie de la fente, le jet est pratiquement neutre (région A) et les variations de vitesse et de température sur l'axe sont données par les équations 32 et 34.

Loin de la section de sortie, le jet flottant se comporte comme un panache (région C de la figure 5) et les variations de vitesse et de température sur l'axe sont de la forme :

$$(44) \quad \frac{u_m}{u_o} = A_1 F_o^{-2/3}$$

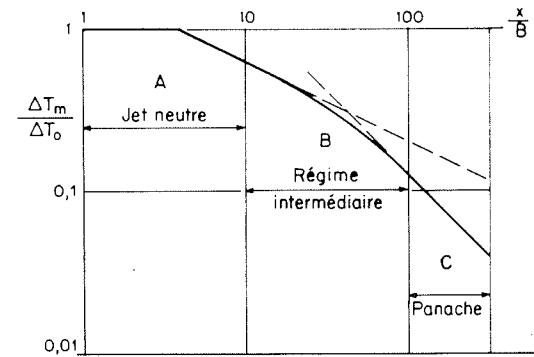
$$(45) \quad \frac{\Delta T_m}{\Delta T_o} = A_2 F_o^{2/3} \left(\frac{x}{B}\right)^{-1}$$

D'après des résultats expérimentaux de ROUSE, YIH et HUMPHREYS [13] analysés par ABRAHAM [2] , les valeurs numériques des coefficients sont : $A_1 = 2,05$ et $A_2 = 2,4$.

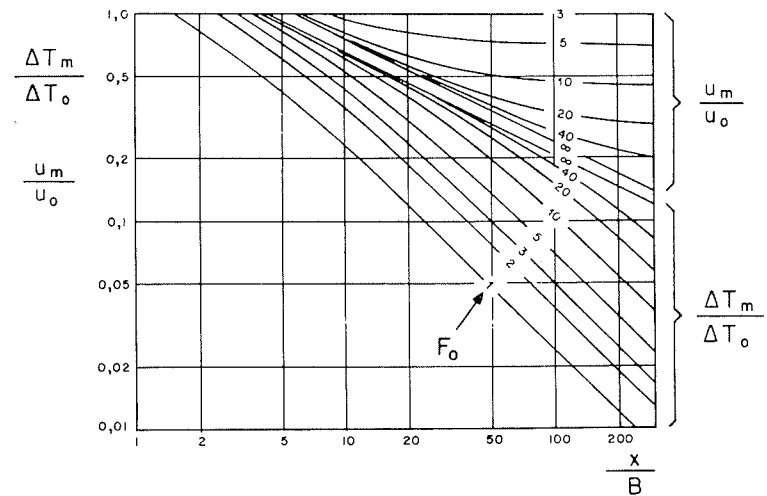
La loi d'expansion du panache plan est linéaire, comme celle du jet neutre. Si ℓ_p est une longueur de référence du panache définie de la même manière que la longueur ℓ du jet neutre, les formules ci-dessus conduisent à la valeur :

$$(46) \quad \frac{\ell_p}{\ell} = 1,04$$

560



- Fig. 5 - Jet flottant vertical.



- Fig. 6 - d'après Abraham [2]

Alors que pour un jet neutre, le débit de quantité de mouvement est une constante quelle que soit la distance au débouché, il varie pour un jet flottant, comme le montre la relation :

$$(47) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \rho u^2 dy = M_0 + g \int_0^x dx \int_{-\infty}^{+\infty} (\rho_a - \rho) dy$$

obtenue par intégration de (41) d'abord selon la direction horizontale, puis selon la direction verticale. Le deuxième terme du second membre, exprimant la flottabilité locale du jet, augmente au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'effluent, si $T_0 > T_a$. Il en résulte que le débit de quantité de mouvement du jet croît également vers l'avai. On peut définir un nombre de Froude local F (ou de Richardson global Ri) tel que :

$$(48) \quad F^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \rho u^2 dy}{g \int_0^x dx \int_{-\infty}^{+\infty} (\rho_a - \rho) dy} - 1 = \frac{1}{Ri}$$

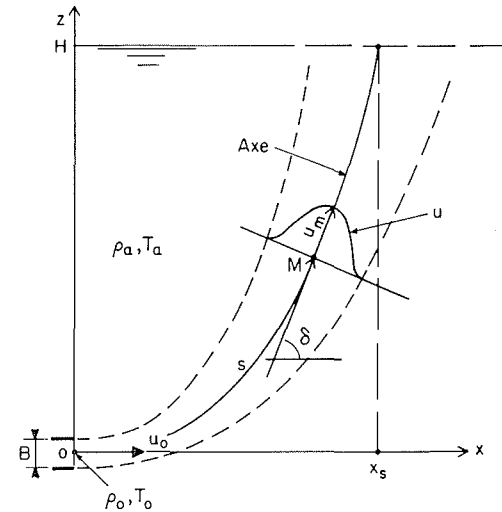
F devient infini pour $x = 0$ et s'annule si l'abscisse croît indéfiniment. Cette définition permet de mieux comprendre le comportement du jet intermédiaire (Fig. 5).

Quelques exemples de répartition des vitesses et des températures sur l'axe d'un jet flottant sont donnés sur la figure 6, pour différentes valeurs du nombre de Froude F_0 . Sur ce diagramme, extrait de l'ouvrage d'ABRAHAM (2), on retrouve le jet neutre (nombre de Froude infini) et pour chaque courbe, les deux solutions asymptotiques (F_0 nul et F_0 infini), conformément à la figure 5.

B - JET FLOTTANT EMIS HORIZONTALEMENT

Un jet chaud émis horizontalement dans un milieu plus froid (Fig. 7) va être progressivement infléchi vers le haut ($0 < \delta < \frac{\pi}{2}$) au fur et à mesure que le terme de flottabilité va prendre de plus en plus d'importance par rapport au débit de quantité de mouvement initial. Des calculs ont été effectués sur le sujet par plusieurs auteurs (2, 16) à l'aide d'une méthode analogue à celle déjà décrite et basée sur des répartitions affines de vitesses et de températures.

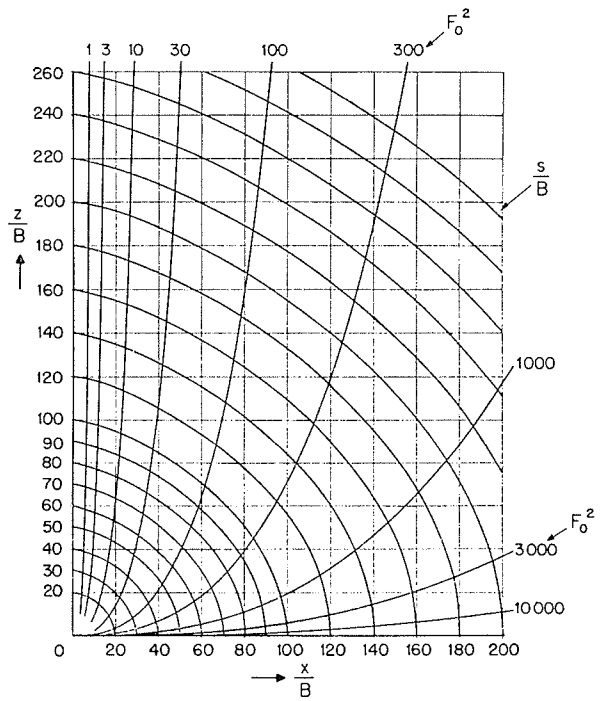
561



- Fig 7 -

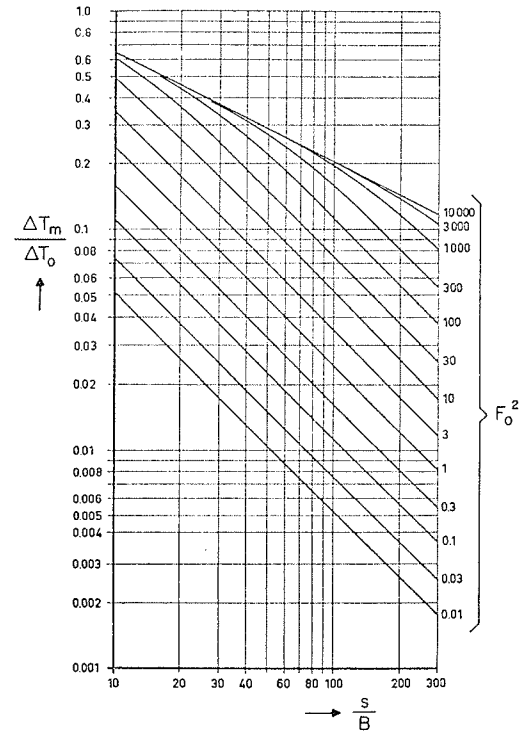
Les résultats obtenus par ABRAHAM (2) pour un jet plan sont rappelés, à titre documentaire, sur les figures 8, 9 et 10 : courbe définissant l'axe du jet, évolution de la température et de la vitesse sur l'axe, en fonction du nombre de Froude initial (équation 43). La variable s est l'abscisse curviligne comptée le long de la courbe axiale.

Ces diagrammes permettent de traiter un cas pratique intéressant, celui des rejets submergés à une certaine profondeur H au dessous du niveau de la mer (Fig. 7).

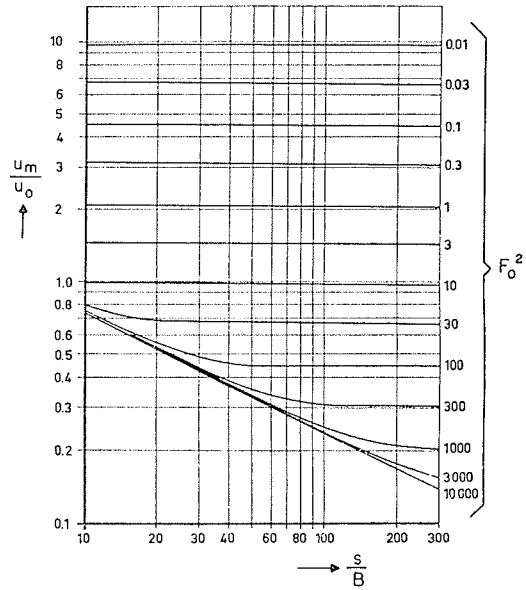


- Fig. 8 - Courbes axiales d'un jet flottant émis horizontalement.
d'après Abraham [2]

562



- Fig. 9 - Températures axiales. (Jet flottant émis horizontalement).
d'après Abraham [2]



- Fig. 10 - Vitesses axiales. (Jet flottant émis horizontalement).
d'après Abraham [2]

563

Reprenons à titre d'exemple les conditions initiales vues précédemment :
 $u_0 = 1 \text{ m/s}$, $\Delta T_0 = 15^\circ$, $B = 1 \text{ m}$, ainsi que la loi approchée :

$$(49) \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} = \frac{-3}{10.000}$$

Le calcul du nombre de Froude initial d'après la relation 43, conduit à :

$$F_0 = 4,7 \quad (F_0^2 = 22,2)$$

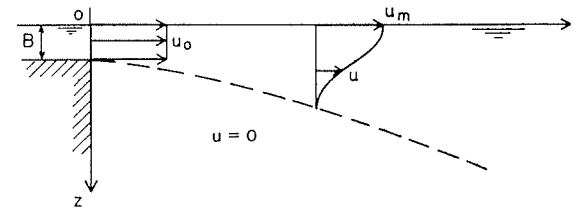
Cette valeur caractérise un jet flottant proche d'un panache, malgré la faible différence de masse volumique entre le jet et le milieu marin.

Pour une profondeur $H = 40 \text{ m}$, l'axe du rejet a atteint la surface de la mer à une distance $x_s = 25 \text{ m}$ environ. D'après les figures 9 et 10, en ce point :

$$\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0} = 0,25 \quad \frac{u_m}{u_0} = 0,8$$

d'où $\Delta T_m = 3,7^\circ$ et $u_m = 0,8 \text{ m/s}$ sur l'axe du rejet à la surface de l'eau.

III - JET PLAN FLOTTANT SUPERFICIEL



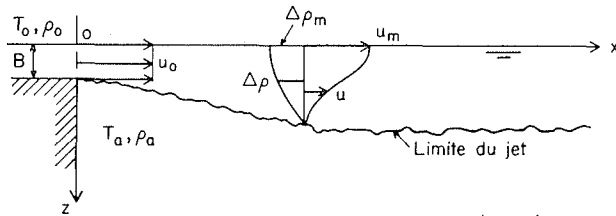
- Fig. 11 - Jet neutre de surface (plan)

La figure 11 représente un canal de grande largeur, dans lequel circule de l'eau à une température T_0 (masse volumique ρ_0), B étant la hauteur du liquide dans le canal. Celui-ci débouche dans la mer, où règne une température T_a inférieure à T_0 (masse volumique ρ_a). L'eau chaude se mélange progressivement à l'eau froide et le problème est de déterminer la répartition des températures dans le milieu marin.

Comme pour le jet submergé, il est possible de considérer deux éventualités. Si la variation de température est faible, elle n'affecte pas sensiblement le champ des vitesses et le jet de surface (Fig. 11) se comporte comme un demi-jet neutre dont le plan axial est confondu avec la surface libre de l'eau.

Lorsque la température est un scalaire actif, le jet plan superficiel devient flottant. Il paraît intéressant de rappeler quelques unes de ses propriétés mises en évidence par ELLISON ET TURNER [17].

Le dispositif expérimental utilisé par ces auteurs est un canal de longueur 5 m et largeur 15 cm dans lequel a été initialement introduite de l'eau salée, sur une hauteur de 20 cm. En amont du canal, est injectée en surface de l'eau douce qui se mélange progressivement à l'eau salée avant d'être évacuée par déversement à l'extrémité aval du dispositif. Près du point d'injection, la nappe d'eau douce se comporte comme un jet neutre (Fig. 11) mais à partir d'une certaine distance, la largeur de la zone de diffusion cesse de s'accroître et la région du mélange perd son caractère turbulent (Fig. 12).



- Fig. 12 - Jet flottant de surface (plan)

Dans le cas d'un jet plan flottant superficiel, l'équation du mouvement moyen (1) s'écrit :

$$(50) \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} + g \frac{\partial}{\partial x} \int_0^z \left(\frac{\rho - \rho_a}{\rho_0} \right) dz = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \tau}{\partial z}$$

compte-tenu des approximations de la couche limite et de Boussinesq, ainsi que des notations représentées sur la figure 12.

L'intégration de (50) d'abord selon une direction verticale, la condition d'annulation du taux de frottement à la surface libre et à l'extérieur de la zone de mélange, puis l'intégration selon une direction horizontale, conduisent à l'équation de quantité de mouvement :

$$(51) \quad \int_0^{+\infty} \rho_0 u^2 dz = M_1 + \int_0^{+\infty} dz \int_0^z g \left(\frac{\rho_a - \rho}{\rho_0} \right) dz$$

$$\text{où } M_1 = \rho_0 B u_0^2 + (\rho_0 - \rho_a) g \frac{B^2}{2}$$

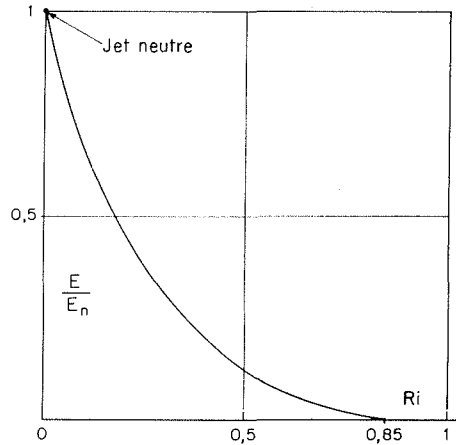
On retrouve dans cette expression, comme pour le jet submergé (équ. 47) les termes de quantité de mouvement et de flottabilité, à partir desquels on peut définir un nombre de Richardson global tel que :

$$(52) \quad Ri = \frac{\int_0^{+\infty} dz \int_0^z g \left(\frac{\rho_a - \rho}{\rho_0} \right) dz}{\int_0^{+\infty} \rho_0 u^2 dz}$$

Ce nombre est en pratique compris entre 0 et 0,1 au débouché du rejet (conditions supercritiques : $Ri < 1$). Il croît ensuite au fur et à mesure que la distance x augmente.

ELLISON et TURNER [17] ont obtenu pour le jet plan superficiel flottant une relation empirique entre le nombre de Richardson global et le coefficient

d'entraînement E. Leur courbe moyenne expérimentale est donnée sur la figure 13. Cette courbe montre que le taux d'entraînement décroît si Ri augmente,



- Fig.13- D'après Ellison et Turner [17].

et s'annule pour la valeur critique $E_n = 0,85$. C'est à partir de ce moment que le jet flottant cesse d'entraîner du fluide ambiant et devient horizontal (Fig. 12).

Les nombres E et Ri portés sur la figure 13 ont été définis par ELLISON et TURNER, à partir de variables de référence h de longueur, V de vitesse et Δ de masse volumique, de la manière suivante :

$$(53) \left\{ \begin{array}{l} \nu h = \int_0^{+\infty} u \, dz \\ \nu^2 h = \int_0^{+\infty} u^2 \, dz \\ h \nu \Delta = \int_0^{+\infty} g \left(\frac{\rho_a - \rho}{\rho_a} \right) u \, dz \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} Ri = \frac{h \Delta}{V^2} \\ E = \frac{1}{V} \frac{d(\nu h)}{dx} \end{array}$$

Ces conventions un peu différentes des nôtres (équ. 38) expliquent la valeur $E_n = 0,075$ obtenue pour le jet plan neutre par les auteurs. Selon ces conventions, le lien entre le taux d'entraînement E_n et le coefficient σ (équ. 13) est en effet :

$$(54) \quad E_n = 2 \sigma \sqrt{\Sigma}$$

D'après ces résultats expérimentaux, la flottabilité du jet de surface entraîne une variation du taux d'entraînement et du coefficient moyen de frottement qui lui est lié. On peut se demander si cet effet ne joue pas également sur le coefficient de diffusion thermique E_T (équ. 25). Pour un jet neutre et un scalaire de température passif, le rapport E/E_T est égal à 0,5 (équ. 29), dans l'hypothèse d'une répartition uniforme dans une section de ces deux coefficients. D'après des études récentes de HOPFINGER [14, 15] sur un jet pariétal, la répartition du rapport E/E_T dans une section ne semble pas dépendre du nombre de Richardson global pour des valeurs de ce nombre comprises entre 0 et 0,30. D'après TURNER [18] ce rapport devrait au contraire dépendre systématiquement du nombre de Richardson [18, p. 160] .

Un certain nombre d'auteurs, dont LEAN et WHILLOCK, ont déterminé expérimentalement l'épaisseur finale du jet flottant en fonction des données initiales [19].

IV - JET FLOTTANT DE SURFACE TRIDIMENSIONNEL.

Jusqu'à maintenant, ont été examinées des configurations pour lesquelles la dimension L de la section de l'effluent (Fig. 1) est très grande devant sa hauteur B. Lorsque cette condition n'est pas réalisée, le jet flottant devient tridimensionnel. On doit noter à ce propos qu'il l'est également, loin du débouché, même si le rapport L/B est élevé.

Par suite de son importance pour les applications, le jet flottant de surface tridimensionnel a fait l'objet, au cours de ces dernières années, d'un grand nombre d'études sur des modèles physiques ou mathématiques, ces deux méthodes étant d'ailleurs le plus souvent développées simultanément. Quelques unes seulement de ces travaux sont cités dans le présent article [20 à 25, 29] : SENSU et WADA (1965), JEN, WIEGEL et MOBAREK (1966), HAYASHI et SHUTO (1967), SILBERMAN (1972), HARLEMAN et STOLZENBACH (1972), STEFAN et VALDYARAMAN (1972). Ces publications, qui contiennent elles-mêmes une abondante bibliographie, permettent de définir quelques aspects généraux sur la question, qu'il est bon de connaître pour mieux comprendre le principe des modèles mathématiques, et pour effectuer les hypothèses convenant à chaque problème particulier.

A - DESCRIPTION GENERALE DU JET

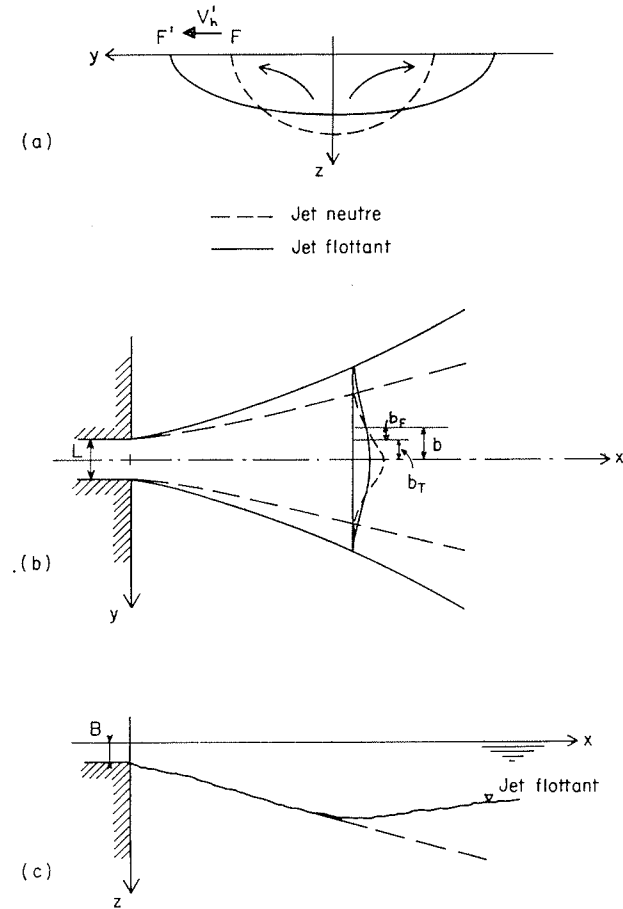
Un jet de surface flottant tridimensionnel subit des modifications de structure sous l'effet de sa stratification thermique, s'il est placé dans un courant extérieur, ou s'il est soumis au vent et aux échanges avec l'atmosphère.

a - Effet de la stratification thermique

Nous avons vu ci-dessus que le jet plan flottant de surface cessait, à partir d'une certaine distance, d'entraîner du fluide ambiant : la limite du jet devenait dans ces conditions parallèle à la surface libre (Fig. 12). Quelques aspects du jet tridimensionnel sont donnés sur la figure 14, où sont comparés les comportements respectifs des jets neutre et flottant, issus d'un même canal de largeur L et hauteur B.

La section du jet neutre est de forme elliptique (Fig. 14a). Sous l'influence des variations de densité dues aux gradients thermiques, le jet flottant est soumis à des courants ascendants qui modifient sa section et provoquent un

566



- Fig. 14 - Jets de surface tridimensionnels.

étalement dans la direction des y. Toutefois cet étalement n'engendre pas une dilution comme le fait l'entraînement. La vitesse V_h du front se déplaçant de F en F' peut être estimée, par analogie avec un courant de densité, à l'aide du théorème de Bernoulli appliqué à l'interface, considéré comme une ligne de courant :

$$V_h^2 = 2gh \frac{\Delta\rho}{\rho_a}$$

h et $\Delta\rho$ étant une hauteur et une variation de masse volumique caractéristiques de la section considérée. La vitesse réelle est $V_k = CV_h'$, où C est une constante inférieure à l'unité.

Le taux d'étalement ainsi engendré par la stratification peut être défini par le rapport de la vitesse transversale V_h à une vitesse de référence $U(x,b,0)$:

$$\frac{db_F}{dx} = \frac{V_k}{U(x,b,0)}$$

b_F étant une largeur caractéristique du jet à la surface de l'eau. L'indice F traduit l'expansion du jet sous l'effet de la flottabilité. Comme le montre la figure 14b, la largeur caractéristique b du jet est la somme de deux termes, b_T par suite de l'entraînement turbulent, b_F sous l'effet de la flottabilité. D'après le raisonnement qui précède, le taux d'expansion db/dx du jet flottant dépend des conditions thermiques à l'effluent, représentées par le nombre de Froude densimétrique initial. Plus la différence de température sera élevée, plus la tache thermique aura tendance à s'étaler en surface. Cet effet a été montré et analysé notamment dans 20, 21 et 22.

L'étalement superficiel s'accompagne d'une remontée de l'interface, comme le montrent les figures 14a et c. Par suite de ce phénomène, le jet tridimensionnel passe par une profondeur maximale le long de l'axe Ox. Une telle structure a été analysée par HARLEMAN [24] sur modèle mathématique, pour des rapports B/L de 0,25 - 0,5 et 1 et des nombres de Froude variant de 2 à 10.

b - Effet d'un courant extérieur

S'il est soumis à un courant extérieur de vitesse U_s (Fig. 15a), le jet neutre de surface est déporté dans le sens de la vitesse ambiante, et il se forme un courant secondaire tournant dans le sens indiqué sur la figure. On note à ce propos une différence entre le jet de surface et le jet submergé dans un courant

transversal : en effet, il n'apparaît qu'un tourbillon dans le premier cas, alors qu'il en existe deux dans le second [28] .

c - Effet du vent et des échanges avec l'atmosphère

L'influence du vent se traduit par un taux de frottement τ_w à la surface de l'eau. Cette contrainte modifie la distribution des vitesses à l'intérieur du liquide [27] et engendre des courants secondaires dans le jet neutre de surface, comme indiqué sur la figure 15b.

Par ailleurs, le vent influe sur les échanges de chaleur avec l'atmosphère, parmi beaucoup d'autres paramètres (rayonnement solaire, température et humidité de l'air, etc...) [30] . Toutefois, ces échanges ne deviennent sensibles qu'à partir d'une certaine distance de l'effluent, définissant une limite entre le champ proche et le champ lointain.

B - MODELES MATHÉMATIQUES

a - Equations de base

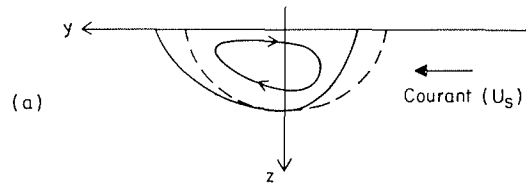
Les équations de base du jet flottant de surface tridimensionnel sont déduites des équations moyennes du mouvement turbulent, de continuité et d'énergie. Pour résoudre ce système, il est nécessaire de formuler un certain nombre d'hypothèses qui dépendent de la nature du problème étudié. Toutefois, il est généralement admis que les lignes de courant se situent dans des plans pratiquement horizontaux, ce qui permet d'appliquer l'approximation de la couche limite à l'équation du mouvement selon l'axe vertical Oz. Par ailleurs, les faibles variations de masse volumique du liquide justifient l'approximation de Boussinesq. Avec les conventions et notations portées sur la figure 1, les équations de base sont les suivantes :

$$(55) \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = - \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{uw}}{\partial z}$$

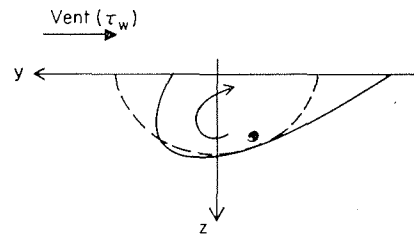
$$(56) \quad \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = - \frac{\partial \overline{uv}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{vw}}{\partial z}$$

567

--- Jet neutre
 ——— Jet perturbé



(a)



(b)

- Fig. 15 - Influence d'un courant ambiant et du vent sur une section droite d'un jet de surface (d'après 29).

$$(57) \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \overline{w'^2}}{\partial z} - g = 0$$

$$(58) \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$(59) \quad \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = - \frac{\partial \overline{u'T'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{v'T'}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{w'T'}}{\partial z}$$

u, v, w sont les composantes de la vitesse moyenne locale selon Ox, Oy et Oz ; u', v', w' sont les valeurs instantanées de leur fluctuation; T est la température moyenne locale, T' sa fluctuation.

Le module d'expansion thermique β de l'eau est défini à partir des relations :

$$(60) \quad \rho = \rho_0 \left(1 + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial T} \Delta T \right) \quad \beta = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial T}$$

où $\Delta T = T - T_a$. La pression statique p peut être éliminée à partir de l'équation (57) intégrée par rapport à z :

$$(61) \quad p - p_a + \rho_0 \overline{w'^2} = - \beta \rho_0 \int_0^z g \Delta T dz$$

p_a étant la pression à l'extérieur du jet, à la cote z , et $\Delta T = T - T_a$, T_a étant la température ambiante de l'eau.

Dans l'hypothèse où les termes de fluctuation $\overline{u'^2}, \overline{v'^2}$ et $\overline{w'^2}$ ont même ordre de grandeur, leur différence peut être considérée comme négligeable dans les équations, et les expressions (55) et (56), compte-tenu de (61), s'écrivent sous la forme suivante :

$$(62) \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \beta g \frac{\partial}{\partial x} \int_0^z \Delta T dz = - \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z}$$

$$(63) \quad \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} - \beta g \frac{\partial}{\partial y} \int_0^z \Delta T dz = - \frac{\partial u'v'}{\partial x} - \frac{\partial v'w'}{\partial z}$$

Dans le cas particulier de l'écoulement plan permanent, la composante v de la vitesse et les dérivées par rapport à y sont nulles, et la relation (62) se réduit à l'équation (50) du jet plan flottant.

Compte-tenu des approximations qui ont été effectuées, le système différentiel à résoudre comprend les équations 58, 59, 62 et 63, dans lesquelles les inconnues sont u , v , w et T (ou ΔT) et six termes de corrélation. On voit ainsi que, malgré les simplifications qui ont été apportées, ce système est encore insuffisant pour la recherche d'une solution générale. Il peut toutefois être résolu dans un certain nombre de cas particuliers de rejets thermiques, comme le montrent les exemples qui suivent.

b - Méthodes intégrales

L'une des méthodes les plus utilisées actuellement pour le traitement des équations est en fait une généralisation des procédés présentés ci-dessus pour l'étude des jets plans. Elle comporte le choix préalable de profils de vitesses et de températures et suppose l'affinité de ces profils le long du rejet. Des hypothèses sont proposées pour la distribution des termes de corrélation, soit à partir de coefficients d'entraînement, soit sous la forme de coefficients de diffusion ou de dispersion.

Les relations (62) et (63) conduisent après intégration à l'expression du théorème des quantités de mouvement selon les axes Ox et Oy . L'intégrale de l'équation (59) exprime la constance du flux de chaleur, et tient compte éventuellement des pertes calorifiques entre la surface de l'eau et l'atmosphère.

Une des méthodes de calcul les plus récentes, celle de STEFAN et VAIDYARAMAN (29), se base par exemple sur les répartitions suivantes de vitesses et de températures :

$$\frac{u^*(s, r, z)}{u^*(0, 0, 0)} = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{r}{b}\right)^2} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{z}{a}\right)^2}$$

$$\frac{T^*(s, r, z)}{T^*(s, 0, 0)} = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{r}{\lambda_h b}\right)^2} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{z}{\lambda_v a}\right)^2}$$

Les notations principales sont représentées sur la figure 16. De plus :

$$u^* = u - U_g \cos \alpha$$

α = angle de la vitesse locale avec le courant extérieur

s = abscisse curviligne sur la courbe axiale

$$T^* = T - T_a$$

a et b : largeurs de référence dans un plan vertical et horizontal (écarts quadratiques moyens).

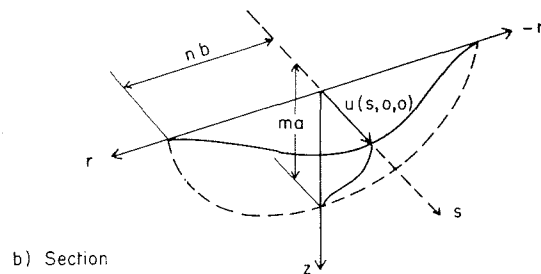
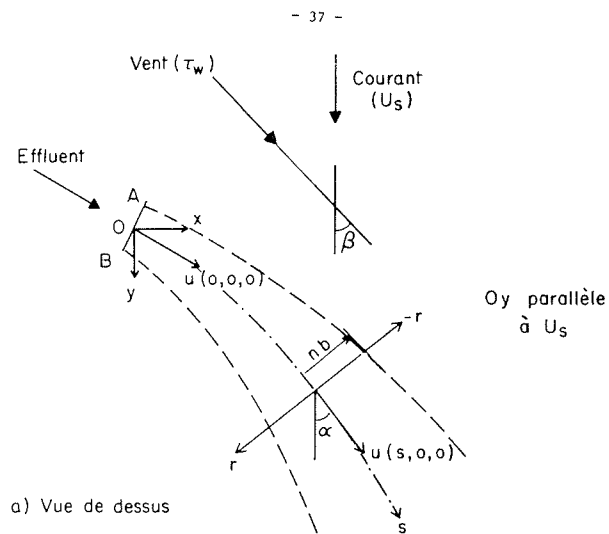
ma, nb : largeurs du jet ($m = n = 3$).

Les auteurs considèrent des coefficients λ_v et λ_h égaux, d'après (35) et leurs propres travaux, et adoptent $\lambda_v = \lambda_h = 1,05$. Ils admettent par ailleurs que l'élargissement vertical du jet est dû au mélange turbulent contrôlé par l'effet de flottabilité, selon le processus décrit par ELLISON et TURNER [17]. Pour l'élargissement horizontal, ces deux effets sont par hypothèse indépendants et par conséquent additifs (Fig. 14b).

c - Rejet thermique en eau profonde sans courant extérieur. Champs proche et lointain.

HARLEMAN (24) a étudié par le calcul des jets de surface issus de canaux de largeurs L et hauteur B (Fig. 1), ayant une vitesse initiale u_0 et une température initiale T_0 supérieure à la température ambiante T_a . L'auteur définit un nombre de Froude F_0 par la relation analogue à (43) :

$$(64) \quad F_0^2 = \frac{u_0^2}{\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0} g B}$$



- Fig. 16 - Jet flottant de surface. Notations d'après [29]

et tient compte d'une perte de chaleur à la surface de l'eau ΔC de la forme :

$$(65) \quad \Delta C = K_e \Delta S (T_s - T_a)$$

ΔS étant la surface de l'eau considérée, T_s la température moyenne sur cette surface, K_e un coefficient empirique.

L'auteur considère un écoulement permanent en moyenne du rejet dans un milieu ambiant indéfini et de vitesse nulle. Il admet que les dérivées selon Ox des termes de corrélation sont négligeables devant les autres termes, dans les équations 59, 62 et 63. Le coefficient d'entraînement vertical est relié au nombre de Richardson global par la relation d'ELLISON et TURNER vue précédemment (Fig. 13). Le coefficient d'entraînement horizontal est pris égal à celui d'un jet neutre.

Les figures 17 et 18 montrent un exemple de calcul effectué par HARLEMAN dans les conditions suivantes :

$$F_0 = 4,4 \quad \frac{2B}{L} = 0,35 \quad \frac{K_e}{\rho_0 C_p u_0} = 4,2 \times 10^{-5}$$

C_p étant la chaleur volumique de l'eau. Les coordonnées sont rapportées à une longueur de référence D telle que $2D^2 = BL$.

L'auteur distingue quatre régions caractéristiques le long du rejet :

1 - Région du noyau, où la vitesse u_m sur l'axe est constante et où la température axiale ΔT_m décroît très peu.

2 - Région d'entraînement, caractérisée par une décroissance rapide de la vitesse et de la température sur l'axe en fonction de l'abscisse. Le jet s'élargit verticalement par entraînement turbulent. L'élargissement latéral est sous l'influence dominante de la flottabilité et il est beaucoup plus accentué que l'élargissement vertical. Il en résulte que la hauteur du jet passe par un maximum. Dans les zones 1 et 2, la perte de chaleur à travers la surface libre est négligeable et le débit calorifique en une section est égal au débit initial (rapport γ égal à 1).

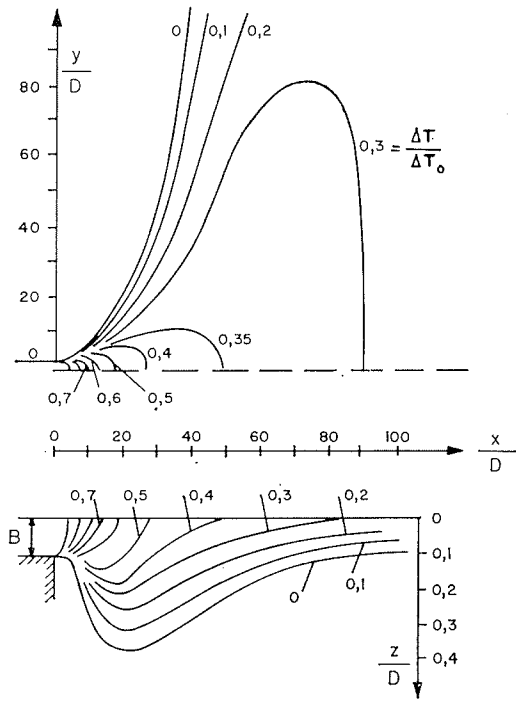


Fig. 17 - d'après Harleman [24]

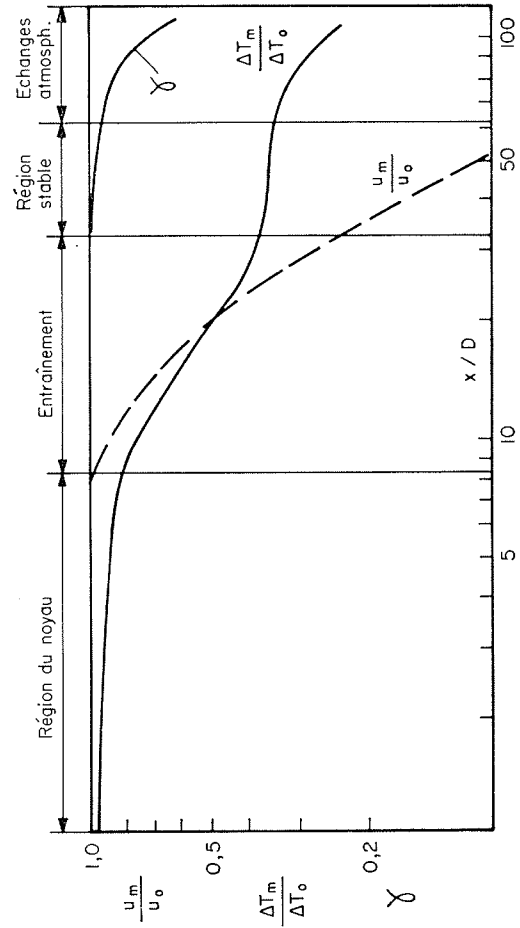


Fig. 18 - d'après Harleman [24]

3 - Région stable, dans laquelle le nombre de Richardson global atteint l'unité et l'entraînement vertical s'annule. L'effet de flottabilité sur l'entraînement latéral s'atténue. La vitesse sur l'axe continue à décroître, tandis que la température axiale demeure à peu près constante.

Les zones 1 et 2 constituent le "champ proche" du rejet, 3 une zone de transition.

4 - Région d'échange avec l'atmosphère où la surface libre du rejet a atteint des dimensions telles que la perte de chaleur $(1 - \gamma)$ devient notable et joue un rôle, de plus en plus important sur le champ thermique au fur et à mesure que la distance augmente. La température axiale décroît à nouveau et la vitesse sur l'axe est devenue très faible. Les conditions de mélange ne correspondent plus à celle d'un jet, mais dépendent du pouvoir de dispersion du milieu ambiant.

Cette zone correspond au "champ lointain" du rejet.

d - Rejet thermique en eau peu profonde.

DAUBERT, MALHERBE et CAZENAVE (34) ont étudié plusieurs exemples de rejets en eau peu profonde. L'expérience montre que, dans ce cas, le champ thermique devient uniforme selon la verticale, à peu de distance du débouché, de sorte que les auteurs considèrent une valeur moyenne de l'équation (59) le long d'une verticale :

$$(66) \underbrace{\frac{\partial \Delta T}{\partial t} + u \frac{\partial \Delta T}{\partial x} + v \frac{\partial \Delta T}{\partial y}}_{\text{Convection}} - \underbrace{\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial x} (\rho D_x \frac{\partial \Delta T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho D_y \frac{\partial \Delta T}{\partial y}) \right)}_{\text{Diffusion ou Dispersion}} = \underbrace{\frac{A}{C_p h} \Delta T}_{\text{Echanges atmosph.}}$$

La hauteur d'eau locale h est une fonction des coordonnées x et y . Les coefficients D_x et D_y sont des coefficients de dispersion dans les directions Ox et Oy . Le terme du deuxième membre représente les échanges de chaleur avec l'atmosphère, A étant un coefficient d'échange et C_p la chaleur volumique de l'eau.

Dans leurs calculs, les auteurs (34) ont admis $D_x = D_y = 5 \text{ m}^2/\text{s}$ et $A = 100 \text{ w/m}^2$ degré.

L'influence de la marée a été prise en compte sous la forme d'un courant instationnaire dans les exemples traités (34) et les résultats montrent qu'elle joue un rôle très important sur le développement de la tache thermique. Par ailleurs, la distinction entre le champ proche et le champ lointain devient en ce cas plus délicate, du fait que les courants de marée perturbent le jet, dès la sortie de l'ouvrage de décharge et par un processus qui évolue au cours du temps.

Cette distinction dépend en effet de l'échelle de temps à laquelle on s'intéresse. Si on considère le champ moyen pendant une durée très longue par rapport à la période de la marée, et si on lui associe un coefficient de diffusion apparent, celui-ci peut atteindre des valeurs très nettement supérieures à celles obtenues dans le jet lui-même (37).

REFERENCES

- (1) M. L. ALBERTSON, Y.B. DAI, R.A. JENSEN et Hunter ROUSE - Diffusion of submerged jets - Proceedings A.S.C.E., Vol. 74, déc. 1948, pp. 1571-1596.
- (2) G. ABRAHAM - Jet diffusion in stagnant ambient fluid - Delft Hydraulic Laboratory, Publ. n° 29, Juillet 1963.
- (3) G. ABRAHAM - Entrainment principle and its restrictions to solve problems of jets - Journal of Hydraulic Research, 1965, Vol. 3, n° 2, p. 1 - 23.
- (4) A. CRAYA et R. CURTET - Sur l'évolution d'un jet en espace confiné. Comptes-rendus de l'Académie des Sciences, Paris, 1955, t. 241, p. 621-622.
- (5) R. CURTET - Sur l'écoulement d'un jet entre parois. Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, Paris, 1960, n° 359.
- (6) A. CRAYA - Etudes récentes sur le comportement des jets. Génie Chimique, Vol. n° 89, n° 2, Février 1963, p. 33 à 43 et n° 3, Mars 1963, p. 77 à 87.

- (7) A.A. TOWNSEND - The structure of turbulent shear flow. Cambridge University Press, 1956, 315 pages.
- (8) B.G. v.d. HEGGE ZIJNEN - Measurements of the velocity distribution in a plane turbulent jet of air. Appl. Scient. Res., Section A, 7, 1958, pp. 256-276 and distribution of heat and matter, pp. 277-292.
- (9) D.R. MILLER Et E.W. COMINGS - Static pressure distribution in the free turbulent jet, Journal of Fluid Mechanics, 3, 1957, par. I, pp. 1-16.
- (10) B.R. MORTON, GI TAYLOR et J.S. TURNER - Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources. Proc. Roy. Soc. of London, Séries A, 1956, n° 1196, pp. 1-23.
- (11) A.A. TOWNSEND - The mechanism of entrainment in free turbulent flows. J. Fluid Mech., 1966, Vol. 26, part 4, pp. 689-775.
- (12) A.A. TOWNSEND - Entrainment and the structure of turbulent flow - J. Fluid Mech., 1970, Vol. 41, part I, pp. 13-46.
- (13) H. ROUSE, C.S. YIH et H.W. HUMPHREYS - Gravitational convection from a boundary source. Tellus, 4, 1952, n° 3, pp. 201-210.
- (14) E.J. HOPFINGER - Development of a stratified shear flow - International Symposium on stratified flow, Novosibirsk, 1972.
- (15) E.J. HOPFINGER - Entrainment turbulent en fluide stratifié - Institut de Mécanique de Grenoble, Rapport interne, Avril 1973.
- (16) L.N. FAN - Numerical solutions of turbulent buoyant jet problems. Keck Laboratory of Water Resources and Hydraulics, Report n° KH-R 18, California Institute of Technology, Janvier 1969.
- (17) T.H. ELLISON et J.S. TURNER - Turbulent entrainment in stratified flows - J. Fluid Mech., 1959, Vol. 6, pp. 423-448.
- (18) J.S. TURNER - Buoyancy effects in fluids - Cambridge University Press, 1973, 367 pages.
- (19) G.H. LEAN et A.Z. WHILLOCK - The behaviour of a warm water layer flowing over still water - 11ème Congrès A.I.R.H., Leningrad, 1965.
- (20) Y. JEN, R.L. WIEGEL, I. MOBAREK - surface discharge of horizontal warm water jet. Journal of the Power division, Proceedings A.S.C.E., Avril 1966, pp. 1-30.
- (21) S.I. SENSHU et A. WADA - Thermal diffusion of cooling water from power station into the stratified sea basin. 11ème Congrès A.I.R.H., Leningrad, 1965.
- (22) T. HAYASHI et N. SHUTO - Diffusion of warm water jets discharged horizontally at the water surface - 12ème Congrès A.I.R.H., Fort Collins, 1967, Vol. 4, 1ère partie, pp. 47-59.

- (23) E. SILBERMAN - Warm water discharges into lakes and reservoirs - International Symposium on stratified flows, Novosibirsk, 1972.
- (24) D.R.F. HARLEMAN - Thermal stratification due to heated discharges flows, 1972, Int. Symp. on Stratified Flows, Novosibirsk.
- (25) D.R.F. HARLEMAN et K.D. STOLZENBACH - Fluid Mechanics of heat disposal from power generation - Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 4, 1972, pp. 7-32.
- (26) H. ROUSE - Diffusion in the lee of a two dimensional jet. 9ème Congrès International de Mécanique Appliquée - Bruxelles - 1957.
- (27) W.D. BAINES et D.J. KNAPP - Wind driven water currents - Journal of the Hydraulics Division, Proceedings A.S.C.E., Mars 1965, pp. 205-221.
- (28) B.D. PRATTE et W.D. BAINES - Profiles of the round turbulent jet in a cross-flow. Journal of the Hydraulics Division, Proceedings A.S.C.E., Novembre 1967, pp. 53-64.
- (29) H. STEFAN et P. VAIDYARAMAN - Jet type model for the three dimensional thermal plume in a cross current and under wind. Water Resources Research, Vol. 8, n° 4, Août 1972.
- (30) J. JACQUET et R. GRAS - Les échanges d'énergie entre un plan d'eau et l'atmosphère; détermination de la capacité de réfrigération d'un plan d'eau - 11ème Journées de la S.H.F. - Question IV - Rapport 12.
- (31) A. DAUBERT et J.F. MALHERBE - Evaluation de la capacité de réfrigération d'un estuaire. Exemple de la Loire - S.H.F., Sessions des 21 et 22 Juin 1973.
- (32) F. BIESEL - Calculs numériques d'écoulements à nombres de Reynolds élevés avec simulation semi-empirique de la turbulence - 14e Congrès A.I.R.H., Paris, Septembre 1971, Vol. 6, pp. 17-48.
- (33) J-C. LEBRETON et R. BONNEFILLE - Quelques considérations sur le choix du système prise-rejet des grands aménagements thermiques. La Houille Blanche, 1972, n° 2-3, p. 200.
- (34) A. DAUBERT - J-F. MALHERBE - M. CAZENAVE - Refroidissement des centrales électriques en bord de mer - Electricité de France, Laboratoire National d'Hydraulique, Chatou, C 40/74-5, Mars 1974.
- (35) L.N. FAN et N.H. BROOKS - Discussion of "Horizontal jets in stagnant fluid of other density", J. Hydraul. Div., Amer. Soc. Civil Eng., 92 (HY 2), 1966, p. 423-429.
- (36) L. ROBILLARD - Cours de décharges thermiques - Ecole Polytechnique de Montréal, Département d'Hydraulique et Génie de l'Environnement, 1973.
- (37) A. WADA - Study of thermal diffusion in a two layer sea caused by outfall of cooling water - International Symposium on Stratified flows, Novosibirsk, 1972.
- (38) O.F. VASILIEV, V .I. KVON, R.T. CHERNYSHOVA - Mathematical modelling of the thermal pollution of a water body. 15e Congrès A.I.R.H., Istanbul, 1973, Vol. 2, B-17.